导体(带电或不带电)

外电场作用下

自由电子作宏观定向运动

电荷重新分布

导体表面一端带负电,另一端带正电,称**感应电荷.**

附加电场 $\vec{E}'$

$\vec{E}_{内}=\vec{E}'+\vec{E}_0=0$

自由电子宏观定向运动停止

静电平衡状态

有导体存在时静电场的分析与计算

电场 $\underset{\longleftarrow}{\longrightarrow}$ 导体上的电荷重新分布

相互影响

出发点

1.静电平衡的条件　$\boldsymbol{E}_{内} = 0$　$U = \mathrm{const}$

2.静电场的两个基本规律

$$\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

3.静电场的叠加原理

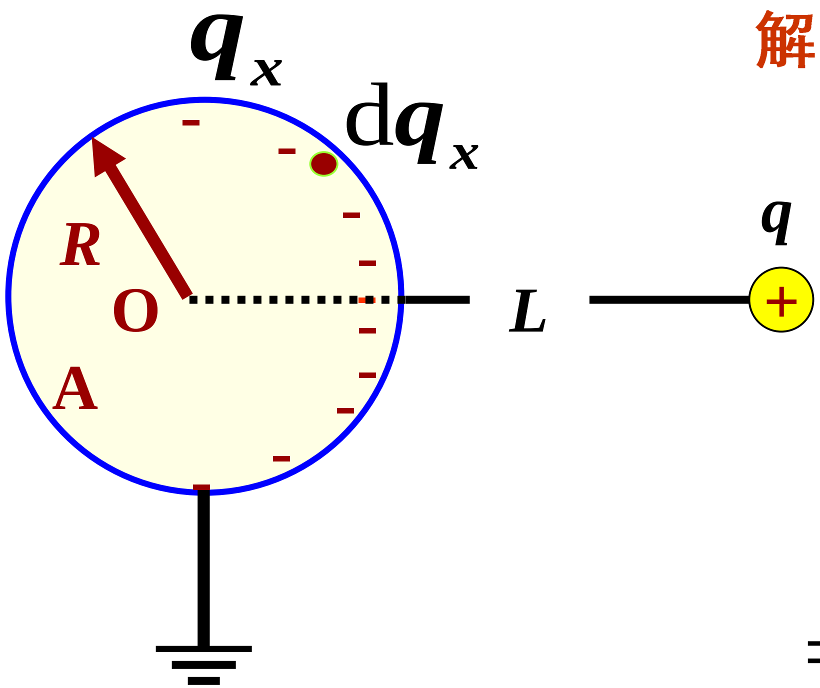
$$\vec{\boldsymbol{E}} = \sum_i \vec{\boldsymbol{E}}_i$$

$$U_p = \sum_i U_{pi}$$

4.电荷守恒定律

进行分析与计算

例1 在一接地导体球附近，有一电量为q的点电荷，q离导体球球心的距离为L，球半径为R，求导体球上的感应电荷的电量。



解： 设导体上感应电荷为q_x .

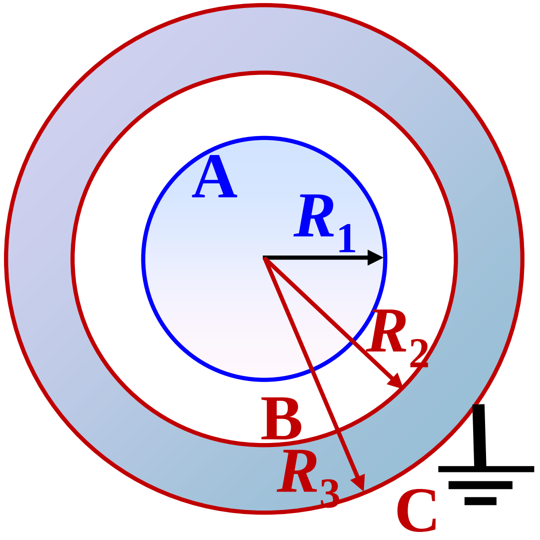
注意：O点(导体)的电势为零，且是 q 和 q_x 的电场叠加的结果。

$$U_x=\int_{q_x}\frac{\mathrm{d}q_x}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_{q_x}\mathrm{d}q_x=\frac{q_x}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$U_o=U_{qo}+U_x=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L}+\frac{q_x}{4\pi\varepsilon_0 R}=0$$

$$q_x=-\frac{R}{L}q$$

例2 一个半径为R_1的实心导体球(表面为A)，带有电荷量为q，一个同心球壳半径为R_2、R_3(表面为B和C)，带有电量Q。求：(1) A、B、C各个表面电荷量和电势分布？(2) 若C接地，则各个表面电荷量和电势分布？(3) 在(2)基础上，将C绝缘，然后A接地，则各个表面电荷量和电势分布？



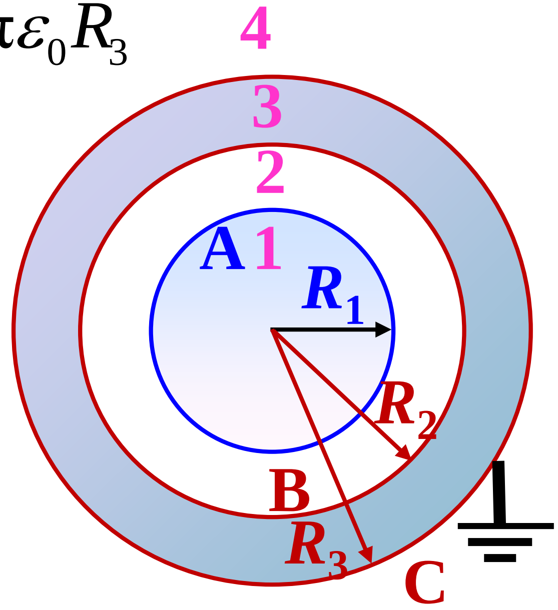
解：(1) 由静电平衡的电荷分布特点可知：电荷只能分布在A、B、C表面上，

$$\begin{cases} q_A = q \\ q_B = -q \\ q_C = Q+q \end{cases}$$

解法一：由电势叠加，可知

$$U_A = U_O = \frac{q_A}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_B}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q_C}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$U_B = U_C = \frac{q_A}{4\pi\varepsilon_0 R_3} + \frac{q_B}{4\pi\varepsilon_0 R_3} + \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$



解法二：由高斯定理 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$

求出场强分布，

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{E}_1 = 0, \cdots\cdots\cdots & r \le R_1 \\ \vec{E}_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r, & R_1 \le r < R_2 \\ \vec{E}_3 = 0, & R_2 \le r < R_3 \\ \vec{E}_4 = \dfrac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r, & r \ge R_3 \end{cases}$$

$$U_O = \int_0^{R_1} \vec{E}_1\cdot d\vec{l} + \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}_2\cdot d\vec{l} + \int_{R_2}^{R_3} \vec{E}_3\cdot d\vec{l} + \int_{R_3}^{\infty} \vec{E}_4\cdot d\vec{l} = \int_{R_1}^{R_2} E_2 dr + \int_{R_3}^{\infty} E_4 dr$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$U_B = U_C = \int_{R_3}^{\infty} \vec{E}_4\cdot d\vec{l} = \int_{R_3}^{\infty} E_4 dr = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

(2) 若C接地，则 $U_B = U_C = 0$ ，

$$\begin{cases} q_A = q \\ q_B = -q \\ q_C = 0 \end{cases}$$

$$U_A = U_O = \frac{q_A}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_B}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q_C}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

(3) 在(2)基础上，将C绝缘，然后A接地，则 $U_A = U_O = 0$ ，设

$$\begin{cases} q_A = q_x \\ q_B = -q_x \\ q_C = q_x - q \end{cases}$$

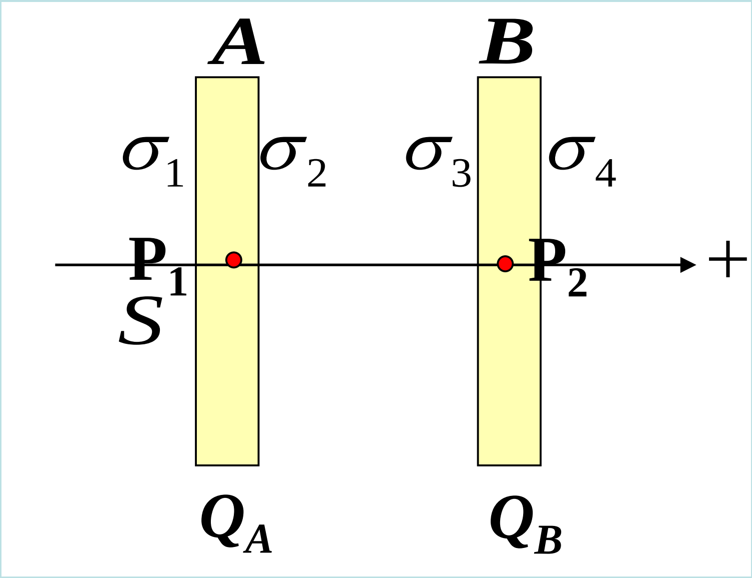
$$U_A = U_O = \frac{q_x}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{-q_x}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q_x - q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

解得 $$q_x = \frac{qR_1R_2}{R_2R_3 - R_1R_3 + R_1R_2}$$

$$U_B = \frac{q_C}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = \frac{q_x - q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

例3 两块可视为无限大的导体平板A、B，平行放置，间距为d，板面为S。分别带电Q_A、Q_B。且均为正值。求两板各表面上的电荷面密度及两板间的电势差。

解： 电荷守恒：



$$\sigma_1 S + \sigma_2 S = Q_A$$

$$\sigma_3 S + \sigma_4 S = Q_B$$

静电平衡条件，导体内场强为零，由叠加原理：

$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0$$

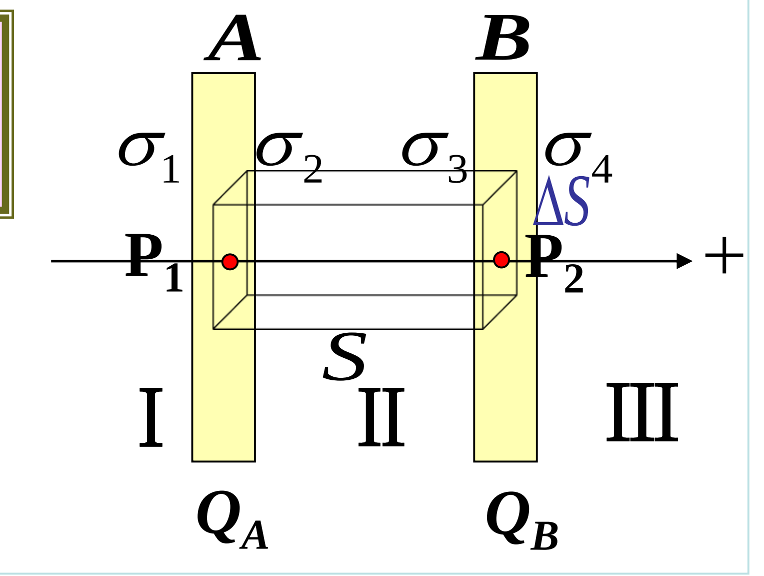
解以上四式得

$$\boxed{\sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{Q_A - Q_B}{2S}}$$

$$\boxed{\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{Q_A + Q_B}{2S}}$$

$$\boxed{\sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{Q_A - Q_B}{2S}}$$

$$\boxed{\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{Q_A + Q_B}{2S}}$$



两板间的电场:

σ_1, σ_4 产生的场强抵消,

σ_2, σ_3 产生的场强相加。

当 $Q_A = Q_B = Q$ 时,

$$q_1 = q_4 = Q, \quad q_2 = -q_3 = 0$$

当 $Q_A = -Q_B = Q$ 时,

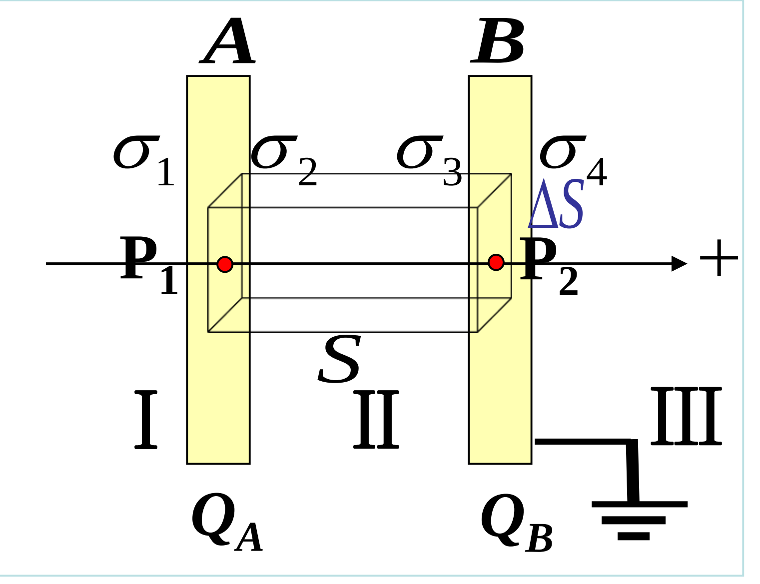
$$q_1 = q_4 = 0, \quad q_2 = -q_3 = Q$$

这时电场只集中在两板之间。

或者作高斯面 $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{S内} q_i = 0 \qquad \sigma_2 \Delta S + \sigma_3 \Delta S = 0$

$$\boxed{\sigma_2 = -\sigma_3}$$

讨论：若B板的外侧接地，求两板各表面上的电荷面密度及两板间的电势差。



由于B板接地：$\vec{E}_{\text{III}}=0 \qquad \sigma_4=0$

电荷守恒： $\sigma_1 S+\sigma_2 S=Q_A$

静电平衡条件，导体内场强为零，由叠加原理：

$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}=0$$

$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}=0$$

解以上三式得

$$\boxed{\sigma_2=-\sigma_3=\frac{Q_A}{S}}$$

$$\boxed{\sigma_1=\sigma_4=0}$$

再讨论：由于导体是等势体，若B板的外侧接地与B板内侧接地情况完全一致！