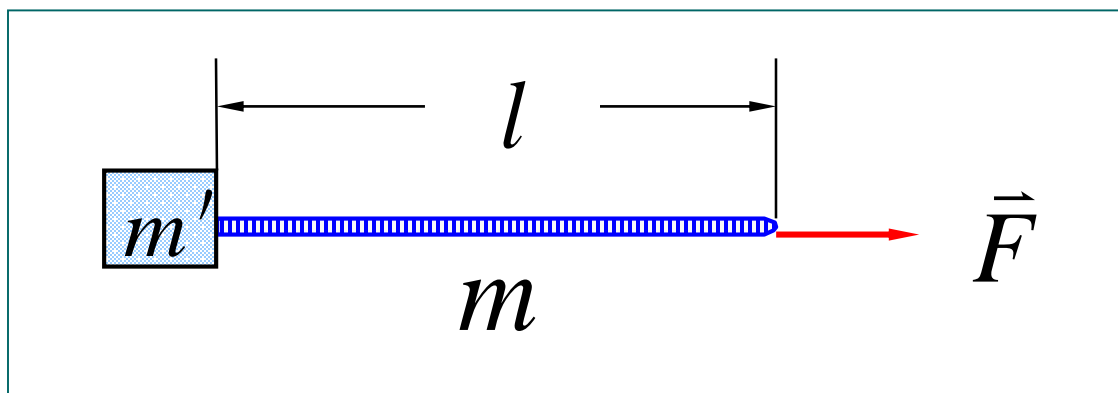
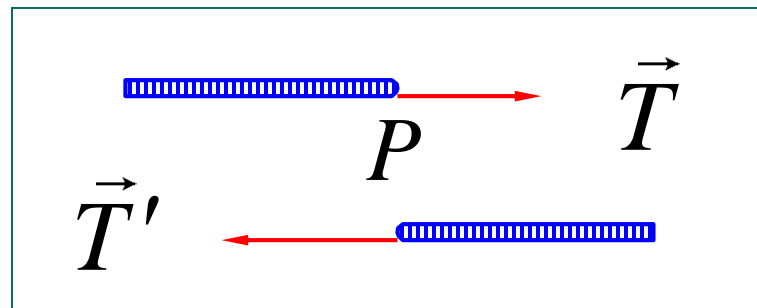


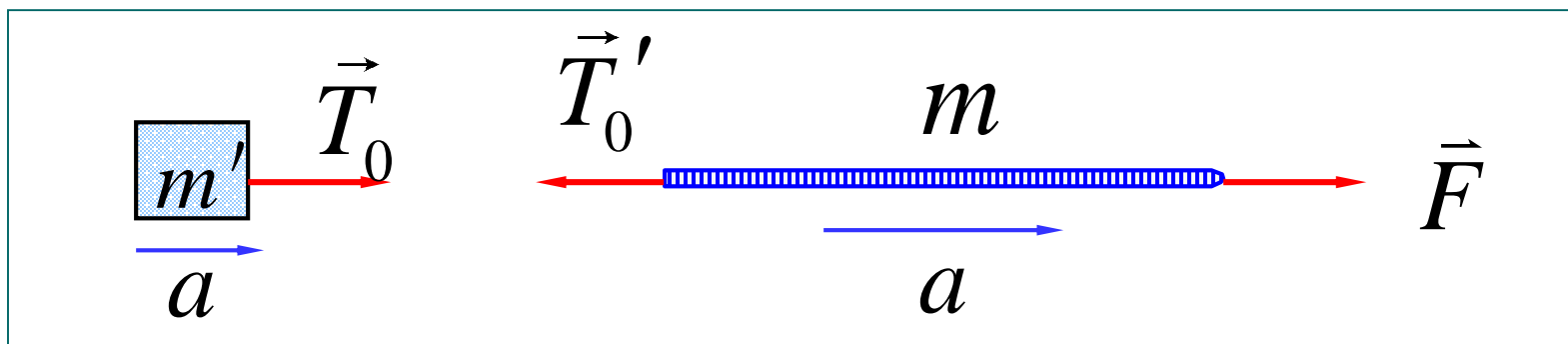
例1. 质量为 m 、长为 l 的柔软细绳，一端系着放在光滑桌面上质量为 m' 的物体，如图所示。在绳的另一端加如图所示的力 \vec{F} 。绳被拉紧时会略有伸长（形变），一般伸长甚微，可略去不计。现设绳的长度不变，质量分布是均匀的。求：（1）绳作用在物体上的力；（2）绳上任意点的张力。



解 设想在点 P 将绳分为两段
 其间张力 \vec{T} 和 \vec{T}' 大小
 相等，方向相反，



(1)



$$\left\{ \begin{array}{l} T_0 = T'_0 \\ T_0 = m'a \\ F - T'_0 = ma \end{array} \right.$$

$$a = \frac{F}{m' + m}$$

$$T_0 = \frac{m'}{m' + m} F$$

$$(2) \quad dm = \lambda dx = \frac{m}{l} dx$$

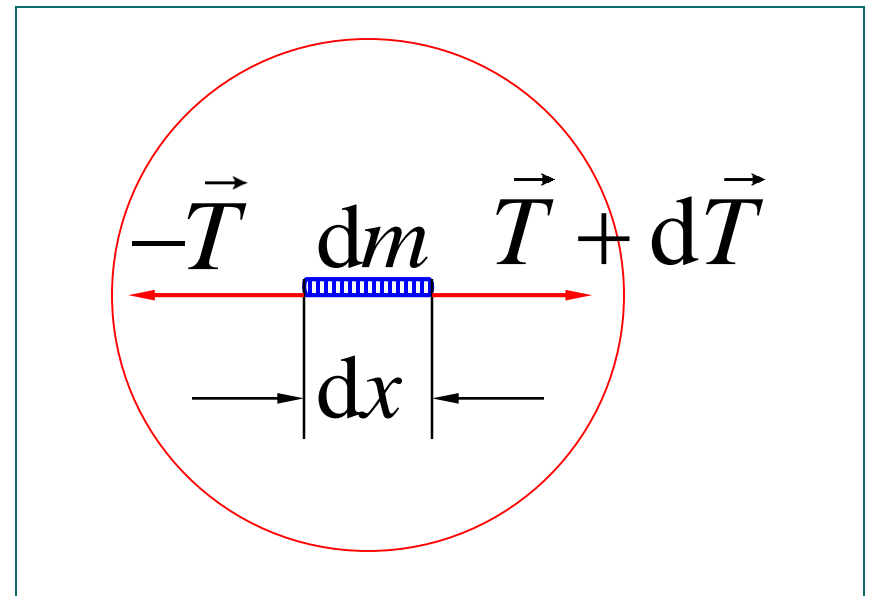
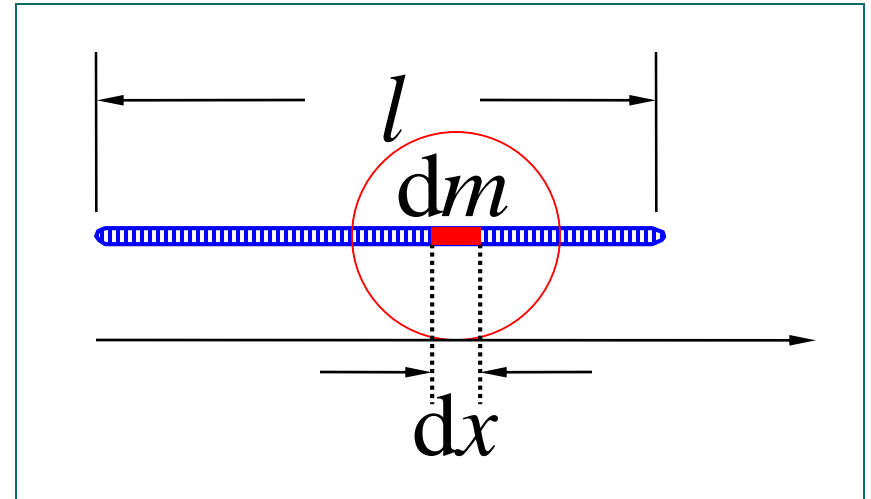
$$(T + dT) - T = (dm)a = \left(\frac{m}{l} dx \right) a$$

$$dT = \frac{mF}{(m' + m)l} dx$$

$$\int_T^F dT = \frac{mF}{(m' + m)l} \int_x^l dx$$

$$T = (m' + m) \frac{x}{l} \frac{F}{m' + m}$$

讨论



例2 如图长为 l 的轻绳，一端系质量为 m 的小球，另一端系于定点 O ， $t=0$ 时小球位于最低位置，并具有水平速度 \vec{v}_0 ，求小球在任意位置的速率及绳的张力。

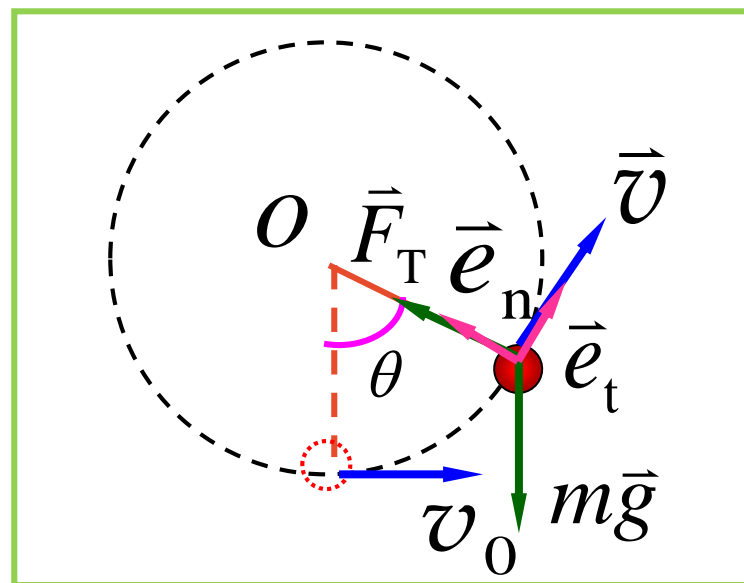
解
$$\begin{cases} F_T - mg \cos \theta = ma_n \\ -mg \sin \theta = ma_\tau \end{cases}$$

$$F_T - mg \cos \theta = mv^2 / l$$

$$-mg \sin \theta = m \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{l} \frac{dv}{d\theta}$$

$$\int_{v_0}^v v dv = -gl \int_0^\theta \sin \theta d\theta$$



$$v = \sqrt{v_0^2 + 2lg(\cos\theta - 1)}$$

$$F_T = m\left(\frac{v_0^2}{l} - 2g + 3g \cos \theta\right)$$

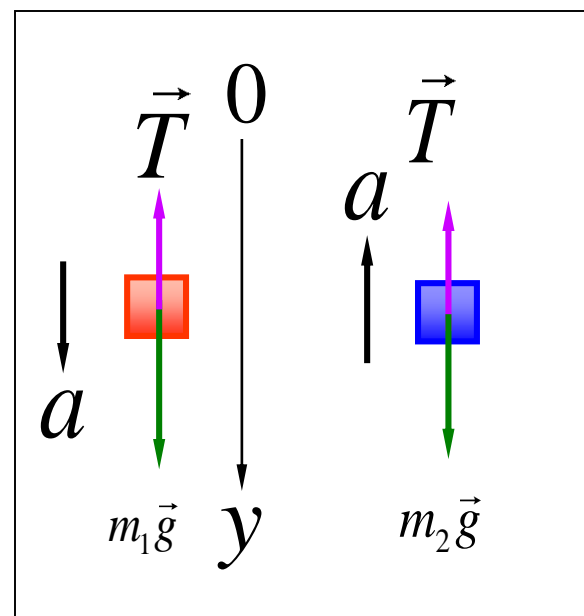
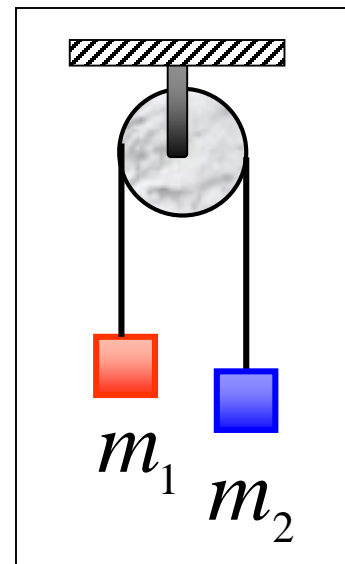
3 阿特伍德机

(1) 如图所示滑轮和绳子的质量均不计，滑轮与绳间的摩擦力以及滑轮与轴间的摩擦力均不计。且 $m_1 > m_2$ 。求重物释放后，物体的加速度和绳的张力。

解 以地面为参考系
画受力图、选取坐标如图

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 g - T = m_1 a \\ m_2 g - T = -m_2 a \end{array} \right.$$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \quad T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$



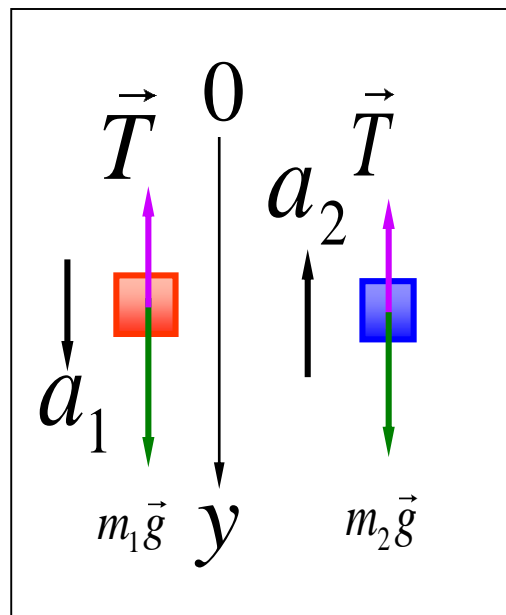
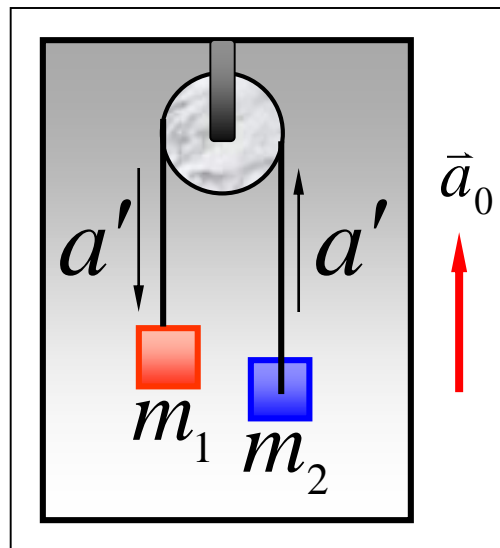
(2) 若将此装置置于电梯顶部，当电梯以加速度 \vec{a}_0 相对地面向上运动时，求两物体相对电梯的加速度和绳的张力。

解 以地面为参考系

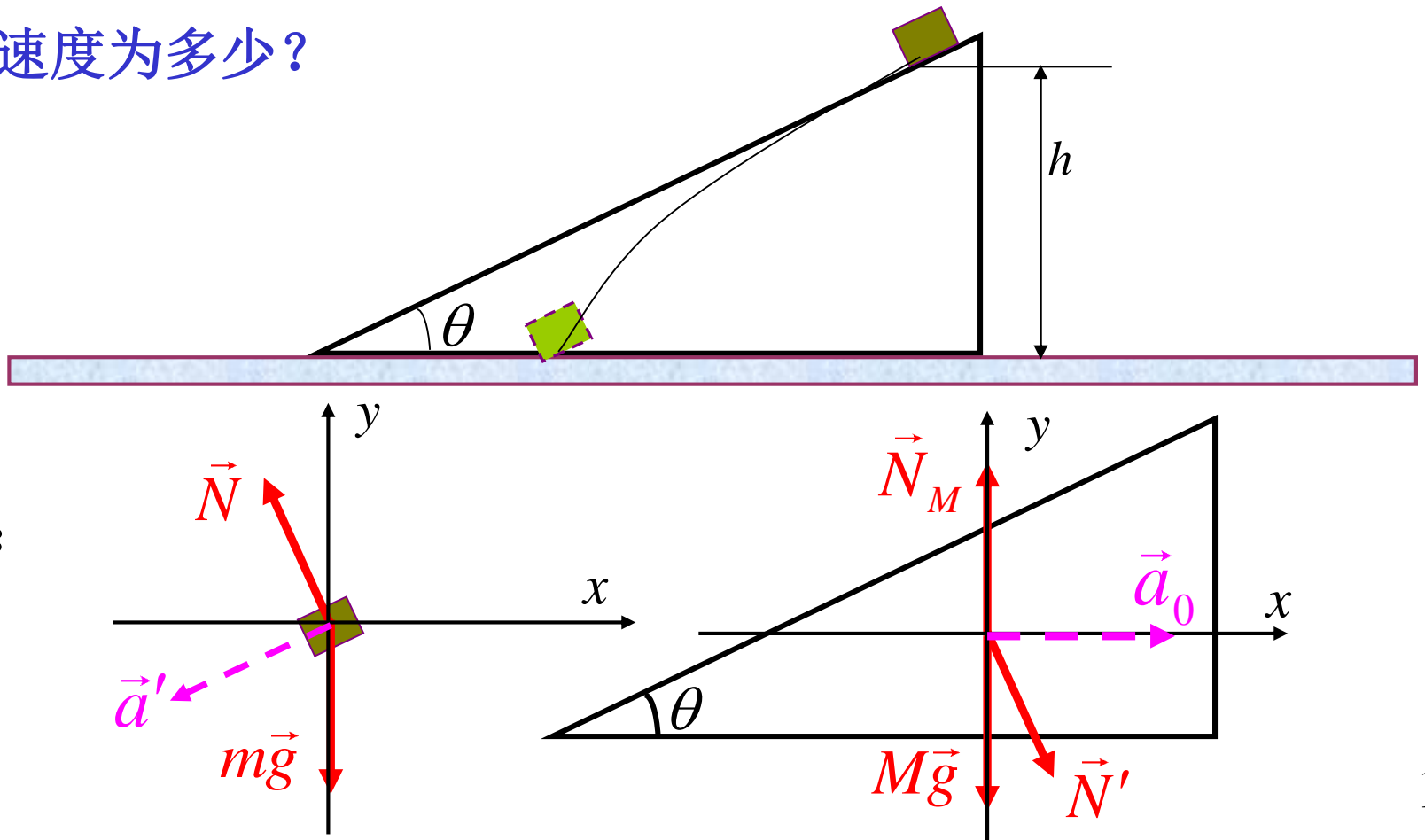
设两物体相对于地面的加速度分别为 \vec{a}_1 、 \vec{a}_2 ，且相对电梯的加速度为 \vec{a}'

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 g - T = m_1 a_1 \\ a_1 = -a_0 + a' \\ m_2 g - T = -m_2 a_2 \\ -a_2 = -a_0 - a' \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} a' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} (g + a_0) \\ T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} (g + a_0) \end{array} \right.$$

若电梯以相同的加速度下降，结果又如何？

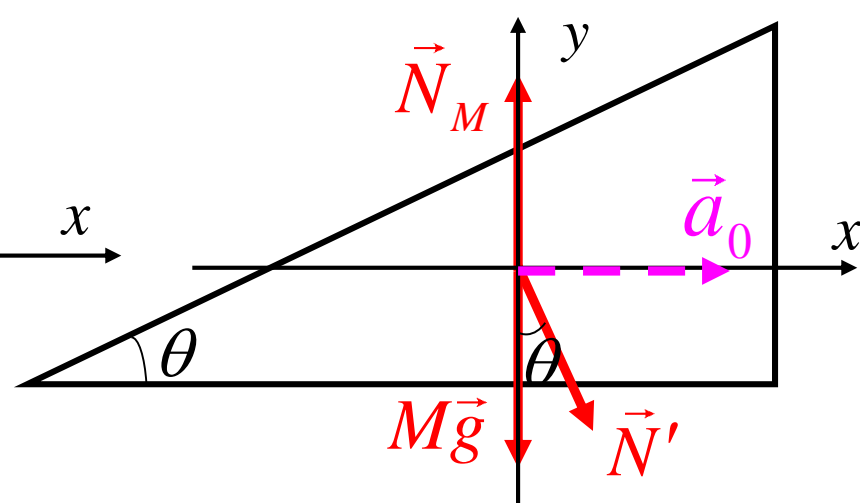
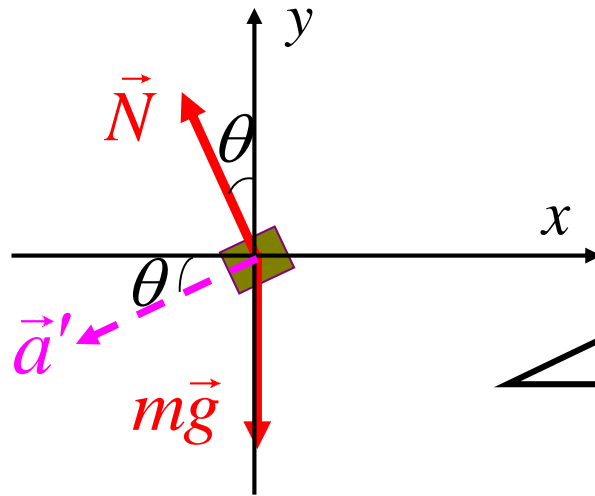


4 一质量为 m 的小滑块初始时，静止于大的质量为 M 的滑块上，如图所示，设水平地面及大滑块的斜面光滑，不计摩擦及空气阻力。求：（1）小滑块由静止下滑时，大小滑块的加速度各为多少？（2）若小滑块下滑了 h 高度，求大滑块的速度为多少？



解：

解:



$$\sum F_{mx} = ma_x \quad -N \sin \theta = m(a_0 - a' \cos \theta) \quad (1)$$

$$\sum F_{my} = ma_y \quad N \cos \theta - mg = m(-a' \sin \theta) \quad (2)$$

$$\sum F_{Mx} = Ma_x \quad N' \sin \theta = Ma_0 \quad (3)$$

$$\sum F_{My} = Ma_y \quad -N' \cos \theta - Mg + N_M = 0$$

$$N' = N \quad (4)$$

由以上几式有：

$$a_0 = \frac{mg \cos \theta \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta}$$

$$a' = \frac{(M + m) g \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta} \quad N = \frac{Mmg \cos \theta}{M + m \sin^2 \theta}$$

讨论：

$$\theta = 0 \quad a_0 = 0 \quad N = mg$$

$$\theta = 90^\circ \quad a_0 = 0 \quad a' = g$$

小滑块相对地面的加速度为

$$\begin{cases} a_x = -a' \cos \theta + a_0 \\ a_y = -a' \sin \theta \end{cases}$$

小滑块下滑 h 高度所用的时间为 $t = \sqrt{\frac{2h}{a_y}}$

大滑块的速度为 $v = a_0 t$