主领审签

## 哈尔滨工业大学2019学年春季学期近世代数试题A

题号	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	总分
分数											
阅卷人											

1. 设 A 是半群  $(S, \circ)$  的一个非空子集,G(A) 是由 A 生成的子半群,证明:  $G(A) = \{a_1 \circ a_2 \circ \cdots \circ a_n | a_i \in A, i = 1, 2, \cdots, n, n \geq 1\}$ 。 (15 分)

E 公 **一** 

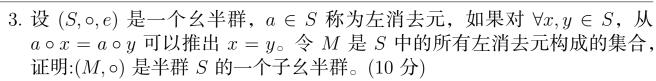
> · 封

が 小

> ₩ |

2. 设  $(S, \circ, e)$  是一个幺半群, $a \in S$ 。如果 a 有左逆  $a_l$ , $a_l$  又有左逆  $a_{l_l}$ ,证明:a 可逆并且  $a_l$  就是 a 的逆元。(10 分)

线



4. 设  $G_1$  和  $G_2$  是群 G 的两个真子群,证明:  $G_1 \cup G_2$  是 G 的子群的充分必要条件是  $G_1 \subseteq G_2$  或者  $G_2 \subseteq G_1$ 。(15 分)

线

5. 设 p 是一个素数,对  $\forall i \in Z$ ,令  $[i] = \{n|n-i=pk, k, n \in Z\}$ , $M = \{[1], [2], \cdots, [p-1]\}$ ,其中 Z 是整数集合,定义  $[i] \circ [j] = [ij]$ 。证明: $(1)(M, \circ)$  是一个群。(2) 对任何自然数 a,若 (a, p) = 1,则  $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ ,即  $a^{p-1}$  被 p 除的余数为 1。(20 分)

近世代数	2019	春季试斯
DITH TO TAX	2019	有字以政

6. 设  $Q(\sqrt[3]{2})=\{a+b\sqrt[3]{2}|a,b\in Q\}$ ,其中 Q 是有理数集合,请问  $Q(\sqrt[3]{2})$  对通常的加法和乘法是否构成一个环,为什么? (10 分)

近世代数	2019	春季试题
------	------	------