EMAIL AT: SDI2000055@DI.UOA.GR

Περιεχομενα

1. Ασκηση 2

(α) Μια ερμηνεία αποτελείται από ένα μη κενό σύνολο $|I|$ και μια συνάρτηση $\cdot^I$, η οποία αντιστοιχίζει: Κάθε σύμβολο σταθεράς c σε ένα στοιχείο $c^I \in |I|$
Αρχικά θα ορίσω το πεδίο της I. Το πεδίο περιέχει όλα τα αντικείμενα τα οποία βλέπουμε στην εικόνα. Θα αναπαραστήσω τα αντικείμενα στην ελληνική γλώσσα έτσι ώστε να μην μπερδευόμαστε με τα σύμβολα λογικής που είναι στα αγγλικά. Κάθε εικόνα μπορεί να περιέχει πολλά αντικείμενα. Εγώ διαλέγω το πεδίο να αποτελείται από το φωτόσπαθο και τον Γιόντα. Άρα έχουμε $|I| = \{\text{Γιόντα}\}$.
Ορίσαμε την ερμηνεία I έτσι ώστε να έχουν νόημα οι δωθείσες προτάσεις.

Έπειτα έχουμε τις αντιστοιχίσεις των συμβόλων σταθεράς c. Έχουμε $\text{Yoda}^I =$ Γιόντα
Η I επίσης αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος $JediMaster$ την μοναδιαία σχέση: $\{\langle\text{Γιόντα}\rangle\}$
(β)
ϕ_1: Από τις διαφάνειες για την ικανοποίηση, βλέπουμε ότι: Για ατομικούς τύπους που περιέχουν άλλα σύμβολα κατηγορημάτων δηλαδή τύπους της μορφής $P(t_1, \cdots, t_n)$ όπου P ένα $n-$αδικό σύμβολο κατηγορήματος και t_i όρους: $\models_I P(t_1, \ldots, t_n)[s]$ ανν $\langle \bar{s}(t_1), \ldots, \bar{s}(t_n)\rangle \in P^I$.
Έχουμε λοιπόν ότι $\bar{s}(\text{Yoda}) = \text{Yoda}^I =$ Γιόντα.
Επίσης έχουμε ότι $JediMaster^I = \{\langle\text{Γιόντα}\rangle\}$
Άρα όπως βλέπουμε ισχύει ότι $\langle \bar{s}(\text{Yoda})\rangle \in JediMaster^I$
Άρα η ϕ_1 ικανοποιείται από την I

ϕ_2: Από τις διαφάνειες πάλι γνωρίζουμε ότι: $\models_I (\exists x)\phi[s]$ ανν υπάρχει $d \in |I|$ τ.ώ. $\models_I \phi[s(x|d)]$. Το πεδίο της I είναι $|I| = \{\text{Γιόντα}\}$. Αν στο x ανατεθεί η τιμή Γιόντα προκύπτει: $JediMaster(x)[s(x|\text{Γιόντα})]$, ο οποίος ικανοποιείται αφού $\langle \bar{s}(Yoda)\rangle = \langle \text{Yoda}^I\rangle = \langle\text{Γιόντα}\rangle \in JediMaster^I$
Άρα η ϕ_2 ικανοποιείται από την I

ϕ_3: Βλέπουμε ότι παρόμοια με την πρόταση ϕ_2, αν έχουμε την ανάθεση $s(x|\text{Γιόντα})$ τότε $\langle \bar{s}(Yoda)\rangle = \langle Yoda^I\rangle = \langle\text{Γιόντα}\rangle \in JediMaster^I$. Και επειδή δεν έχουμε άλλη ανάθεση, τελειώσαμε, άρα ο τύπος ικανοποείται για κάθε ανάθεση $d \in |I|$, και επομένως **ο τύπος ϕ_3 ικανοποείται από την ερμηνεία I.**

2. Ασκηση 3

$P(x,x), P(G(F(v)), G(u))$
• Ξεκινάμε με $\gamma = \{\}$
− $i = 0$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(P, P)$ η οποία αναδρομικά επιστρέφει $\{\}$.
− $i = 1$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(x, G(f(v)))$. Επειδή το πρώτο όρισμα είναι το x το οποίο είναι μεταβλητή έχουμε έπειτα ότι καλείται η $Unify - Var(x = x, y = G(f(v)))$ η οποία με την σειρά της μας επιστρέφει το $\{x/G(F(v))\}$ το οποίο προσθέτουμε στο γ, και μετά τα substitutions έχουμε $P(G(F(v)), G(F(v)))(= x)$ και $P(G(F(v)), G(u))(= y)$.
− $i = 2$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(G(F(v)), G(u))$, η οποία αναφρομικά θα μπει σε δεύτερη nested loop, αφού δεν έχουμε κάποια μεταβλητή, ή σταθερά.
− Ξεκινάμε με $\gamma_2 = \{\}$
− $i = 0$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(G, G)$ η οποία αναδρομικά επιστρέφει $\{\}$
− $i = 1$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(F(v), u)$.Επειδή το δεύτερο όρισμα είναι το u το οποίο είναι μεταβλητή έχουμε έπειτα ότι καλείται η $Unify - Var(x = F(v), y = u)$ η οποία με την σειρά της μας επιστρέφει το $\{u/F(v)\}$ το οποίο προσθέτουμε στο γ_2, και μετά τα substitutions παίρνουμε $G(F(v))(= x), G(F(v))(= y)$.
− Έχουμε μήκος 1, άρα επιστρέφουμε το $\gamma_2 = \{u/F(v)\}$
$i = 2$ Συνέχεια, έχουμε $COMPOSE(\gamma, \gamma_2) = \{x/G(F(v)), u/F(v)\}$
$i = 3$ Επιστρέφουμε λόγω μήκους 2. Άρα επιστρέφουμε το γ, και έχουμε τελικώς γενικό ενοποιητή τον $MGU = \{x/G(F(v)), u/F(v)\}$, με $P(G(F(v)), G(F(v)))$, $P(G(F(v)), G(F(v)))$.

•$P(x_1, G(x_2, x_3), x_2, B), P(G(H(A, x_5), x_2), x_1, H(A, x_4), x_4)$
• Ξεκινάμε με $\gamma = \{\}$
− $i = 0$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(P, P)$ η οποία αναδρομικά επιστρέφει $\{\}$.
− $i = 1$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(x_1, G(H(A, x_5), x_2))$. Επειδή το πρώτο όρισμα είναι το x_1 το οποίο είναι μεταβλητή έχουμε έπειτα ότι καλείται η $Unify-Var(x = x_1, y = G(H(A, x_5), x_2))$ η οποία με την σειρά της μας επιστρέφει το $\{x_1/G(H(A, x_5), x_2)\}$ το οποίο προσθέτουμε στο γ, και μετά τα substitutions έχουμε
$P(G(H(A, x_5), x_2), G(x_2, x_3), x_2, B), P(G(H(A, x_5), x_2), G(H(A, x_5), x_2), H(A, x_4), x_4)$.
− $i = 2$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(G(x_2, x_3), G(H(A, x_5), x_2))$, η οποία αναφρομικά θα μπει σε δεύτερη nested loop, αφού δεν έχουμε κάποια μεταβλητή, ή σταθερά.
− Ξεκινάμε με $\gamma_2 = \{\}$
− $i = 0$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(G, G)$ η οποία αναδρομικά επιστρέφει $\{\}$
− $i = 1$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(x_2, H(A, x_5))$.Επειδή το πρώτο όρισμα είναι το x_2 το οποίο είναι μεταβλητή έχουμε έπειτα ότι καλείται η $Unify - Var(x = x_2, y = H(A, x_5))$ η οποία με την σειρά της μας επιστρέφει το $\{x_2/H(A, x_5)\}$ το οποίο προσθέτουμε στο γ_2, και μετά τα substitutions παίρνουμε $G(H(A, x_5), x_3), G(H(A, x_5), H(A, x_5))$.

— $i = 2$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(x_3, H(A, x_5))$.Επειδή το πρώτο όρισμα είναι το x_2 το οποίο είναι μεταβλητή έχουμε έπειτα ότι καλείται η $Unify - Var(x = x_3, y = H(A, x_5))$ η οποία με την σειρά της μας επιστρέφει το $\{x_3/H(A, x_5)\}$ το οποίο προσθέτουμε στο γ_2 για το οποίο πλέον έχουμε: $COMPOSE(\gamma_2, \{x_3/H(A, x_5)\}) = \{x_2/H(A, x_5), x_3/H(A, x_5)\}$, και μετά τα substitutions παίρνουμε $G(H(A, x_5), H(A, x_5))$, $G(H(A, x_5), H(A, x_5))$. Έπειτα επιστρέφουμε, αφού το εξαντλήσαμε τους μήκους 2 ατομικούς τύπους.

$i = 2$ Συνέχεια, έχουμε
$\gamma = COMPOSE(\gamma, \gamma_2) = \{x_1/G(H(A, x_5), H(A, x_5)), x_2/H(A, x_5), x_3/H(A, x_5)\}$,
και παίρνουμε
$P(G(H(A, x_5), H(A, x_5)), G(H(A, x_5), H(A, x_5)), H(A, x_5), B)$,
$P(G(H(A, x_5), H(A, x_5)), G(H(A, x_5), H(A, x_5)), H(A, x_4), x_4)$
— $i = 3$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(H(A, x_5), H(A, x_4)$, η οποία αναφρομικά θα μπει σε δεύτερη nested loop, αφού δεν έχουμε κάποια μεταβλητή, ή σταθερά.

— Ξεκινάμε με $\gamma_3 = \{\}$

— $i = 0$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(H, H)$ η οποία αναδρομικά επιστρέφει $\{\}$

— $i = 1$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(A, A)$ η οποία αναδρομικά επιστρέφει $\{\}$

— $i = 2$ έχουμε $\sigma \leftarrow Unify(x_5, x_4)$. Επειδή το πρώτο όρισμα είναι το x_5 το οποίο είναι μεταβλητή έχουμε έπειτα ότι καλείται η $Unify - Var(x = x_5, y = x_4)$ η οποία με την σειρά της μας επιστρέφει το $\{x_5/x_4\}$ το οποίο προσθέτουμε στο γ_3 για το οποίο πλέον έχουμε: $\gamma_3 = COMPOSE(\gamma_3 = \{\}, \{x_5/x_4\}) = \{x_5/x_4\}$, και μετά τα substitutions έχουμε $H(A, x_5)$ και $H(A, x_5)$. Έπειτα επιστρέφουμε αφού εξαντλήσαμε τους μήκους 2 ατομικούς τύπους.

$i = 3$ Συνέχεια, έχουμε
$\gamma = COMPOSE(\gamma, \gamma_3) = \{x_1/G(H(A, x_4), H(A, x_4)), x_2/H(A, x_4), x_3/H(A, x_4), x_5/x_4\}$,
και παίρνουμε
$P(G(H(A, x_4), H(A, x_4)), G(H(A, x_4), H(A, x_4)), H(A, x_4), B)$,
$P(G(H(A, x_4), H(A, x_4)), G(H(A, x_4), H(A, x_4)), H(A, x_4), x_4)$.
— $i = 4$.Εχουμε $\sigma \leftarrow Unify(B, x_4)$. Επειδή το δεύτερο όρισμα είναι το x_4 το οποίο είναι μεταβλητή έχουμε έπειτα ότι καλείται η $Unify - Var(x = x_4, y = B)$ η οποία με την σειρά της μας επιστρέφει το $\{x_4/B\}$ το οποίο προσθέτουμε στο γ, και παίρνουμε $\gamma =$
$COMPOSE(\gamma, \gamma_4) =$
$\{x_1/G(H(A, B), H(A, B)), x_2/H(A, B), x_3/H(A, B), x_5/B, x_4/B\}$, και παίρνουμε:
$P(G(H(A, B), H(A, B)), G(H(A, B), H(A, B)), H(A, B), B)$,
$P(G(H(A, B), H(A, B)), G(H(A, B), H(A, B)), H(A, B), B)$.

$i = 5$ Επιστρέφουμε λόγω μήκους 4. Άρα επιστρέφουμε το γ, και έχουμε τελικώς γενικό ενοποιητή τον
$MGU = \{x_1/G(H(A, B), H(A, B)), x_2/H(A, B), x_3/H(A, B), x_5/B, x_4/B\}$, με
$P(G(H(A, B), H(A, B)), G(H(A, B), H(A, B)), H(A, B), B)$,
$P(G(H(A, B), H(A, B)), G(H(A, B), H(A, B)), H(A, B), B)$.

$\bullet P(x_1, x_2, \cdots, x_n, F(y_0, y_0), \cdots, F(y_{n-1}, y_{n-1}), y_n)$ και
$P(F(x_0, x_0), F(x_1, x_1), \cdots, F(x_{n-1}, x_{n-1}, y_1 \cdots y_n, x_n)$
$\bullet \gamma = \{\}$
$-\quad i = 0\ Unify(P, P)$,επιστρέφει $\{\}$
$-\quad i = 1, Unify(x_1, F(x_0, x_0))$ και επειδή x_1 μεταβλητή έχουμε $Unify{-}Var(x_1, F(x_0, x_0))$
άρα $\gamma = \{x_1/F(x_0, x_0)\}$ και μετά τα substituions που παίρνουμε
$P(F(x_0, x_0), x_2, \cdots, x_n, F(y_0, y_0), \cdots, F(y_{n-1}, y_{n-1}), y_n)$ και
$P(F(x_0, x_0), F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0)), \cdots, F(x_{n-1}, x_{n-1}, y_1 \cdots y_n, x_n)$
$-\quad i = 2,\ Unify(x_2, F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0)))$ και επειδή x_2 μεταβλητή έχουμε $Unify - Var(x_2, F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0)))$ άρα $\gamma = \{x_2/F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0))\}$
και μετά τα substituions που παίρνουμε
$P(F(x_0, x_0), F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0)), \cdots, x_n, F(y_0, y_0), \cdots, F(y_{n-1}, y_{n-1}), y_n)$ και

$P(F(x_0, x_0), F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0)), F(F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0)), F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0))), \cdots$
$F(x_{n-1}, x_{n-1}, y_1 \cdots y_n, x_n)$
Ομοίως και τις υπόλοιπες. Τώρα όταν:
$-\quad i = n$ θα έχουμε $Unify(x_n, F(x_{n-1}, x_{n-1}))$ η οποία θα παράξει μια ανάθεση στην οποία τα x_{n-1} θα έχουν αντικατασταθεί από ένα προηγούμενο βήμα με μια μορφή ανάθεσης: $x_{n-1} = F(F(F(F(...))), F(F(F(...)))) = subst_{n-1}$, άρα θα έχουμε $\{x_n/F(subst_{n-1}, subst_{n-1})\}$.
$-\quad i = n + 1$ θα έχουμε $Unify(F(y_{n-1}, y_{n-1}), y_1)$ άρα $\{y_1/F(y_{n-1}, y_{n-1})\}$
Τώρα η ίδια διαδικασία θα συνεχιστεί όπως παραπάνω, με τελική ανάθεση $\{y_0/x_0\}$, η οποία προκύπτει από την τελική κλήση στην οποία η $Unify$ θα έχει μια μορφή: $Unify(F(F(...F(y_0, y_0), ...F(y_0, y_0))), F(F(...F(x_0, x_0), ...F(x_0, x_0)))).$
Τελικώς λοιπόν παίρνουμε τον γενικό ενοποιητή:
$MGU = \{x_1/F(x_0, x_0), x_2/F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0)),$
$x_3/F(F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0)), F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0))),$
$x_n/F(\quad \underbrace{F(F(...}_{\text{n-1 times}}(x_0, x_0), \underbrace{F(F(...}_{\text{n-1 times}}(x_0, x_0) \quad)$
$y_1/F(x_0, x_0), y_2/F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0)),$
$y_3/F(F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0)), F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0))),$
$y_n/F(\quad \underbrace{F(F(...}_{\text{n-1 times}}(x_0, x_0), \underbrace{F(F(...}_{\text{n-1 times}}(x_0, x_0) \quad),$
$y_0/x_0\}$

3. Ασκηση 4

(a) Θα ξεκινήσω ορίζοντας τα σύμβολα σταθερών, στα ελληνικά. Αρχικά, έχουμε όλα τα ονόματα από τα άτομα που περιέχονται στις προτάσεις, και ακόμα τα οικονομικοκοινωνικά μοντέλα. Επομένως έχουμε ότι τα σύμβολα σταθερών είναι: *Κυριάκος, Αλέξης, Φώτης, Σοσιαλισμός, Καπιταλισμός.*

Προχωράμε ορίζοντας τα σύμβολα κατηγορημάτων.

Από την πρόταση i έχουμε το κατηγόρημα $\texttt{memberOfCorona}(x)$, για να δηλώσουμε ότι κάποιος ανήκει στο κόμμα ΚΟΡΩΝΑ.

Από την πρόταση ii έχουμε 2 μοναδιαία κατηγορήματα, $\texttt{rightWing}(x)$ για να δηλώσουμε ότι κάποιος είναι δεξιός, και $\texttt{libertarian}(x)$ για να δηλώσουμε ότι κάποιος είναι φιλελεύθευρος.

Από την πρόταση iii έχουμε το δυαδικό κατηγόρημα $\texttt{likes}(x, y)$ για να δηλώσουμε ότι σε ένα άτομο x αρέσει ένα αντικείμενο y.

Συνεχίζοντας στις προτάσεις βλέπουμε ότι εξαντλήσαμε τα κατηγορήματα τα οποία ενδέχεται να χρειαζόμαστε, άρα είμαστε σε θέση να μετατρέχουμε τις προτάσεις σε First Order Logic (FOL).

$i)$ $\texttt{memberOfCorona}(\text{Κυριάκος}), \texttt{memberOfCorona}(\text{Αλέξης}), \texttt{memberOfCorona}(\text{Φώφη})$, διασπώντας την πρόταση σε 3 διαφορετικά facts
$ii)$ $(\forall x)(\neg\texttt{rightWing}(x) \land \texttt{memberOfCorona}(x) \Rightarrow \texttt{liberatarian}(x))$
$iii)$ $(\forall x)(\texttt{rightWing}(x) \Rightarrow \neg\texttt{likes}(x, \text{Σοσιαλισμός}))$
$iv)$ $(\forall x)(\neg\texttt{likes}(x, \text{Καπιταλισμός}) \Rightarrow \neg\texttt{liberatarian}(x))$
$v)$ $(\forall x)(\texttt{likes}(\text{Κυριάκος}, x) \Rightarrow \neg\texttt{likes}(\text{Αλέξης}, x)$
$\land\ (\neg\texttt{likes}(\text{Αλέξης}, x)) \Rightarrow \texttt{likes}(\text{Κυριάκος}, x))$
$vi)$ $\texttt{likes}(\text{Αλέξης,Καπιταλισμός})$, $\texttt{likes}(\text{Αλέξης,Σοσιαλισμός})$
Αυτές οι προτάσεις συνιστούν την βάση γνώσης KB.

$vii)$ $(\exists x)(\texttt{memberOfCorona}(x) \land \texttt{libertarian}(x) \land \neg\texttt{rightWing}(x)) = \phi$

(b)

Για να χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα συμπερασμού της ανάλυσης, θα πρέπει να μετατρέψουμε τις προτάσεις μας σε μορφή CNF. Σύμφωνα με τους κανόνες για μετατροπή σε CNF, έχουμε ότι:
• Στην πρόταση (ii) απαλοίφουμε την συνεπαγωγή άρα έχουμε:
$ii \equiv (\forall x)(\neg(\neg\texttt{rightWing}(x) \land \texttt{memberOfCorona}(x)) \lor \texttt{liberatarian}(x)) \equiv$
$(\forall x)(\texttt{rightWing}(x) \lor \neg\texttt{memberOfCorona}(x) \lor \texttt{liberatarian}(x))$ και με απαλοιφή καθ.ποσοδείκτη, τελικώς:
$\texttt{rightWing}(x) \lor \neg\texttt{memberOfCorona}(x) \lor \texttt{liberatarian}(x)$

• Στην πρόταση (iii) όπως και στην (ii), απαλοίφοντας της συνεπαγωγή και τον καθολικό ποσοδείκτη έχουμε τελικώς: $\neg\texttt{rightWing}(x) \lor \neg\texttt{likes}(x, \text{Σοσιαλισμός})$

• Στην πρόταση (iv) όπως και στην (ii), (iii), απαλοίφοντας της συνεπαγωγή και τον καθολικό ποσοδείκτη έχουμε τελικώς: $\texttt{likes}(x, \text{Καπιταλισμός}) \lor \neg\texttt{liberatarian}(x)$

• Στην πρόταση (v) όπως και στην (ii), (iii), (iv), απαλοίφοντας της συνεπαγωγή και τον καθολικό ποσοδείκτη έχουμε τελικώς: $\neg\texttt{likes}(\text{Κυριάκος}, x) \lor \neg\texttt{likes}(\text{Αλέξης}, x)$, και $\texttt{likes}(\text{Αλέξης}, x) \lor \texttt{likes}(\text{Κυριάκος}, x)$

Για να αποδείξουμε τώρα την πρόταση ϕ, θα πρέπει να πάρουμε την άρνησή της, να την προσθέσουμε στην βάση γνώσης και να φτάσουμε σε contradiction.
Έχουμε $\neg\phi = \neg((\exists x)(\texttt{memberOfCorona}(x) \land \texttt{libertarian}(x) \land \neg\texttt{rightWing}(x))) =$

$(\forall x)(\neg\texttt{memberOfCorona}(x) \vee \neg\texttt{libertarian}(x) \vee \texttt{rightWing}(x))$, και αφαιρώντας τον καθολικό ποσοδείκτη για μετατροπή σε CNF και προσθήκη στην KB, έχουμε: $\neg\texttt{memberOfCorona}(x) \vee \neg\texttt{libertarian}(x) \vee \texttt{rightWing}(x)$.
Άρα έχουμε τελικώς την KB:
$\texttt{memberOfCorona}(\text{Κυριάκος}),\quad (1)$
$\texttt{memberOfCorona}(\text{Αλέξης})\quad (2)$
$\texttt{memberOfCorona}(\text{Φώφη})\quad (3)$
$\texttt{rightWing}(x) \vee \neg\texttt{memberOfCorona}(x) \vee \texttt{liberatarian}(x)\quad (4)$
$\neg\texttt{rightWing}(x) \vee \neg\texttt{likes}(x, \text{Σοσιαλισμός})\quad (5)$
$\texttt{likes}(x, \text{Καπιταλισμός}) \vee \neg\texttt{liberatarian}(x)\quad (6)$
$\neg\texttt{likes}(\text{Κυριάκος}, x) \vee \neg\texttt{likes}(\text{Αλέξης}, x)\quad (7)$
$\texttt{likes}(\text{Αλέξης}, x) \vee \texttt{likes}(\text{Κυριάκος}, x)\quad (8)$
$\neg\texttt{memberOfCorona}(x) \vee \neg\texttt{libertarian}(x) \vee \texttt{rightWing}(x)\quad (9)$
$\texttt{likes}(\text{Αλέξης,Καπιταλισμός})\quad (10)$
$\texttt{likes}(\text{Αλέξης,Σοσιαλισμός})\quad (11)$
Από την (11) και την (5) βγάζουμε ότι $\neg\texttt{rightWing}(\text{Αλέξης})\quad (12)$ με αντικατάσταση $x/\text{Αλέξης}$.
Από την (12) και την (4) βγάζουμε ότι $\neg\texttt{memberOfCorona}(\text{Αλέξης}) \vee \texttt{liberatarian}(\text{Αλέξης})$
Από την (13) και την (2) βγάζουμε ότι $\texttt{liberatarian}(\text{Αλέξης})\quad (14)$
Από την (12) και την (9) βγάζουμε ότι $\neg\texttt{memberOfCorona}(\text{Αλέξης}) \vee \neg\texttt{libertarian}(\text{Αλέξης})$ με αντικατάσταση $x/\text{Αλέξης}$.
Από την (15) και την (2) βγάζουμε ότι $\neg\texttt{libertarian}(\text{Αλέξης})\quad (16)$
Από την (14) και την (16) βγάζουμε $\varnothing$ επομένως φτάσαμε σε contradiction και επομένως αποδείξαμε την ότι $KB \vDash \phi$.

(c)

Για να βρούμε την απάντηση, απλά αλλάζουμε αυτό που θέλουμε να αποδείξουμε, προσθέτοντας ένα λεκτικό απάντησης για την απάντηση, δηλαδή πλέον προσπαθούμε προσθέτουμε στην KB την διάζευξη $\texttt{Ans}(x) \vee \neg\phi$ και την μετρατρέπουμε σε CNF. Αυτό σημαίνει ότι η KB μας είναι πλέον:
$\texttt{memberOfCorona}(\text{Κυριάκος}),\quad (1)$
$\texttt{memberOfCorona}(\text{Αλέξης})\quad (2)$
$\texttt{memberOfCorona}(\text{Φώφη})\quad (3)$
$\texttt{rightWing}(x) \vee \neg\texttt{memberOfCorona}(x) \vee \texttt{liberatarian}(x)\quad (4)$
$\neg\texttt{rightWing}(x) \vee \neg\texttt{likes}(x, \text{Σοσιαλισμός})\quad (5)$
$\texttt{likes}(x, \text{Καπιταλισμός}) \vee \neg\texttt{liberatarian}(x)\quad (6)$
$\neg\texttt{likes}(\text{Κυριάκος}, x) \vee \neg\texttt{likes}(\text{Αλέξης}, x)\quad (7)$
$\texttt{likes}(\text{Αλέξης}, x) \vee \texttt{likes}(\text{Κυριάκος}, x)\quad (8)$
$\neg\texttt{memberOfCorona}(x) \vee \neg\texttt{libertarian}(x) \vee \texttt{rightWing}(x) \vee \texttt{Ans}(x)\quad (9)$
$\texttt{likes}(\text{Αλέξης,Καπιταλισμός})\quad (10)$
$\texttt{likes}(\text{Αλέξης,Σοσιαλισμός})\quad (11)$
Ακολουθώντας ίδια τακτική με το (b) καταλήγουμε στην φράση $\texttt{Ans}(\text{Αλέξης})$ που περιέχει μόνο το λεκτικό απάντηση, το οποίο περιέχει την σταθερά απάντησης, η

οποία είναι η απάντηση στο ερώτημα που θέσαμε μέσω της ϕ. Επομένως δείξαμε ότι το μέλος του κόμματος ΚΟΡΩΝΑ που είναι φιλελεύθερος αλλά δεν είναι δεξιός είναι ο Αλέξης.

4. Ασκηση 5

(a)
$A : (\forall x)(\forall s)(\forall t)(In(x,s) \land In(x,t) \iff In(x, Intersection(s,t)))$
Απαλοιφή διπλής συνεπαγωγής και μετά επαγωγών.
$(\forall x)(\forall s)(\forall t)((In(x,s) \land In(x,t) \Rightarrow In(x, Intersection(s,t))) \land (In(x, Intersection(s,t)) \Rightarrow$
$(In(x,s) \land In(x,t)))) \equiv$
$(\forall x)(\forall s)(\forall t)((\neg(In(x,s) \land In(x,t)) \lor In(x, Intersection(s,t))) \land (\neg In(x, Intersection(s,t)) \lor$
$(In(x,s) \land In(x,t))))$
Μετακίνηση των αρνήσεων προς τα μέσα:
$(\forall x)(\forall s)(\forall t)(((\neg In(x,s) \lor \neg In(x,t)) \lor In(x, Intersection(s,t))) \land (\neg In(x, Intersection(s,t)$
$(In(x,s) \land In(x,t))))$
Απαλοιφή των καθολικών ποσοδεικτών:
$((\neg In(x,s) \lor \neg In(x,t)) \lor In(x, Intersection(s,t))) \land (\neg In(x, Intersection(s,t)) \lor$
$(In(x,s) \land In(x,t)))$
Τώρα έχουμε μια προβληματική σύζευξη εντός της διάζευξης. Άρα πρέπει να εφαρμόσουμε επιμερηστική ιδιότητα, και παίρνουμε:
$((\neg In(x,s) \lor \neg In(x,t)) \lor In(x, Intersection(s,t))) \land ((\neg In(x, Intersection(s,t)) \lor$
$In(x,s)) \land (\neg In(x, Intersection(s,t)) \lor In(x,t)))$
Τέλος, απαλοίφωντας τις παρενθέσεις, παίρνουμε τελικώς:
$(\neg In(x,s) \lor \neg In(x,t) \lor In(x, Intersection(s,t))) \land (\neg In(x, Intersection(s,t)) \lor$
$In(x,s)) \land (\neg In(x, Intersection(s,t)) \lor In(x,t))$
και τώρα αφαιρούμε τις διαζεύξεις (ακόμα εννούνται ωστόσο) και έχουμε τις τρεις φράσεις σε CNF:
•$\neg In(x,s) \lor \neg In(x,t) \lor In(x, Intersection(s,t))$
•$\neg In(x, Intersection(s,t)) \lor In(x,s)$
•$\neg In(x, Intersection(s,t)) \lor In(x,t)$

$B : (\forall s)(\forall t)((\forall x)(In(x,s) \Rightarrow In(x,t)) \Rightarrow SubsetOf(s,t))$
Απαλοιφή των συνεπαγωγών:
$(\forall s)(\forall t)(\neg(\forall x)(\neg In(x,s) \lor In(x,t)) \lor SubsetOf(s,t))$
Φέρνοντας την άρνηση προς τα μέσα:
$(\forall s)(\forall t)((\exists x)(In(x,s) \land \neg In(x,t)) \lor SubsetOf(s,t))$
Skolemization:
$(\forall s)(\forall t)((In(F(s,t),s) \land \neg In(F(s,t),t)) \lor SubsetOf(s,t))$
Μετά έχουμε απαλοιφή καθολικών ποσοδεικτών, και παίρνουμε:
$(In(F(s,t),s) \land \neg In(F(s,t),t)) \lor SubsetOf(s,t)$
Και τέλος με την επιμεριστική ιδιότητα λαμβάνουμε:
$(In(F(s,t),s) \lor SubsetOf(s,t)) \land (\neg In(F(s,t),t) \lor SubsetOf(s,t))$
Και οι δύο φράσεις που προκύπτουν είναι:

•$In(F(s,t),s) \vee SubsetOf(s,t)$
•$\neg In(F(s,t),t) \vee SubsetOf(s,t)$

$C : (\forall s)(\forall t)(SubsetOf(Intersection(s,t),s))$
Για την $\neg C$ έχουμε: $\neg(\forall s)(\forall t)(SubsetOf(Intersection(s,t),s))$
Μετακίνηση της άρνησης προς τα μέσα:
$(\exists s)(\exists t)(\neg SubsetOf(Intersection(s,t),s))$
Και επειδή δεν υπάρχει κάπου καθολική μεταβλητή, αντικαθιστούμε τους υπαρξιακούς ποσοδείκτες με σταθερές Skolem. Αντικαθιστώντας τον υπαρξιακό ποσοδείκτη για το s με S, και για το t με T, λαμβάνουμε την φράση:
•$\neg SubsetOf(Intersection(S,T),S)$

(b)
Η KB μας είναι:
•$\neg In(x,s) \vee \neg In(x,t) \vee In(x,Intersection(s,t))$ (1)
•$\neg In(x,Intersection(s,t)) \vee In(x,s)$ (2)
•$\neg In(x,Intersection(s,t)) \vee In(x,t)$ (3)
•$In(F(s,t),s) \vee SubsetOf(s,t)$ (4)
•$\neg In(F(s,t),t) \vee SubsetOf(s,t)$ (5)
•$\neg SubsetOf(Intersection(S,T),S)$ (6)
Από την (4) και την (6) με αντικατάσταση: $\{s/Intersection(S,T),t/S\}$, βγάζουμε:
$In(F(Intersection(S,T),S),Intersection(S,T))$ (7)
Από την (7) και την (2) με αντικατάσταση: $\{x/F(Intersection(S,T),s/S,t/T\}$ βγάζουμε: $In(F(Intersection(S,T),S),S)$ (8)
Από την (8) και την (5) με αντικατάσταση: $\{s/Intersection(S,T),t/S\}$, βγάζουμε:
$SubsetOf(Intersection(S,T),S)$ (9)
Από τις (9) και (6) βγάζουμε $\varnothing$ χρησιμοποιώντας την κενή αντικατάσταση. Άρα το αποδείξαμε.

5. Ασκηση 6

Αρχικά για να αναπαραστήσω τις προτάσεις χρησιμοποιώντας φράσεις Horn, χρησιμοποιώ τα παρακάτω σύμβολα κατηγορημάτων και σύμβολα σταθερών:

Σύμβολα σταθερών

Ελένη $= Helen$
Γιάννης $= John$
Πέτρος $= Peter$
Τίμος $= Timothee$
Κατερίνα $= Catherine$

Σύμβολα κατηγορημάτων

•$Likes(x,y) \mapsto$ ο y αρέσει στον x
•$Pretty(x) \mapsto$ ο x είναι όμορφος

$\bullet Man(x) \mapsto$ ο x είναι άντρας
$\bullet Woman(x) \mapsto$ ο x είναι γυναίκα
$\bullet Rich(x) \mapsto$ ο x είναι πλούσιος
$\bullet Muscular(x) \mapsto$ ο x είναι μυώδης
$\bullet Kind(x) \mapsto$ ο x είναι ευγενικός
$\bullet Happy(x) \mapsto$ ο x είναι χαρούμενος

Άρα έχουμε ότι οι δωθείσες προτάσεις μπορούν να εκφραστούν με τα παραπάνω κατηγορήματα ως εξής:
$Pretty(Helen)$ (πρόταση 1)
$Pretty(John)$ (πρόταση 2)
$Rich(John)$ (πρόταση 2)
$Muscular(Peter)$ (πρόταση 3)
$Rich(Peter)$ (πρόταση 3)
$Muscular(Timothee)$ (πρόταση 4)
$Kind(Timothee)$ (πρόταση 4)
$Man(x) \wedge Woman(y) \wedge Pretty(y) \Rightarrow Likes(x, y)$ (πρόταση 5)
$Rich(x) \Rightarrow Happy(x)$ (πρόταση 6)
$Man(x) \wedge Woman(y) \wedge Likes(y, x) \wedge Likes(x, y) \Rightarrow Happy(x)$ (πρόταση 7)
$Man(x) \wedge Woman(y) \wedge Likes(y, x) \wedge Likes(x, y) \Rightarrow Happy(y)$ (πρόταση 8)
$Man(x) \wedge Likes(x, Catherine) \Rightarrow Likes(Catherine, x)$ (πρόταση 9)
$Man(x) \wedge Kind(x) \wedge Rich(x) \Rightarrow Likes(Helen, x)$ (πρόταση 10)
$Man(x) \wedge Muscular(x) \wedge Pretty(x) \Rightarrow Likes(Helen, x)$ (πρόταση 10)
Και οι προτάσεις που χρειαζόμαστε οι οποίες δεν αναφέρονται ρητά:
$Man(John), Man(Peter), Man(Timothee), Woman(Helen), Woman(Catherine)$
Και τελειώσαμε να ορίζουμε την KB.
Για τους αλγορίθμους θα πάω με forward-chaining για το πρώτο ερώτημα, και backward-chaining για το δεύτερο ερώτημα.

Από τα γεγονότα: $Pretty(Helen), Man(John), Woman(Helen), Man(x) \wedge Woman(y) \wedge Pretty(y) \Rightarrow Likes(x, y)$ βγάζουμε αποτέλεσμα: $Likes(John, Helen)$ με ανάθεση $\{x/John, y/Helen\}$

Από τα γεγονότα: $Pretty(Helen), Man(Peter), Woman(Helen), Man(x) \wedge Woman(y) \wedge Pretty(y) \Rightarrow Likes(x, y)$ βγάζουμε αποτέλεσμα: $Likes(Peter, Helen)$ με ανάθεση $\{x/Peter, y/Helen\}$

Από τα γεγονότα: $Pretty(Helen), Man(Timothee), Woman(Helen), Man(x) \wedge Woman(y) \wedge Pretty(y) \Rightarrow Likes(x, y)$ βγάζουμε αποτέλεσμα: $Likes(Timothee, Helen)$ με ανάθεση $\{x/Timothee, y/Helen\}$

Από τα γεγονότα: $Man(Timothee), Woman(Helen), Man(x) \wedge Woman(y) \wedge Pretty(y) \Rightarrow Likes(x, y)$ βγάζουμε αποτέλεσμα: $Likes(Timothee, Helen)$ με ανάθεση $\{x/Timothee, y/Helen\}$.

Επομένως καταλήγουμε ότι **η Ελένη αρέσει στον Πέτρο, το Τίμο και τον Γιάννη**.

Ποιός είναι ευτυχισμένος;

Με χρήση backwards chaining, ψάχνουμε για το $Happy(x)$. Από την πρόταση (6) γνωρίζουμε ότι $Rich(x) \Rightarrow Happy(x)$, και επειδή $Rich(John)$ (2) και $Rich(Peter)$ (3), βγάζουμε τα αποτελέσματα ότι οι ευτυχισμένοι είναι **ο Πέτρος και ο Γιάννης**.

6. Άσκηση 7

Τα αρχεία εισόδου και εξόδου βρίσκονται στον φάκελο παράδωσης.

7. Άσκηση 8

(a)

Για την μοντελοποίηση της οντολογίας αρχικά θα πρέπει να μοντελοποιήσουμε τις σχέσεις που αναφέρονται στο υπόμνημα του σχήματος, δηλαδή θα χρησιμοποιήσουμε κατηγορήματα για να αναπαραστήσουμε τα: $subClassOf(x, y)$ (ένα αντικείμενο x είναι υποκλάση της y) και $belongsTo(x, y)$ (η y διαιρείται στην x).
Έχουμε λοιπόν, από τα κόκκινα βέλη, προς τα κάτω:
$belongsTo(DecentralizedAdministration, Country)$
$belongsTo(Region, DecentralizedAdministration)$
$belongsTo(RegionalUnit, Region)$
$belongsTo(Municipality, RegionalUnit)$
$belongsTo(MunicipalityUnit, Municipality)$
$belongsTo(LocalCommunity, MunicipalityUnit)$
$belongsTo(MunicipalCommunity, MunicipalityUnit)$
Για τα μπλε:
$subClassOf(Country, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(DecentralizedAdministration, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(Region, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(RegionalUnit, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(Municipality, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(MunicipalityUnit, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(MunicipalCommunity, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(LocalCommunity, AdministrativeUnit)$
Επίσης ισχύουν οι παρακάτω ιδιότητες:
$\forall x, y, z(subClassOf(x, y) \wedge subClassOf(y, z) \Rightarrow subClassOf(x, z))$
$\forall x, y, z(belongsTo(x, y) \wedge belongsTo(y, z) \Rightarrow belongsTo(x, z))$

(b)

Στα προαναφερθέντα κατηγορήματα ορίζουμε επίσης το: $In(x, y)$ για να δηλώσουμε ότι το αντικείμενο x είναι στοιχείο της κλάσης y.
Έχουμε επομένως:

$In(Country, Class)$
$In(DecentralizedAdministration, Class)$
$In(Region, Class)$
$In(RegionalUnit, Class)$
$In(Municipality, Class)$
$In(MunicipalityUnit, Class)$
$In(MunicipalCommunity, Class)$
$In(LocalCommunity, Class)$
και επίσης ισχύει ότι:
$\forall x, y, z(In(x, Class) \wedge In(y, Class) \wedge In(z, x) \wedge subClassOf(x, y)) \Rightarrow In(z, y))$
(c)
Αφού το αντικείμενο $MunicipalityOfAthens$ είναι αντικείμενο της $Municipality$, θα πρέπει να αναπαραστήσουμε την σχέση με το κατηγόρημα που ορίσαμε στο (b) άρα έχουμε ότι $In(MunicipalityOfAthens, Municipality)$.
Στο αρχείο askisi8_prover9_sdi2000055 έχω ορίσει τις προαναφθείσες προτάσεις στα assumptions και τον στόχο στο goals (αντίθετα με την άσκηση 7 στην οποία όριζα τον στόχο ως assumption, όμως προφανώς negated). Το αρχείο εισόδου είναι δωσμένο, όπως και το αρχείο εξόδου, askisi8_prover9_sdi2000055.proof.