

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

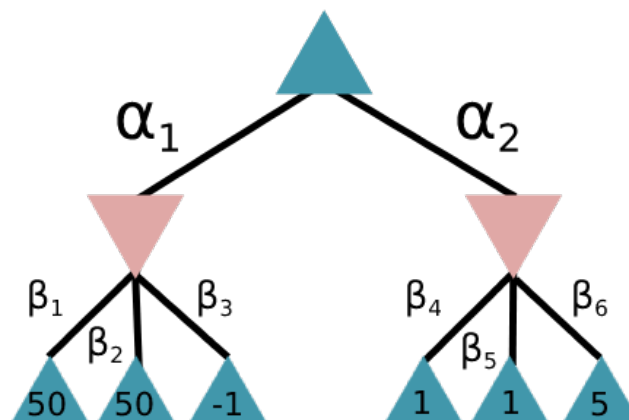
1. Άσκηση 1	1
2. Άσκηση 2	2
3. Άσκηση 3	3
4. Άσκηση 4	4

1. ΑΣΚΗΣΗ 1

Αν ο κόμβος MIN είναι βέλτιστος τότε επιλέγει πάντα το παιδί κόμβο που έχει την ελάχιστη χρησιμότητας (utility). Αν δεν παίζει βέλτιστα, τότε σίγουρα θα επιλέξει έναν κόμβο παιδί με μεγαλύτερη ή ίση χρησιμότητα του βέλτιστου. Επειδή ο ΜΑΞ παίζει βέλτιστα, επιλέγει πάντα την μεγαλύτερη τιμή εκ των χρησιμοτήτων των παιδιών κόμβων του. Επομένως μια μη βέλτιστη επιλογή ενός MIN κόμβου, μπορεί να επιφέρει μόνο αύξηση στην τιμή (και ποτέ μείωση). Άρα η χρησιμότητα του ΜΑΞ δεν θα επηρεαστεί και θα είναι είτε ίση με την επιλογή που θα γινόταν αν ο MIN έπαιζε βέλτιστα, είτε μεγαλύτερη αν ο MIN δεν παίζει βέλτιστα.

β) Μπορείτε να βρείτε ένα δένδρο παιχνιδιού στο οποίο ο ΜΑΞ μπορεί να τα καταφέρει ακόμα καλύτερα χρησιμοποιώντας μια μη βέλτιστη (suboptimal) στρατηγική εναντίον ενός μη βέλτιστου MIN.

Πράγματι μπορούμε να δούμε στο παρακάτω ένα δέντρο το οποίο να ικανοποιεί την παραπάνω ερώτηση.



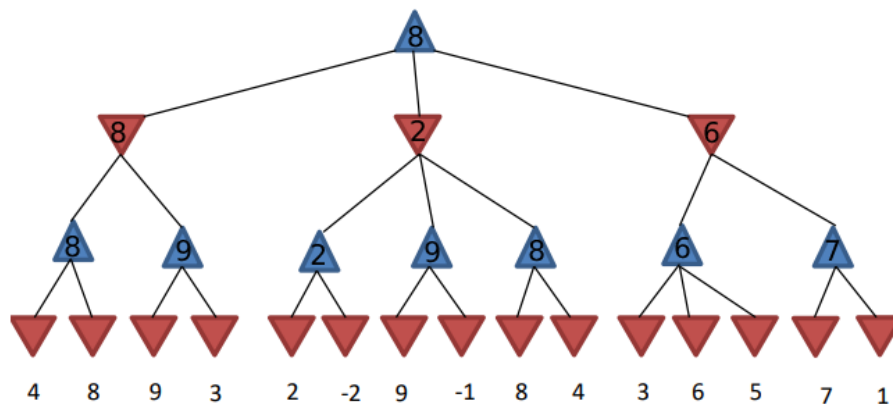
Αν ο MIN ήταν βέλτιστος θα επέλεγε τις τιμές -1 και 1 (β_3 και β_4 ή β_5 αντίστοιχα) άρα για το ΜΑΞ θα είχαμε $\max\{-1, 1\} = 1$ άρα ο ΜΑΞ θα επέλεγε το α_2 .

Αν όμως υποθέσουμε ότι ο MIN μπορεί να μην κάνει την βέλτιστη επιλογή τότε μπορεί να επιλέξει το β_1 ή β_2 από το α_1 και οποιαδήποτε τιμή από το α_2 . Άρα ο ΜΑΞ

που είναι βέλτιστος θα επέλεγε τώρα το α_1 , το οποίο πράγματι θα είχε μεγαλύτερη χρησιμότητα από αυτήν που επιλέχθηκε από έναν βέλτιστο MIN.

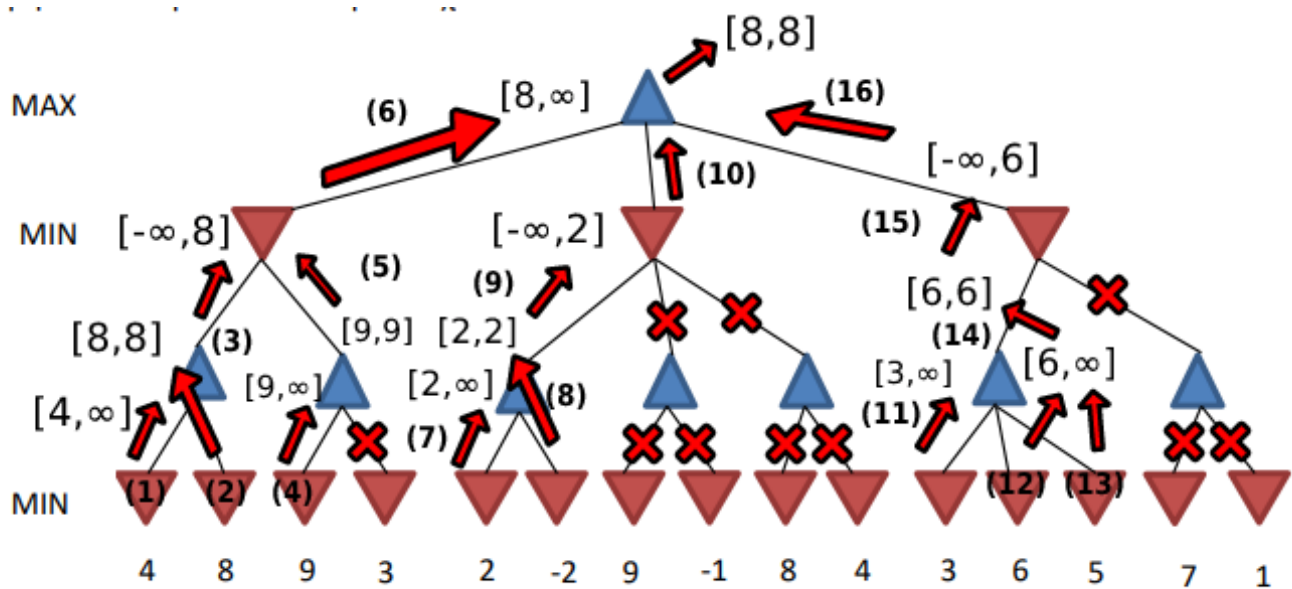
2. ΑΣΚΗΣΗ 2

α)



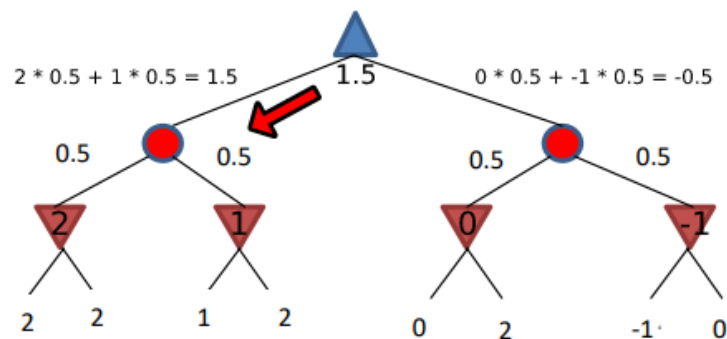
β) Οι κόμβοι max επιλέγουν τον κόμβο με την μεγαλύτερη τιμή από τους κόμβους παιδιά, ενώ οι κόμβοι min κάνουν το αντίθετο. Όπως φαίνεται και από το (α), η τιμή που επιλέγεται είναι το 8.

γ) Οι αριθμοί στην παρένθεση δείχνουν την σειρά με την οποία κινούνται τα βέλη, δηλαδή το τι επιστρέφεται από τους κόμβους κατά την κλήση των αναδρομικών συναρτήσεων (οι οποίοι κινούνται με τρόπο όπως στην αναζήτηση κατά βάθος). Τέλος, οι ακμές σημειωμένες με το Ξ δεν θα επισκεφθούν από τον αλγόριθμο.



3. ΑΣΚΗΣΗ 3

α)



β)

Αν δεν μας έχουν δωθεί οι τιμές για τα δύο τελευταία φύλλα, τότε αν αυτοί λάβουν πολύ μεγάλες τιμές, ο κόμβος τύχης μπορεί να λάβει μια πολύ μεγάλη τιμή με αποτέλεσμα να επιλεγεί η δεξιά διαδρομή για τον κόμβο max παραπάνω. Επομένως θα πρέπει να υπολογίσουμε και τις δύο τιμές για να βγάλουμε ένα σωστό αποτέλεσμα. Αν δεν μας έχει δωθεί η τιμή του τελευταίου κόμβου τότε, αν η τιμή είναι μεγαλύτερη από το -1 δεν μας επηρεάζει αφού δεν θα επιλεγεί από τον κόμβο min και θα έχουμε ίδια συμπεριφορά με αυτήν στο (α). Αν από την άλλη η τιμή είναι μικρότερη από -1, τότε θα επιλεγεί αυτή η τιμή από τον κόμβο (δηλαδή αυτή του 8ου φύλλου) με αποτέλεσμα η τιμή που θα λάβει ο κόμβος τύχης να είναι ακόμα μικρότερη και τελικώς οδηγεί στο ότι ο κόμβος αυτός δεν θα επιλεγεί από τον κόμβο max. Άρα δεν είναι υποχρεωτικός ο υπολογισμός του 8ου φύλλου.

γ)

Αρχικά από την εκφώνηση γνωρίζουμε ότι τα φύλλα μπορούν να λάβουν τιμές στο $[-2, 2]$. Αφού αποτιμήσουμε τα πρώτα δύο φύλλα λαμβάνουμε ότι η ελάχιστη τιμή τους είναι το 2. Άρα τώρα θα εξετάσουμε τις περιπτώσεις αποτιμήσεων για τις διάφορες τιμές των φύλλων 3,4.

- Αν τουλάχιστον ένα από τα δύο φύλλα έχουν την ελάχιστη τιμή τους ίση με -2, τότε ο κόμβος θα επιλέξει την τιμή αυτή ως ελάχιστη με αποτέλεσμα να έχουμε: $2 * 0.5 + (-2) * 0.5 = 0$

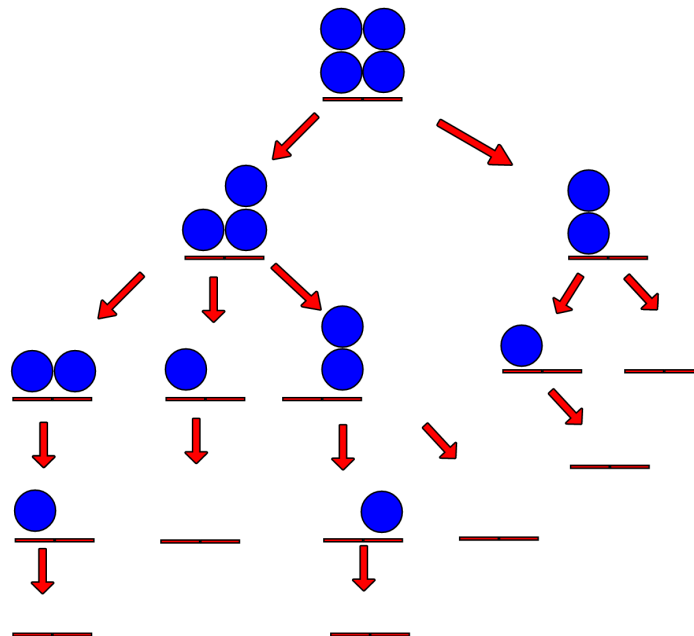
- Αν και τα δύο έχουν τιμή ίση με την μέγιστη, δηλαδή 2, τότε η ελάχιστη τιμή που θα επιλέξει ο κόμβος θα είναι το 2, με αποτέλεσμα να έχουμε: $2 * 0.5 + 2 * 0.5 = 2$. Άρα οι δυνατές τιμές του αριστερού κόμβου τύχης είναι $[0, 2]$.

δ)

Όταν επισκεφθούμε το αριστερότερο τερματικό φύλλο του δεξιού υποδέντρου, επειδή έχει τιμή ίση με 0, είναι σίγουρο ότι ο min κόμβος δεν θα μπορέσει να πάρει μεγαλύτερη τιμή από 0, λόγω του ότι οι τιμές των φύλλων πρέπει αναγκαστικά να βρίσκονται στο $[-2, 2]$ (το ανέλυσα και στο (γ)). Άρα δεν υπάρχει σημασία εξέτασης κανενός από τους κόμβους 6 έως 8 (κατά σειρά από τα αριστερά προς τα δεξιά).

4. ΑΣΚΗΣΗ 4

α)



β)

