

电流测量线圈的频率响应

龚兴根

(流体物理研究所, 绵阳 919 信箱 108 分箱, 621900)

摘 要: 通过等效回路建立回路方程, 解得相对幅值和相位随频率的变化, 从而了解测量线圈的响应频率。

关键词: 脉冲电流测量, 感应线圈, 频率响应

1 引言

感应线圈是一种方便的脉冲电流测量方法, 它被广泛的应用于粒子加速器、高功率微波、脉冲功率技术和电磁能量转换技术等的工作中, 在这些研究中, 电流脉冲的持续时间短, 上升速率快, 因而为了准确测量其电流, 要求制作快速响应的感应线圈。在测量似稳场电流中, 某时刻引起的磁场在线圈各处都是同时的, 但是测量线圈不仅有自身的电感, 而且具有分布电容, 由于线圈自感和分布电容的作用, 线圈各部分感应的电流和电压传输到输出端不是同时的, 有一个传输过程, 从物理概念来说, Cooper^[1]把感应线圈看作延时线, 这传输过程相当于电位的延时过程, 这传输过程与测量电流的频率有关, 因而存在测量线圈的频率响应问题。本文从测量线圈的等效回路入手, 分析测量线圈的频率响应, 以便制作性能良好的测量线圈。

2 测量线圈的等效回路

根据法拉第定律, 线圈放在放电回路旁, 线圈两端就有感应电压, 这电压与被测电流随时间的变化速率成正比, 为了直接得到被测电流, 线圈两端的电压经过电子学积分 (RC 积分或 LR 积分) 由传输电缆输到示波器上, 这样示波器上得到的电压正比被测电流幅值。由于使用传输信号和防止信号在电缆末端的反射, 电缆末端需接与电缆特征阻抗相等的匹配电阻。两种积分测量线圈的等效回路见图 1、2, 图中 L 、 R_p 、 ϵ 、 R_T 、 R 、 C 、 R_S 分别表示线圈自感、线圈内阻、线圈两端感应电压、传输电缆末端匹配电阻、积分电阻、积分电容和示波器的输入电阻。

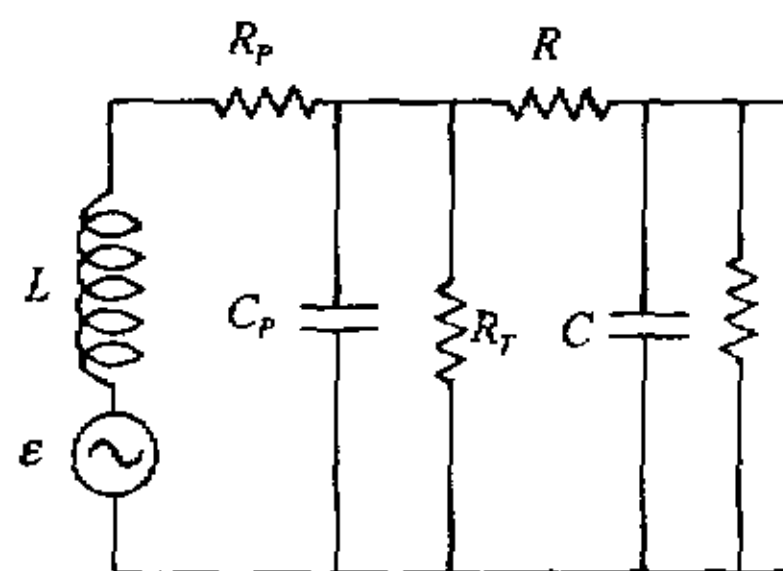


图1 RC积分线圈的等效回路

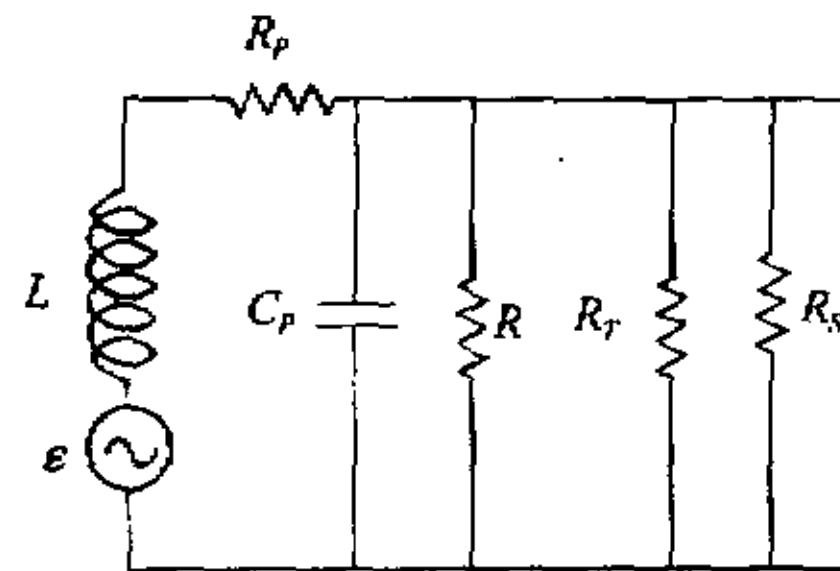


图2 LR积分线圈的等效回路

测试电流的感应线圈和测试磁场的磁探针线圈是一样的, 于是可以和磁探针的频率响应一样来分析。Segre和Allen^[2]在实践中证明: 图3可以用来分析RC积分线圈线路的频率响应,

从线圈往积分器看, 有一个很高的阻抗, 即有 $R_T \ll R$, 对于 LR 积分线圈同标有 $R_S \gg R_T \gg R$, 因而我们分别用图3, 4分析 RC 和 LR 积分线圈的频率响应问题。图3有如下的微分方程

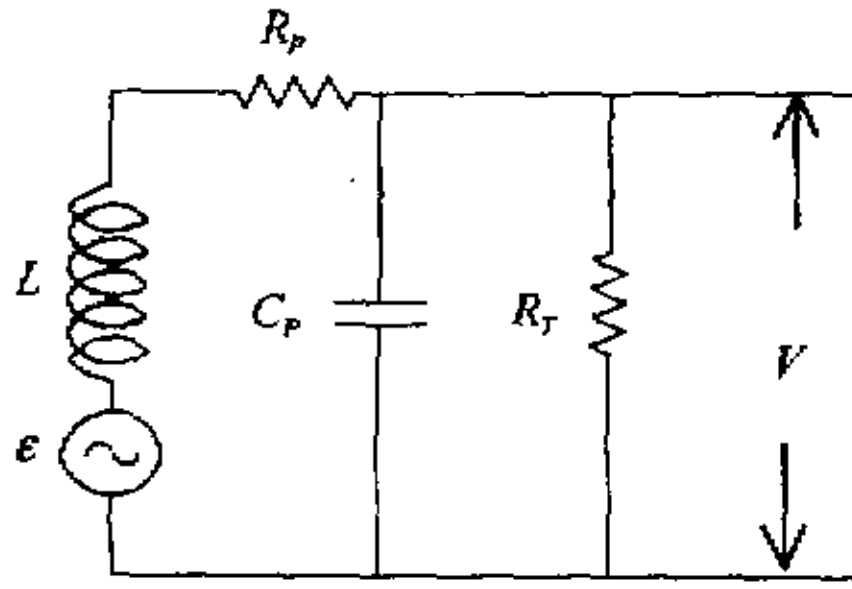


图3

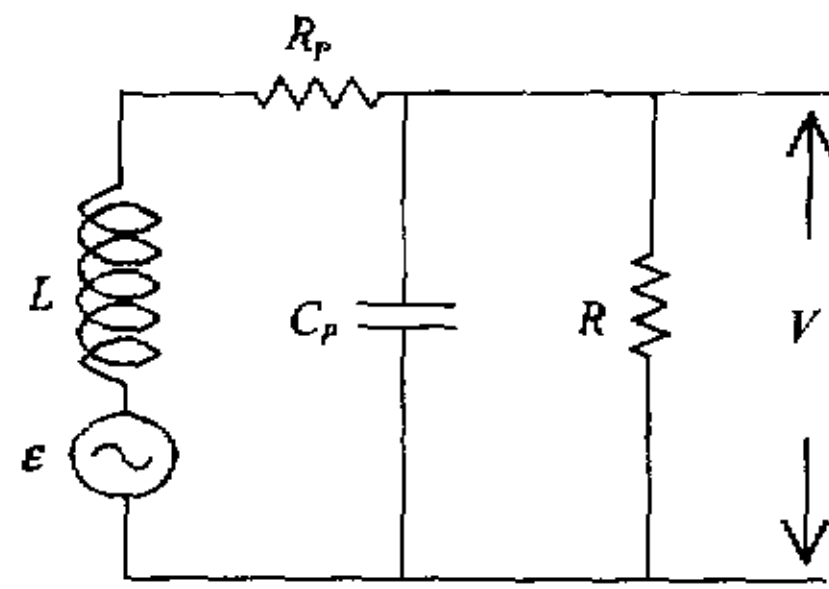


图4

$$LC_p \frac{d^2 V}{dt^2} + \left(\frac{L}{R_T} + R_p C_p \right) \frac{dV}{dt} + \left(1 + \frac{R_p}{R_T} \right) V = \varepsilon \quad (1)$$

同样, 图4也可以用方程(1), 只是式中的 R_T 用 $R' = RR_T/(R+R_T)$ 代替, 其中 V 为 R_T 或 R 两端的电压。 RC 和 LR 积分是两种工作条件下的测量方法^[3]。只要分别求得方程(1)中的 V 项和 V 的一次微分相对于 ε 的相对值随时间或频率的变化, 即分别求得 $V/g\varepsilon_0$ 和 $[(\frac{L}{R_T} + R_p C_p) \frac{dV}{dt}]/\varepsilon_0$ 随时间或频率的变化以及求得 V 和 ε 之间、 dV/dt 和 ε 之间的相位移随着时间频率的变化, 式中 $g = R_T/(R_T + R_p)$, 就可以说明由于加进 C_p 以后引起 RC 积分和 LR 积分线路的频率响应问题。为了解决这个问题我们首先引进三个无量纲量, 即阻尼常数:

$$K = \sqrt{g} \left(\frac{1}{2R_T} \sqrt{\frac{1}{C_p}} + \frac{1}{2} R_p \sqrt{\frac{C_p}{L}} \right) \quad (2)$$

和时间

$$X = t/\tau_p \quad (3)$$

其中

$$\tau_p = 2\pi \sqrt{gLC_p} \quad (4)$$

及无量纲频率:

$$Y = \frac{\omega}{2\pi/\tau_p} = \omega \sqrt{gLC_p} \quad (5)$$

下面我们将分别叙述二种积分线圈的频率响应。

3 RC积分线圈的频率响应

文献[5]已经给出了阶跃波和正弦波输入的 RC 积分线圈的频率响应, 即如果是阶跃波

$$\varepsilon = \begin{cases} 0 & , \quad t \leq 0 \\ \varepsilon_0 (\text{常数}) & , \quad t > 0 \end{cases} \quad (6)$$

输入, 则 RC 积分线路的频率响应可见图5, 并且得出结论:

当 $t_p \gg 0.5\tau_p$ 时, 则线圈对于输入脉宽为 t_p 脉冲有合适的响应, 并当 $K \approx 1$ 时, 响应更好。

如果是正弦波 $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_0 e^{j\omega t}$ 输入, 线圈的响应见图6、7, 方程(1)有如下解

$$\tilde{V} = V_0 e^{j\omega t} = |V_0| e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (7)$$

可求得方程(1)中 $V_0/g\varepsilon_0$ 随频率的关系, 即有 $V_0/g\varepsilon_0 = 1/[(1-Y^2) + 2KYj]$, 相对振幅和相位移分别为

$$\left| \frac{V_0}{g\varepsilon_0} \right| = \frac{1}{\sqrt{(1-Y^2)^2 + 4Y^2K^2}} \quad (8)$$

$$\varphi = -\arctg \frac{2YK}{1-Y^2} \quad (9)$$

随着(8)式中 Y 的增大, 曲线在 $Y_m = \sqrt{1-2K^2}$ 有一个谐振点, 因而当 $Y \ll Y_m$ 时, 并尽可能使 $K \approx 1/\sqrt{2}$ 时, 线圈对正弦波输入有良好的响应, 并且波形也没有畸变。

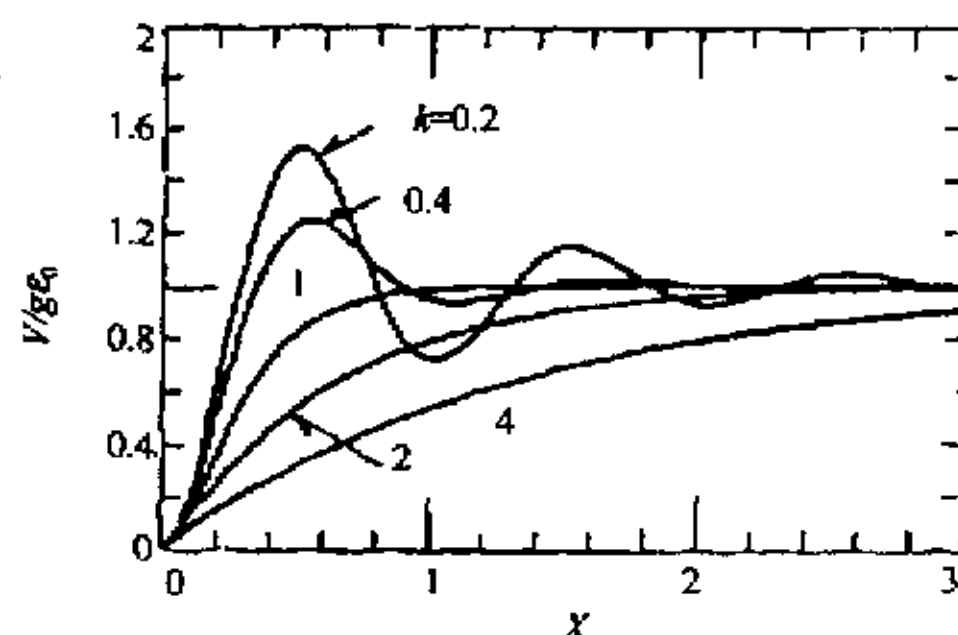


图5 RC积分线圈对阶跃波输入的响应

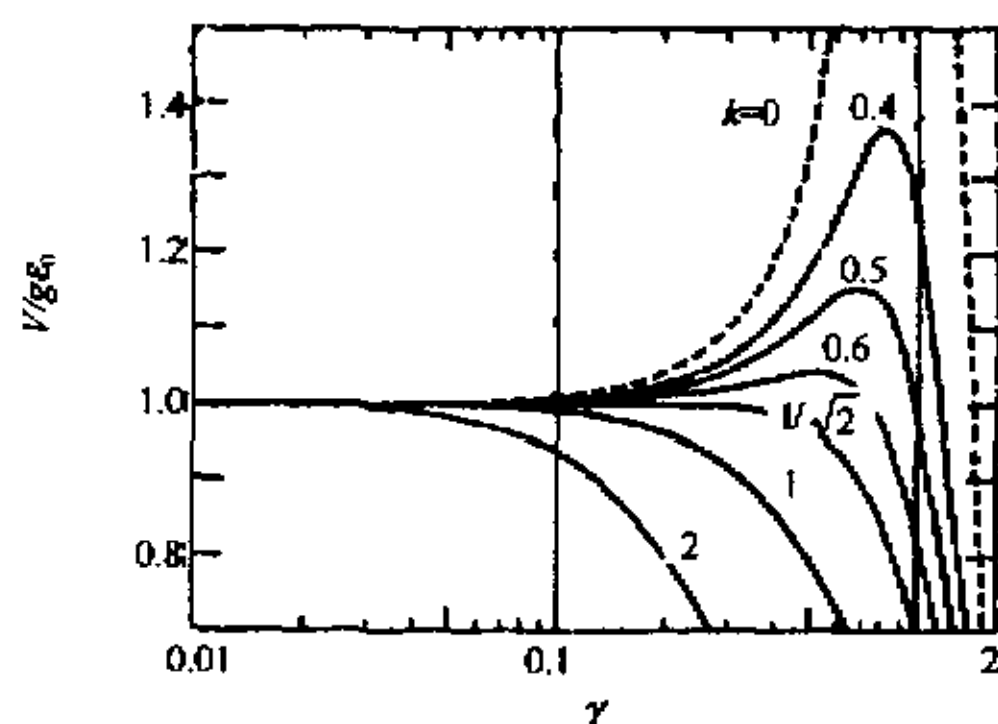


图6 RC积分线圈对正弦波输入的衰减曲线

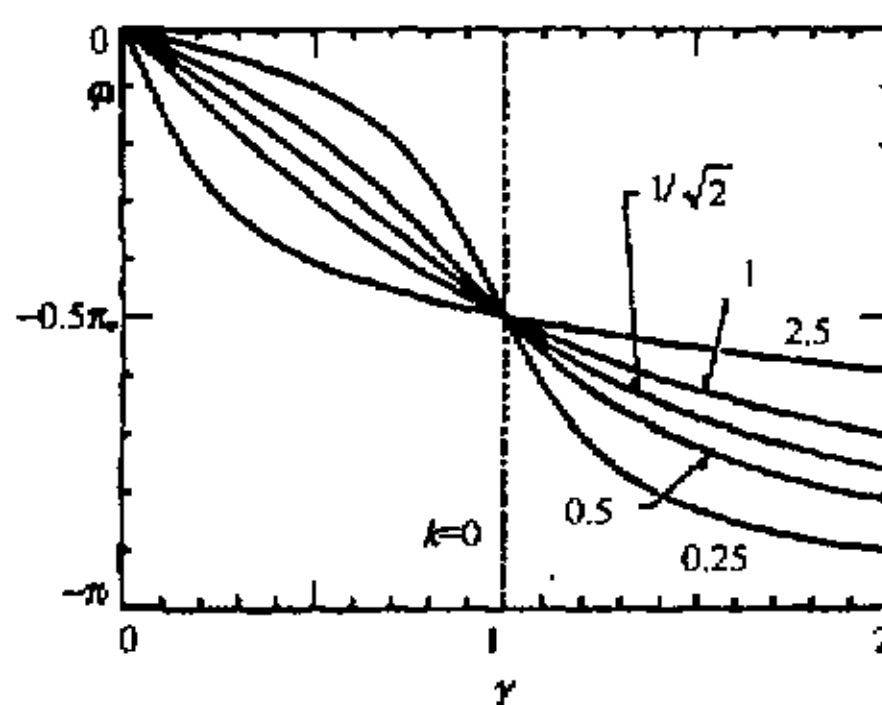


图7 RC积分线圈对正弦波输入的相位移曲线

4 RL积分线圈的频率响应

我们同样可以用阶跃和正弦波输入来分析RL积分线圈的响应。如果是阶跃波输入, 可以得到方程(1)的解为:

$$V = -g'\varepsilon_0 \left(\frac{1}{1-\frac{P_1}{P_2}} e^{P_1 X} + \frac{1}{1-\frac{P_2}{P_1}} e^{P_2 X} - 1 \right) \quad (10)$$

其中 $g' = \frac{R'}{R' + R_p}$, $P_{1,2} = -2\pi K \left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{1}{K^2}} \right)$, 从而我们可得到方程(1)的一次微分

项对线圈两端感应电压的相对幅值随时间的关系, 即有

$$f = \frac{(\frac{L}{R} + R_p C_p) \frac{dV}{dt}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{K^2}}} e^{-2\pi K(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{K^2}})X} \cdot (1 - e^{-2\pi K(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{K^2}})X}) \quad (11)$$

也可见图8。对于LR积分线圈，一般 K 值较大，从(6)式或图8也可以发现， K 值越大，频率响应的线性范围越宽。

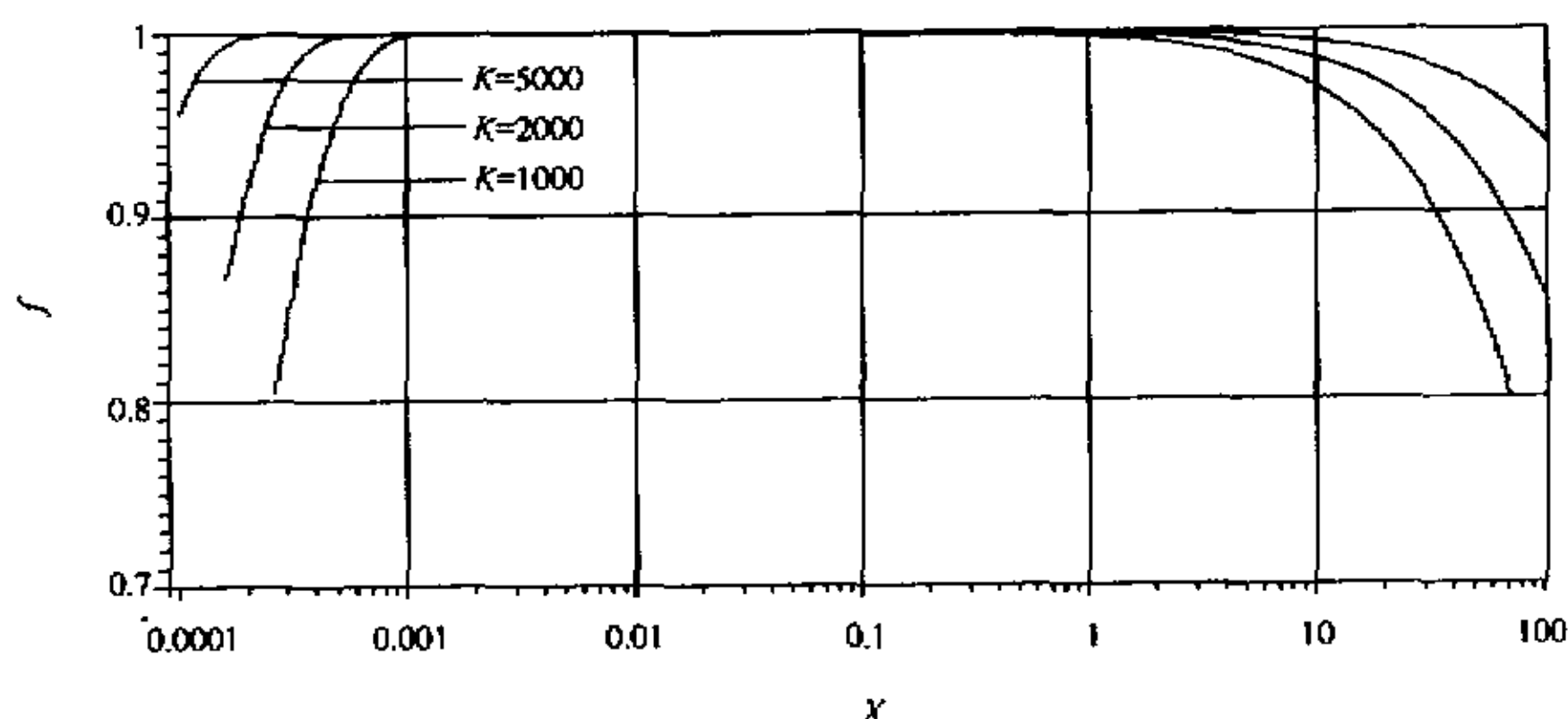


图8 LR积分线路对阶跃波输入的响应

如果是正弦波 $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_0 e^{j\omega t}$ 输入，我们同样可以得到方程(1)的一次微分项对线圈两端的感应电压 ε 随频率 Y 的关系，即有

$$\tilde{f} = \frac{(\frac{L}{R_T} + R_P C_P) \frac{dV}{dt}}{\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1-Y^2}{2KY} i}} = f_1 + if_2$$

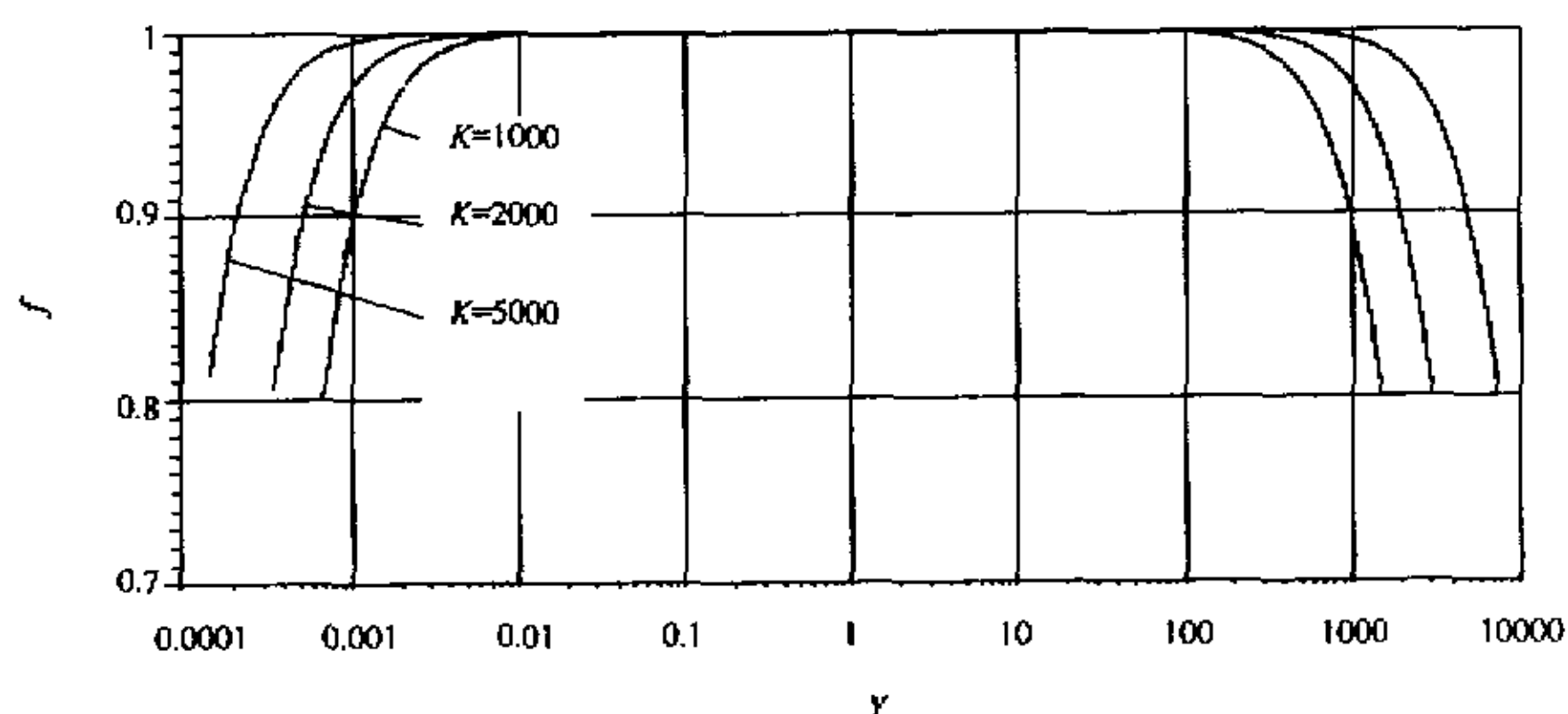


图9 LR积分线圈对正弦波输入的衰减曲线

相对振幅和相对位移分别为

$$|\tilde{f}| = \sqrt{f_1^2 + f_2^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4k^2} (\frac{1}{Y} - Y)^2}} \quad (12)$$

$$\varphi = \arctg \frac{f_2}{f_1} = \arctg \frac{1-Y^2}{2KY} \quad (13)$$

并分别见图9、10。从(12)式可以看出 K 值越大, $|\tilde{f}|$ 越接近于1的范围越宽, 从(13)式可以看出 K 越大, 相位移越小, 从图18、19也可以得出结论, K 值越大, 线圈的响应越好。

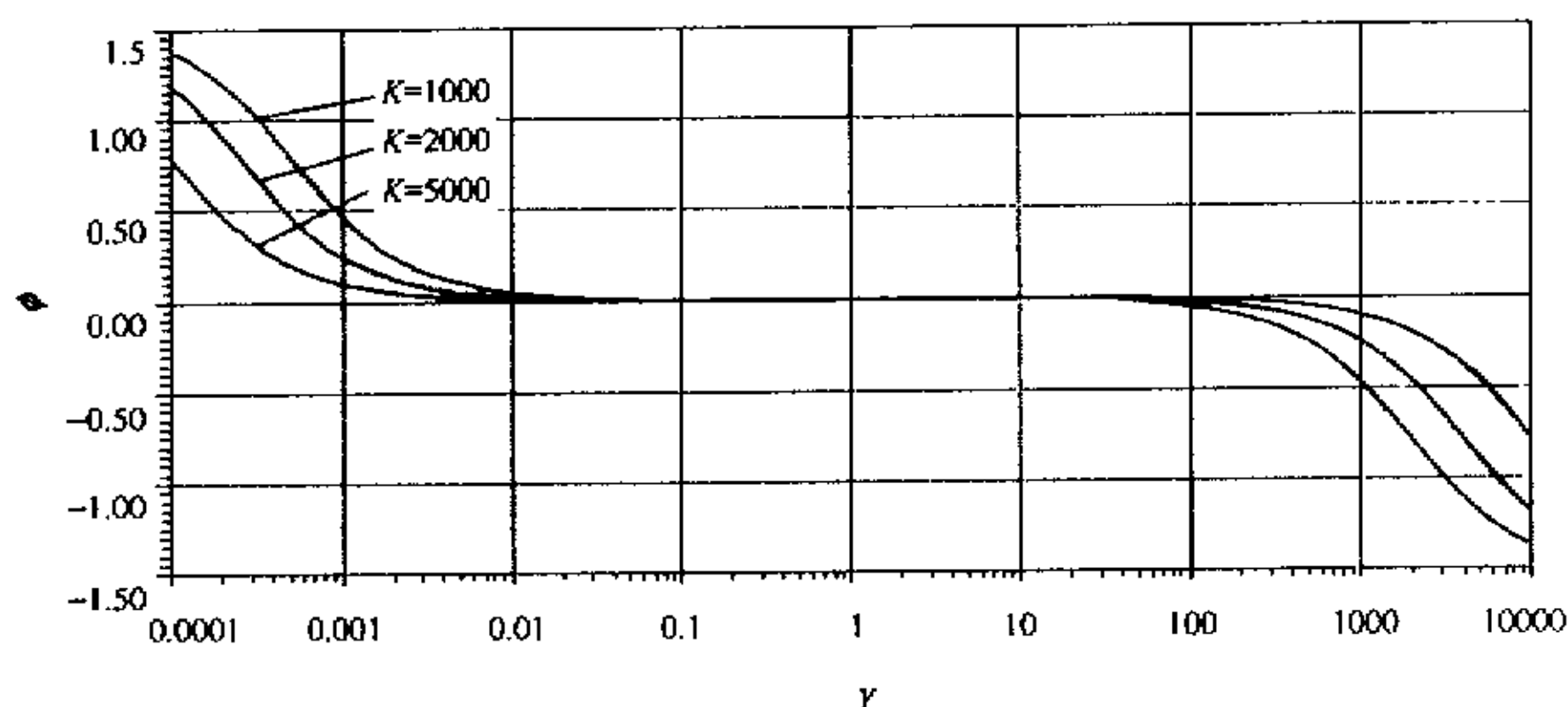


图10 LR积分线圈对正弦波输入的相位移曲线

5 结束语

以上的这些分析我们可得出结论: 在测量高频电流时, 二种积分线圈的输出脉冲相对于电流引起的场脉冲是有畸变的, 任何脉冲形状输入的畸变, 原则上说可以和前面一样做定量的估算。要求线圈给出最好的响应, 对于RC积分线路, 线圈的时间常数 τ_p 越小, 响应越满意, K 值选在1和 $1/\sqrt{2}$ 之间为好。而对于LR积分线路, 图8、9、10明显可见, 有一个上限频率和下限频率的要求, 因而对于高频端要求小的 τ_p , 而对于低频端要求大的 τ_p , 而线圈的 K 值却越大响应越好。

致 谢: 池原、戴文峰、刘正芬帮助打字和作图, 在此深表谢意。

参考文献

1. Cooper J. *Plasma Physics* (Journal of Nuclear Energy Part C), 1963, 5:285~289
2. Segre S E and Aller J E. Magnetic Probe of High Frequency Response. *J Sci Instr*, 1960, 37: 369
3. 龚兴根. 脉冲大电流的测量. 爆轰波与冲击波, 即将出版

1
