

1 Learnig Matlab compati- ble scientific programing language software (Octave) and understanding First Fourier Transform (FFT) of the captured sound waves (4th day)

1.1 Purpose

今回の実験では Matlab 互換の数値計算ソフトウェアである GNU Octave を用いて取り込んだ音声データをフーリエ変換 (離散型高速フーリエ変換) することで、周波数分解する。これらの実験を通して、信号のフーリエ変換を理解する。

1.2 Procedure

Task 4.1

任意の周波数、振幅の Sin 波および Cos 波のフーリエ変換を行い、それぞれ実部、虚部、パワースペクトルを表示する。この時横軸を Hz にすることに注意する。またこの得られたグラフが何を意味するのかを考える。今回の実験では振幅 1、周波数 262Hz の Cos 波 Sin 波の FFT を行った。

Task 4.2

Task3.2 と同様の方法で音叉 (二種類) から音声信号を読み込みデジタル信号を取得する。この際サンプリング周波数を 1kHz、データ数 1000 として測定を行なった。今回は 330Hz と 440Hz の音叉をそれぞれ鳴らした。その後その時間領域でのデジタル信号を Octave でフーリエ変換し周波数領域の信号を得る。得られた周波数領域の信号において 330Hz, 440Hz の周波数が含まれているのかを調べる。

1.3 Result

Task 4.1

262Hz の正弦波、余弦波のフーリエ変換の結果を以下に示す。グラフは上から実部、虚部、パワースペクトルの順で表されている。

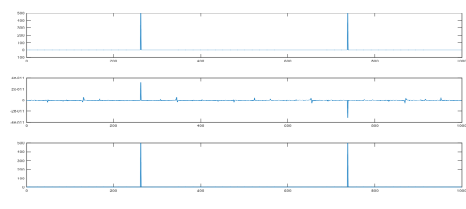


図 1: 262Hz 余弦波 FFT

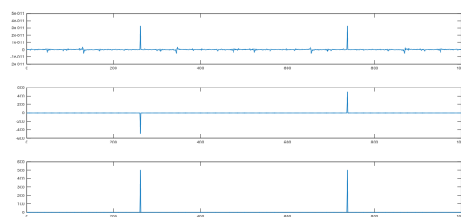


図 2: 262Hz 正弦波 FFT

Task 4.2

330Hz と 440Hz の音叉をそれぞれ鳴らした際にマイク回路により得られた音波を 0V 中心に振動するように 2.5V 引いた時の測定値をプロットしたグラフを図 3, 図 4 に示す。さらにその結果をフーリエ変換した際の周波数領域のグラフを図 5, 6 に示す

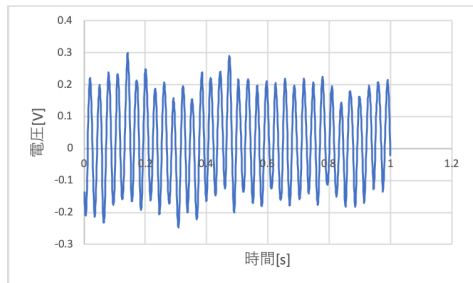


図 3: 330Hz 音叉の測定値

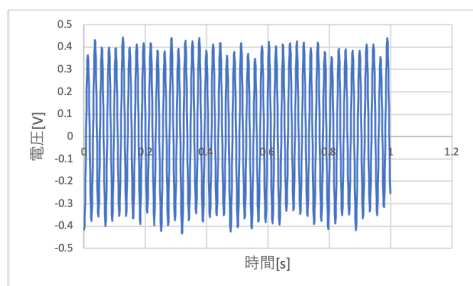


図 4: 440Hz 音叉の測定値

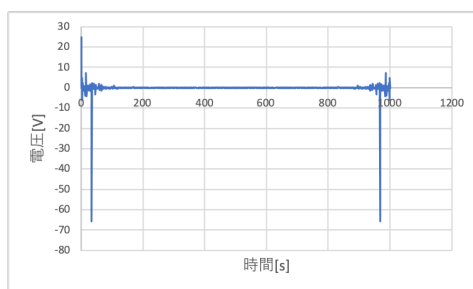


図 5: 330Hz 音叉の FFT

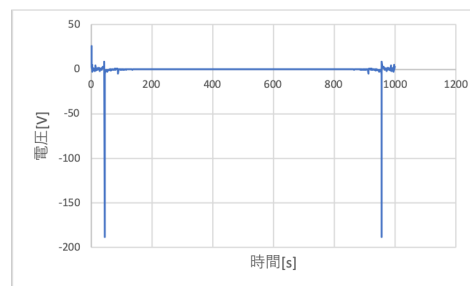


図 6: 440Hz 音叉の FFT

1.4 Discussion

Task 4.1

まず今回の実験におけるのフーリエ変換の式は以下のように与えられる.

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-2j\pi wt} dt \quad (1)$$

このことから今回の FFT の結果は横軸が角周波数 w になるのではなくサンプリング周波数 f になることが読み取れる. したがって, 図 1 において FFT した結果時間領域 [s] の余弦波が周波数 [Hz] 領域の関数に変換されたと考えられ, 3 番目のパワースペクトルのグラフにおいて 262Hz 付近の値が大きいことは時間領域における信号が 262Hz の周波数を多く含む振動をしていたことを意味するが, 実際に今回は 262Hz の余弦波をフーリエ変換したので正しく結果が表示されていると考えられる.

また真ん中の虚部の表示においては 10^{-11} オーダーでの値を示しているのはほぼゼロとみなせる. 一方で実部の値は他の値に比べて十分に大きな値を取っていることがわかる. この原因を考察する. まず, 今回の実験でフーリエ変換の定義域を $[0, 1-0.001]$ とする. この定義域においてフーリエ変換で積分を行うと正弦波と余弦波の積の積分値が 0 となるため周波数領域での $F(w)$ が虚部を含まない関数となったことが考えられる. 同様の理由で図 2 の実部に

において値がほぼ0となっていることにも説明がつく。

さらに今回の時間 t は Octave で $t = [1:0.001:1]$ と定義されているので、1秒間に1000点のサンプルを取ることと同値であると考えられるため今回のサンプリング周波数は1000[Hz]と予想できる。またFFTの結果が横軸が500のところで折り返しの関係になっている理由としては、まずフーリエ変換においては周波数はサンプリング定理より $F(w)$ はサンプリング周波数の周期で繰り返されていると予想できる。つまり周波数領域においてサンプリング周波数を f とすれ $[-f/2, f/2]$ の繰り返して $F(w)$ が繰り返されていると解釈できる。今回実験の結果で表示されているのは $[0, f]$ となっている。したがって結果が $f/2$ において線対称になっていることに対して説明がつく。

Task 4.2

測定において時間領域の信号データは一定の周期で振動していることが確認できるので測定に際して大きなノイズは発生しなかったと考えられる。測定はサンプリング周波数10kHz、サンプリング数1000点で行なったので $F(w)$ の繰り返しの周期は1000となり、周波数の軸は1/10に収縮していると考えられる。実際FFTしたグラフを観察するとそれぞれ $f = 34$, $f = 45$ のところにトゲが位置しているので概ね正しく測定できたと考えられる。ところでFFTしたグラフは負の値を持っている。これはOctaveでabsコマンドを打ち損じたことが原因だと考えられる。フーリエ変換は時間領域で与えられた関数がどのような周波数を含んでいるのか調べるのが目的のため結果はパワースペクトルで示すのが正しいと考えられる。また周波数軸は(サンプリング周波数)/(データ数) 伸縮するので時間領域の信号にどのような周波数が含まれているのか厳密に知りたいときはサンプリング周波数に対してデータ数を多取ると周波数領域におい

てグラフが引き伸ばされ測定しやすくなると考えられる。