第二章入选作业及答案

总分: 0

*此封面页请勿删除，删除后将无法上传至试卷库，添加菜单栏任意题型即可制作试卷。本提示将在上传时自动隐藏。

入选作业

第一题

1．计算下面序列的N点DFT。

（1） $x(n)=\delta(n-m) \qquad (0<m<N)$

（2） $x(n)=e^{j\frac{2\pi}{N}mn} \qquad (0<m<N)$

（3） x[n]=δ[4-2n]

答案:

（1） $X(k)=W_N^{kn}$

（2） $X(k)=\begin{cases} N, k=m \\ 0, k\neq m \end{cases}$

（3） $X(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}=\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta[4-2n]e^{-j\omega n}=e^{-j2\omega}$

第二题:

序列的傅里叶变换为， 求下列各序列的傅里叶变换。

（1） $x^*(-n)$

（2） $nx(n)$

（3） $x^2(n)$

（4） $x(n-n_0)$ n_0为任意实整数

答案:

（1） $$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x^*(-n)e^{-jwn} = \sum_{n=-\infty}^{\infty}[x(-n)e^{-jw(-n)}]^* = X^*(e^{jw})$$

（2） $$\sum_{n=-\infty}^{\infty} nx(n)e^{-jwn} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} -\frac{1}{j}\frac{dx(n)e^{-jwn}}{dw} = j\frac{d}{dw}\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-jwn} = j\frac{dX(e^{jw})}{dw}$$

（3）

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2(n)e^{-jwn} = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta})\,d\theta \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j(w-\theta)n}\right]$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta})X(e^{j(w-\theta)})d\theta$$

$$= \frac{1}{2\pi}X(e^{j\theta}) * X(e^{jw})$$

（4） $X(e^{jw})\cdot e^{-jwn_0}$ （有平移特性可知）

第三题

如果$\tilde{x}(n)$是一个周期为N的周期序列，那么它也是周期为2N的周期序列。把$\tilde{x}(n)$看作周期为N的周期序列有$\tilde{x}(n) \leftrightarrow \tilde{X}_1(k)$ （周期为N）；把$\tilde{x}(n)$看作周期为2N的周期序列有$\tilde{x}(n) \leftrightarrow \tilde{X}_2(k)$（周期为2N）；试用$\tilde{X}_1(k)$表示$\tilde{X}_2(k)$ 。

答案:

$$\tilde{X}_1(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n) W_N^{kn} = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

$$\tilde{X}_2(k) = \sum_{n=0}^{2N-1} \tilde{x}(n) W_{2N}^{kn} = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}\frac{k}{2}n} + \sum_{n=N}^{2N-1} \tilde{x}(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}\frac{k}{2}n}$$

对后一项令 $n' = n - N$，则

$$\tilde{X}_2(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}\frac{k}{2}n} + \sum_{n'=0}^{N-1} \tilde{x}(n'+N) e^{-j\frac{2\pi}{N}\frac{k}{2}(n'+N)}$$

$$= (1 + e^{-jk\pi}) \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}\frac{k}{2}n}$$

$$= (1 + e^{-jk\pi}) \tilde{X}(\frac{k}{2})$$

所以 $X_2(k)=\begin{cases}2\widetilde{X}_1(\frac{k}{2}) & k\text{为偶数}\\ 0 & k\text{为奇数}\end{cases}$

第四题

令X_k表示N点的序列$x(n)$的N点离散傅里叶变换， X_k本身也是一个N点的序列。如果计算X_k的离散傅里叶变换得到一序列$x_1(n)$，试用$x(n)$求$x_1(n)$ 。

解:

$$x_1(n)=\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{nk}=\sum_{k=0}^{N-1}\left[\sum_{n'=0}^{N-1}x(n')W_N^{kn'}\right]W_N^{nk}=\sum_{n'=0}^{N-1}x(n')\sum_{k=0}^{N-1}W_N^{k(n+n')}$$

因为

$$\sum_{k=0}^{N-1}W_N^{k(n+n')}=\begin{cases}N & n+n'=Nl\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

所以

$$x_1(n)=\sum_{n'}^{N-1}Nx(-n+Nl)=Nx((-n))_N R_N(n)$$

第五题

计算下列有限长序列$x(n)$的DFT，假设长度为N。

（1） $x(n) = a^n \qquad 0 \le n \le N-1$

（2） $x(n) = \{1,2,-3,-1\}$

答案：

（1） $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} a^n W_N^{nk} = \sum_{n=0}^{N-1} \left(aW_N^k\right)^n$

$$= \frac{1-\left(aW_N^k\right)^N}{1-aW_N^k} = \frac{1-a^N}{1-aW_N^k} \qquad 0 \le k \le N-1$$

（2） $X(k) = \sum_{n=0}^{3} x(n) W_4^{nk}$

$$= W_4^0 + 2W_4^k - 3W_4^{2k} - W_4^{3k}$$

$$= 1 + 2W_4^k - 3W_2^k - W_4^{3k}$$

$$= 1 + 2(-j)^k - 3(-1)^k - j^k \quad (0 \le k \le 3)$$

第六题

已知序列$x(n)=4\delta(n)+3\delta(n-1)+2\delta(n-2)+\delta(n-3)$和它的6点离散傅立叶变换$X(k)$。

（1）若有限长序列$y(n)$的6点离散傅立叶变换为 $Y(k)=W_6^{4k}X(k)$ ，求$y(n)$。

（2）若有限长序列$u(n)$的6点离散傅立叶变换为$X(k)$的实部，即$U(k)=\mathrm{Re}\left[X(k)\right]$ ，求$u(n)$。

答案：

（1）由 $Y(k)=W_6^{4k}X(k)$ 知，$y(n)$是$x(n)$向右循环移位4的结果，即

$$y(n)=x((n-4))_6$$

$$=4\delta(n-4)+3\delta(n-5)+2\delta(n)+\delta(n-1)$$

(2)

$$X(k)=\sum_{n=0}^{5}\left[4\delta(n)+3\delta(n-1)+2\delta(n-2)+\delta(n-3)\right]W_6^{nk}$$

$$=4+3W_6^{k}+2W_6^{2k}+W_6^{3k}$$

$$X^*(k)=4+3W_6^{-k}+2W_6^{-2k}+W_6^{-3k}$$

$$\mathrm{Re}\left[X(k)\right]=\frac{1}{2}\left[X(k)+X^*(k)\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[4+3W_6^{k}+2W_6^{2k}+W_6^{3k}+4+3W_6^{-k}+2W_6^{-2k}+W_6^{-3k}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[8+3W_6^{k}+2W_6^{2k}+W_6^{3K}+3W_6^{5k}+2W_6^{4k}+W_6^{3k}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[8+3W_6^{k}+2W_6^{2k}+2W_6^{3k}+2W_6^{4k}+3W_6^{5k}\right]$$

由上式得到:

$$u(n)=4\delta(n)+\frac{3}{2}\delta(n-1)+\delta(n-2)+\delta(n-3)+\delta(n-4)+\frac{3}{2}\delta(n-5)$$