1. 从函数表

x	1.0	1.1	1.2
$f(x)$	0.2500	0.2268	0.2066

出发，利用三点公式计算 $f(x)=\dfrac{1}{(1+x)^2}$ 在各个结点处的导数值，并估计截断误差.

解：

当$n=2$时，有 $f'(x_k)=L_2'(x_k)+E_2(x_k)$，若 x_0,x_1,x_2 为等距节点，距离为h，则有 $L_2'(x_0)=\dfrac{1}{2h}(-3f_0+4f_1-f_2)$， $E_2(x_0)=\dfrac{h^2}{3}f^{(3)}(\xi)$； $L_2'(x_1)=\dfrac{1}{2h}(-f_0+f_2)$， $E_2(x_0)=-\dfrac{h^2}{6}f^{(3)}(\xi)$； $L_2'(x_2)=\dfrac{1}{2h}(f_0-4f_1+3f_2)$， $E_2(x_0)=\dfrac{h^2}{3}f^{(3)}(\xi)$；	列出三点公式
$L_2'(x_0)=\dfrac{1}{2\times 0.1}(-3\times 0.2500+4\times 0.2268-0.2066)=-0.2470$ $L_2'(x_1)=\dfrac{1}{2\times 0.1}(-0.2500+0.2066)=-0.2170$ $L_2'(x_2)=\dfrac{1}{2\times 0.1}(0.2500-4\times 0.2268+3\times 0.2066)=-0.1870$	计算导数值
$\vert f^{(3)}(x)\vert=\vert -24(1+x)^{-5}\vert\le 24\times 1^{-5}=24$	
$e(x_0)=\vert E_2(x_0)\vert=\dfrac{h^2}{3}f^{(3)}(\xi)\le\dfrac{0.01}{3}\times 24=0.08$ $e(x_1)\le 0.04$ $e(x_2)\le 0.08$	计算误差限

2. 用复合梯形公式和复合辛普森公式计算下列积分.

$\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{4-\sin^2 t}\,dt$ (用七个点函数值计算).

解：

第一步：计算各个点的函数值（将整个区间 12 分）

x	0	$\frac{\pi}{72}$	$\frac{\pi}{36}$	$\frac{3\pi}{72}$	$\frac{\pi}{18}$	$\frac{5\pi}{72}$
$f(x)$	2	1.99952	1.9981	1.99574	1.99245	1.98825

$\frac{\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{72}$	$\frac{\pi}{9}$	$\frac{9\pi}{72}$	$\frac{5\pi}{36}$	$\frac{11\pi}{72}$	$\frac{\pi}{6}$
1.98318	1.97726	1.97054	1.96305	1.95484	1.94597	1.93649

第二步：使用复合梯形公式和符合辛普森公式计算积分

复合梯形公式

$T=\frac{b-a}{2}[f(a)+f(b)]$	原始梯形公式
$T_n=\frac{h}{2}[f(a)+f(b)+2\sum_{i=1}^{n-1}f(x_i)]$	复合梯形公式
计算得　$T_n=1.03562$	累加求和

复合辛普森公式

$S=\frac{h}{6}[f(a)+4f(\frac{a+b}{2})+f(b)]$	原始辛普森公式
$S_n=\frac{h}{6}[f(a)+f(b)+4\sum_{i=1}^{n-1}f(x_{i-\frac{1}{2}})+2\sum_{i=1}^{n-1}f(x_i)]$	复合辛普森公式
计算得 $S_n=1.03576$	累加求和