

Име: Хиндату Сани
ФН: 81948

Търсене и извличане на информация. Приложение на дълбоко машинно обучение.

Домашно задание 1

Задача. Докажете, че $\Gamma(P, W)$ връща най-малкото тегло на подравняване на думата P с думата W .

$$\Gamma(P, W) = \min \begin{cases} 0 & \text{ако } |P| = |W| = 0 \\ \Gamma(P_1^{|P|-1}, W) + \omega(P_{|P|}, \varepsilon) & \text{ако } |P| > 0 \\ \Gamma(P, W_1^{|W|-1}) + \omega(P_{|P|}, W_{|W|}) & \text{ако } |W| > 0 \\ \Gamma(P_1^{|P|-1}, W_1^{|W|-1}) + \omega(P_{|P|}, W_{|W|}) & \text{ако } |P|, |W| > 0 \\ \Gamma(P_1^{|P|-2}, W_1^{|W|-1}) + \omega(P_{|P|-1}^{|P|}, W_{|W|}) & \text{ако } |P| > 1, |W| > 0 \\ \Gamma(P_1^{|P|-1}, W_1^{|W|-2}) + \omega(P_{|P|}, W_{|W|-1}^{|W|}) & \text{ако } |P| > 0, |W| > 1 \end{cases}$$

Доказателство.

Нека означим $m = |W| \in \mathbb{N}_0$ и $n = |P| \in \mathbb{N}_0$. Ще докажем твърдението със силна индукция по сбора от дължината на думите $k := m + n$.

База: $k = 0$. Това е възможно само когато $m = n = 0$. Следователно $\Gamma(P, W) = 0$. Тривиално вярно е, че минималното тегло на подравняване на две празни думи е 0.

Индуктивна хипотеза: Нека допуснем, че $\Gamma(P, W)$ връща минималното тегло за подравняване на двете думи за всяко $k < k'$.

Индуктивна стъпка: Нека сега $k' = k + 1$. По-точно, $k' = k + 1 = m' + n' = m + n + 1$

- Можем за приложим хипотезата за $\Gamma(P_1^{|P|-1}, W)$, тъй като $n' - 1 + m' = n' + m' - 1 = m + n + 1 - 1 = k$. Следователно $\Gamma(P_1^{|P|-1}, W)$ връща минималното тегло за подравняване. Аналогично за $\Gamma(P, W_1^{|W|-1})$.
- За $\Gamma(P_1^{|P|-1}, W_1^{|W|-1})$: $m' - 1 + n' - 1 = m' + n' - 2 = m + n - 1 = k - 1$. Ние допуснахме, че е изпълнено за всяко $k < k'$ следователно е приложима хипотезата за този случай.
- За $\Gamma(P_1^{|P|-2}, W_1^{|W|-1})$: $m' - 2 + n' - 1 = m' + n' - 1 - 2 = m + n - 2 = k - 2$. Ние допуснахме, че е изпълнено за всяко $k < k'$ следователно е приложима хипотезата за този случай. Аналогично за $\Gamma(P_1^{|P|-1}, W_1^{|W|-2})$.

Стойностите на ω са теглата на елементарните редакции и не могат да бъдат минимизирани, защото се изчисляват по определен начин (константи, максимално правдоподобие и т.н.).

За стойност на $\Gamma(P, W)$ взимаме минимума от възможните извиквания, които по индукционната хипотеза връщат минимални тегла. Следователно $\Gamma(P, W)$ връща най-малкото тегло на подравняване на думата P с думата W .