

# ~ STATICÀ E DINAMICA DEI FLUIDI ~



LO SCOPO È CAPIRE COSA SONO I FLUIDI E QUALI TIPI ESISTONO,  
COME SI COMPORTA UN FLUIDO FERMO E IN MOVIMENTO.

UN FLUIDO ASSUME LA FORMA DEL RECIPIENTE CHE CONTIENE.

I FLUIDI POSSONO ESSERE:



LIQUIDI



GAS

- CON VOLUME DEFINITO
- CON ALTA DENSITÀ
- SONO DIFFICILI DA COMPRIMERE
- CON VOLUME INDEFINITO
- CON BASSA DENSITÀ
- FACILI DA COMPRIMERE



POSso IMMAGINARE I FLUIDI COME COMPOSTI DA INFINTI

PEZZETTINI DI MASSA INFINITESIMA  $dm = PdV$  CHE SCORRONO  
UNO RISPETTO ALL'ALTRO.

A QUESTO MOTO SI OPPONE UNA FORZA DI ATTRITO DETTO  
ATTRITO VISCOso: QUESTA FORZA APPARE QUANDO PEZZI DI  
FLUIDO SCORRONO A VELOCITÀ DIVERSE E DIPENDE DALLA  
DIFFERENZA DELLE VELOCITÀ. VALE:  $dF_{||} = \eta dS \frac{dv}{dm}$

CIOÉ È PARALLELA A  $v$  E DIPENDE DALLA VARIAZIONE LUNGO LA NORMALE  
ALLA SUPERFICIE  $dS$  CON  $\eta$  COEFFICIENTE DI ATTRITO VISCOso.



IN FISICA PRIMA SI SEMPLIFICA. USO UN FLUIDO

IDEALE : INCOMPRESSIBILE E NON VISCOSO.

PER DESCRIVERE I FLUIDI SERVONO ALCUNI CONCETTI:

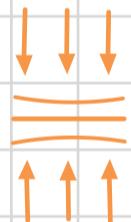


DENSITÀ: O MASSA VOLUMETRICA DI UNA SOSTANZA È IL RAPPORTO TRA MASSA E VOLUME DELLA SOSTANZA:

$$d = \rho = \frac{\text{MASSA}}{\text{VOLUME}} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \right]$$

↳ LA DENSITÀ RELATIVA È IL RAPPORTO TRA DUE DENSITÀ.

È ADIMENSIONALE, SERVE A CONFRONTARE LE SOSTANZE;



PRESSIONE: È UNA GRANDEZZA SCALARE. LA PRESSIONE ESERCITATA DA UNA FORZA CHE AGISCE IN DIREZIONE PERPENDICOLARE A UNA SUPERFICIE È IL RAPPORTO TRA IL MODULO DELLA FORZA E L'AREA DELLA SUPERFICIE:

$$\text{PRESSIONE} = \frac{\text{FORZA PERPENDICOLARE}}{\text{AREA}} \Rightarrow p = \frac{F_{\perp}}{A} [\text{Pa}] = \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

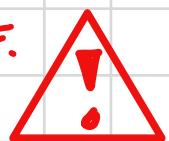
? SCOMPONENDO N COSA ESCE?

??? ??? COME LA MISURO

1 bar =  $10^5$  Pa ; PRESSIONE ATMOSFERICA  $\Rightarrow$  1 atm =  $1,013 \cdot 10^5$  Pa  
A LIVELLO DEL MARE



PER IL PROF.



PEZZO DI FLUIDO IN QUIETE QUINDI  $\vec{F}_{TOT} = 0$



$$\vec{F}_{TOT} = \vec{F}_{SUPERFICIE} + \vec{F}_{VOLUME} \Rightarrow \text{es. } \vec{F}_{ATM} + \vec{F}_p$$

$$\begin{aligned} \bullet F_{pz} &= p(z) dS - p(z+dz) dS = - \frac{\partial p}{\partial z} dz dS \\ \bullet F_{Vz} &\Rightarrow f_z dm = f_z p dV \end{aligned}$$

$$\nabla p = \rho \vec{f} = -\rho \nabla \Phi_p$$

PRESSEIONE  
POTENZIALE  
ESTERNO  
PER UNITÀ  
DI MASSA

! VALE PER  
FORZE CONSERVATIVE

$$\left. \begin{aligned} W &= \oint_{JS} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 & \Rightarrow \vec{F} &= -\nabla U \\ && \text{|| TH. ROTORE} & \uparrow \text{LEMMA POINCARÉ} \\ & \int_S \bar{\nabla} \times \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 & \Rightarrow & \bar{\nabla} \times \vec{F} = 0 \end{aligned} \right\}$$



ESEMPIO CON FORZA PESO

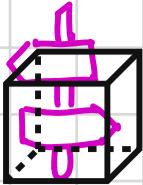
$$\Phi = mgz \Rightarrow \Phi_p = gz$$

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dz} &= -\rho \frac{dgz}{dz} = -\rho g \Rightarrow dp = -\rho g dz \Rightarrow \int_1^2 dp = - \int_{z_1}^{z_2} \rho g dz \\ \Rightarrow p_2 - p_1 &= -\rho g (z_2 - z_1) \end{aligned}$$

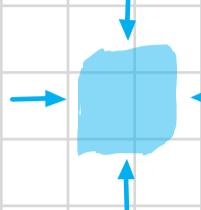
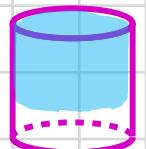
! COMPLICATO IL FLUIDO SI DISTRIBUISCE SU SUPERFICI ISOBARICHE, CHE PER

LA GRAVITÀ SONO ORIZZONTALI  $\Rightarrow$  LA SUPERFICIE DEI BICCHIERI D'ACQUA

IN REALTÀ CI SONO FORZE DI COESIONE ED ADESIONE QUINDI HO CAPILLARITÀ E TENSIONE SUPERFICIALE.



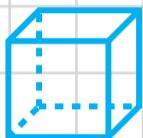
## COME FUNZIONA UN FLUIDO STATICO?



COSA DA FISICAMENTE LA PRESSIONE NEL FLUIDO?

GLI URTI TRA LE MOLECOLE DEL FLUIDO CHE SCONTRANDOSI GENERANO UNA FORZA CHE "SPINGE", SUI PEZZI DEL FLUIDO STESSO O DELL'OGGETTO CHE METTO AL SUO INTERNO.

???



MA QUINDI COSA SUCCIDE QUANDO CONSIDERO UN PEZZO DI FLUIDO FERMO CON SOPRA E SOTTO ALTRO FLUIDO?



$$\sum \vec{F} = p_2 A - p_1 A - mg = 0 \quad \text{QUINDI}$$

$$p_2 A = p_1 A + mg \quad \text{MA} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{A \cdot h}$$

$$p_2 A = p_1 A + \rho \cdot A \cdot h g \Rightarrow p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h$$

OPPURE

$$p(z) = p_0 + \rho g z \quad \text{QUESTA È LA LEGGE DI STEVINO}$$

CIOÉ: LA PRESSIONE A CUI È SOGGETTA LA SUPERFICIE INFERIORE DI UN FLUIDO DIPENDE DALLA PRESSIONE ESTERNA CHE AGISCE SULLA SUPERFICIE SUPERIORE  $p_0$ , DALLA DENSITÀ DEL FLUIDO  $\rho$  E DALLA DIFFERENZA DI ALTEZZA TRA LE DUE SUPERFICI  $z$ .



## CONSEGUENZE DELLA LEGGE DI STEVINO

DALLA LEGGE DI STEVINO SI POSSONO OTTENERE DUE PRINCIPI (ANACRONISMO, I PRINCIPI NON SI POTREBBERO DEMOSTRARE LOGICAMENTE):

- PRINCIPIO DI PASCAL: QUALUNQUE VARIAZIONE DELLA PRESSIONE ESTERNA SULLA SUPERFICIE DI UN FLUIDO SI TRASMETTE INALTERATA A TUTTI I PUNTI DEL FLUIDO E DELLE PARETI DEL RECIPIENTE;

- PRINCIPIO DI ARCHIMEDE: UN CORPO IMMERSO IN UN FLUIDO SUBISCE UNA FORZA DIRETTA VERSO L'ALTO AVENTE INTENSITÀ UGUALE AL PESO DEL FLUIDO SPOSTATO:

$$\text{FORZA DI ARCHIMEDE} = \text{PESO DEL FLUIDO} \Rightarrow \vec{F}_A = \vec{P}_{\text{FLUIDO}}$$

↳ QUINDI UN OGGETTO GALLEGGLIA SE HA DENSITÀ INFERIORE

RISPETTO AL FLUIDO

$$\rho_{\text{OGGETTO}} < \rho_{\text{FLUIDO}}$$

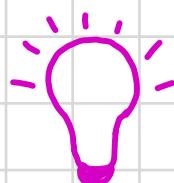
MENTRE AFFONDA SE HA DENSITÀ MAGGIORE RISPETTO AL

FLUIDO

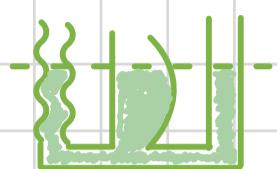
$$\rho_{\text{OGGETTO}} > \rho_{\text{FLUIDO}}$$

DA STEVINO INFATTI  $\vec{F}_A = P_2 - P_1 = \rho_{\text{fluido}} \cdot g \cdot h$

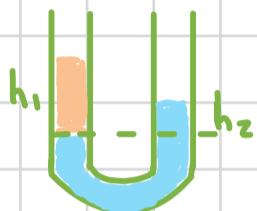
$\vec{F}_A$  È DETTA ANCHE  
SPINTA IDROSTATICA



## CASI PARTICOLARI E APPLICAZIONI



VASI COMUNICANTI: IL LIVELLO DEL LIQUIDO È UGUALE,  
QUALUNQUE SIA LA FORMA DEL RECIPIENTE.

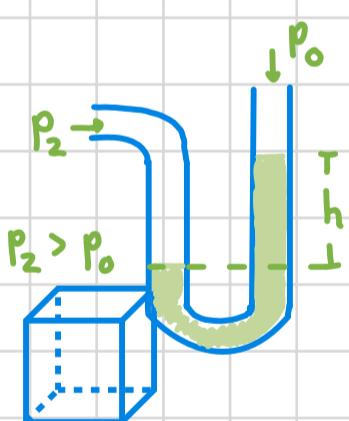


MANOMETRO A U: SE RIEMPIO DUE O PIÙ VASI COMUNICANTI  
DI LIQUIDI DIVERSI CHE NON SI MESCOLANO RAGGIUNGONO  
ALTEZZE DIVERSE RISPETTO ALLA SUPERFICIE DI SEPARAZIONE.

RISPETTO ALLA SUPERFICIE DI SEPARAZIONE LE PRESSIONI SONO LE  
UGUALI:  $P_0 + \rho_1 gh_1 = P_0 + \rho_2 gh_2 \Rightarrow \rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2$

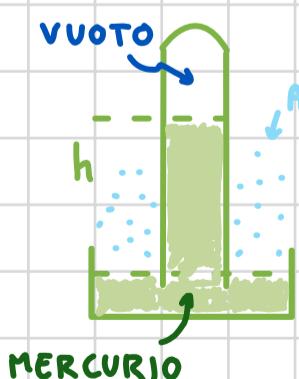
QUINDI

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

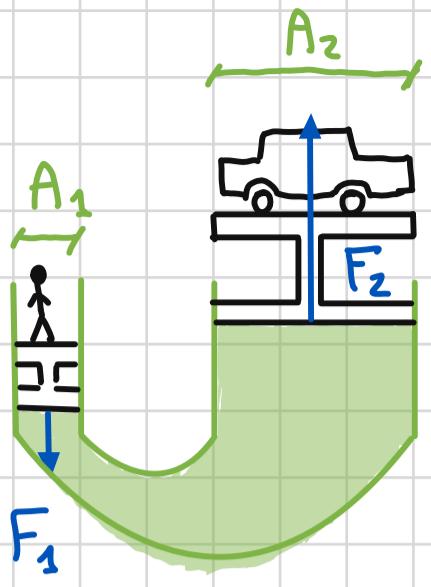


IN ALTERNATIVA POSSO AVERE UN LIQUIDO MA  
SULLE DUE SUPERFICI ESTERNE PRESSIONI  
DIVERSE.

$$P_2 - P_0 = \rho g h$$

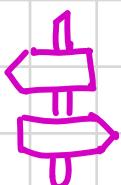


ESPERIMENTO DI TORRICELLI: FACENDO IL VUOTO  
(CIOÉ LA PRESSIONE È NULLA) SU UNA  
SUPERFICIE E METTENDO L'ALTRA A CONTATTO  
CON L'ATMOSFERA, CONOSCENDO LA DENSITÀ DEL FLUIDO E  
MISURANDO L'ALTEZZA TROVO IL VALORE DI  $P_{ATMOSFERICA}$ .

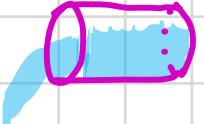


MARINETTO IDRAULICO: VISTO IL PRINCIPIO DI PASCAL È POSSIBILE GENERARE FORZE MOLTO GRANDI PARTENDO DA FORZE MOLTO PICCOLE INFATTI LA FORZA  $F_1$  TRASMETTE UNA PRESSIONE CHE NON CAMBIA QUINDI HO

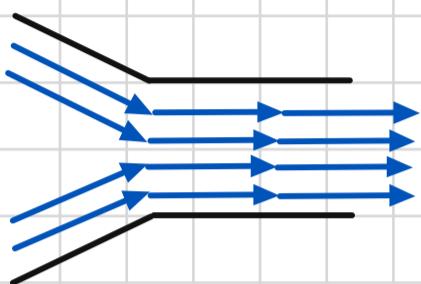
$$\frac{F_1}{A_1} = p = \frac{F_2}{A_2} \quad \text{QUINDI} \quad F_2 = \frac{F_1 \cdot A_2}{A_1}$$



# COME FUNZIONA UN FLUIDO IN MOTO?



UN FLUIDO SCORRENDO GENERA UN FLUSSO. PER DESCRIVERLO PUÓ ESSERE UTILE IL CONCETTO DI LINEE DI FLUSSO: USATE PER RAPPRESENTARLO.



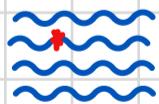
UNA LINEA DI FLUSSO É UNA LINEA CON DIREZIONE E VERSO TANGENTE AL FLUSSO DEL FLUIDO IN OGNI PUNTO.

SI POSSONO VEDERE METTENDO PARTICELLE COLORATE NEL FLUIDO

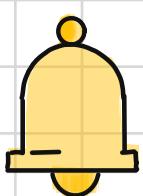
IL FLUSSO DI UN FLUIDO PUÓ ESSERE DI VARI TIPI:



STAZIONARIO: LA VELOCITÁ DELLE PARTICELLE DEL FLUIDO IN OGNI PUNTO DEL FLUIDO È COSTANTE NEL TEMPO (PUÓ COMUNQUE ESSERE DIVERSA DA PUNTO A PUNTO). LE LINEE DI FLUSSO NON CAMBIANO CON IL TEMPO E IL FLUSSO SEMBRA COMPOSTO DA LAMINE È QUINDI DETTO ANCHE LAMINARE.



NON STAZIONARIO: LA VELOCITÁ DEL FLUIDO IN UN PUNTO CAMBIA NEL TEMPO. QUESTA VARIAZIONE PUÓ ESSERE SEMPLICE DA DESCRIVERE O PUÓ CREARE VORTICI CAOTICI E IMPREVEDIBILI: IN QUESTO CASO SI CHIAMA MOTO TURBOLENTO O VORTICOSO.



SI RICORDA CHE UN FLUIDO PUÓ ESSERE COMPRIMIBILE

O NO, VISCOSO O NO.

PER STUDIARE IL MOTO DEL FLUIDO CONSIDERIAMO UN

CASO GENERALE: UN FLUIDO SI

MUOVE IN UN TUBO.

IN FISICA CLASSICA VALE UN

PRINCIPIO FONDAMENTALE CIOÉ IL

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA:

LA MASSA DI FLUIDO CHE SCORRE NEL TUBO NON SI

CREA E NON SI DISTRUGGE.

MA LA MASSA CHE SCORRE IN UN TEMPO  $\Delta t$  È:

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot v \cdot \Delta t \quad \text{MA VALE } M_1 = M_2$$

QUINDI, SOSTITUENDO:  $\rho_1 A_1 v_1 \Delta t = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$

CIOÉ:  $\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$  DETTA EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

CON:  $\rho$  = DENSITÁ  $\left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$

$A$  = SEZIONE DEL TUBO  $[\text{m}^2]$

$v$  = MODULO DELLA VELOCITÁ DEL FLUIDO  $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

IN FLUIDI IDEALI LA DENSITÀ NON CAMBIA QUINDI  
SI SEMPLIFICA NELL'EQUAZIONE CHE DIVENTA:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \text{DEFINISCO LA GRANDEZZA DETTA}$$

PORTATA VOLUMETRICA o PORTATA  $q = A \cdot v \quad \left[ \frac{m^3}{s} \right]$



PER IL PROF.



UN FLUIDO SI PUÓ STUDIARE CON DUE APPROCCI:

- **LAGRANGIANO**: SIMILMENTE A QUANTO FATTO PER I PUNTI MATERIALI  
PRENDE IN ESAME UNA PORZIONE DI FLUIDO E SEGUE IL SUO MOTO
- **EULERIANO**: SI FISSA UN PUNTO NELLO SPAZIO  $P(x, y, z)$  E SI  
CONSIDERA LA VELOCITÀ  $\vec{v}(x, y, z, t)$  DI UN ELEMENTO DI FLUIDO  
CHE PASSA PER  $P$  NEL TEMPO  $t$ .

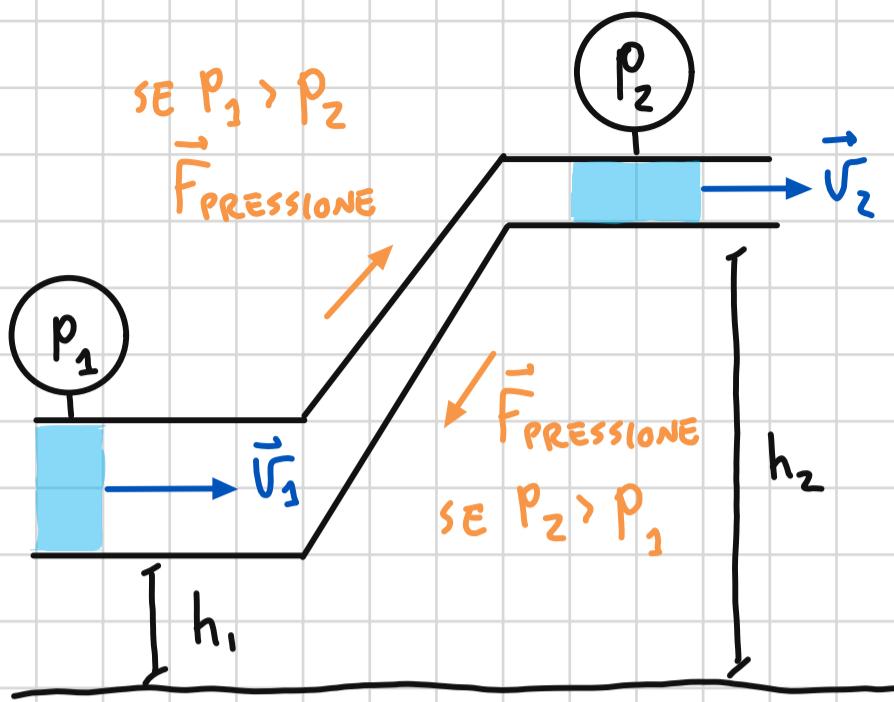
DI SOLITO SI USA L'APPROCCIO EULERIANO

DEFINENDO LA PORTATA COME SOPRA POSSO RAGIONARE CON

INFINITESIMI:

$$dq = v dS \Rightarrow q = \int_S dq = \int_S v dS = v_{\text{MEDIA}} S$$

COME SI MUOVE IN GENERALE UN FLUIDO IDEALE?



PER TEOREMA DELL'ENERGIA  
MECCANICA:

$$\text{LAVORO PRESSIONE} = E_2 - E_1$$

$$\downarrow$$

$$F_{\text{PRESSIONE}} \cdot s$$

$$\Delta E_{\text{CINETICA}} + \Delta E_{\text{GRAVITÀ}}$$

QUINDI:

$$(p_1 - p_2) V = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) + mg (h_2 - h_1)$$

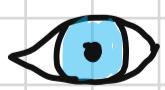
$$\text{CIOÉ } p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (h_2 - h_1)$$

RISISTEMANDO SI OTTIENE L'EQUAZIONE DI BERNOULLI

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

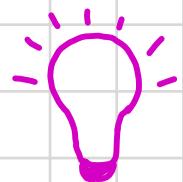
OPPURE

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{COSTANTE}$$

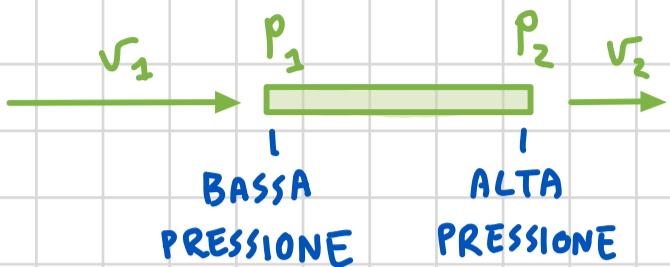


NEL CASO STATICO ( $v = 0$ ) OTTENGO

$$p_1 + \rho g h_1 = p_2 + \rho g h_2 \quad \text{CHE È LA LEGGE DI STEVINO!}$$



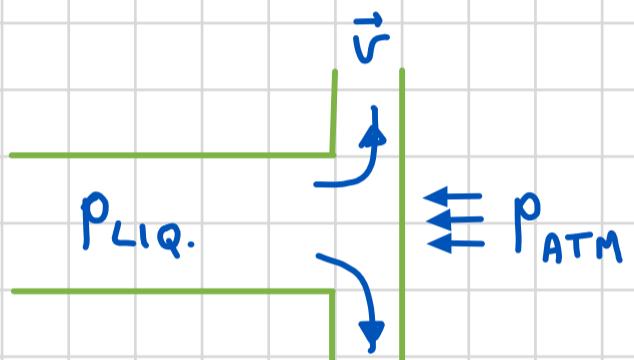
## CASI PARTICOLARI E APPLICAZIONI



- **EFFETTO VENTURI:** QUANDO IL FLUIDO SCORRE ORIZZONTALE LA PRESSIONE È PIÙ ALTA DOVE LA VELOCITÀ È PIÙ BASSA

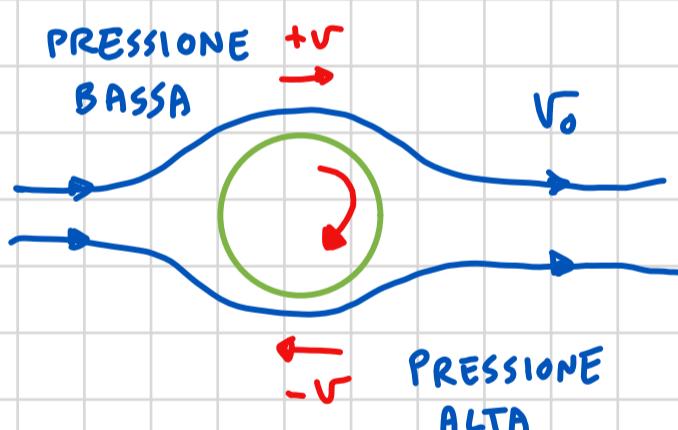
PER QUESTO POSSO SPIEGARE FENOMENI COME BRUCIATORI

AD ACQUA O IL **PARADOSSO IDRODINAMICO:**



SONO IN ORIZZONTALE QUINDI

$$P_{\text{LIQ.}} + \frac{1}{2} \rho v^2 = P_{\text{ATM}} \Rightarrow P_{\text{LIQ.}} < P_{\text{ATM}}$$



- **EFFETTO MAGNUS:** UN OGGETTO

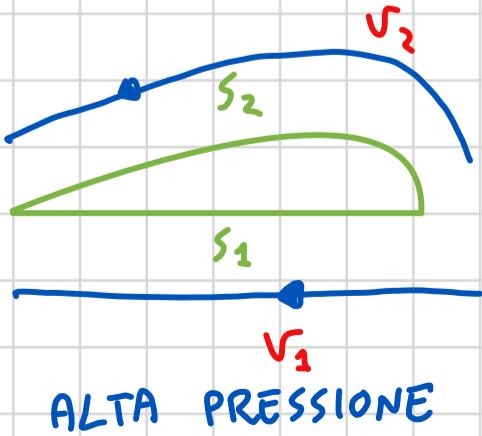
CHE RUOTA IN UN FLUIDO CREA UNA

SPINTA DALL' ALTA ALLA BASSA PRESSIONE

CHE SI CREA A CAUSA DELLE VELOCITÀ DIVERSE

CHE CI SONO. IN UN LATO HO  $v_0 + v$ , NELL'ALTRO  $v_0 - v$

BASSA PRESSIONE



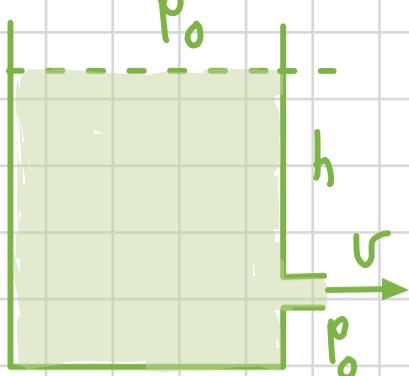
- **PORTANZA DI UN ALA:** LA FORMA DI UN

OGGETTO CHE SI MUOVE IN UN FLUIDO

CREA UNA SPINTA DALL' ALTA ALLA BASSA

PRESSIONE. GLI SPAZI SONO DIVERSI MA I

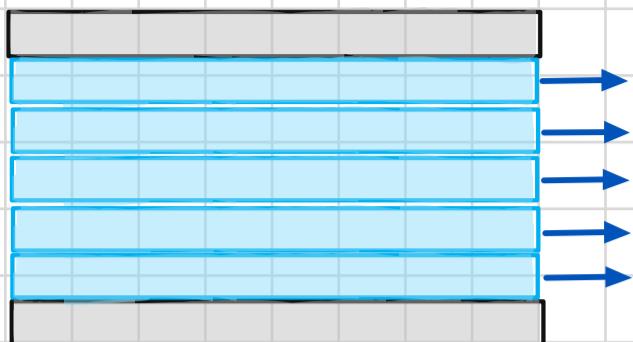
TEMPI SONO UGUALI QUINDI HANNO  $v$  DIVERSE.



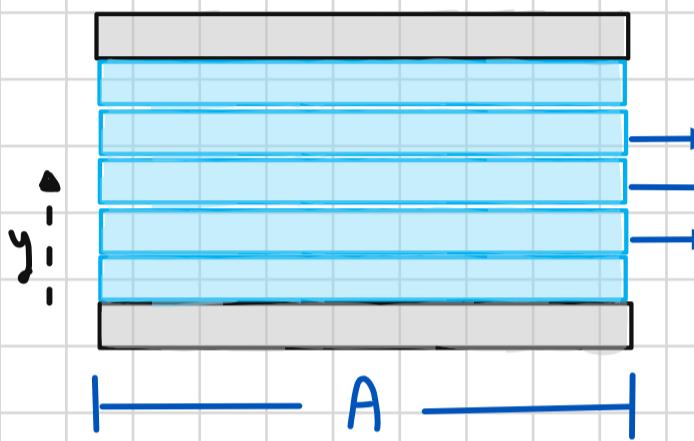
• TEOREMA DI TORRICELLI: LA VELOCITÀ  
DI USCITA DA UN FORO PICCOLO DI UN FLUIDO  
IDEALE IN UN RECIPIENTE ALTO  $h$  È  
UGUALE IN MODULO A QUELLA CHE AVREBBE  
SE FOSSE IN CADUTA LIBERA DALLA SUPERFICIE DEL FLUIDO

$$p_0 + \rho gh = p_0 + \frac{1}{2} \rho v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

# ??? COME SI MUOVE UN FLUSSO VISCOso ???



- CASO NON VISCOso IDEALE: NON CI SONO FORZE CHE OSTACOLANO IL MOTO, OGNI SEZIONE HA LA STESSA VELOCITÁ.

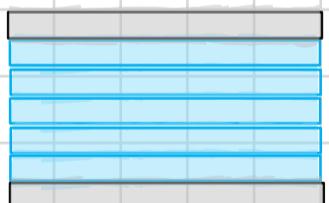


- CASO VISCOso: CI SONO FORZE INTERNE CHE GENERANO UN ATTRITO CHE CAMBIA CON LA DIFFERENZA DI VELOCITÁ TRA GLI STRATI.

LA FORZA NECESSARIA PER MUOVERE UNO STRATO DI FLUIDO DI AREA  $A$  CON VELOCITÁ  $v$ , DISTANTE  $y$  DALLA SUPERFICIE FISSA

É:

$$F = \frac{Av}{y} \cdot \eta \quad \text{CON } \eta \text{ COEFFICIENTE DI VISCOsITÁ.}$$



COSA SUCCIDE SE MUOVO UN OGGETTO IN UN FLUIDO VISCOso ?

SE LA DIFFERENZA TRA VELOCITÁ DELL'OGGETTO E DEL FLUIDO È  $v$  HO DUE FORZE DI ATTRITO VISCOso DIVERSE IN BASE AL REGIME. CI SONO:

- REGIME LAMINARE

$$F_{ATT} = K \cdot v$$

- REGIME TURBOLENTO

$$F_{ATT} = K \cdot v^2$$