

# MECCANICA DEL PUNTO MATERIALE E DEL CORPO RIGIDO



LO SCOPO È CAPIRE COME E PERCHÉ UN OGGETTO CHE NON SI PUÓ DEFORMARE SI MUOVE.

Ci sono due tipi di oggetti:

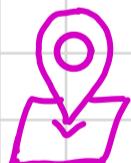
- PUNTO MATERIALE
  - PARTICELLA

CORPO SEMPLICE, IDEALE, PRIVO DI DIMENSIONI  
PUÓ SOLO TRASLARE

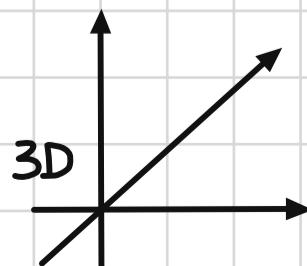
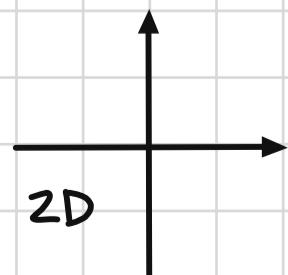
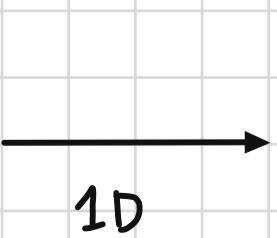


CORPO RIGIDO : UN INSIEME DI PUNTI MATERIALI IN CUI LE DISTANZE TRA TUTTE LE COPPIE DI PUNTI SONO FISSE : CIOÉ SONO CORPI CHE NON SI DEFORMANO.

UN CORPO RIGIDO PUÓ: TRASLARE E RUOTARE



DOVE ? IL MOTO (o MOVIMENTO) DEI CORPI IN FISICA SI COLLOCA IN UN PIANO CARTESIANO CHE PUÓ AVERE UNA, DUE o TRE DIMENSIONI. IL PUNTO AVRÁ QUINDI UNA POSIZIONE NELLO SPAZIO.

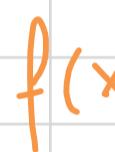


# CINEMATICA

COME SI MUOVE UN PUNTO MATERIALE?

PER DESCRIVERE IL MOTO DI UN PUNTO SERVONO ALCUNI CONCETTI:

 **TRAIECTORIA:** È LA LINEA DESCRITTA DAL PUNTO DURANTE IL SUO MOVIMENTO;

 **f(x) LEGGE ORARIA:** È UN MODO PER DESCRIVERE IL MOTO DI UN CORPO CON UNA FORMULA, UNA RELAZIONE QUANTITATIVA GENERALE.

 **VELOCITÀ:** È LEGATA ALLA VARIAZIONE DELLA POSIZIONE DEL PUNTO NEL TEMPO. È UNA GRANDEZZA VETTORIALE.

 **VELOCITÀ MEDIA** =  $\frac{\text{SPAZIO PERCORSO}}{\text{TEMPO IMPIEGATO}}$   $\Rightarrow V_M = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \left[ \frac{m}{s} \right]$



SE  $\Delta t$  È PICCOLO ALLORA HO LA VELOCITÀ ISTANTANEA.

 **ACCELERAZIONE:** È LEGATA ALLA VARIAZIONE DELLA VELOCITÀ DEL PUNTO NEL TEMPO. È UNA GRANDEZZA VETTORIALE.

 **ACCELERAZIONE MEDIA** =  $\frac{\text{VARIAZIONE DI VELOCITÀ}}{\text{TEMPO IMPIEGATO}}$   $\Rightarrow a_M = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \left[ \frac{m}{s^2} \right]$



SE  $\Delta t$  È PICCOLO ALLORA HO L'ACCELERAZIONE ISTANTANEA.

• MOTO RETTILINEO (UNIFORME): MOTO UNIDIMENSIONALE SU UNA RETTA. FISSO UN ORIGINE E UN VERSO.

■ LA VELOCITÀ È COSTANTE, NON VARIA, È UNIFORME



$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t) dt$$

5<sup>A</sup> SUPERIORE



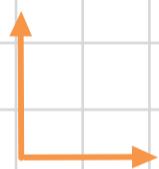
$f(x)$

$$\begin{cases} x = x_0 + v \cdot (t - t_0) \\ v = \text{cost.} \end{cases}$$

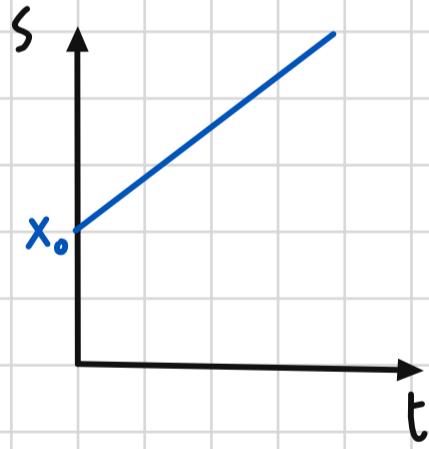
SEMPLIFICATA

$\Rightarrow$

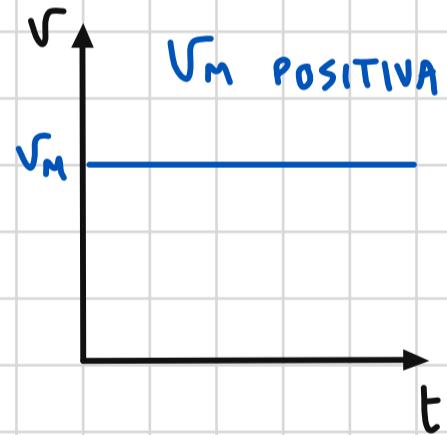
$$x = x_0 + v \cdot \Delta t$$



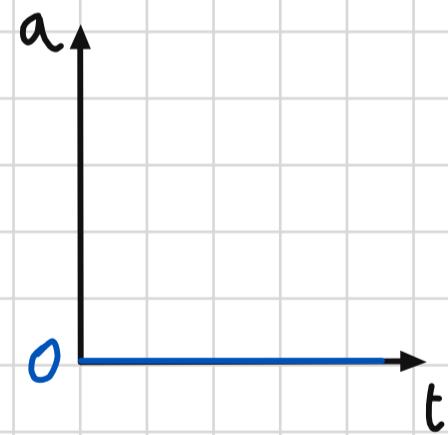
GRAFICI



POSIZIONE

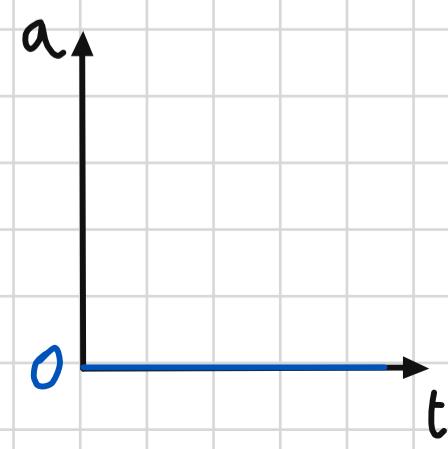
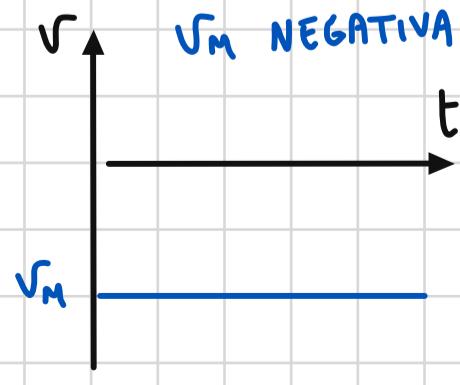
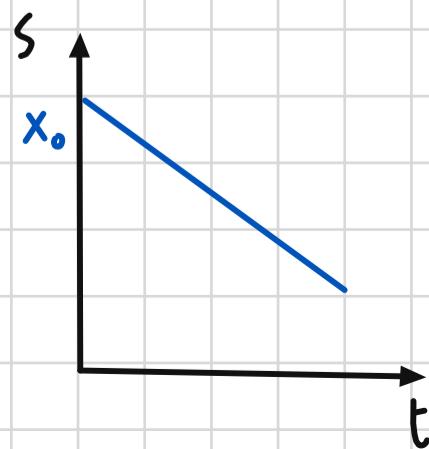


VELOCITÀ



ACCELERAZIONE

OPPURE



• MOTO RETTILINEO (UNIFORMEMENTE) ACCELERATO: MOTO UNIDIMENSIONALE SU UNA RETTA. FISSO UN ORIGINE E UN VERSO.

L'ACCELERAZIONE È COSTANTE, NON VARIA, È UNIFORME



$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t_0} a(t) dt$$

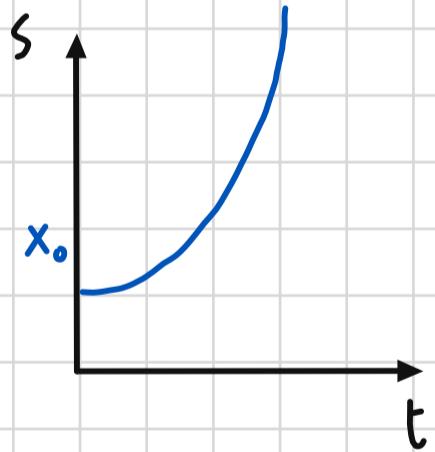
5<sup>A</sup> SUPERIORE



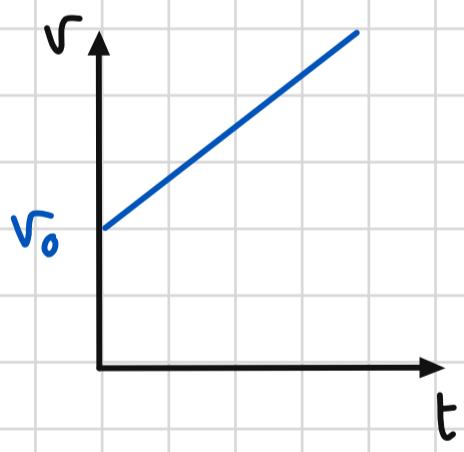
$f(x)$

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 \\ v = v_0 + a \cdot t \\ a = \text{cost.} \end{cases}$$

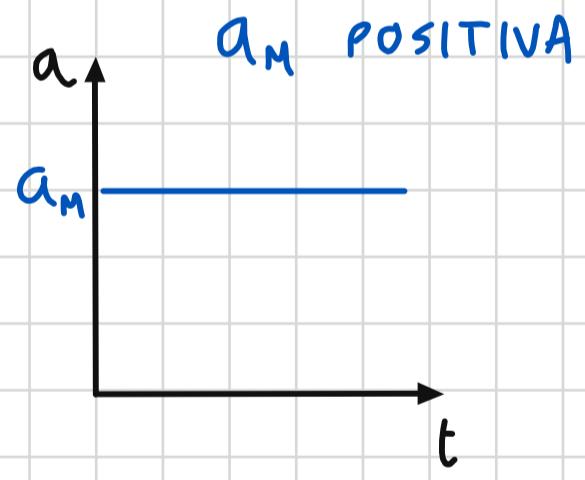
GRAFICI



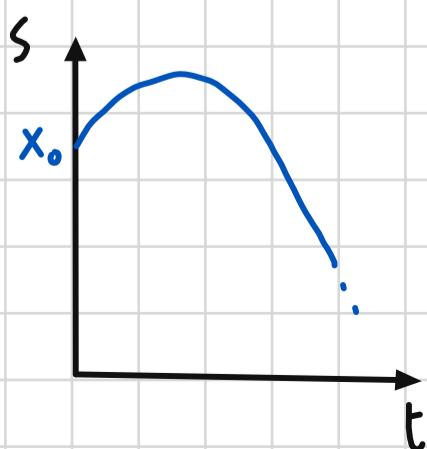
POSIZIONE



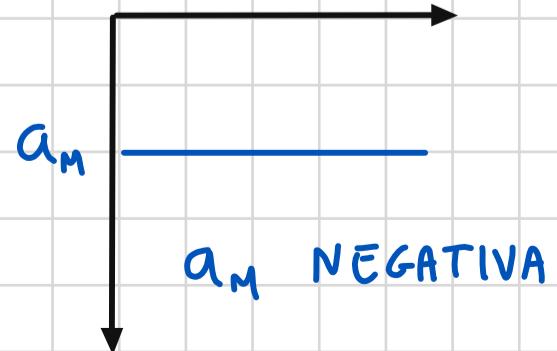
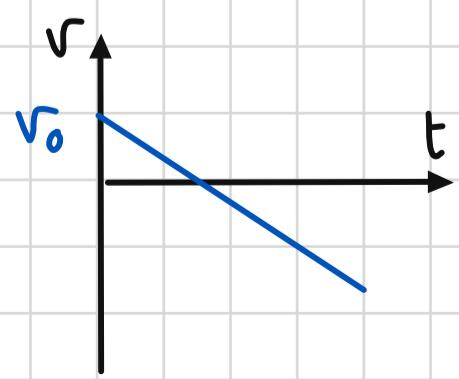
VELOCITÀ



ACCELERAZIONE

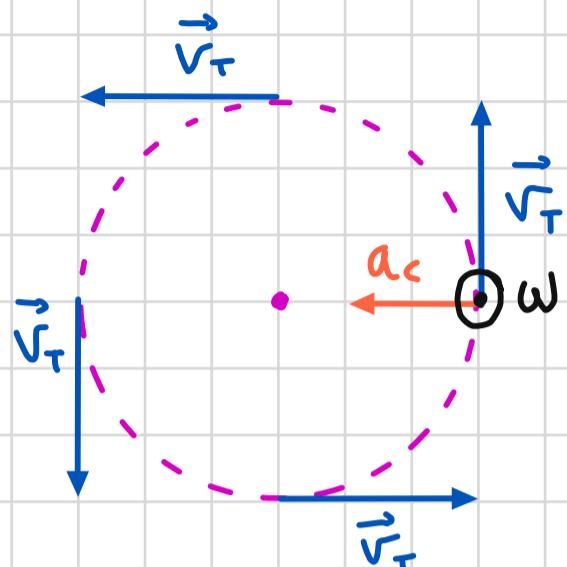


OPPURE



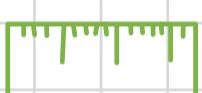
$a_M$  NEGATIVA

- MOTO CIRCOLARE UNIFORME: MOTO BIDIMENSIONALE DI UN PUNTO LUNGO UNA TRAIETTORIA CIRCOLARE CON VELOCITÀ A MODULO COSTANTE.

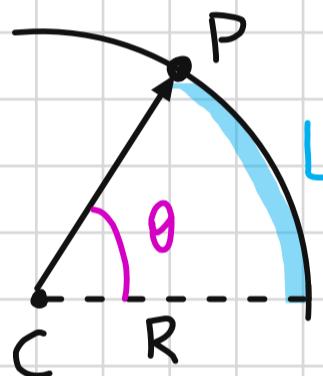


⚠ LA VELOCITÀ CAMBIA CONTINUAMENTE DIREZIONE E VERSO.

LA VELOCITÀ È SEMPRE TANGENTE ALLA CIRCONFERENZA, SI DICE QUINDI TANGENZIALE



QUANTITÀ UTILI



- UNA PORZIONE DI CIRCONFERENZA È UN ARCO DI CIRCONFERENZA  $L$
- L'ANGOLO  $\alpha$  SI PUÒ MISURARE IN GRADI O IN RADIANTI.

$$\frac{\theta_R}{2\pi} = \frac{\theta_G}{360^\circ} \quad \left. \begin{array}{l} \hookrightarrow \text{GRADI: VANNO DA ZERO A } 360^\circ \\ \hookrightarrow \text{RADIANTI: VANNO DA ZERO A } 2\pi. \quad \theta_{\text{RADIANTI}} = \frac{L}{R} \end{array} \right.$$

- VELOCITÀ ANGOLARE: È IL RAPPORTO TRA L'ANGOLO AL CENTRO E L'INTERVALLO IMPIEGATO PER SPAZZARE L'ANGOLO:

$$\text{VELOCITÀ ANGOLARE} = \frac{\text{ANGOLO DESCRITTO}}{\text{TEMPO IMPIEGATO}} \Rightarrow \omega = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

$f(x)$   $\theta = \theta_0 + \omega \cdot \Delta t$  e  $\omega = \text{costante}$

• PERIODO E FREQUENZA: IL TEMPO CHE UN PUNTO

IMPIEGA PER PERCORRERE UN GIRO INTERO SI CHIAMA PERIODO

MENTRE IL NUMERO DI GIRI COMPIUTI IN UN SECONDO SI

CHIAMA FREQUENZA. VALE:

$$\text{FREQUENZA} = \frac{1}{\text{PERIODO}} \Rightarrow f = \frac{1}{T} \Rightarrow [\text{Hz}] = \left[ \frac{1}{\text{s}} \right]$$

HERTZ  
↓

??? E LE ALTRE GRANDEZZE COME VELOCITÀ E ACCELERAZIONE

DALLA DEFINIZIONE

$$v_T = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \begin{matrix} \text{IN UN} \\ \text{GIRO} \end{matrix}$$

$$v_T = \frac{2\pi R}{T}$$

⚠  $\vec{v}_T = \vec{\omega} \times \vec{R}$  ⚠

$$v_T = \omega \cdot R$$

$$v_T = 2\pi R f$$

INOLTRE IN UN GIRO  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

⚠ LA VELOCITÀ CAMBIA CONTINUAMENTE DIREZIONE E VERSO.

QUINDI HO UNA ACCELERAZIONE (PRINCIPIO DI INERZIA)



$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v \hat{u}_T) = \underbrace{\frac{dv}{dt} \hat{u}_T}_{\vec{a}_T} + v \underbrace{\frac{d\hat{u}_T}{dt}}_{\vec{a}_N}$$

5^ SUPERIORE  
E OLTRE



$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \hat{u}_T + \frac{v^2}{R} \hat{u}_N = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

$$\underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{\frac{ds}{dt}} \hat{u}_N \xrightarrow{\text{ARCO}} ds = R d\theta$$

$$\underbrace{\frac{d\theta}{ds}}_{\frac{dt}{ds}} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{1}{R} v$$

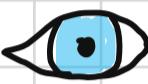
QUESTA È L'ACCELERAZIONE CENTRIPETA, UN'ACCELERAZIONE

CON MODULO  $a_c = \frac{v^2}{R}$  E CHE PUNTA AL CENTRO

• MOTO CIRCOLARE UNIFORMEMENTE ACCELERATO: MOTO

BIDIMENSIONALE DI UN PUNTO LUNGO UNA TRAIETTORIA CIRCOLARE CON ACCELERAZIONE TANGENZIALE COSTANTE.

$$\bullet \quad a_T = \frac{\text{VARIAZIONE DEL MODULO DI } \sqrt{T}}{\text{TEMPO IMPIEGATO}} = \frac{\Delta \sqrt{T}}{\Delta t} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

 SE VARIA LA VELOCITÀ TANGENZIALE VARIA ANCHE QUELLA ANGOLARE. DEFINISCO QUINDI:

ACCELERAZIONE ANGOLARE  $\alpha_\theta = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right]$

$$f(x) \quad \begin{cases} \theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_g \cdot \Delta t^2 \\ \omega = \omega_0 + \alpha_g \cdot \Delta t \\ \alpha_g = \text{COSTANTE} \end{cases}$$



USANDO IL PIANO CARTESIANO E

CENTRANDOLO AL CENTRO DELLA CIRCONFERENZA IL  
MOTO CIRCOLARE È SCOMPOSTO IN:  
ANCHE QUELLO UNIFORME

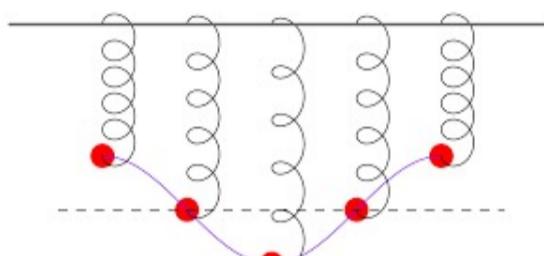
$$\begin{cases} x(t) = R \cdot \cos \theta(t) \\ y(t) = R \cdot \sin \theta(t) \end{cases}$$

3<sup>A</sup> SUPERIORE



• **MOTO ARMONICO**: È IL MOTO DI UN PUNTO CHE SI MUOVE IN MOTO CIRCOLARE UNIFORME PROIETTATO.

OPPURE È IL MOTO DI UNA MOLLA CHE OSCILLA



IN OGNI CASO È DEFINITO DALLA LEGGE ORARIA:

$$\text{com } \theta = \omega t$$

$$x(t) = A \cdot \cos \theta \rightarrow r(t) = A \omega \sin \theta \quad \text{! COMPLESSO ---}$$

oppure  $\Rightarrow$

$$x(t) = A \cdot \sin \theta \rightarrow r(t) = A \omega \cos \theta \quad \text{! } \Rightarrow a(t) = -\omega^2 \cdot x(t)$$

oppure  $\Rightarrow$

$$\text{com } \theta = \omega t$$

Con:

- PERIODO
- FREQUENZA
- VELOCITÀ ANGOLARE

UGUALI A QUELLE DEL MOTO CIRCOLARE.

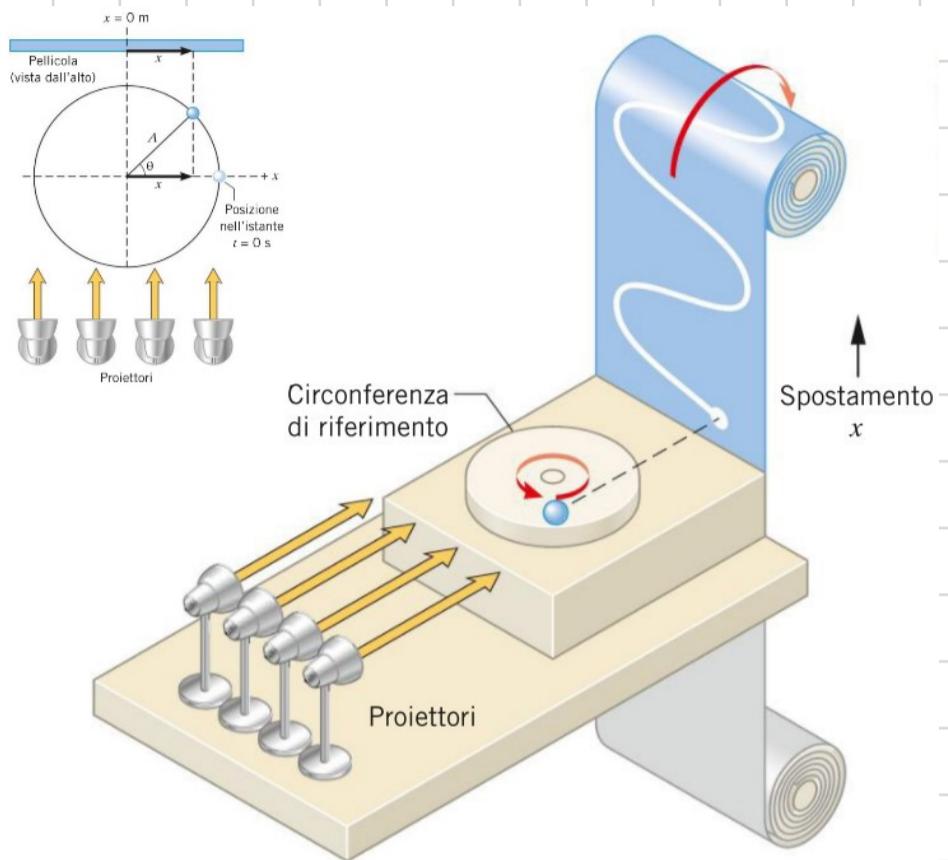
• AMPIEZZA:  $A \mapsto$  UGUALE AL RAGGIO DELLA CIRCONFERENZA

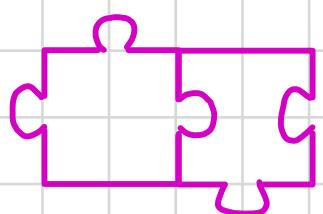


$$x(t) = A \cdot \sin(\theta_0 + \omega t) \mapsto r = A \omega \cos(\theta_0 + \omega t)$$

$\theta_0$  SUPERIORE E OLTRE

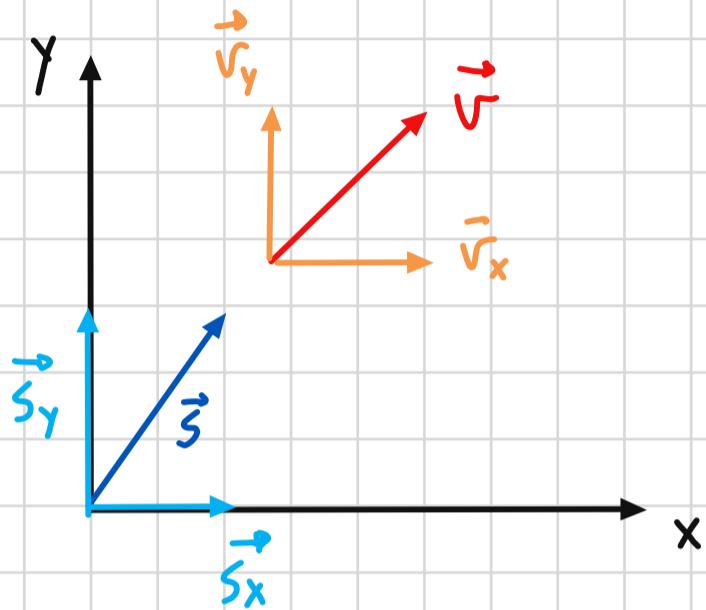
$$a = -A \omega^2 \cdot \sin(\theta_0 + \omega t) = -\omega^2 \cdot x \quad \text{essendo } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$





## COMPOSIZIONE DI MOTI

GLI OGGETTI SPESO SI MUOVONO NEL PIANO (2D) E NELLO SPAZIO (3D).

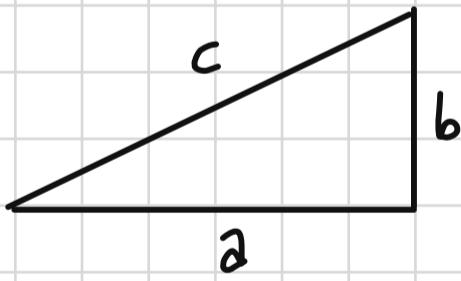


PER DESCRIVERE LO SPOSTAMENTO TOTALE IN QUESTO CASO SI SCOMPONE IL VETTORE SPOSTAMENTO NELLE COMPONENTI.

SIMILMENTE FACCIO PER LA VELOCITÀ,

L'ACCELERAZIONE E TUTTE LE GRANDEZZE VETTORIALI.

 PER QUESTO È UTILE RICORDARE DUE CONCETTI MATEMATICI

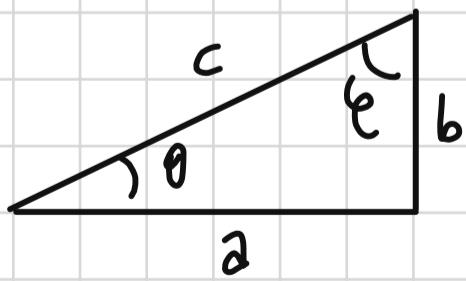


• TEOREMA DI PITAGORA:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

• TRIGONOMETRIA

$$a = c \cdot \cos \theta = c \cdot \sin \varphi$$



$$b = c \cdot \sin \theta = c \cdot \cos \varphi$$

$$\frac{a}{b} = \tan \varphi$$

$$\frac{b}{a} = \tan \theta$$



QUESTO SI TRADUCE MATEMATICAMENTE

3<sup>A</sup> SUPERIORE

NELLO SCRIVERE SISTEMI CON LE COMPONENTI



DEL MOTO.



## MOTO RETTILINEO SMORZATO ESPONENZIALE

É IL CASO IN CUI L'ACCELERAZIONE É NEGATIVA E DIRETTAMENTE PROPORZIONALE ALLA VELOCITÀ.

$$a = -Kv \quad \text{cioè}$$

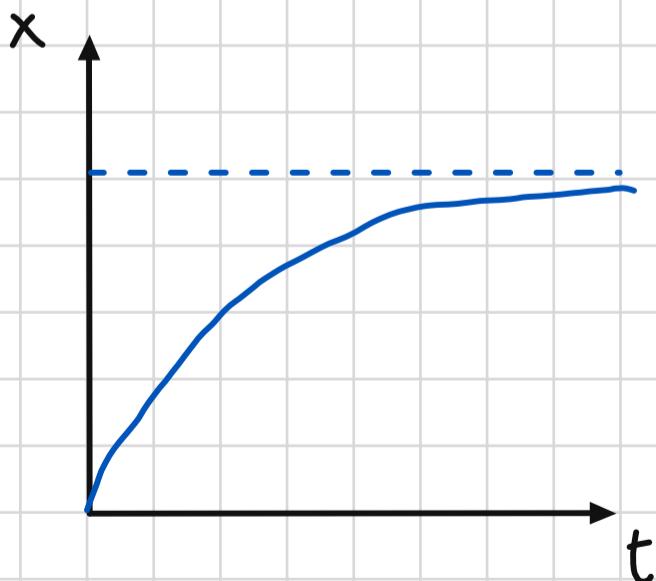
$$\frac{dv}{dt} = -Kv \quad \left. \begin{array}{l} \text{INTEGRO SEPARANDO} \\ \text{LE VARIABILI} \end{array} \right\}$$

$$\frac{dv}{v} = -K dt \Rightarrow \int_{v_0}^v \frac{1}{v} dv = -K \int_{t_0}^t dt \Rightarrow$$

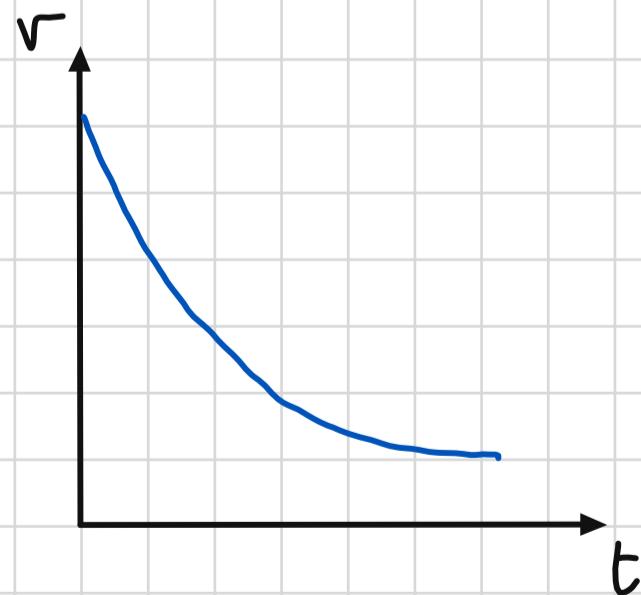
$$\ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -K(t_0 - t) \quad \text{quindi}$$

$$v(t) = v_0 e^{-K(t_0 - t)}$$

$$\text{INTEGRANDO ANCORA: } x(t) = x_0 + \int_0^t v(t) dt = \frac{v_0}{K} (1 - e^{-K \cdot t})$$



POSIZIONE



VELOCITÀ

$$\tau = \frac{1}{K}$$

# DINAMICA

???

PERCHÉ SI MUOVE UN CORPO FISICO ?

???

COMUNEMENTE GLI OGGETTI VENGONO MOSSI DA QUALCOSA CHE LÍ SPINGE O TIRA, QUINDI DA UNA FORZA.

CONTRARIAMENTE AL SENSO COMUNE ESISTONO PERO' FORZE DI CONTATTO E FORZE A DISTANZA, COME LA GRAVITÀ O L'ELETTROMAGNETICA: QUESTO ASPECTO SEMBRA ASSURDO!

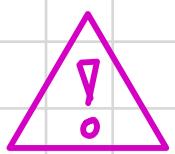


COME DESCRIVO UNA FORZA? SERVE DIRE QUANTO È INTENSA, IN CHE DIREZIONE VA E "SE SPINGE O TIRA";

È QUINDI UNA GRANDEZZA VETTORIALE.

ALTRO CONCETTO UTILE È QUELLO DI MASSA, È UN CONCETTO ASTRATTO E IN GENERALE È UNA PROPRIETÀ INTRINSECA DELLA MATERIA LEGATA ALLA DINAMICA DEL CORPO. È UNA GRANDEZZA SCALARE.

NEWTON E GALILEO (E CARTESIO) NEL PERIODO CHE VA DA METÀ '500 AL '700 INIZIANO A STUDIARE COME E PERCHÉ I CORPI SI MUOVONO E FORMULANO DEI PRINCIPI, DELLE ASSUNZIONI RAGIONEVOLI E CHE VALGONO COME BASE SU CUI COSTRUIRE TUTTO IL RESTO.



# PEZZETTINO DI EPISTEMOLOGIA



LA FISICA "MODERNA" È COMPOSTA DA 4 PEZZI:

ESPERIMENTI:

PER ESSERE SEMPRE  
LEGATA ALLA REALTÀ<sup>1</sup>

MATEMATICA:

PER ESSERE QUANTIFICABILE  
"L'IRRAGIONEVOLE EFFICACIA DELLA  
MATEMATICA NELLE SCIENZE  
NATURALI". E.P. WIGNER

PRINCIPI (PRINCIPIA):

PRESUPPOSTI RAGIONEVOLI  
CONSIDERATI VALIDI SULLA  
BASE DELL'ESPERIENZA.  
SU ESSI COSTRUISCO LE  
TEORIE

MODELLI:

RAPPRESENTAZIONI CONCETTUALI  
DI UN FENOMENO REALE,  
SPESSO SEMPLIFICATI. IL CUI  
SCOPO È SPIEGARE COME  
FUNZIONA QUALcosa

ALCUNI CONCETTI SONO MOLTO CONTROINTUITIVI MA LE FORMULE  
FUNZIONANO.

## 1

## PRINCIPIO DI INERZIA O PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

UN OGGETTO RIMANE NEL SUO STATO DI QUIETE ( $v=0$ )

O DI MOTO RETTILINEO UNIFORME ( $v = \text{costante}$ ) FINO

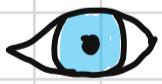
A QUANDO LA FORZA RISULTANTE CHE AGISCE SULL'OGGETTO  
É NULLA.

CIOÉ:  $\vec{v} = \text{cost.} \Leftrightarrow \sum \vec{F} = 0$

CIOÉ: LA VELOCITÁ DI UN CORPO NON CAMBIA SE SU ESSO NON  
AGISCONO FORZE.



INERZIA E MASSA: SI PUÓ DIRE CHE L'INERZIA É LA  
TENDENZA DI UN OGGETTO A RIMANERE NEL SUO STATO DI  
QUIETE O MOTO. LA MASSA ESPRIME QUANTITATIVAMENTE  
L'INERZIA, MISURANDOLA IN KILOGRAMMI



NEL LINGUAGGIO COMUNE SPESO SI CONFONDONO IL  
TERMINI PESO E MASSA ANCHE SE FISICAMENTE SONO  
COSE DIVERSE.

2

SECONDA LEGGE DI  
NEWTONO SECONDO PRINCIPIO DELLA  
DINAMICAPER UN PUNTO MATERIALE DI MASSA  $m$  VALE:

$$\vec{F}_{\text{TOTALE}} = m \vec{a}$$

QUINDI

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{TOTALE}}}{m}$$

CIOÉ: L'INTERAZIONE DEL PUNTO CON L'AMBIENTE CIRCONDARIO (ESPRESSA DALLE FORZE) DETERMINA LA SUA ACCELERAZIONE.

CIOÉ: QUANDO SU UN OGGETTO DI MASSA  $m$ , AGISCE UNA FORZA RISULTANTE  $\sum \vec{F}$ , L'OGGETTO SUBISCE UN'ACCELERAZIONE

- $\vec{a}$  CHE:
- È DIRETTAMENTE PROPORZIONALE A  $\sum \vec{F}$ ;
  - HA MODULO INVERSAMENTE PROPORZIONALE A  $m$ ;
  - HA DIREZIONE E VERSO UGUALI ALLA FORZA TOTALE

SI:  $F = ma \Rightarrow [N] = [\text{Kg}] \cdot \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

NEWTON, UNITÀ DI MISURA DELLE FORZE.



É UNA LEGGE VETTORIALE, CIOÉ VALE SEPARATAMENTE SULLE VARIE DIREZIONI.



SU OGGETTI NON PUNTIFORMI CONSIDERO LE FORZE ESTERNE. UTILE DISEGNARE IL DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO.

## 3

PRINCIPIO DI  
AZIONE - REAZIONE

o

TERZO PRINCIPIO DELLA  
DINAMICA

NEWTON OSSERVÓ CHE LE FORZE SI PRESENTANO SEMPRE IN COPPIA. IN PARTICOLARE:

SE UN CORPO A ESERCITA UNA FORZA  $\vec{F}_{A \rightarrow B}$  SU UN CORPO B,  
ANCHE IL CORPO B ESERCITA UNA FORZA  $\vec{F}_{B \rightarrow A}$  SUL CORPO A.  
LE DUE FORZE HANNO LO STESSO MODULO E DIREZIONE MA  
VERSO OPPOSTO: CIOÉ SONO UGUALI E CONTRARIE.

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$



LE DUE FORZE NON SI ANNULLANO PERCHÉ AGISCONO  
SU CORPI DIVERSI

# ALL'ATTO PRATICO, ESEMPI DI FORZE

A LIVELLO FONDAMENTALE CI SONO 4 FORZE:

GRAVITÁ, ELETTROMAGNETICA, NUCLEARE FORTE, NUCLEARE DEBOLE

PER OGGETTI MACROSCOPICI CONTANO LE PRIME DUE CHE SI MANIFESTANO IN VARIE FORME:



FORZA PESO: È DATA DALLA GRAVITÁ. TUTTI GLI OGGETTI CHE CADONO, AL DI LÁ DELLA LORO MASSA,

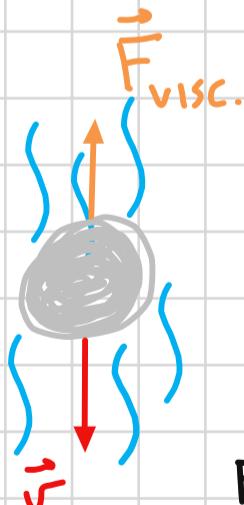
SENTONO SULLA TERRA DI UNA FORZA DI ATTRAZIONE DI

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

$$[N] = [Kg] \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

↓  
NEWTON

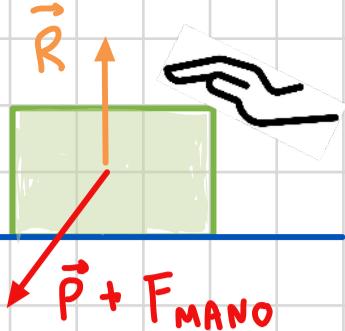
com  $\vec{g} = 9,81 \frac{m}{s^2}$  DIRETTA VERSO IL CENTRO DELLA TERRA



FORZA DI ATTRITO VISCOSE: UN CORPO CHE SI MUOVE IN UN LIQUIDO O GAS SENTE UNA FORZA CHE SI OPPONE AL MOVIMENTO. QUESTA FORZA È DIRETTAMENTE PROPORZIONALE ALLA VELOCITÁ

$$\vec{F} = -b \cdot \vec{v} \quad [N] = \left[ \frac{Kg}{s} \right] \left[ \frac{m}{s} \right]$$

com  $b$  CHE DIPENDE DALLA FORMA DEL CORPO E DAL FLUIDO



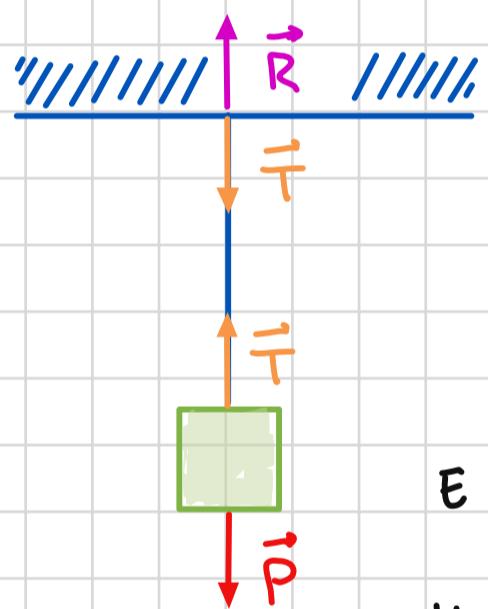
REAZIONE VINCOLARE: UNA SUPERFICIE

VINCOLA UN CORPO A NON SPROFONDARE E

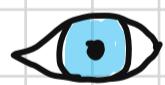
NON CADERE SOTTO L'EFFETTO DELLA GRAVITÀ

O DI ALTRE FORZE. NEL FARLO ESERCITA SUL CORPO UNA FORZA DETTA REAZIONE VINCOLARE, INDICATA DI SOLITO  $\vec{R}$ .

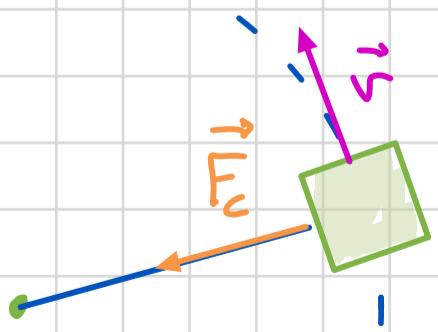
NON HA UNA FORMULA PRECISA E DIPENDE DAL CASO: SI RICAVA IN BASE ALLA FORZA CHE VIENE ANNULLATA MA È SEMPRE PERPENDICOLARE ALLA SUPERFICIE.



UNA FORZA SIMILE VIENE ESERCITATA DA CAVI CON CORPI APPESI. IN QUESTO CASO LA FORZA CHE IL FILO ESERCITA SUL CORPO SI CHIAMA TENSIONE E SI INDICA CON  $\vec{T}$ . QUESTA FORZA È DIRETTA VERSO IL FILO E SI TRASMETTE DA UN CAPO ALL'ALTRO.



I FILI IN FISICA SI CONSIDERANO DI MASSA TRASCURABILE E INESTENSIBILI (NON CAMBIANO LUNGHEZZA)

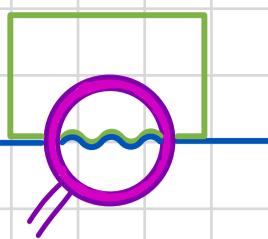


FORZA CENTRIPETA: QUANDO UN CORPO RUOTA

C'È UN'ACCELERAZIONE, QUINDI UNA FORZA DETTA

FORZA CENTRIPETA PERCHÉ TIRA IL CORPO VERSO

IL CENTRO DELLA TRAIETTORIA. VALE:  $\vec{F}_c = m \cdot \vec{a}_c \Rightarrow F_c = m \frac{v^2}{R}$



## ATTRITO RADENTE STATICO : UN CORPO FERMO

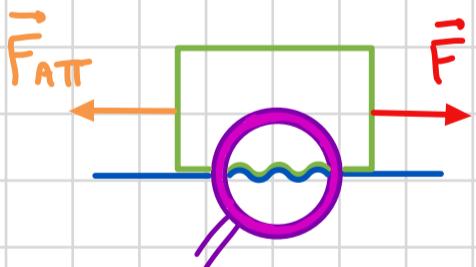
APPOGGIATO SU UNA SUPERFICIE QUANDO SUBISCE UNA FORZA NON NECESSARIAMENTE SI MUOVE. SI GENERA INFATTI, PER IL CONTATTO CON LA SUPERFICIE UNA FORZA CHE SI OPPONE AL MOTO DETTO ATTRITO STATICO. IL MASSIMO VALORE CHE PUÓ RAGGIUNGERE L'ATTRITO STATICO É:

FORZA DI ATTRITO STATICO = COEFFICIENTE · REAZIONE VINCOLARE

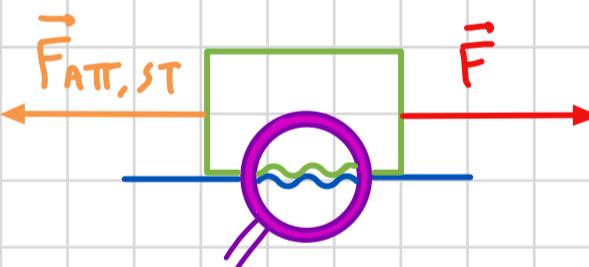
$$\vec{F}_{\text{ATT,ST}} = -\mu_s \cdot R \hat{u}_r \quad \text{o IN MODULO}$$

$$F_{\text{ATT,ST}} = -\mu_s \cdot R$$

- $\mu_s$  COEFFICIENTE CHE DIPENDE DAI MATERIALI CHE STRISCIANO
- $R$  MODULO DELLA REAZIONE DEL PIANO
- $- \hat{u}_r$  INDICA IL VERSO, OPPOSTO ALLA VELOCITÁ

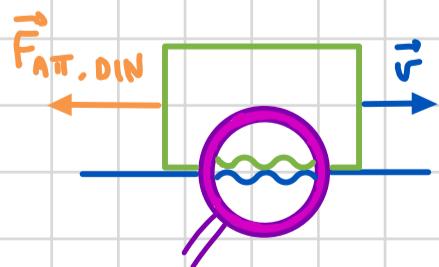


FERMO  $|F| < |F_{\text{ATT,ST}}|$



STA PER INIZIARE A MUOVERSI

$$|F| = |F_{\text{ATT,ST}}|$$

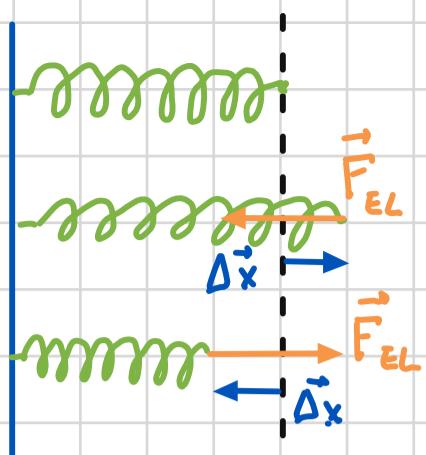


ATTRITO RADENTE DINAMICO : UN CORPO CHE SI MUOVE

STRISCIANDO SU UNA SUPERFICIE RISENTE DI UNA

FORZA CHE SI OPPONE AL MOVIMENTO IN MODO COSTANTE CHE

VALE :  $\vec{F}_{\text{ATT,DIN}} = -\mu_d \cdot R \cdot \hat{u}_r$  CON  $\mu_d < \mu_s$



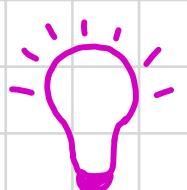
**FORZA ELASTICA:** È UNA FORZA IN DIREZIONE COSTANTE, CON VERSO RIVOLTO VERSO UN PUNTO DETTO CENTRO E MODULO PROPORZIONALE ALLA DISTANZA DAL CENTRO.

UNA MOLLA PER ESEMPIO, QUANDO COMPRESSA TENDE AD ALLUNGARSI E QUANDO ALLUNGATA TENDE A COMPRIMERSI.

QUESTA FORZA VALE:

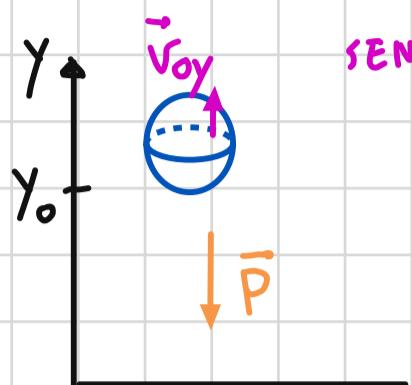
$$\vec{F}_{EL} = -K_{EL} \cdot \vec{\Delta x} \quad [N] = \left[ \frac{N}{m} \right] \cdot [m] \quad \text{com}$$

- $K_{EL}$  COSTANTE ELASTICA DELLA MOLLA, INDICA QUANTO È RESISTENTE LA MOLLA;
- $\vec{\Delta x}$  È IL VETTORE SPOSTAMENTO RISPETTO AL CENTRO, INDICA QUANTO È COMPRESSA / ALLUNGATA LA MOLLA



## CASI PARTICOLARI DI MOTI

- MOTO VERTICALE: L'UNICA FORZA È LA FORZA PESO



SENZA ATTRITO

CHE DA ACCELERAZIONE  $\vec{g}$ .

È UN MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

UNIDIMENSIONALE:

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

$$\begin{cases} y = y_0 + v_{oy} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v_y = v_{oy} - g \cdot t \end{cases}$$

IL MENO È  
PERCHÉ IL VERSO  
È OPPOSTO  
ALL'ASSE Y

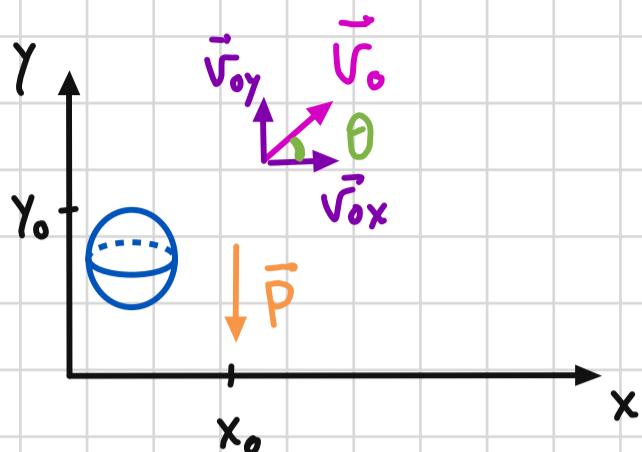
$y_0$  = POSIZIONE INIZIALE ;  $v_{oy}$  = VELOCITÀ INIZIALE

- MOTO DI UN PROGETTILE: L'UNICA FORZA È LA FORZA SENZA ATTRITO

PESO (VERTICALE) CHE DA

UN'ACCELERAZIONE  $\vec{g}$ . È UN MOTO

BIDIMENSIONALE COMPOSTO DA:



- MOTO VERTICALE UNIFORMEMENTE ACCELERATO

- MOTO ORIZZONTALE RETTILINEO UNIFORME

$$\vec{F}_x = 0 \Rightarrow \vec{a}_x = 0$$

VALE:

$$\vec{F}_y = m \cdot \vec{g} \Rightarrow \vec{a}_y = \vec{g}$$

$$\begin{cases} y = y_0 + V_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \\ x = x_0 + V_{0x} \cdot t \end{cases}$$

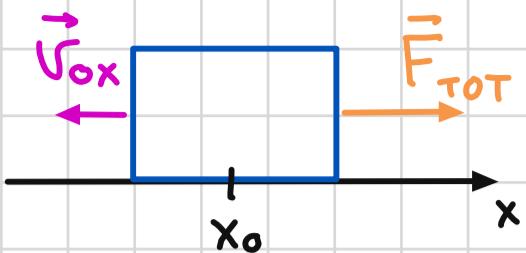
IL MENO È  
PERCHÉ IL VERSO  
È OPPOSTO  
ALL'ASSE Y

$$\begin{cases} V_y = V_{0y} - g \cdot t \\ V_x = V_{0x} \end{cases}$$

CON

$$\begin{cases} V_{0y} = V_0 \cdot \sin \theta \\ V_{0x} = V_0 \cdot \cos \theta \end{cases}$$

$(x_0, y_0)$  = POSIZIONE INIZIALE ;  $(V_{0x}, V_{0y})$  = VELOCITÀ INIZIALE



MOTO SU UN PIANO : SE UNA FORZA AGISCE SUL CORPO (COME UN MOTORE, UNA MANO, L'ATTRITO, ...) ALLORA IL MOTO

É UNIFORMEMENTE ACCELERATO, ALTRIMENTI É RETTILINEO

UNIFORME :

$$\vec{F}_{TOT} = m\vec{a}$$

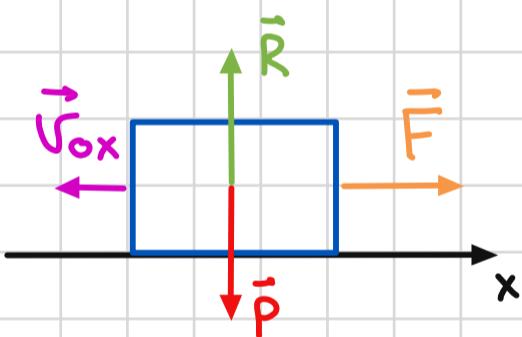
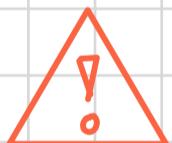
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\begin{cases} x = x_0 - v_{ox} \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v = -v_{ox} + a \cdot t \end{cases}$$

IL MENO É PERCHÉ IL VERSO È OPPOSTO ALL'ASSE X

$$SE \quad \vec{F}_{TOT} = 0$$

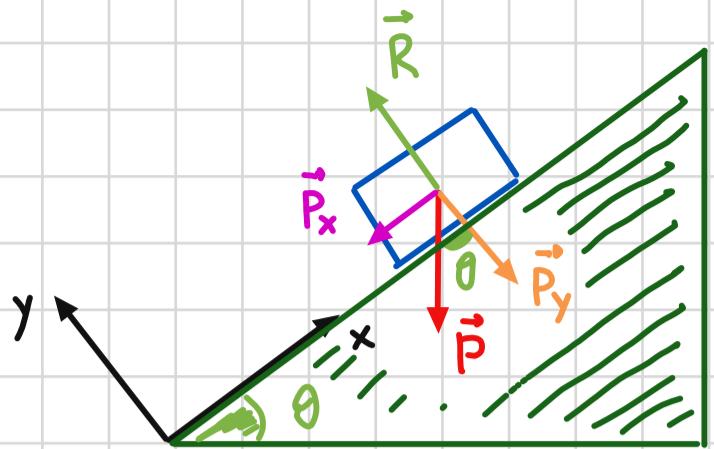
$$\begin{cases} x = x_0 - v_{ox} \cdot t \\ v = -v_{ox} \end{cases}$$



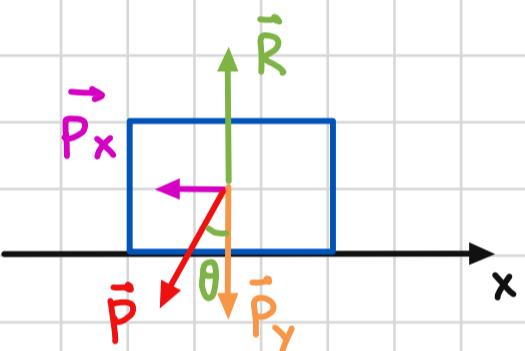
IN REALTÁ CI SONO ANCHE FORZE LUNGO Y MA LA LORO SOMMA

É ZERO E IL CORPO SI MUOVE SOLO ORIZZONTALMENTE

MOTO SUL PIANO INCLINATO SENZA FORZE ESTERNE: SE NULLA AGISCE SULL'OGGETTO L'UNICA FORZA CHE AGISCE È LA GRAVITÀ CHE DA UN'ACCELERAZIONE  $\vec{g}$  VERTICALE.



QUESTO È UN MOTO UNIDIMENSIONALE "MASCHERATO DA MOTO BIDIMENSIONALE". IL CORPO SI MUOVE IN DIREZIONE DEL PIANO CADENDO PER LA GRAVITÀ.



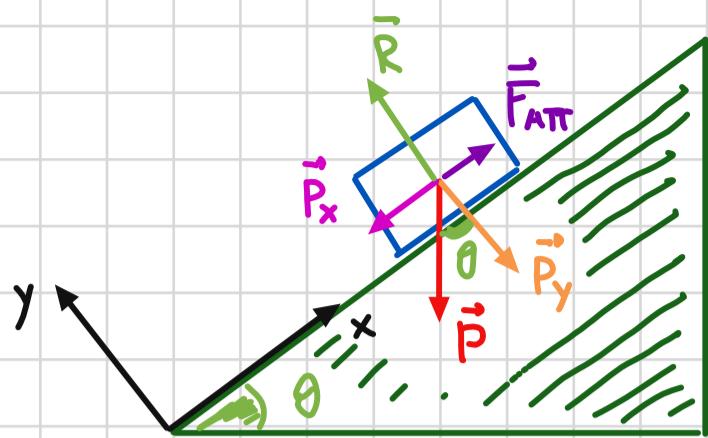
IN REALTÀ CI SONO ANCHE FORZE LUNGO Y MA LA LORO SOMMA

É ZERO E IL CORPO SI MUOVE SOLO LUNGO LA DIREZIONE DEL PIANO.

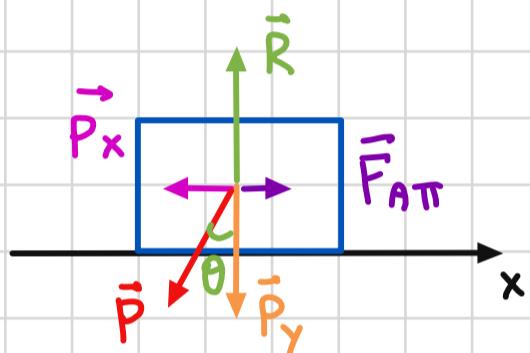
$$\begin{aligned} \vec{P}_x &= m\vec{g}_x \\ \ddot{a}_x &= \vec{g}_x \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = x_0 + v_{0x} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot \sin \theta \cdot t^2 \\ v_x = v_{0x} - \frac{1}{2} g \cdot \sin \theta \cdot t \end{array} \right.$$

$a_x = -g \cdot \sin \theta$  IL MENO È PERCHÉ IL VERSO È OPPOSTO ALL'ASSE Y

MOTO SUL PIANO INCLINATO CON FORZE ESTERNE : SE AGISCONO FORZE ESTERNE LE SOMMO ALLE COMPONENTI E CERCO LA NUOVA FORZA TOTALE LUNGO IL PIANO.



PRENDIAMO PER ESEMPIO L'ATTRITO STATICO O DINAMICO



$$F_{\text{ATTR}} = \mu \cdot R \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{SEGNO PIÙ PERCHÉ DI VERSO} \\ \text{CONCORDA CON L'ASSE X} \end{array} \right.$$

$$R = P_y = m \cdot g \cdot \cos \theta$$

$$\vec{F}_{x,\text{TOT}} = \vec{P}_x + \vec{F}_{\text{ATTR}} \quad \text{CON I SEGNI GIUSTI E SOSTITUENDO}$$

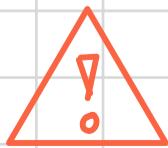
$$F_{x,\text{TOT}} = -m \cdot g \cdot \sin \theta + mg \cdot \cos \theta$$

$$a_x = \frac{F_{x,\text{TOT}}}{m} = -g \cdot \sin \theta + g \cos \theta = g \cdot (\cos \theta - \sin \theta)$$

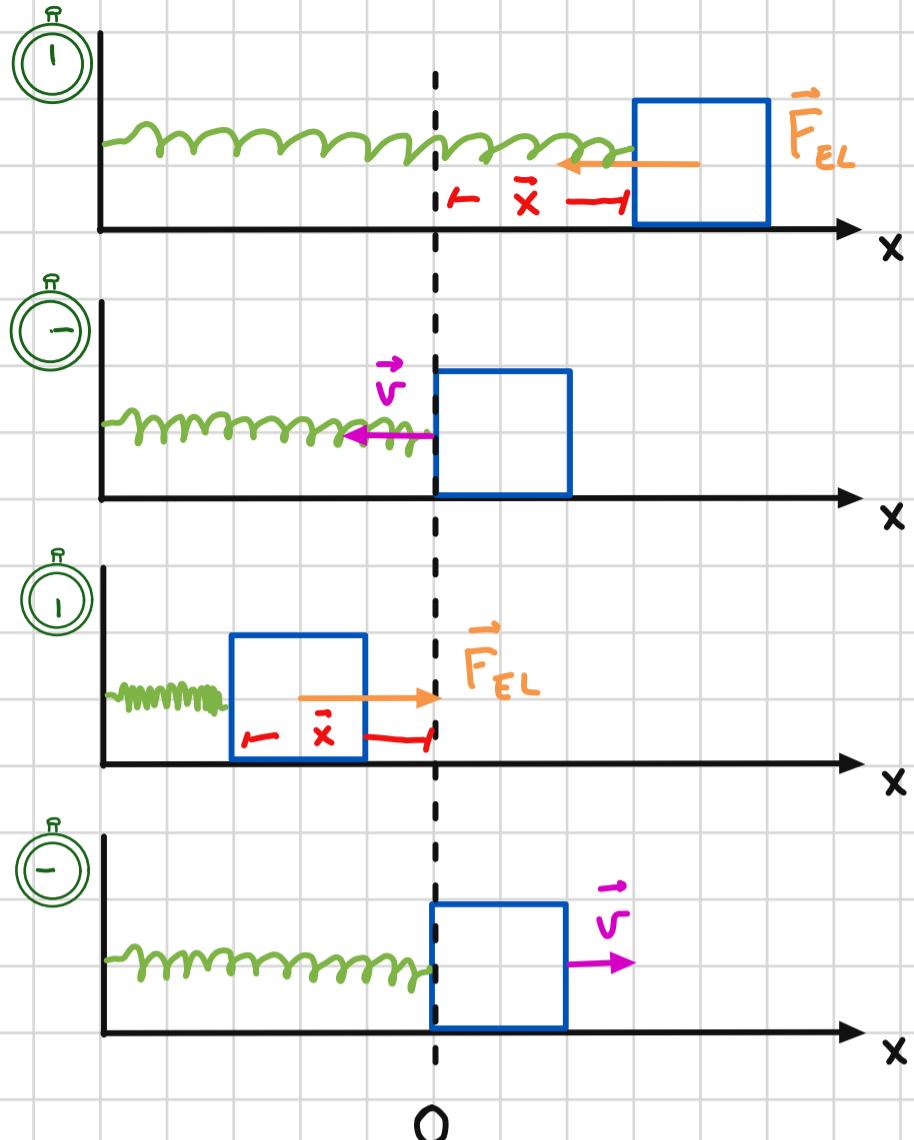
RACCOLGO

SOSTITUISCO  
E SEMPLIFICO

$$\left\{ \begin{array}{l} x = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{1}{2} a_x \cdot t^2 \\ v_x = v_{0x} + \frac{1}{2} a_x \cdot t \end{array} \right.$$



L'ACCELERAZIONE DIPENDE DALL'ANGOLO, NON È DETTO CHE LA GRAVITÀ SUPERI L'ATTRITO.



MOTO DI UNA MASSA CHE SI

MUOVE ORIZZONTALMENTE

ATTACCATA A UNA MOLLA:

SENZA ATTRITO

$$\vec{F}_{EL} = -K_{EL} \vec{x}$$

MA IN GENERALE

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

$$\text{QUINDI } \vec{a} = -\frac{K_{EL}}{m} \vec{x}$$

HA LA FORMA DEL MOTO ARMONICO DOVE:  $a = -\omega^2 x$

$$\text{QUINDI } \omega^2 = \frac{K_{EL}}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K_{EL}}{m}}$$

$$\text{MA } \omega = 2\pi f \quad \text{E} \quad T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{QUINDI} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{K_{EL}}{m}}$$



SE CI FOSSE L'ATTRITO AVREI UNA FORZA AGGIUNTIVA

IL PROBLEMA SAREBBE PIÙ COMPLESSO.

AGGIUNGERE EQ. DIFFERENZIALI E

LEGGE ORARIA

MOTO DI UNA MASSA CHE SI

MUOVE VERTICALMENTE

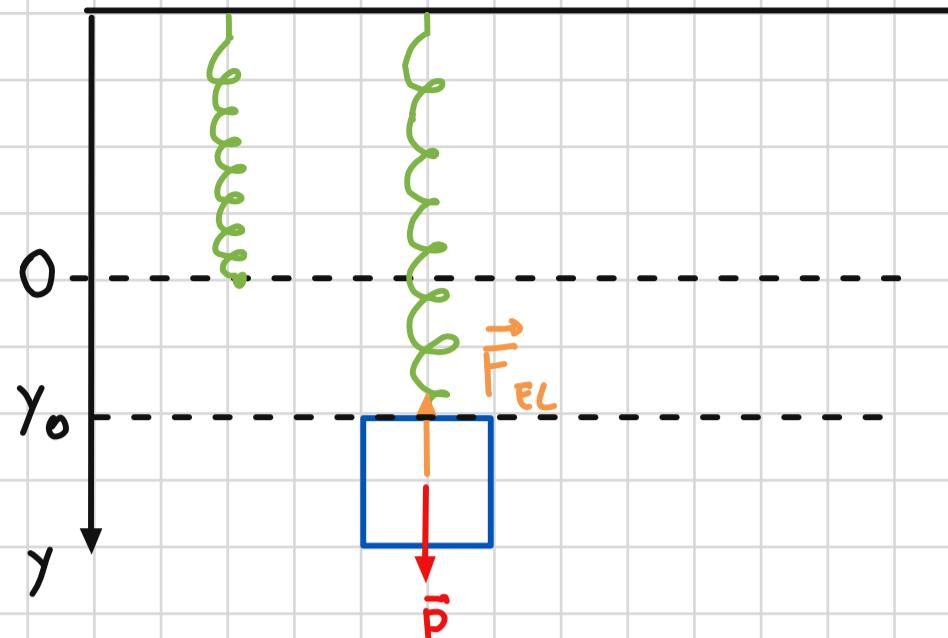
ATTACCATA A UNA MOLLA:

SENZA ATTRITO

AGG. CASO STATICO

+

DINAMICO



MOTO DEL PENDOLO SENZA ATTRITO:

