Obligatorisk læringsaktivitet 2

Mat102 hausten 2024. Innleveringsfrist: fredag 27. september klokka 23.59

Dette er den andre av fire obligatoriske læringsaktivitetar i MAT102. For å få ta eksamen i MAT102 må alle fire arbeidskrava vere godkjent. Obligatorisk innlevering 2 kan leverast i grupper på **høgst 4** personar. Skriv namn på alle medlemmane i gruppa på innleveringa. **Pass på at alle medlemmane i gruppa blir registrert når De leverer i Canvas. Alle medlemmane i gruppa MÅ bidra!**
Alle svara skal grunngjevast, og ein må prøve på alle oppgåvene. Ta med så mykje mellomrekning at framgangsmåten kjem tydeleg fram. Obligatorisk innlevering 2 skal leverast i Canvas som ei pdf-fil.

Oppgåve 1

Gitt funksjonen

$$f(x, y) = -x^3 + x^2 + x + y^3 - 3y.$$

a) Rekn ut alle dei partiellderiverte til f av første og andre orden.

b) I kva retning veks f raskast i punktet $(-1,1)$?

c) Finn og klassifiser dei stasjonære/kritiske punkta til f.

Oppgåve 2

Ifølgje https://snl.no/prokrastinering (Store norske leksikon) er talet som prokrastinerer i befolkninga mellom 10 % og 20 % (vesentleg lågare enn for studentpopulasjonen). Når vi skal prøve å estimere delen p av ei befolkning som prokrastinerer, er det naturleg å bruke ei binomisk tilnærming, dvs. at vi ved eit tilfeldig utval av ei ikkje alt for stor gruppe med n individ kan sjå på talet prokrastinatørar i denne gruppa som binomialfordelt.

I samband med ei undersøking som vart gjort i 1993 viste det seg at 15 % av befolkninga var prokastinatørar. Ei ny undersøking har blitt gjort i 2023, og her vart 500 tilfeldig utvalde personar spurde om dei prokrastinerer, var resultatet at 90 svarte ja på spørsmålet om dei prokrastinerer. Vi vil no undersøke om det har vore ein auke i delen som prokrastinerer.

Du får oppgitt konstantane:

$$u_{0,05} = 1{,}645, \qquad u_{0,025} = 1{,}96, \qquad u_{0,005} = 2{,}576$$

a) Sett opp ein passande hypotesetest for å undersøke om det har vore ein auke i delen av befolkninga som prokrastinerer.

b) Utfør testen på signifikansnivå $\alpha = 0.05$.

Oppgåve 3

Du får oppgitt konstantane:

$$u_{0,05} = 1{,}645, \qquad u_{0,025} = 1{,}96, \qquad u_{0,005} = 2{,}576$$

$$t_{0,05,\ 5} = 2{,}02, \qquad t_{0,025,\ 5} = 2{,}57, \qquad t_{0,005,\ 5} = 4{,}03$$

Vi har observert 6 uavhengige verdiar av ein normalfordelt stokastisk variabel X.

$$X_1 = 14.2, \qquad X_2 = 15.2, \qquad X_3 = 15.0, \qquad X_4 = 14.4, \qquad X_5 = 13.8, \qquad X_6 = 14.5.$$

a) Bruk informasjonen til å estimere forventingsverdien μ og standardavviket σ for X.

b) Finn eit 95 % konfidensintervall for μ_X.

Oppgåve 4

Roches hurtigtest for korona har ein sensitivitet på 91.1%, dvs.

$$P(Positiv\ test|Korona) = 0.911.$$

Vi ønsker å finne sannsynet for om ein faktisk har korona viss testen er positiv,

$$P(Korona|Positiv\ test).$$

Dette krever litt rekning, og vi skal rekne ut dette sannsynet gjennom fleire deloppgåver.

a) Bruk Bayes' teorem for å finne ein formel for $P(Korona|Positiv\ test)$ uttrykt ved $P(Positiv\ test|Korona)$, $P(Positiv\ test)$ og $P(Korona)$.

$P(Korona)$ angir den delen av befolkninga som er smitta (prevalensen). Vi har hatt fleire koronabølger og veit at prevalensen varierer. Av formelen i a) ser vi at vi også må finne verdien av $P(Positiv\ test)$.

b) Bruk formelen

$$P(\text{Positiv test}) = P(\text{Positiv test}|\text{Korona}) \cdot P(\text{Korona}) + P(\text{Positiv test}|\overline{\text{Korona}}) \cdot P(\overline{\text{Korona}})$$

til å rekne ut $P(\text{Positiv test})$ viss $P(Korona) = 0.01$ og $P(\text{Positiv test}|\overline{\text{Korona}}) = 0.004$.

c) Rekn ut $P(\text{Positiv test})$ viss $P(Korona) = 0.1$ og $P(\text{Positiv test}|\overline{\text{Korona}}) = 0.004$).

d) Rekn ut sannsynet for at ein faktisk har korona viss testen er positiv, $P(Korona|Positiv\ test)$, viss P(Korona) = 0,01 og viss P(Korona) = 0.1.

e) Samanlikn dei to svara i oppgåve d) og kommenter kva betydning prevalensen har for verdien av $P(Korona|Positiv\ test)$. Legg merke til at tala som er brukt i denne oppgåva står på pakningsvedlegget til Roches hurtigtest, og at svara her vil være reelle for de gitte prevalensene.