



合肥工业大学

HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

第2讲：图形的表示 与数据结构

吴文明

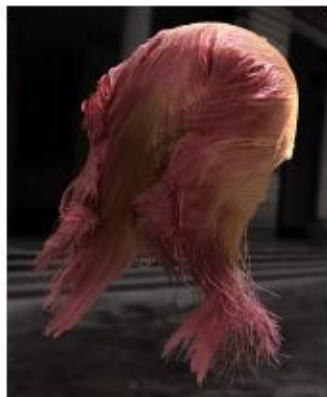
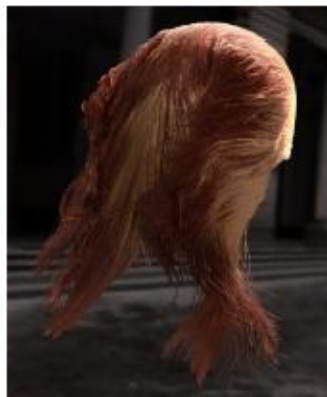
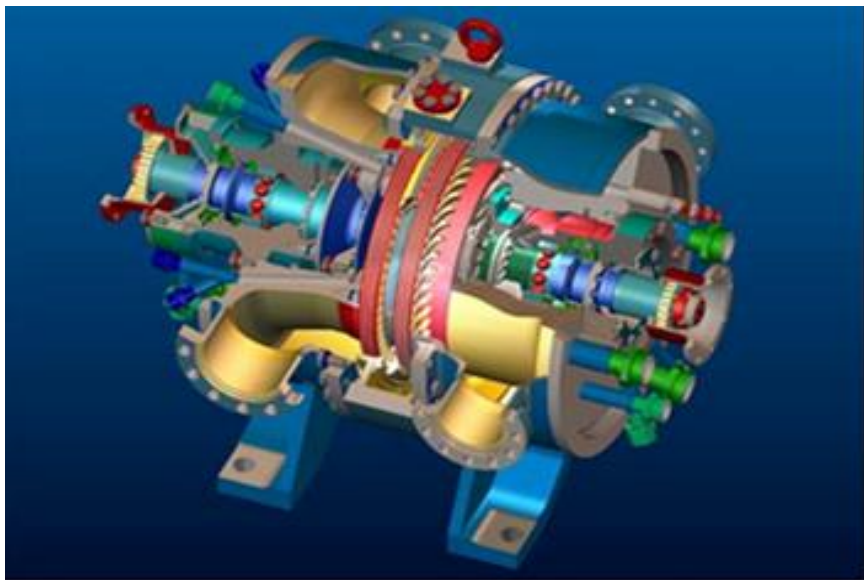
计算机与信息学院



合肥工业大学

HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

导论





图形的表示

- 计算机图形学是运用计算机产生、存储、处理物体的物理模型 (Modelling) 和它们的画面 (Rendering) 的一门学科；
- 计算机图形学由数据结构、图形算法和语言构成；

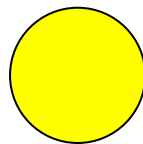
数据结构

float point[3]

float line[2][3]

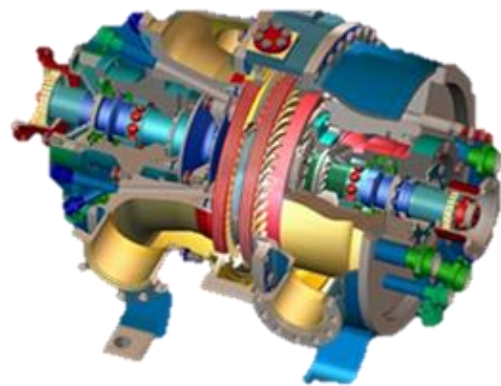
Struct Circle

```
{  
    float center[3];  
    float radius;  
}
```





- **造型技术**：研究如何在计算机中建立恰当模型表示不同图形对象的技术；
 - **规则对象**：如点、直线、曲线、平面、曲面、实体等；又称**几何造型**；
 - **非规则对象**：如山、水、树、草、云等丰富多彩的对象；





- 基本概念
- 三维形体的表示
- 非规则对象的表示
- 小结

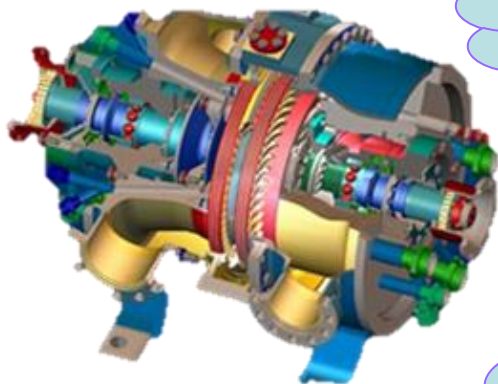
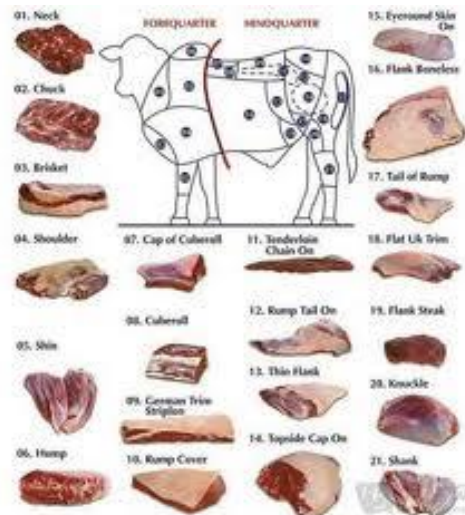


合肥工业大学

HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

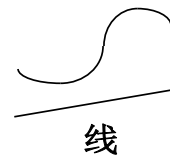
基本概念



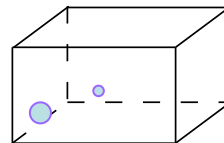


二维图形系统
图素、图元

点



线



体



环

面

三维图形系统
体素

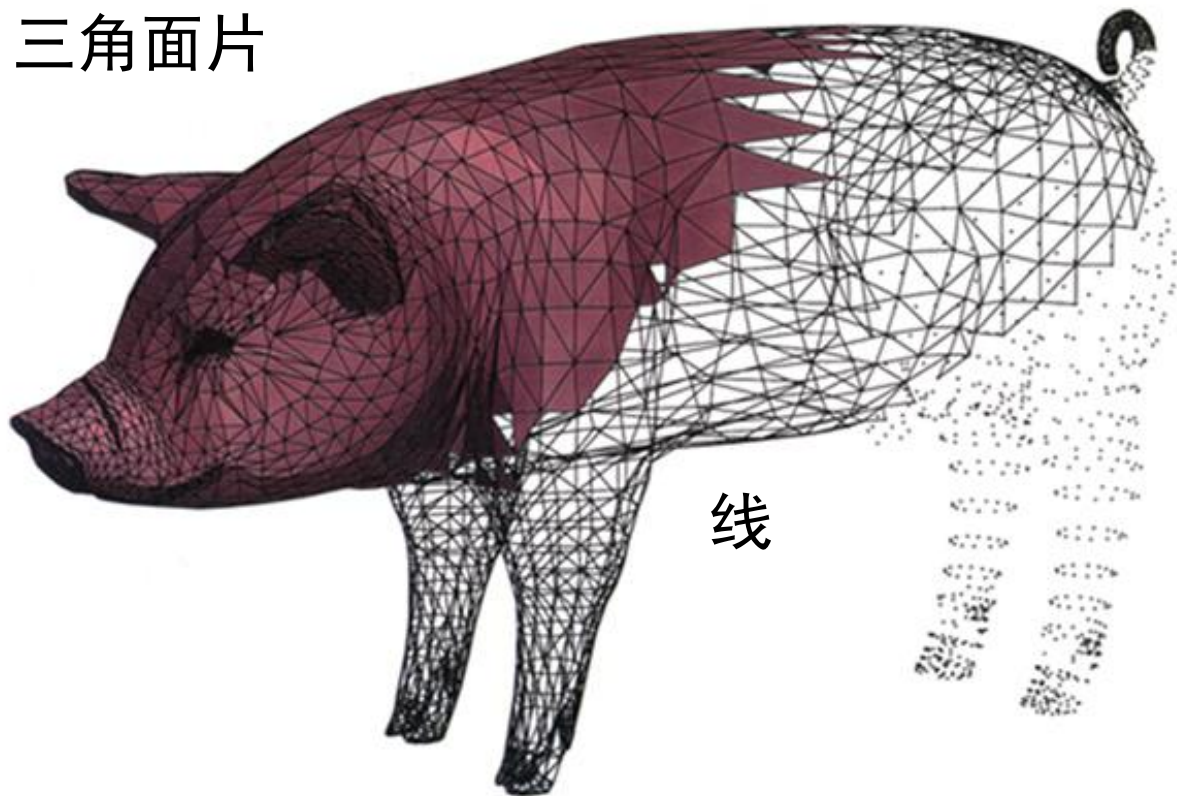


合肥工业大学

HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

基本图形元素

三角面片



线

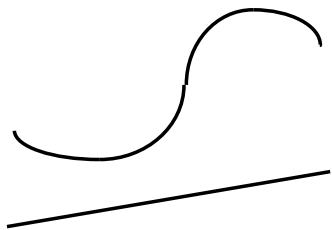
点



●
点

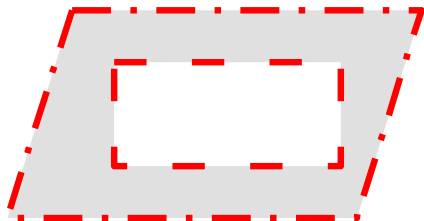
$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t), t = t_0 \\ z = z(t) \end{cases}$$

- 0维几何元素
- 点是形体中的最基本的元素，自由曲线、曲面或其他形体均可用有序点集表示
- 用计算机存储、管理、输出形体的实质就是对点集及其连接关系的管理



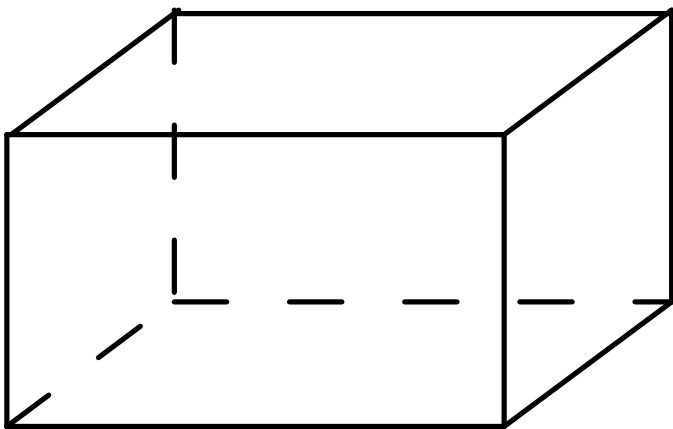
线

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t), t \in (0, 1) \\ z = z(t) \end{cases}$$

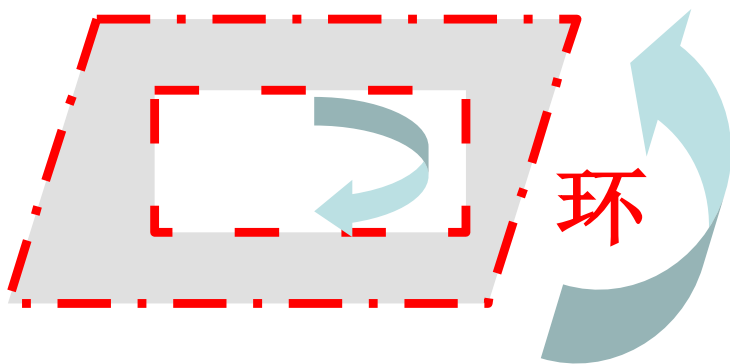


面

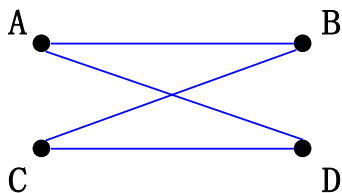
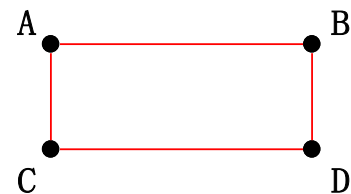
$$\begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v), u \in (0, 1) \\ z = z(u, v), v \in (0, 1) \end{cases}$$



- 体是三维几何元素，由封闭表面围成空间，是欧式空间中非空、有界的封闭子集；
- 其边界是有限面的集合；

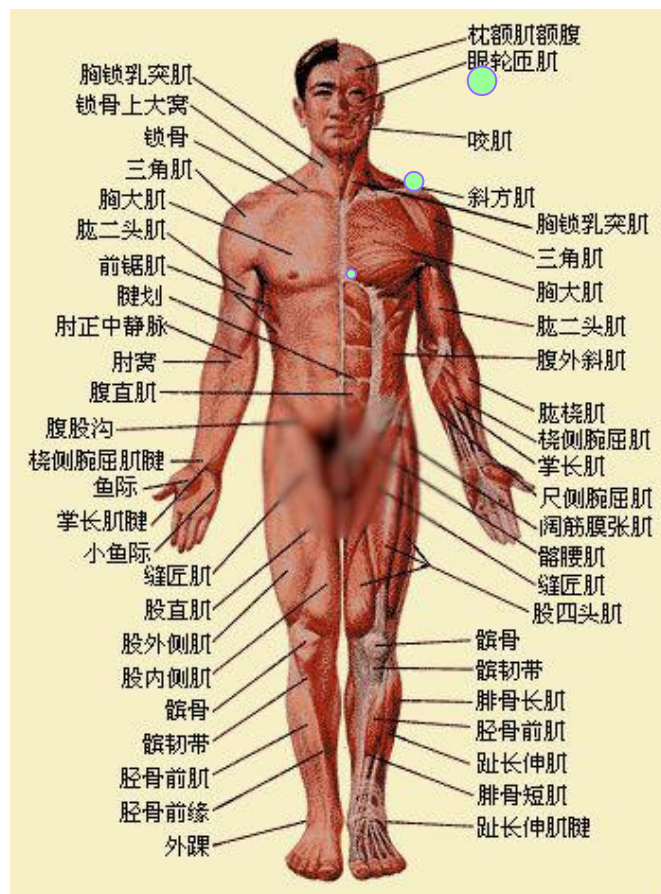


- 环是有序、有向边组成的面的封闭边界；
 - 外环：按逆时针排序
 - 内环：按顺时针排序
- 属性：
 - 有且仅有一个外环
 - 0到n个内环



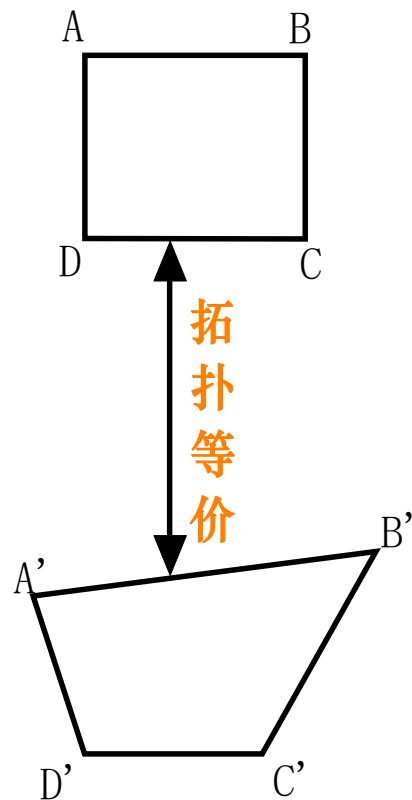
几何信息: 位置和大小

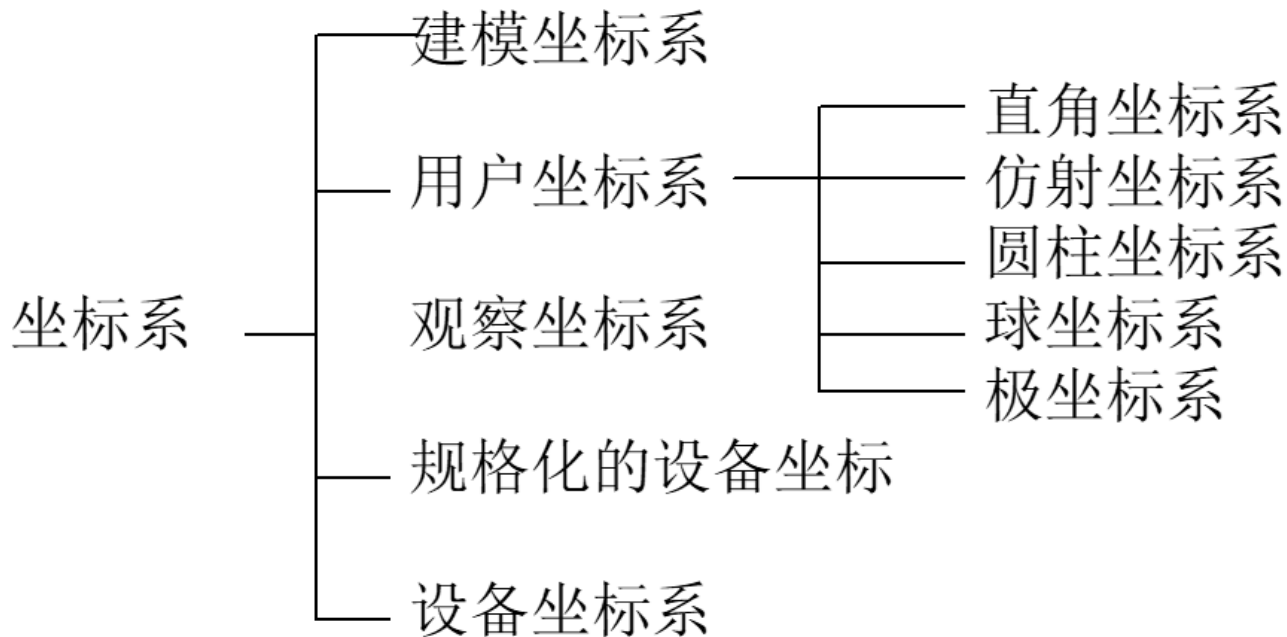
拓扑信息: 几何元素的
多少和连接关系





- **刚性运动**：在欧氏几何中，通常允许的运动是刚性运动；
- **弹性运动**：在拓扑关系中，允许弹性运动；
- **拓扑等价**：一个图形作弹性运动可与另一个图形重合。

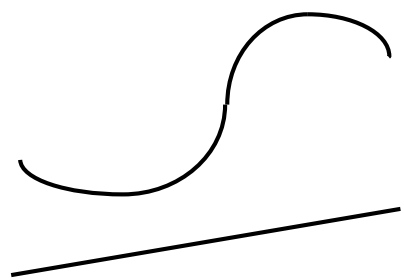




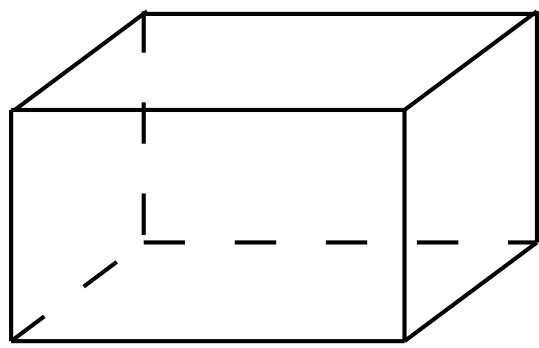
- 计算机3D图形学最基本的目标是：将构建好的3D物体显示在2D设备坐标上。
- 一个大世界中有许多物体，每个物体都有自己的坐标系（建模），如何表述这些物体间的相对关系，在世界（用户）坐标系表示。（全局/局部）
- 如果只需看到这个世界中的一部分，引出了观察坐标系。



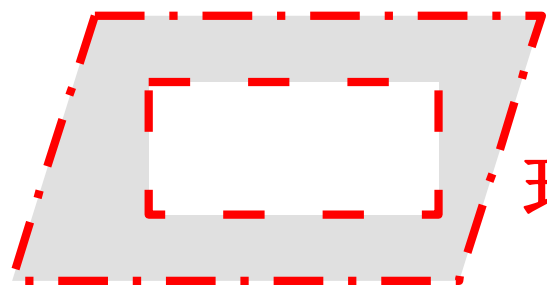
点



线



体



环

面

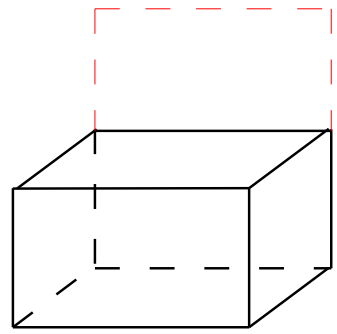
数学意义上的



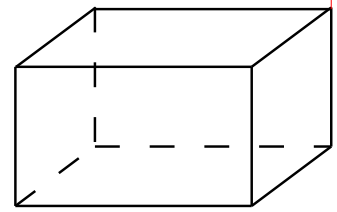
理论和现实
存在差别

电线

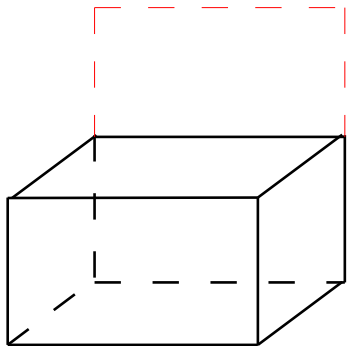
一页纸



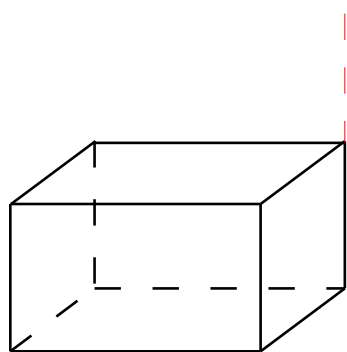
悬面



悬边



悬面



悬边

- 有效的实体应该具备什么特性
- 怎样制造有效的实体
- 怎样检查实体的有效性

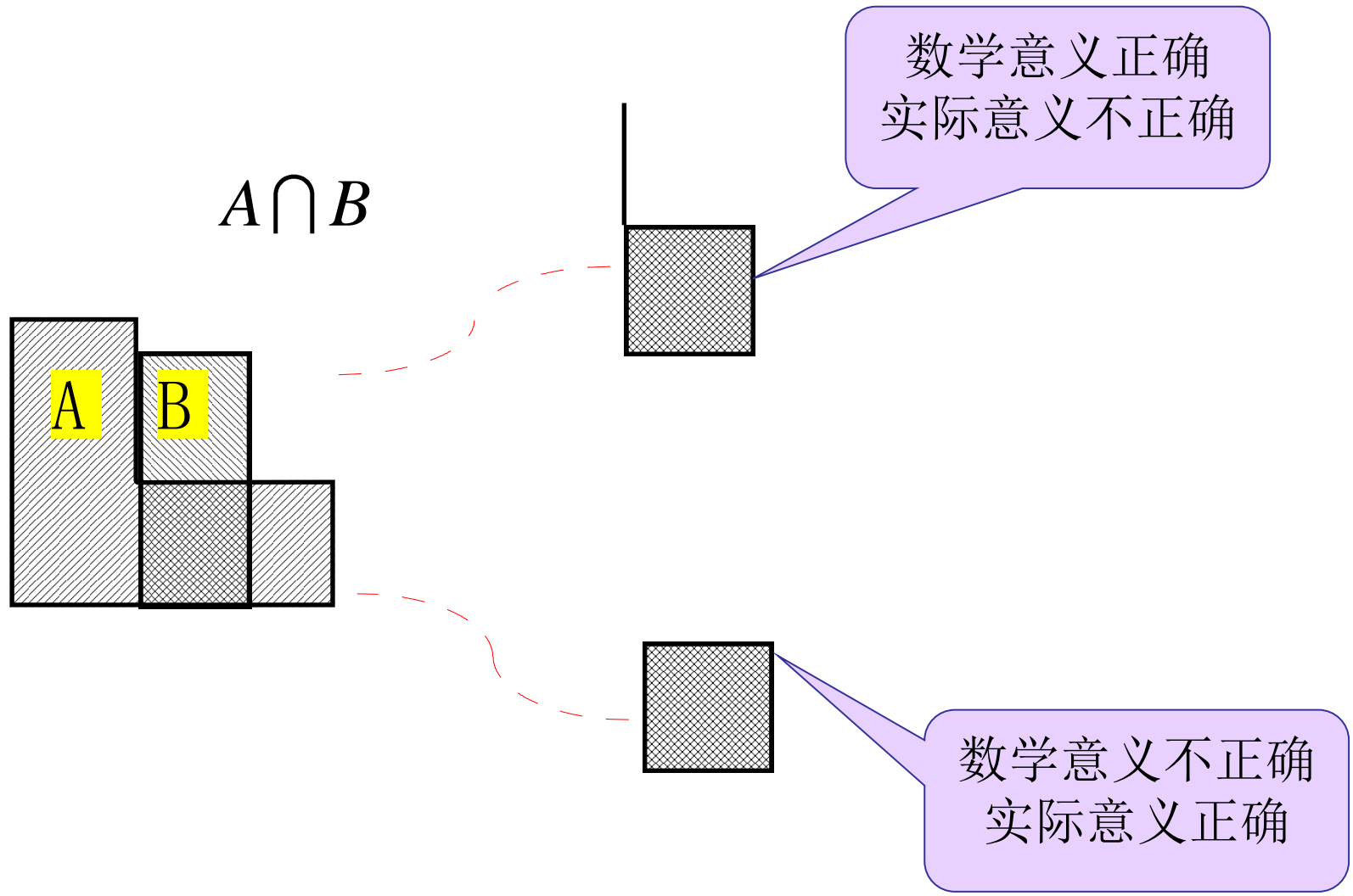


三维形体的性质

- 刚性
- 维数一致性
- 体积有限
- 边界的确定性
- 封闭性

物体表面的性质

- 连通性
- 有界性
- 非自相交性
- 可定向性
- 闭合性





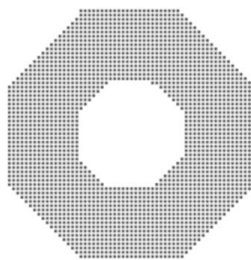
点的领域：如果 P 是点集 S 的一个元素，那么点 P 的以 R ($R>0$) 为半径的领域指的是围绕点 P 的半径为 R 的小球（二维情况下为小圆）。

内点为点集中的这样一些点，它们具有完全包含于该点集的充分小的领域。

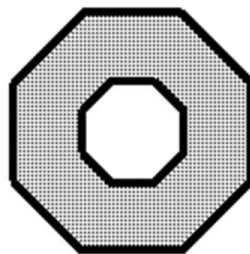
边界点：该点的任意小的领域，都不完全包含于该点集，但与点集的交都不为空；

开集是指点集中的点都是内点。

闭集是指一个集合所有的极限点都是这个集合中的点。



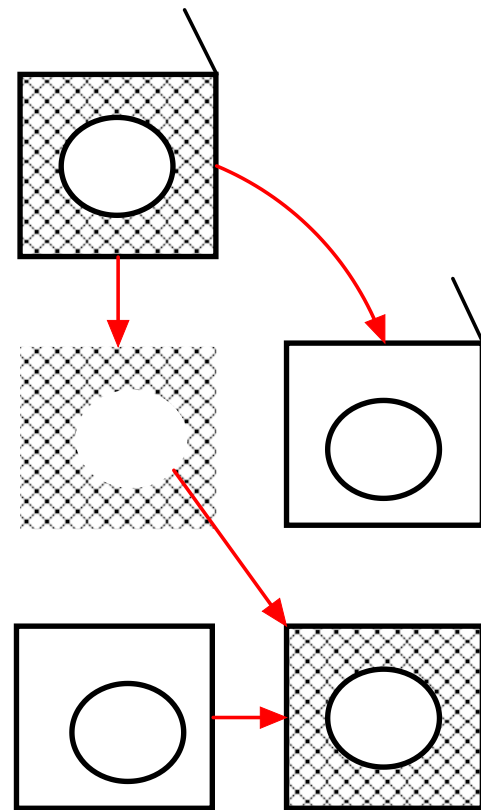
开集



闭集



- **内点运算**：具有完全包含于该点集的充分小的领域； $i \cdot A$
- **闭包运算**：内点+边界点； $c \cdot A$
- **正则运算**： $r \cdot A = c \cdot i \cdot A$



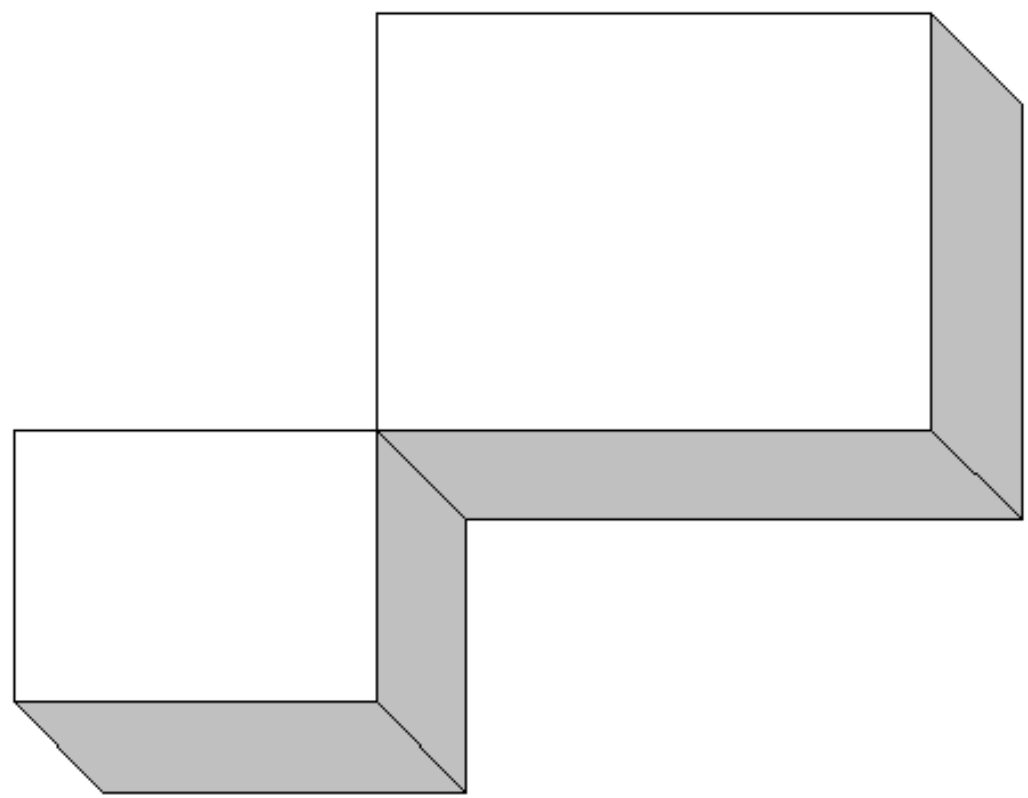


- 正则交、正则并、正则差

$$C = A \cap^* B = c \cdot i \cdot (A \cap B)$$

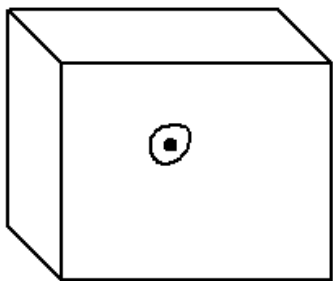
$$C = A \cup^* B = c \cdot i \cdot (A \cup B)$$

$$C = A -^* B = c \cdot i \cdot (A - B)$$

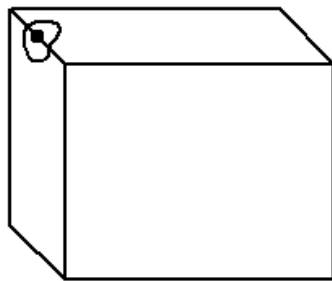




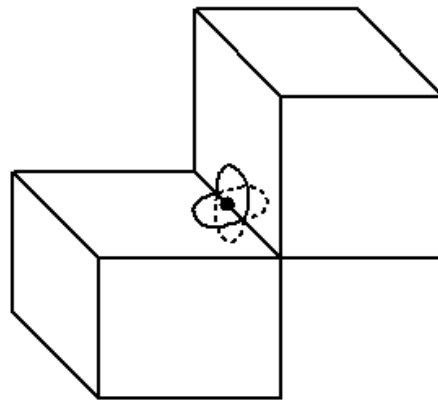
二维流形指的是对于实体表面上的任意一点，都可以找到一个围绕着它的任意小的领域，该领域与平面上的一个圆盘是拓扑等价的。



(a) 二维流形



(b) 二维流形



(c) 非二维流形



对于一个占据有限空间的正则形体，如果其表面是二维流形，则该正则形体为实体。



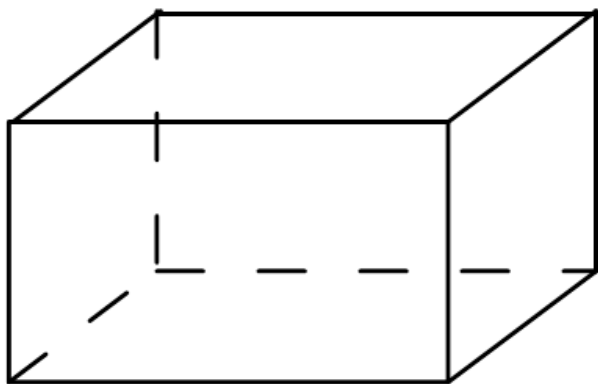
- 平面多面体是表面由平面多边形构成的三维物体。
(一条边连接两个且仅两个面；实体表面必须是封闭的)
- 简单多面体指与球拓扑等价的那些多面体。
- 欧拉公式证明简单多面体的顶点数 V 、边数 E 和面数 F 满足如下关系： $V-E+F=2$ 。
- 欧拉公式是判断实体有效性的必要不充分条件。



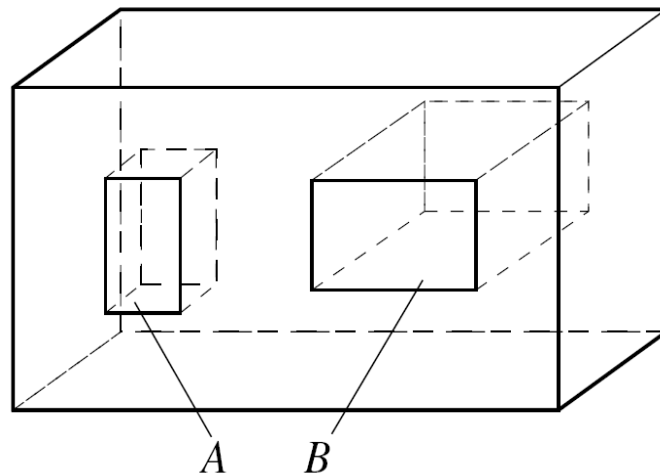


非简单多面体

扩展欧拉公式： $V - E + F - H = 2(C - G)$



$$V = 8, F = 6, E = 12$$

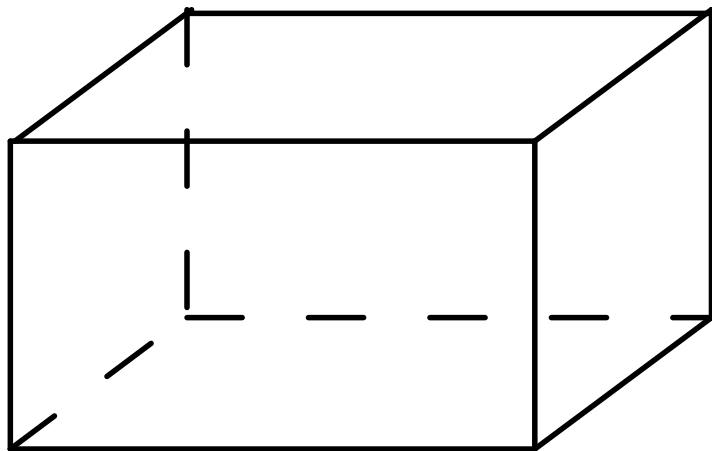


$$V = 24, F = 15, E = 36, H = 3, G = 1$$



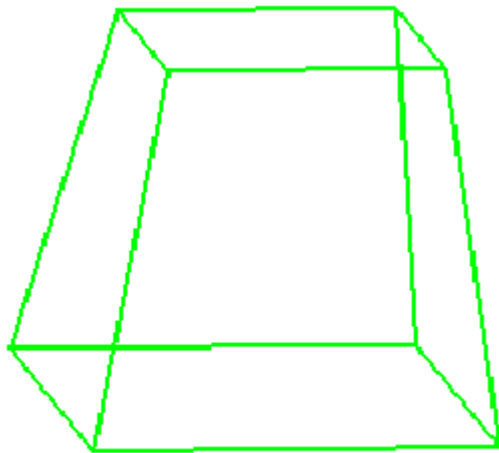
三维形体的表示



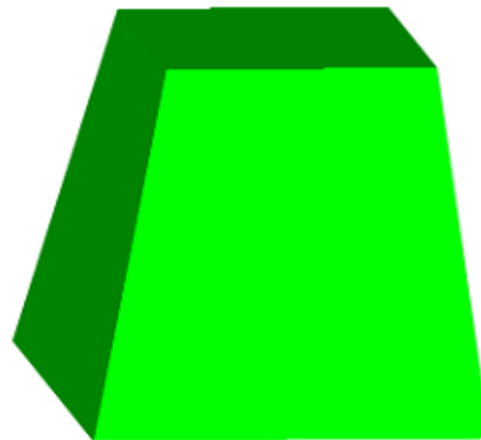


- 体是三维几何元素，由封闭表面围成空间，是欧式空间中非空、有界的封闭子集；
- 其边界是有限面的集合；

纯定义缺乏可操作性



线框模型

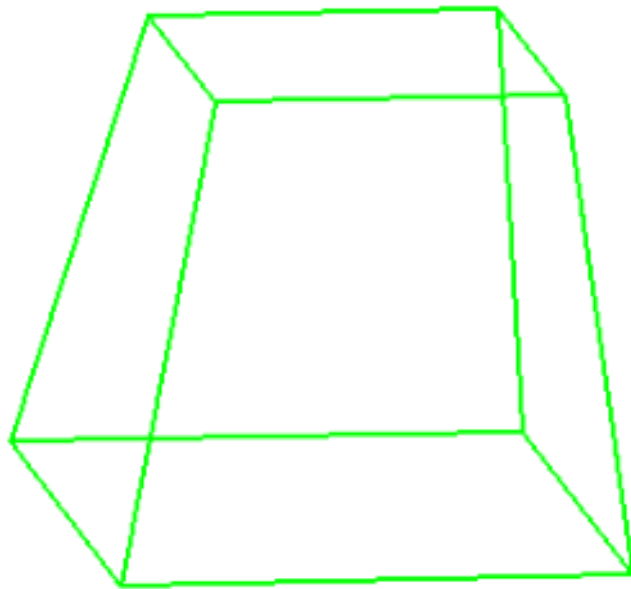


实体模型

没有绝对的“好”与“坏”，但适用的场合不同



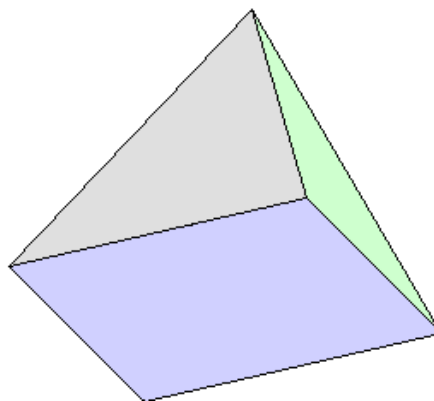
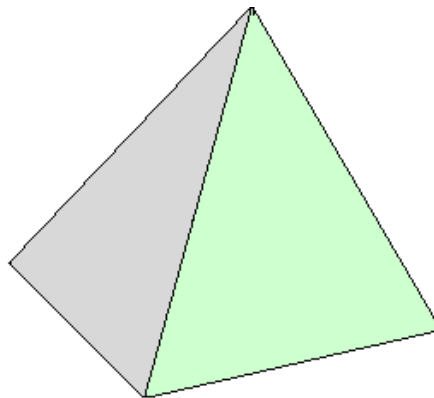
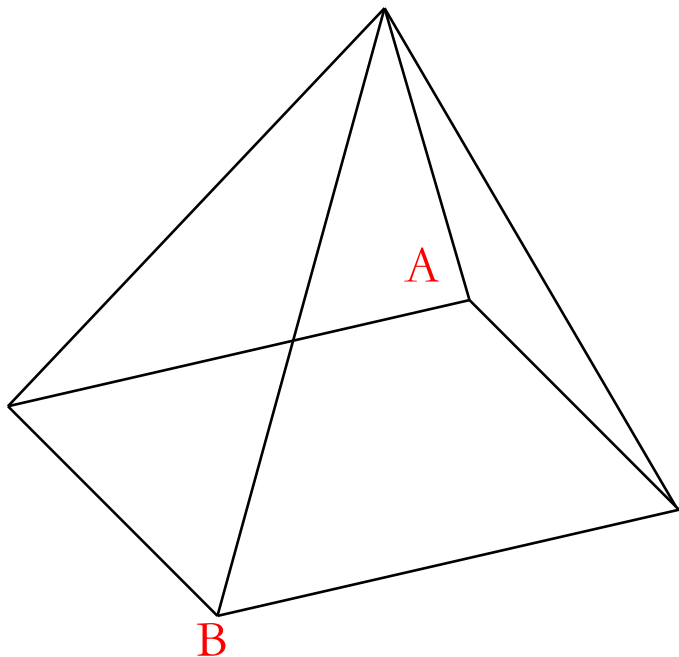
顶点及边的集合



结构简单，易于处理！



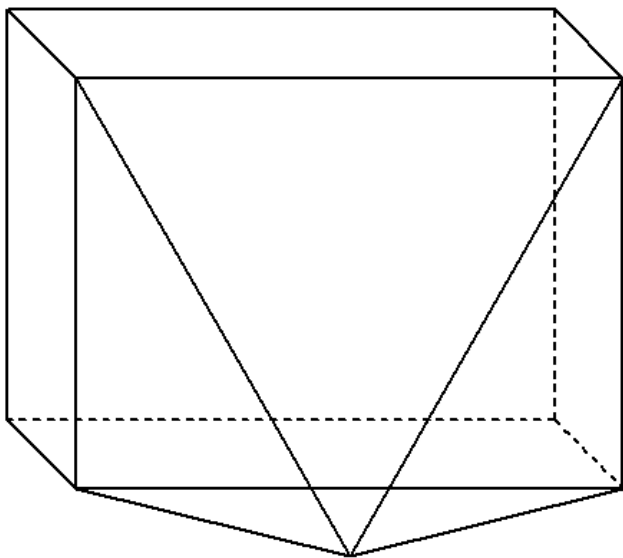
缺点之一：存在视觉二义性



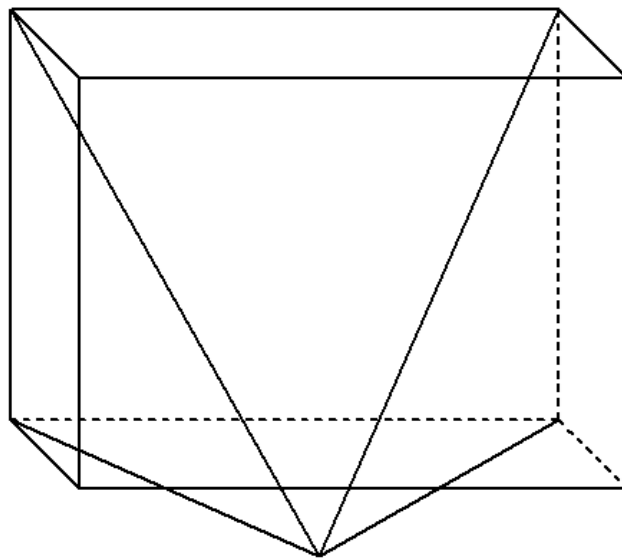
A和B，谁到你更近？



缺点之二：容易构造出无效形体



(a) 有效形体



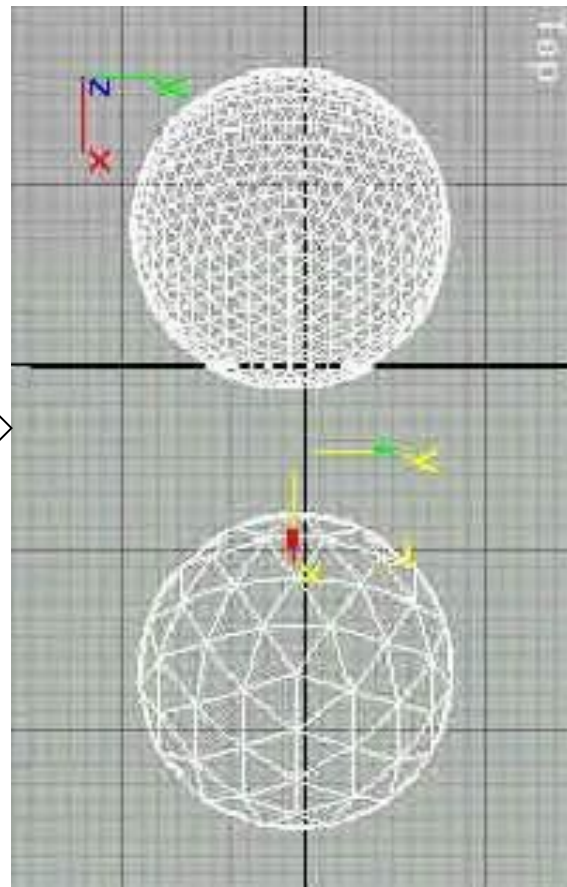
(b) 无效形体



缺点之三：不能表示曲面信息(轮廓线)



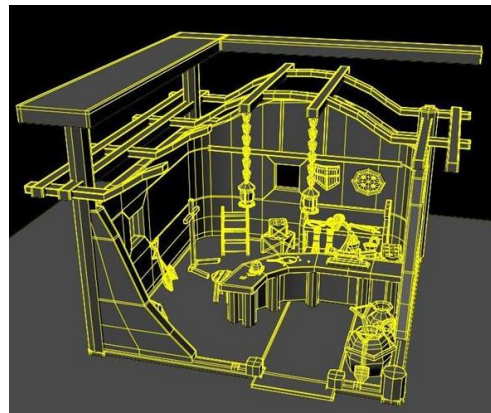
近似表示

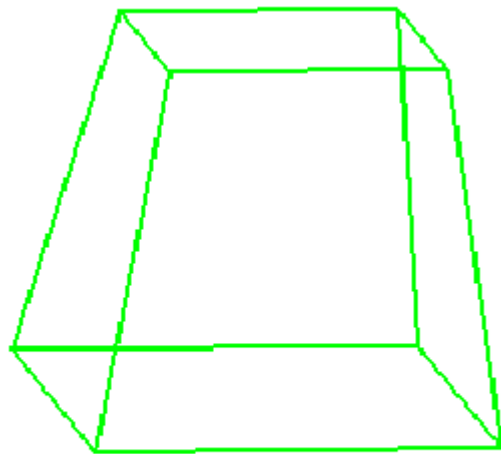


顶点在哪？边在哪？

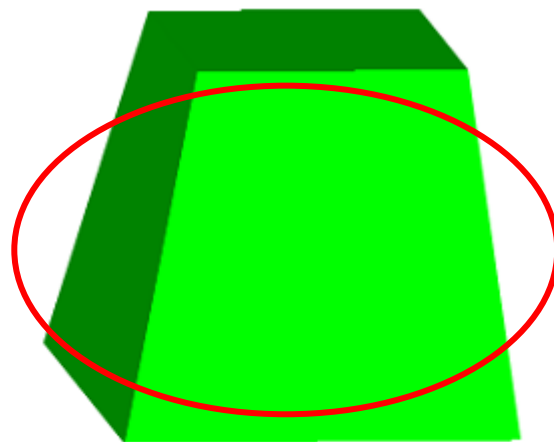


- 采用**顶点及边的集合**来描述
- **优点：**
 - 数据结构简单
 - 处理容易
- **缺点：**
 - 不能表示含有曲面的物体
 - 容易构造出无效形体
 - 点和边信息容易出现二义性



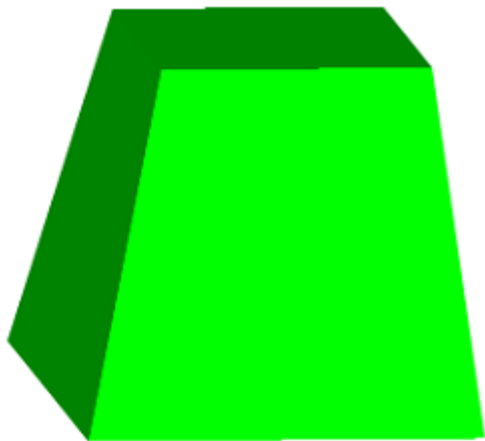


线框模型



实体模型

没有绝对的“好”与“坏”，但适用的场合不同



实体模型

边界表示 (B-reps)

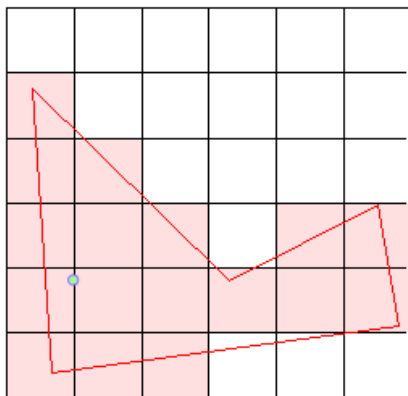
构造实体几何法 (CSG)

空间分割法

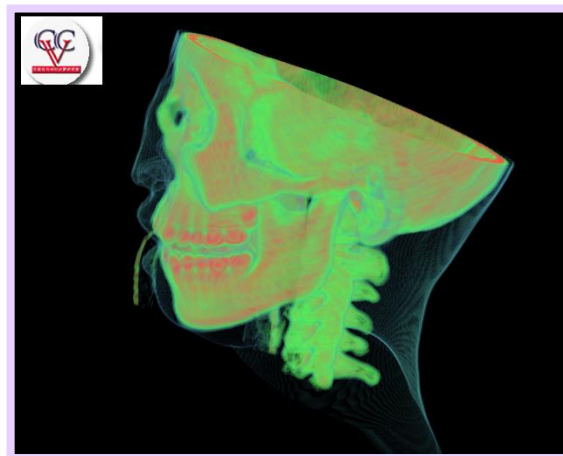


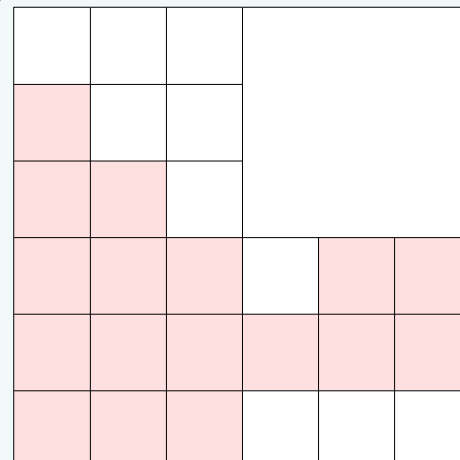
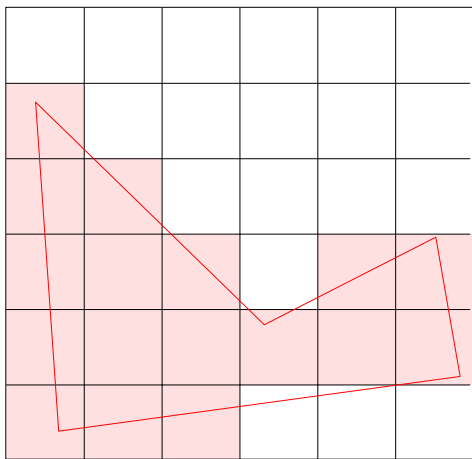
空间位置枚举表示法将包含实体的空间分割为大小相同、形状规则（正方形或立方体）的体素，然后，以体素的集合来表示图形对象。

- 二维情况，常用二维数组存放；三维情况，常用三维数组来存放。



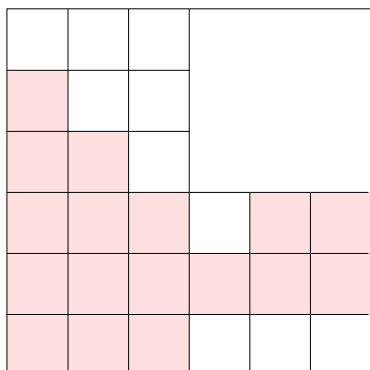
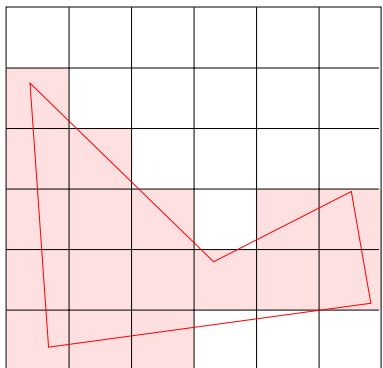
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0





- 数据量大
- 数组

- 不同分辨率
- 八叉树

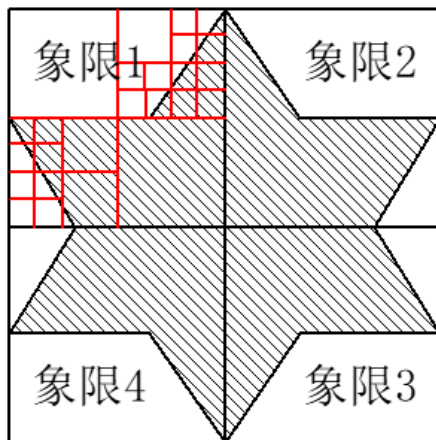


自适应划分
(非单位立方体)

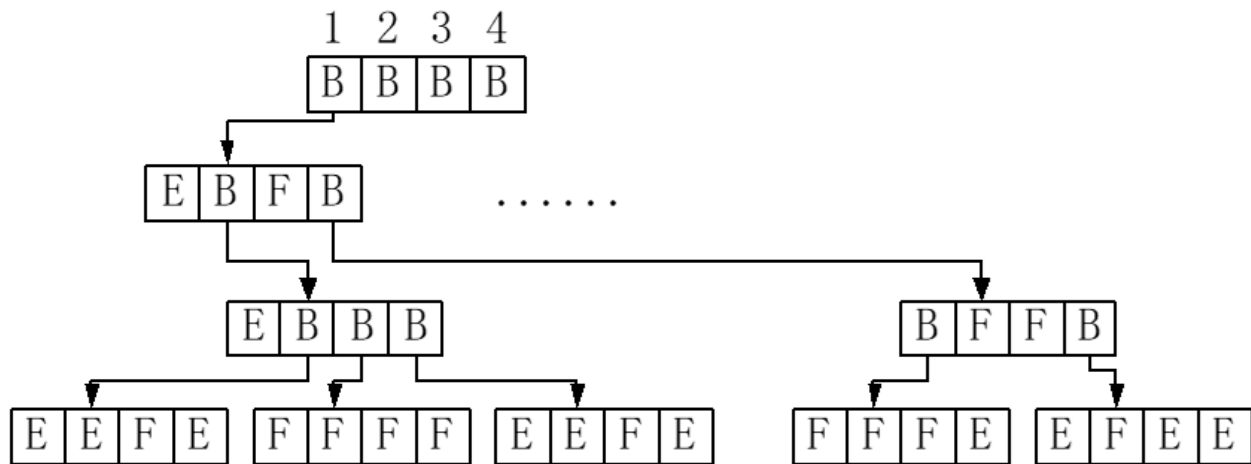
- 八叉树

- BSP树

用任一位置、方
向的平面进行划
分（非坐标平面）



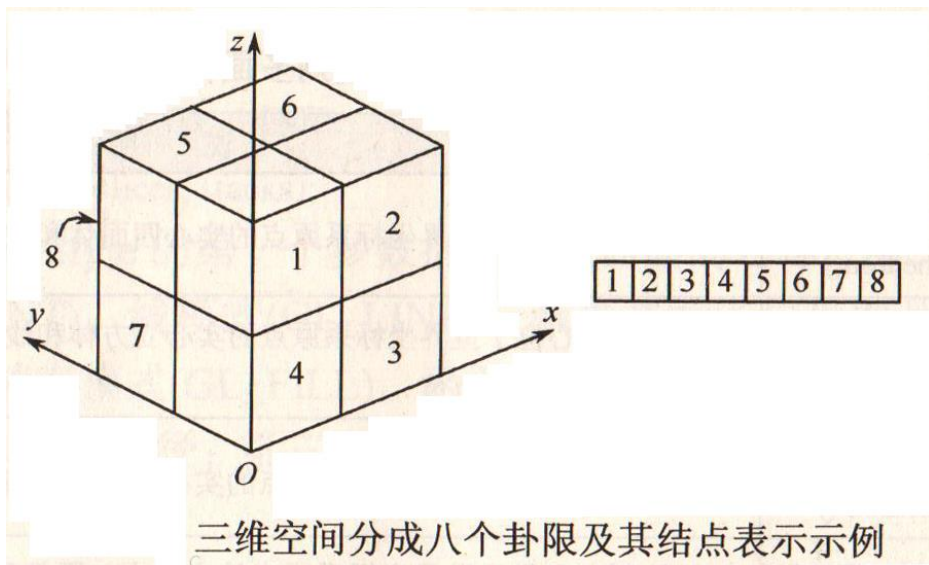
(a)



(b)

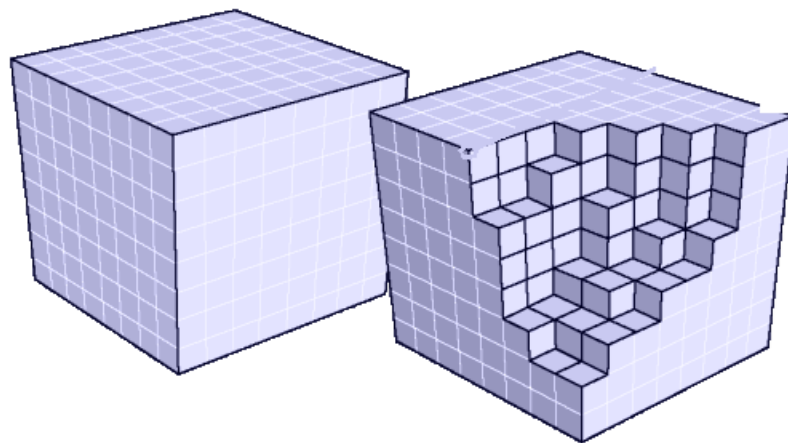


- 八叉树是一种分层树结构，对空间进行非均匀划分。



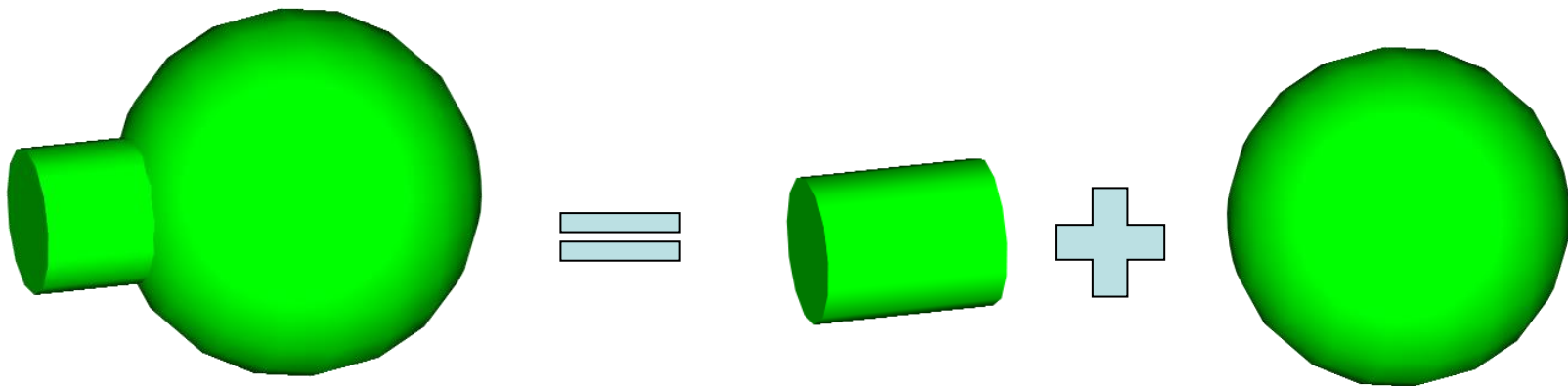


- 优点：
 - 数据结构简单
- 缺点：
 - 数据量大
 - 不精确





构造实体几何表示法 (Constructive Solid Geometry)

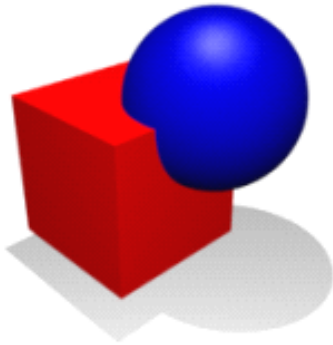




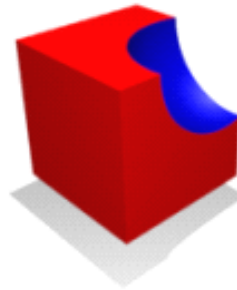
- 应用于简单形状的布尔集操作（并、差、交）的层次结构

Operations in constructive solid geometry

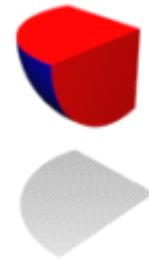
Boolean union



Boolean difference

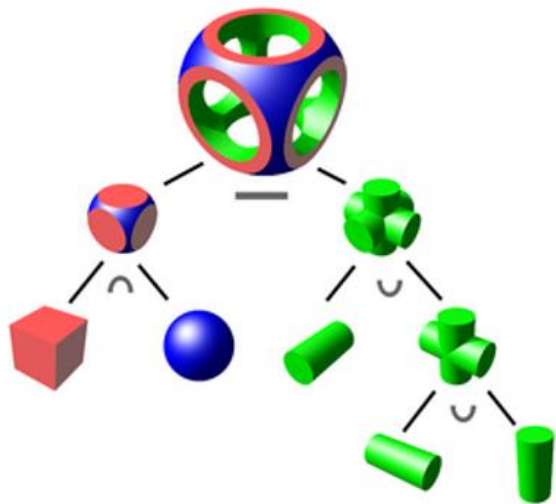


Boolean intersection





- 用一棵二叉树来描述：
 - **根节点**：实体
 - **叶子节点**：基本体素
 - **中间节点**：正则集合算子
(包含几何变换)





- 优点:

- 数据结构简单
- 稳定性好
- 方便地转换到BREP表示

科学计算中
经常采用

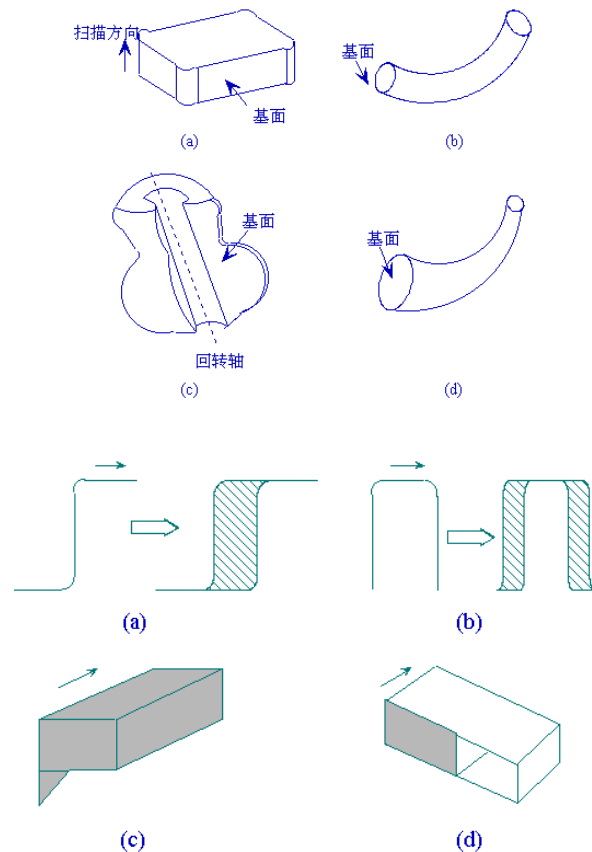
- 缺点:

- 没有显式表示形体的边界
- 不便显示
- 计算体积

CAD系统一般
不单独采用
CSG

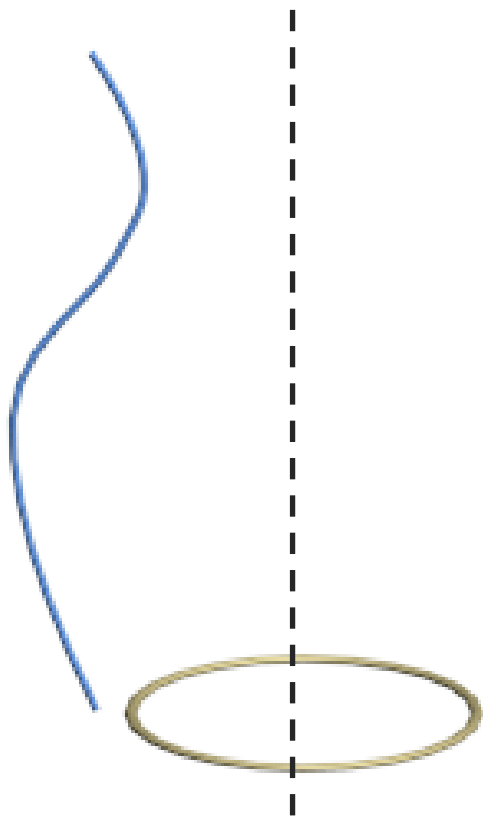


- 也称扫掠表示, 可以利用简单的**运动规则**生成有效实体
- **基本原理**: 将一个点、一条边、一个面沿某一路径扫描时, 所形成的轨迹将定义一个一维的、二维的、或三维的实体
- 描述基本图形:
- 描述运动方式: 平移、旋转



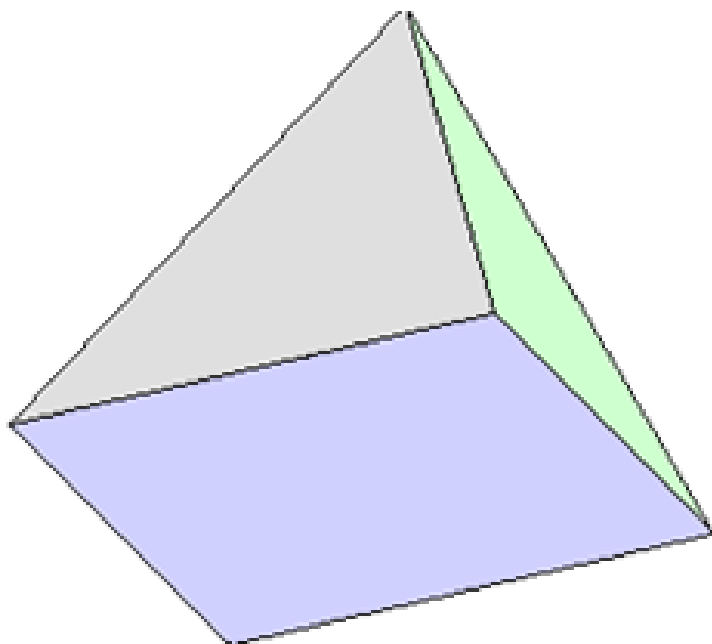


- 快速生成实体模型





边界表示（B-reps）：多边形表面模型



使用一组包围物体内部的平面多边形，也即平面多面体来描述实体

5个平面



应用于“看看就够”的场合，如游戏、电影、漫游等



研究众多



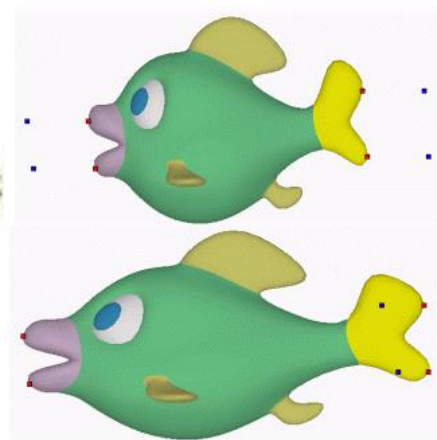
模型化简

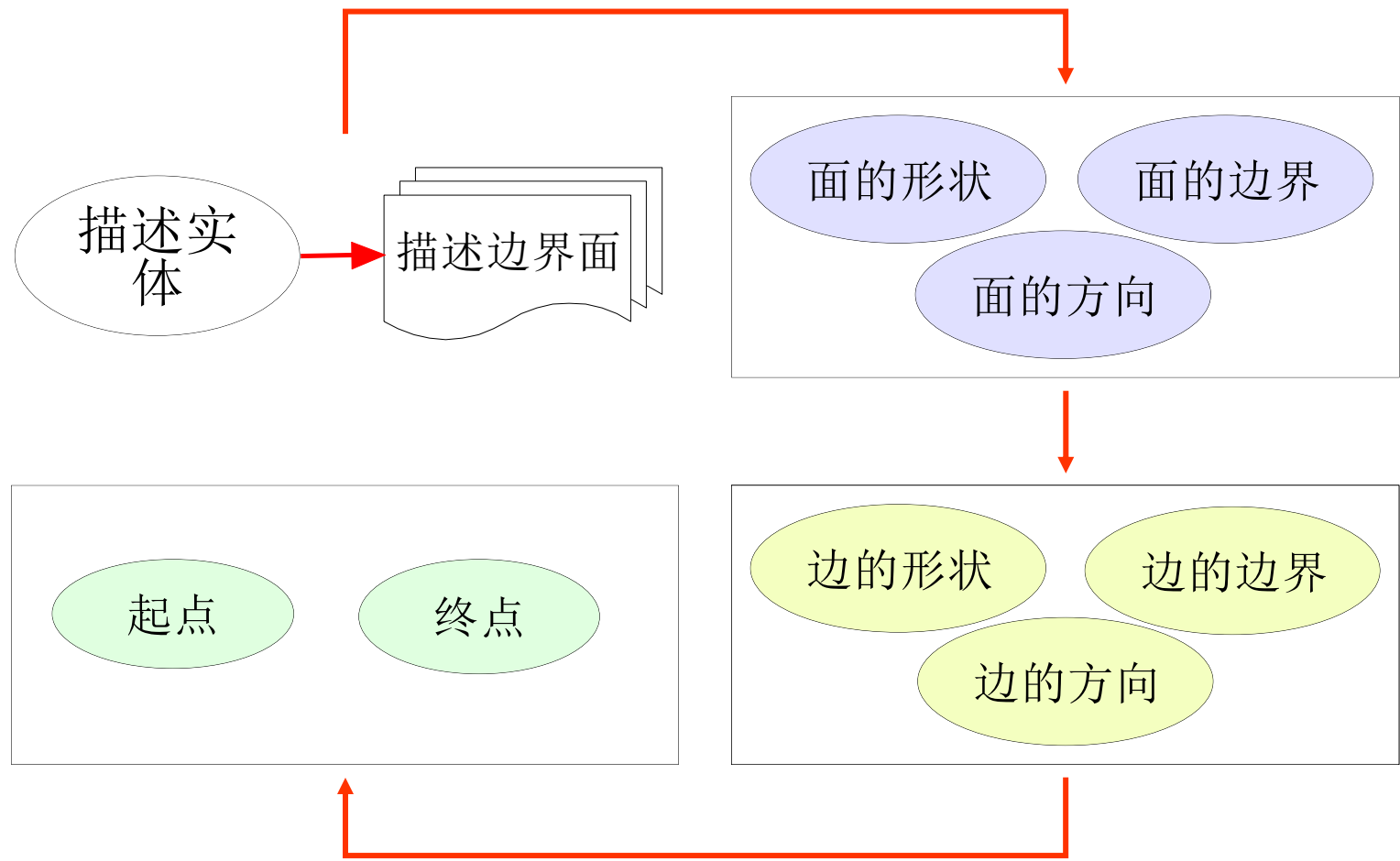


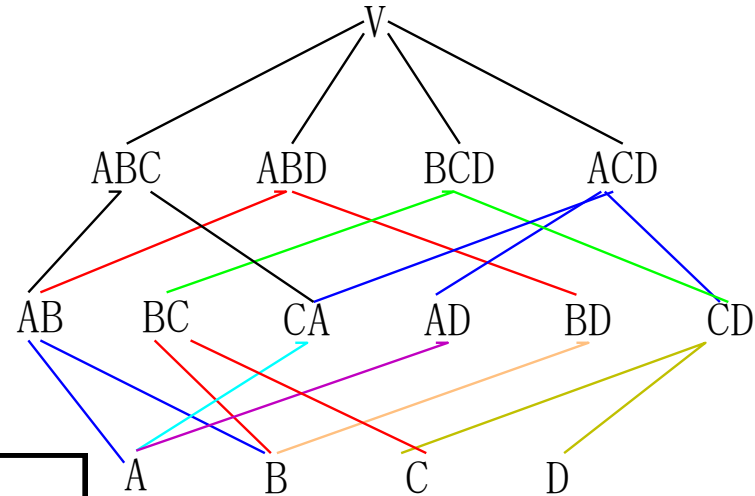
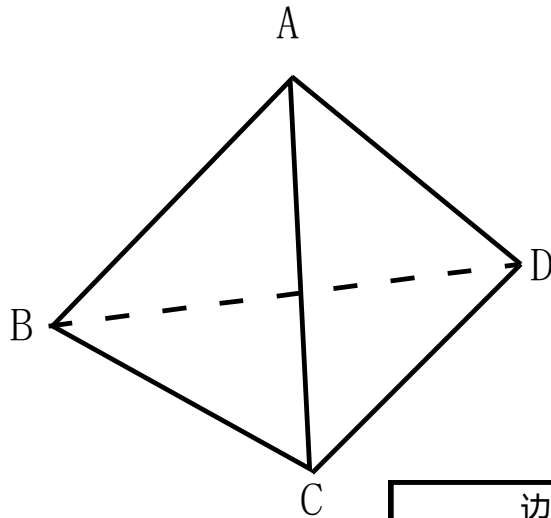
模型分割



模型变形







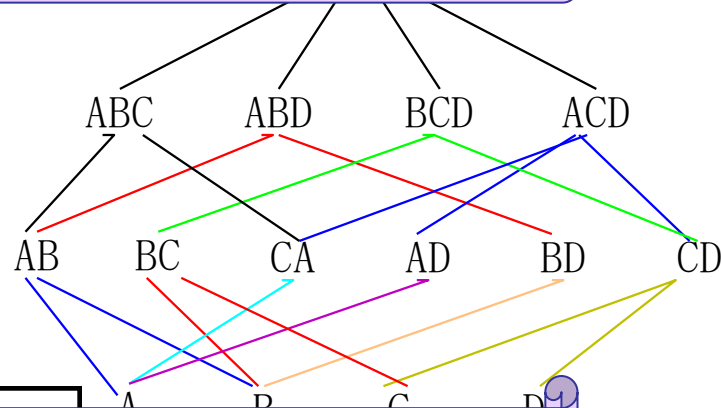
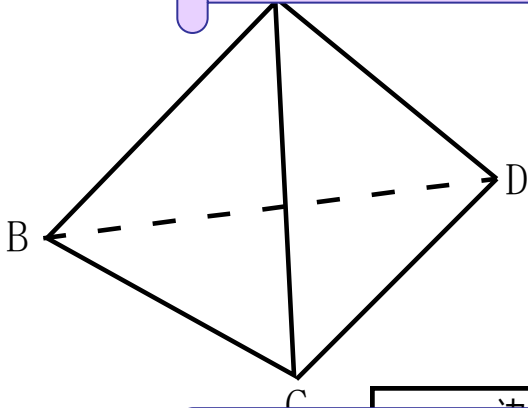
顶点表	
A	x1,y1,z1
B	x2,y2,z2
C	x3,y3,z3
D	x4,y4,z4

边表	
AB	A, B
BC	B, C
CA	C, A
AD	A, D
BC	B, C
CD	C, D

多边形表	
ABC	AB, BC, AC
ABD	AB, BD, AD
BCD	BC, CD, BD
ACD	AC, CD, AD



边AB的相邻面是哪两个？

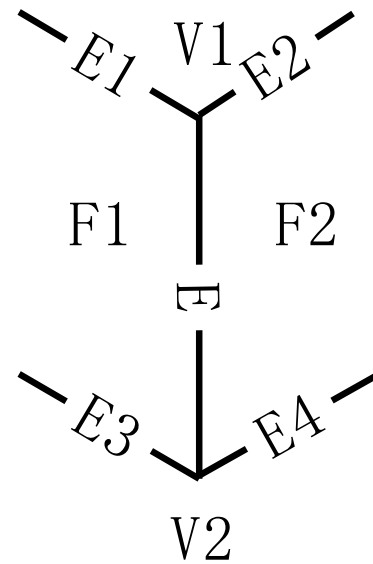


面ABC和那些面相邻？

顶点		边		面	
A	x1,y1,z1	AB	A, B	ABC	AB, AC, BC
B	x2,y2,z2	BC	B, C	BCD	BC, BD, CD
C	x3,y3,z3	CD	C, D	ACD	AC, CD, AD
D	x4,y4,z4	AD	A, D	ABD	AB, BD, AD



- 除了几何信息外，增加额外的拓扑信息！
- 翼边结构**：将边表扩充成包括指向面表和顶点表的指针；
 - 每条边指出它的两个相邻面
 - 每条边指出它的两个顶点
 - 每条边指出它的四个相邻边



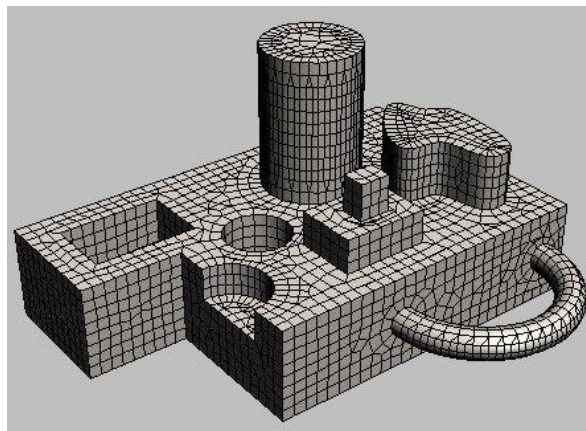
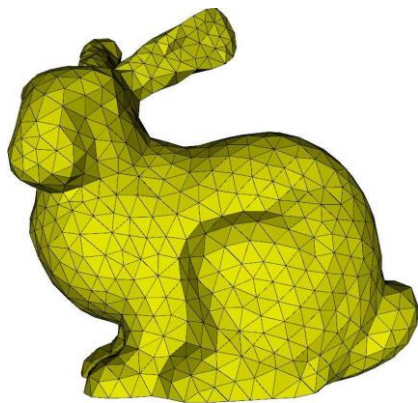
翼边结构



多边形网格

三维形体的曲面边界通常用多边形网格（Polygon mesh）的拼接来模拟。

常见：三角形网格、四边形网格





- 网格的描述

- 一系列的面片 $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)$
每一个面片都是三角形
- 一系列的顶点 $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$
- F 中的每个面片都是 V 中顶点的序列组, e. g.
 - $f_1 \text{—} (v_1, v_2, v_3)$
 - $f_2 \text{—} (v_4, v_5, v_6)$
 - $f_3 \text{—} (v_7, v_8, v_9)$
 -



#List of geometric vertices, with (x,y,z) coordinates

v 0.123 0.234 0.345

...

#List of texture coordinates, in (u,v) coordinates

vt 0.500 1

...

#List of vertex normals in (x,y,z) form

vn 0.707 0.000 0.707

...

#Polygonal face element (see below)

f 6/4/1 3/5/3 7/6/5 (f v1/vt1/vn1 v2/vt2/vn2 v3/vt3/vn3)

...



OFF

vertex_count face_count edge_count

x y z

...

n v_1 v_2 ... v_m

from 0

...

Line1

Line2

One line for each vertex

One line for each polygon face,



OFF

8 6 0

-0.5 -0.5 0.5

0.5 -0.5 0.5

-0.5 0.5 0.5

0.5 0.5 0.5

0.5 0.5 -0.5

-0.5 -0.5 -0.5

0.5 -0.5 -0.5

4 0 1 3 2

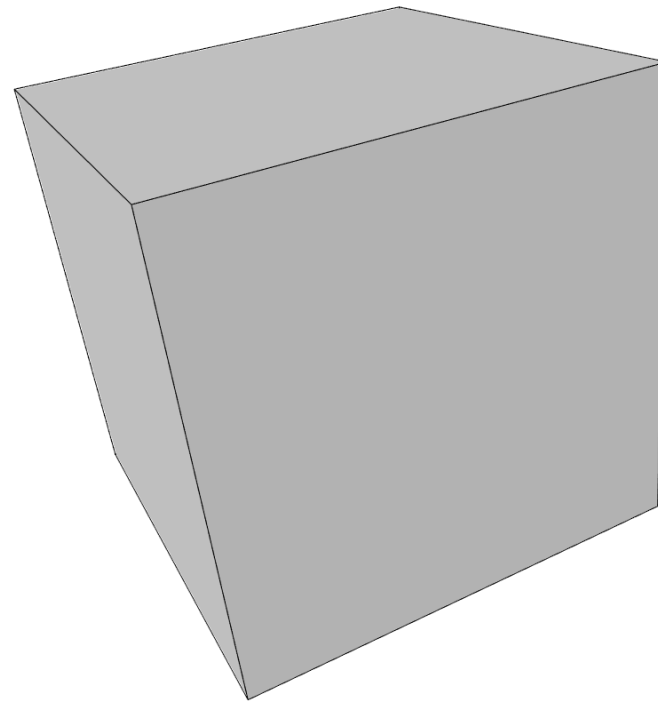
4 2 3 5 4

4 4 5 7 6

4 6 7 1 0

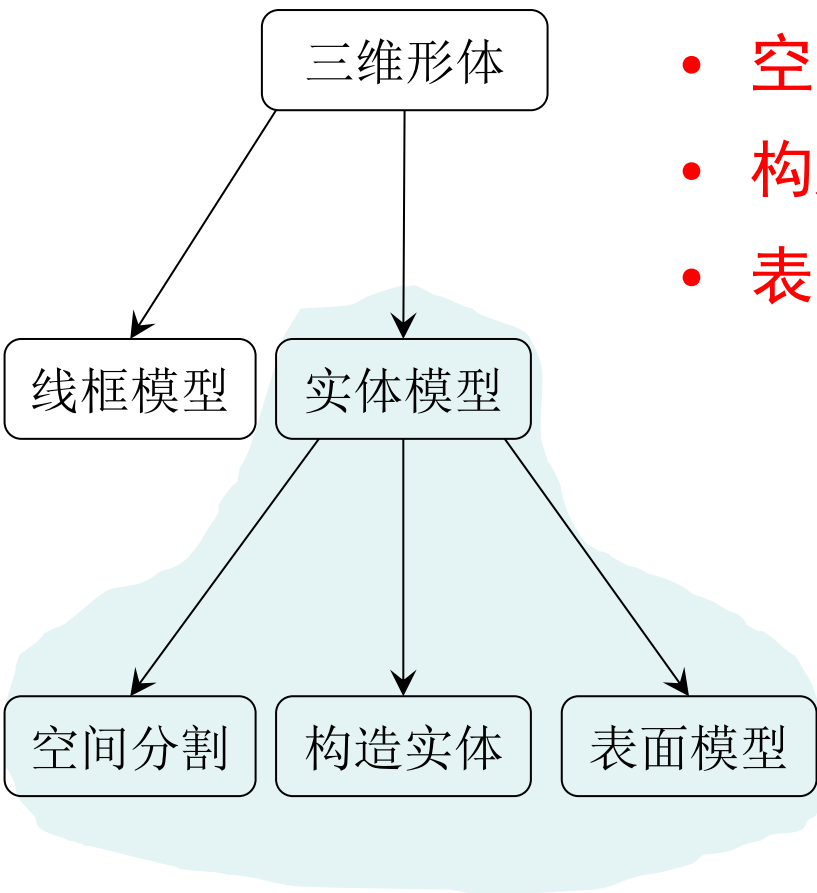
4 1 7 5 3

4 6 0 2 4





三维形体表示总结

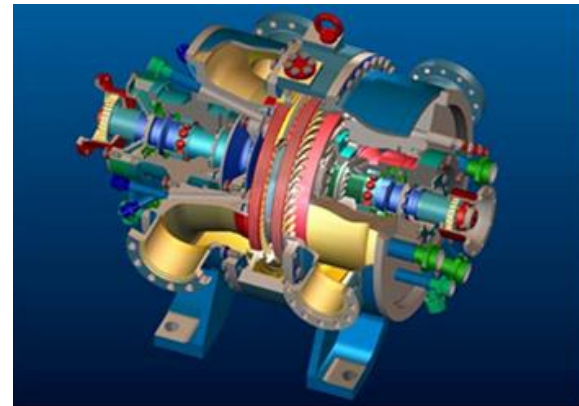
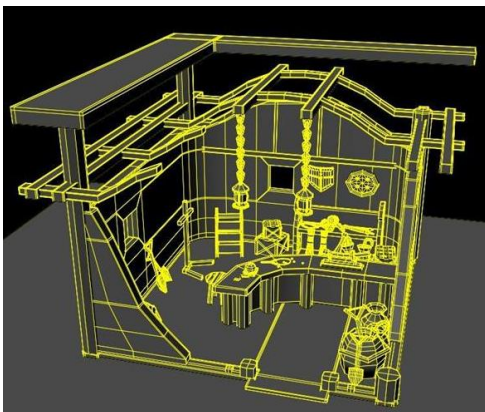


- **空间分割**：缺乏“宏观”信息，易于获取
- **构造实体**：直观、稳定；
- **表面模型**：信息全面、直接；

	空间分割	构造实体	表面模型
空间分割		困难	困难
构造实体	容易		容易
表面模型	容易	困难	



- **边框模型**：早期应用，现在很少使用
- **表面模型**：影视、游戏、漫游.....
- **实体表示**：CAD/CAE/CAM.....





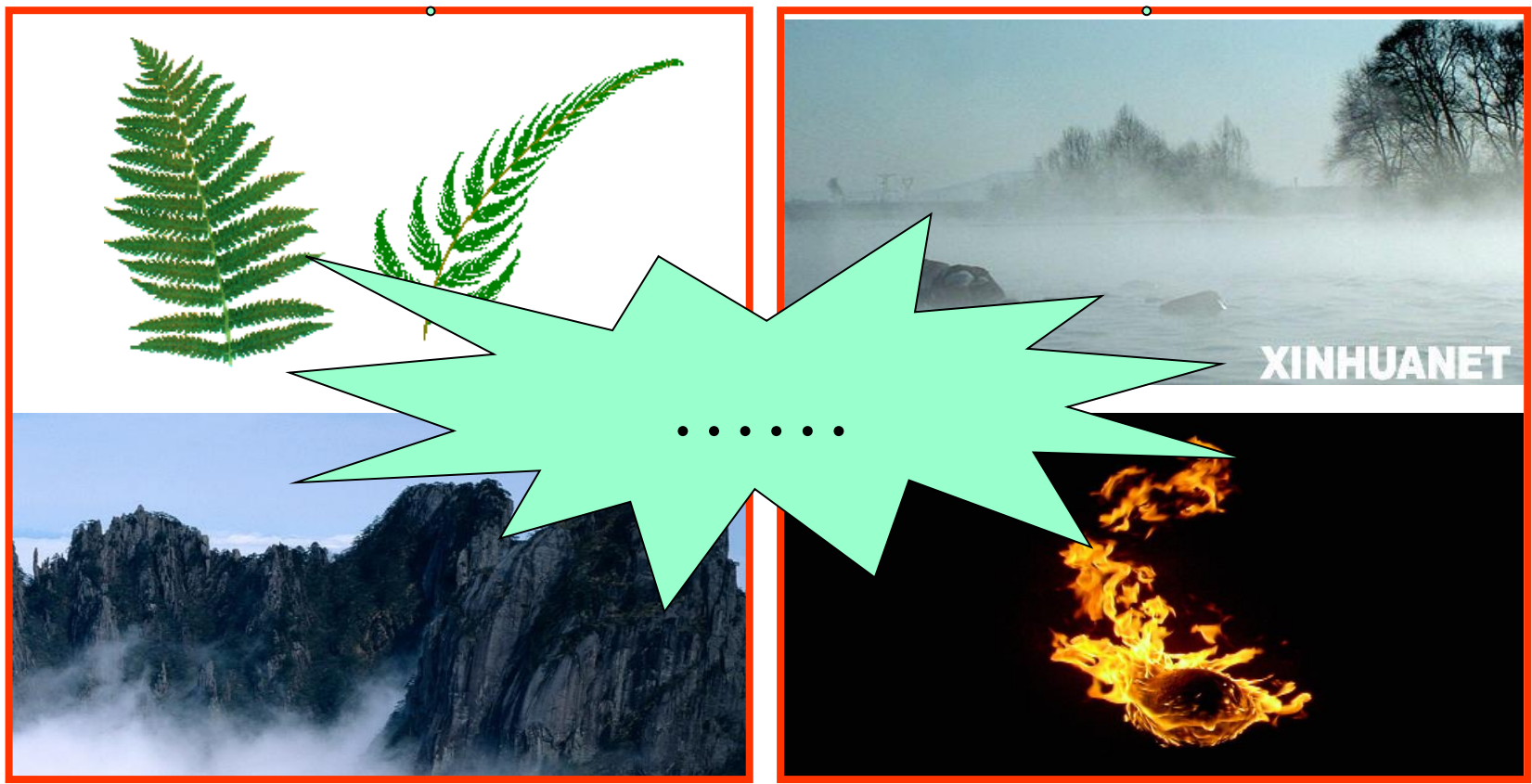
非规则对象的表示





分形方法

粒子系统





分形几何物体具有一个基本特征：无限的自相似性。

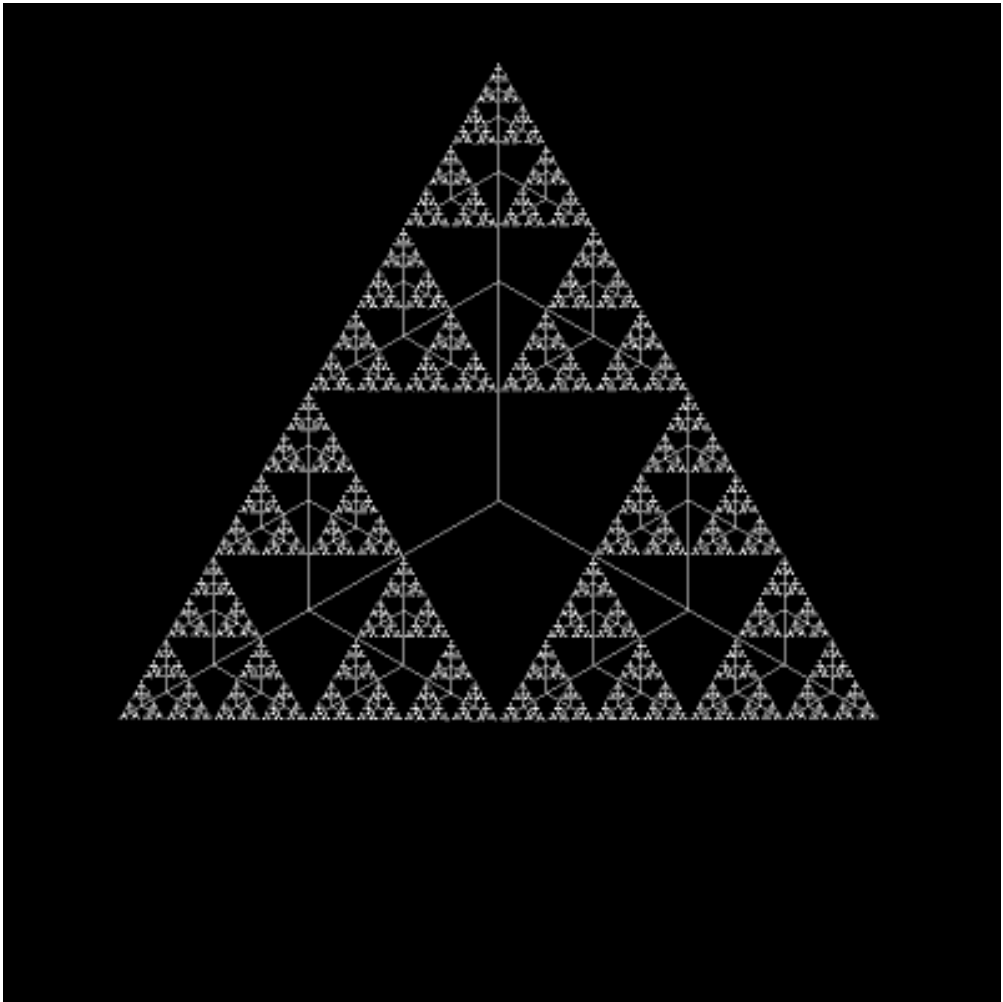
无限的自相似性是指物体的整体和局部之间细节的无限重现。

分形物体的描述又包含：

- 分形维数，又称分数维数
- 生成过程：初始生成元（Initiator）、生成元（Generator）



- 取一个实心的三角形（多数使用等边三角形）
- 沿三边中点的连线，将它分成四个小三角形
- 去掉中间的那一个小三角形
- 对其余三个小三角形重复第1步





形状语法（Shape grammars）：给定一组产生式规则，形状设计者可以在从给定初始物体到最终物体结构的每一次变换中应用不同的规则。



合肥工业大学

HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

L-语法

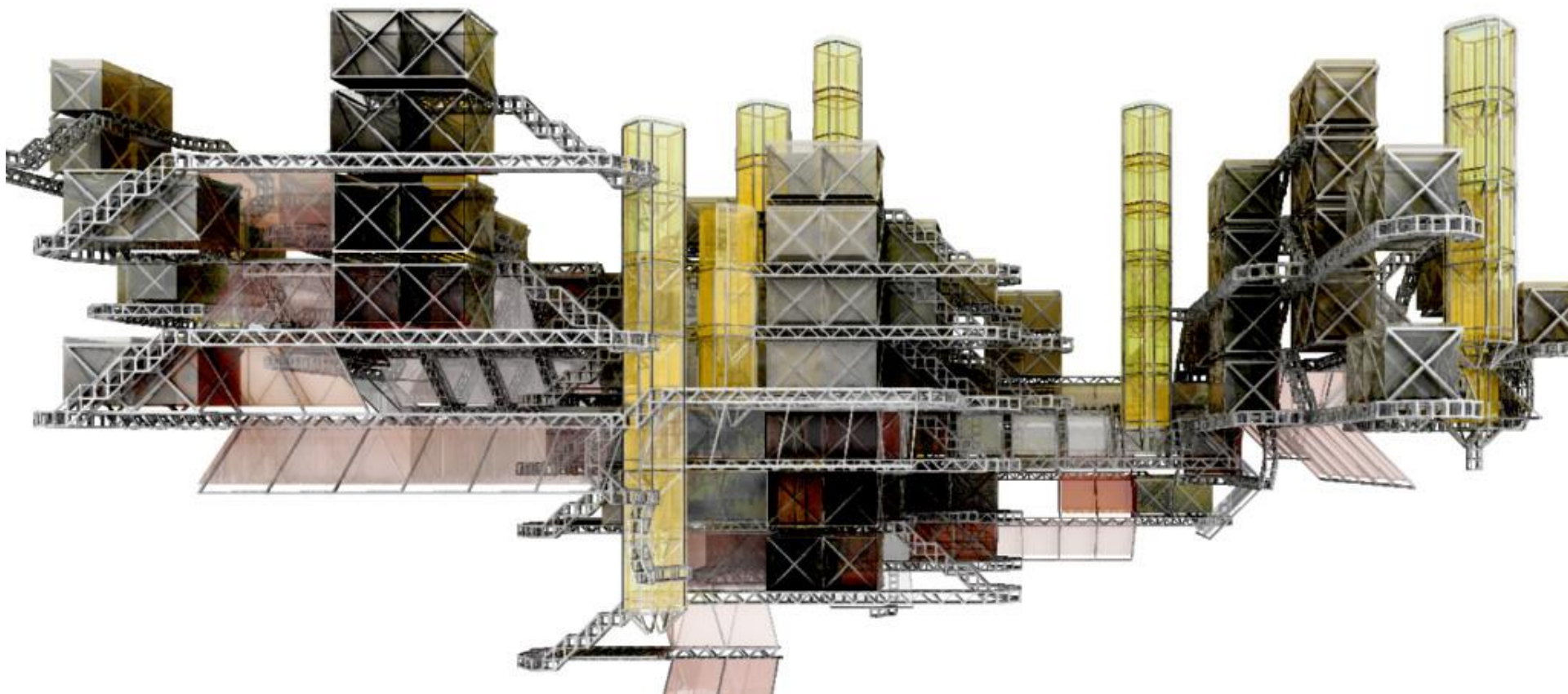




合肥工业大学

HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

L-语法





用于模拟自然景物或模拟其它非规则形状物体展示“流体”性质的一个方法是粒子系统（Particle systems）。

- 这一方法尤其擅长描述随时间变化的物体。
- 粒子运动的模拟方式：随机过程模拟、运动路径模拟、力学模拟。



基于物理的建模方法：描述了物体在内外力相互作用下的行为。

- 通常用一组网格结点来逼近物体。网格结点间取为柔性连接，再考虑贯穿物体网格的力传递。
- 基于力学方程的动画描述比基于运动学方程的描述产生的运动更真实。

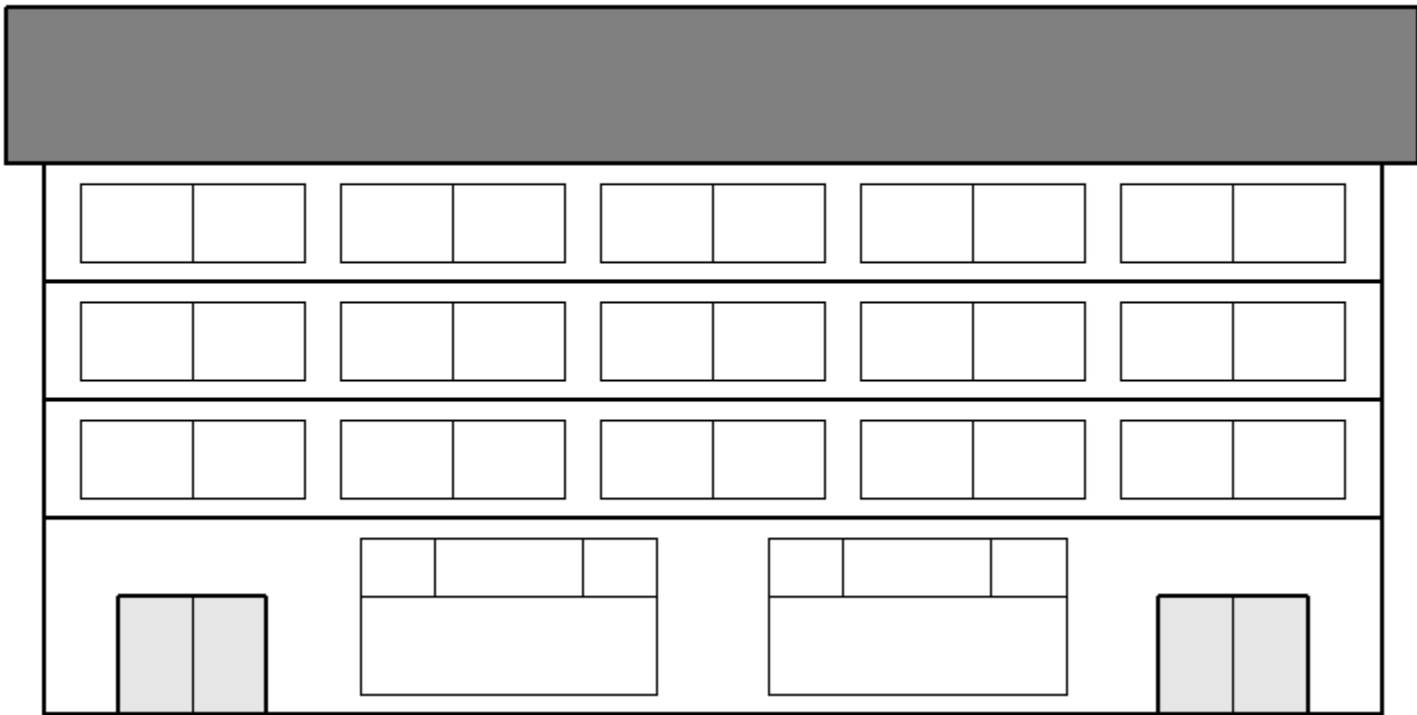


科技计算可视化（Scientific visualization）指的是运用计算机图形学和图象处理技术，将科学计算过程中及计算结果的数据转换为图形及图象在屏幕上显示出来并进行交互处理的理论、方法和技术。



系统的层次式模型可通过将一个图段嵌套到另一个图段中形成树形图段来创建。

在结构层次中，需要将在建模坐标系中定义的基本图素和段放在用户坐标系中来建立引用。





小结





- 基本概念
 - 拓扑信息、几何信息
 - 几何元素的维数的定义
 - 环的属性
 - 正则集合运算
 - 欧拉公式
- 三维实体的表示
 - 分类
 - 各类方法的基本原理



合肥工业大学

HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

谢 谢