Ejercicio 1: Para cada uno de los siguientes sistemas determine si son causales, lineales, invariantes en el tiempo y si poseen memoria. En cada caso grafique la salida del sistema $y[n]$ para una entrada dada.

1. $y[n] = g[n]x[n]$, donde $g[n] = A\sin(\omega nT)$ siendo A constante, $\omega = 2\pi f$ y T el período de muestreo.
2. $y[n] = \sum_{k=n-no}^{n+no} x[k]$
3. $y[n] = x[n] + 2$
4. $y[n] = nx[n]$

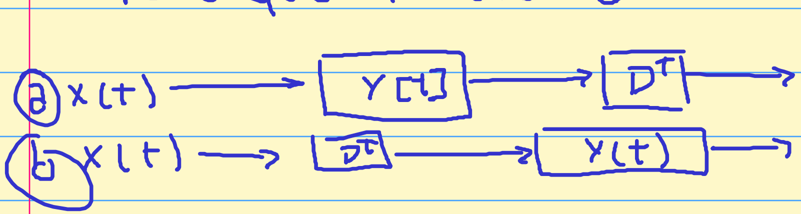
Para que un sistema sea INVARIANTE EN EL TIEMPO se debe cumplir que

$$Y(t-T_0) = X(t-T_0)$$

① $Y[n] = g[n]\, X[n]$

Invarianza en el tiempo

Para que el sistema sea TI



a y b deben ser iguales

a $Y[n-t] = g[n-t]\, X[n-t]$

$Y[n] = g[n]\, X[n-t]$

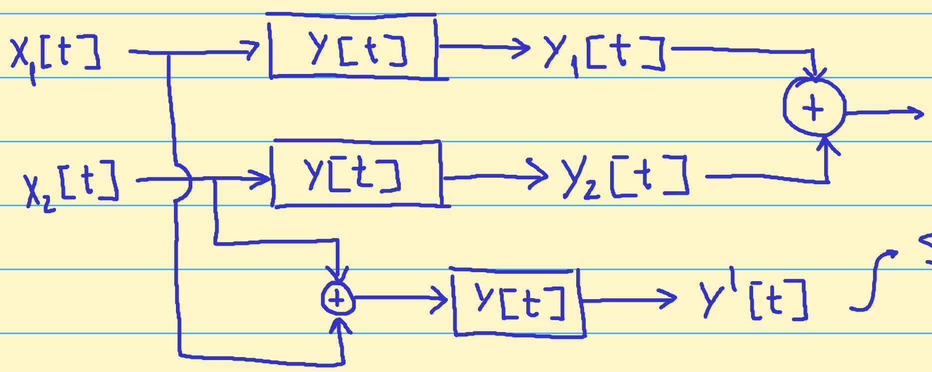
a y b son distintos ∴ NO ES TI

Memoria

No tiene memoria. No depende de entradas pasadas

Linealidad

se tiene que cumplir superposicion



Si Y' es igual a ⊖ entonces es lineal

Y el de Homogeneidad

$x_1(t) \longrightarrow \boxed{y(t)} \longrightarrow y_1(t) \longrightarrow \boxed{K} \longrightarrow Ky_1(t)$

$\quad\ \ \longrightarrow \boxed{K} \longrightarrow Kx_1(t) \longrightarrow \boxed{y(t)} \longrightarrow y_1'(t)$

si $y_1'(t)$ es igual a $Ky_1(t)$ entonces es homogenea

Superposicion

$y_1[n] = g[n]\, x_1[n] = \quad y_1 = A\sin(wnT)\, x_1(n)$

$y_2[n] = g[n]\, x_2[n] = \quad y_2 = A\sin(wnT)\, x_2(n)$

$y_1 + y_2 = A\sin(wnT)\, x_1(n) + A\sin(wnT)\, x_2(n)$

$y_1'(x_1[n] + x_2[n]) = A\sin(wnT)(x_1[n] + x_2[n])$

$y' = y_1 + y_2$ ✓

se cumple superposición

Homogeneidad

$y_1 = g(n)\, K x[t]$

$y_2 = g(n)\, K x[t]$

son iguales ∴ Homogenea

es lineal

② $y[n] = \sum_{k=n-no}^{n+no} x[k]$ Invarianza en el tiempo

$y[n-t] \Rightarrow \sum_{K=n-no-t}^{n+no-t} x[K]$

$x[n-t] \Longrightarrow \sum_{K=n-n_0}^{n+no} x[K-t] = \sum_{K=n-n_0-t}^{n+n_0-t} x[K]$

Ambos son iguales ∴ invariante en el tiempo

Memoria

tiene memoria por depender de valores anteriores

Linealidad

$$y_1 = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x_1[k] \qquad y_2 = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x_2[k]$$

$$y_1 + y_2 = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x_1[k] + \sum_{n-n_0}^{n+n_0} x_2[k]$$

$$x_1 + x_2 = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} (x_1[k] + x_2[k]) = \sum x_1 + \sum x_2$$

$\therefore$ cumple superposición

$$x[n-n_1] \rightarrow \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x[k-n_1] = y[n-n_1]$$

Causalidad

No es causal

3. $y[n] = x[n] + 2$

Linealidad

$$y_1 = x_1 + 2 \quad y_2 = x_2 + 2 \qquad\qquad y' = (x_1 + x_2) + 2$$

$$y_1 + y_2 = x_1 + x_2 + 4 \qquad\qquad y' = x_1 + x_2 + 2$$

$y_1 + y_2 \neq y'$ $\therefore$ No superpos

Varianza en el tiempo

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= x_1[n-t] + 2 \\ y' &= x[n-t] + 2 \end{aligned}\right\} = \text{Invariante}$$

Causal

Sí es causal

$y[n] = x[n]n$

Linealidad ✓

$y_1 = x_1 n \qquad y_2 = x_2 n \qquad y_1 + y_2 = n(x_1 + x_2)$

$y' = (x_1 + x_2)n = y_1 + y_2$ superposicion ✓

$y_1 = kx_1 n = y' = kx_1 n$ homogeneo ✓

Varianza en el tiempo

$y_1[n-n_0] = (n-n_0)\,x[n-n_0]$

$y' = n x[n-n_0] \qquad y' \neq y_1$ Variante