TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN TP.HCM

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

BTC ÔN THI HỌC KỲ 1 KHÓA 2016

Hướng dẫn MATLAB

- Vũ Lê Thế Anh

Cập nhật: 04/01/2017

1. Cơ bản:

Các kiến thức cơ bản về sử dụng MATLAB các bạn có thể tìm đọc ở file này:

http://www.pimavn.com/uploads/7/6/2/5/76259013/matlab_pima.pdf

(Nguồn: PiMA – Projects in Mathematics and Applications)

2. Một số hàm cần thiết:

Khi hoạt động với các hàm biến x, ta trước hết khai báo x là một biến symbolic:

```
>> syms x
```

Ta định nghĩa hàm f(x) là hàm ta cần:

VD:
```
>> f(x) = x^2
```

Lúc này, f của chúng ta sẽ là một biến kiểu hàm symbolic (symfun). Khi đó, để tính f(a) bất kì, ta chỉ cần:

```
>> y = f(a)
```

VD:
```
>> y = f(2)
>> ans =
        4
```

Sau đây là một số hàm MATLAB để xử lý các hàm đại số nói trên.

2.1. Giới hạn: Sử dụng hàm limit của MATLAB

$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	y = limit(f, a) hoặc y = limit(f, x, a)
$\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$	y = limit(f, x, a, 'left')
$\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$	y = limit(f, x, a, 'right')

Với: f, x lần lượt là hàm và ẩn đã khai báo ở trên;

a là điểm mà mình cần tìm giới hạn của f(x) khi x tiến tới;

'left'/'right' là để tính giới hạn của f(x) khi x tiến đến bên trái/phải của a;

y là biến lưu kết quả, có thể đặt tên bất kì gì khác (ketqua, b,…), nếu không khai báo y thì kết quả tự động lưu vào biến ans

Hàm sẽ trả về kết quả là một con số, chính là giới hạn (lim) của f(x) trái, phải hoặc tại điểm a cần tìm.

Ví dụ 1: Tìm giới hạn của $y = \frac{x-2}{x-3}$ khi x tiến đến 1, 3 và $-\infty$.

```
>> syms x;
>> f(x) = (x-2)/(x-3);
>> y1 = limit(f, x, 1)
>> y1 =
      1/2
>> y2 = limit(f, x, 3)
>> y2 =
      Inf
>> y3 = limit(f, x, -Inf)
>> y3 =
      1
```

Điều này nghĩa là:

$$y_1 = \lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x-3} = \frac{1}{2}\ ;\ y_2 = \lim_{x\to 3}\frac{x-1}{x-3} = \infty\ ;\ y_3 = \lim_{x\to -\infty}\frac{x-1}{x-3} = 1$$

Ví dụ 2: Tìm giới hạn của $y = \frac{-1}{\sqrt{x^2-2x+1}}$ khi x tiến đến bên trái 1:

```
>> sym x;
>> f(x) = -1/sqrt(x^2-2*x+1)
>> y = limit(f, x, 1, 'left')
>> y =
      -Inf
```

Điều này nghĩa là:

$$y = \lim_{x\to 1^-}\frac{-1}{\sqrt{x^2-2x+1}} = -\infty$$

2.2. Đạo hàm: Sử dụng hàm diff của MATLAB

$f'(x)$	df = diff(f) hoặc df = diff(f, x)
$f^n(x)$	dfn = diff(f, n) hoặc dfn = diff(f, x, n)

Với: f, x lần lượt là hàm và ẩn đã khai báo ở trên;

n là bậc đạo hàm;

df hay dfn là biến lưu kết quả.

Hàm sẽ trả về kết quả là một hàm (symfun) khác (df(x) hoặc dfn(x)), chính là đạo hàm bậc n của f(x).

Để tính đạo hàm bậc n của f(x) tại điểm a, sau khi đã tìm ra hàm dfn(x), ta dùng câu lệnh:

```
>> y = dfn(a)
```

Ví dụ: Tìm đạo hàm bậc 1 và 5 của y = tan(xsin(cosx + 1/cot(x))) tại x = 2017

```
>> syms x;
>> f(x) = tan(x*sin(cos(x) + 1/cot(x)));
>> df = diff(f, 1)
>> df(x) =
```

```
        (sin(cos(x)+1/cot(x))-x*cos(cos(x)+1/cot(x))*(sin(x)-
        (cot(x)^2+1)/cot(x)^2))*(tan(x*sin(cos(x) + 1/cot(x)))^2 + 1)
>> y1 = df(2017)
>> y1 =
        (sin(cos(2017)+1/cot(2017))-
        2017*cos(cos(2017)+1/cot(2017))*(sin(2017)-
        (cot(2017)^2+1)/cot(2017)^2))*(tan(2017*sin(cos(2017) +
        1/cot(2017)))^2 + 1)
>> y1 = vpa(y1) %hàm vpa(x) dùng để biểu diễn số x dưới dạng thập phân
>> y1 =
        1075.5917707706726856809216116454
>> df5 = diff(f, 5)
>> df5 =
        … %dài quá, các bạn thử đi
>> y5 = vpa(df5(2017))
>> y5 =
        31424462644291579.704596420112092
```

Điều này nghĩa là:

$f'(x) \sim 1075.5917707706726856809216116454$; $f^5(x) \sim 31424462644291579.704596420112092$

2.3. Tích phân: Sử dụng hàm int của MATLAB

$\int f(x)\,dx$	y = int(f) hoặc y = int(f, x)
$\int_a^b f(x)\,dx$	y = int(f, a, b) hoặc y = int(f, x, a, b)

Với: f, x lần lượt là hàm và ẩn đã khai báo ở trên;

a, b là hai cận khi tìm tích phân xác định;

y là biến lưu kết quả.

Đối với hàm đầu tiên, kết quả trả về là một hàm (symfun) khác là nguyên hàm của f(x).

Đối với hàm thứ hai, kết quả trả về là một số là kết quả của phép lấy tích phân từ a đến b của f(x).

Ví dụ: Tìm nguyên hàm của $y = \ln x$.

```
>> syms x;
>> f(x) = log(x); %hàm log của MATLAB tự hiểu là cơ số e (Napier)
>> y = int(f)
>> y(x) =
        x*(log(x) - 1)
```

Điều này có nghĩa là:

$$\int \ln x\,dx = x(\ln x - 1) + C$$

Ví dụ 2: Tính $\int_1^2 x\log_5(x+2)\,dx$

```
>> syms x;
>> f(x) = x*log(x+2)/log(5); %do log(a)(b) = ln a/ln b
>> y = int(f, 1, 2)
>> y =
    (6755399441055744*log(3))/7248263982714163+1125899906842624/7248263982714163)
>> y = vpa(y)
>> y =
    1.1792430253688809633742615466948
```

Điều này có nghĩa là:

$$\int_1^2 x\log_5(x+2)\,dx \sim 1.1792430253688809633742615466948$$

Tìm tích phân suy rộng:

Cách 1: Như lúc làm bài tập, ta tìm tích phân thay cận vô cực/điểm kỳ dị là t rồi cho tìm giới hạn khi t chạy đến các giá trị tương ứng.

Ví dụ 1: Tính $\int_0^\infty \frac{x\arctan x}{(1+x^2)^2}dx$ (bài 22/tr. 27 bài tập VTP)

```
>> syms x t; %do t bây giờ của chúng ta là một biến
>> f(x) = (x*atan(x))/(1+x^2)^2; %atan(x) là hàm tìm arctan(x)
>> y(t) = int(f,0,t)
    %kết quả y không còn là số nữa mà là một hàm (symfun) theo t
>> y(t) =
    atan(t)/4 + (t/4 - atan(t)/2)/(t^2 + 1)
>> kq = limit(y, Inf)
>> kq =
    pi/8
```

Điều này có nghĩa là:

$$\int_0^t \frac{x\arctan x}{(1+x^2)^2}dx = \frac{\arctan t}{4} + \frac{1}{t^2+1}\left(\frac{t}{4} - \frac{\arctan t}{2}\right)$$

$$\lim_{t\to\infty}\int_0^t \frac{x\arctan x}{(1+x^2)^2}dx = \frac{\pi}{8}$$

Ví dụ 2: Tính $\int_0^1 \frac{e^{1/x}}{x^3}dx$ (bài 34/ trg. 28 bài tập VTP)

```
>> syms x t;
>> f(x) = exp(1/x)/x^3; %hàm exp(x) dùng để tính e^x
>> y(t) = int(f, t, 1)
>> y(t) =
    piecewise([0 < t, -(exp(1/t)*(t - 1))/t], [t <= 0, Inf])
    % nghĩa là với t > 0, nó nhận -(exp(1/t)*(t - 1))/t ;
    % ngược lại, nhận Inf
>> kq = limit(y, t, 0, 'right')
>> kq =
    Inf
```

Điều này nghĩa là:

$$\int_t^1 \frac{e^{1/x}}{x^3}dx = -\frac{e^{1/t}(t-1)}{t}$$

$$\lim_{t\to 0^+}\int_t^1 \frac{e^{1/x}}{x^3}dx = \infty$$

Cách 2: Đơn giản hơn, ta có thể dùng thẳng hàm int

Ví dụ 1: Tính $\int_0^\infty \frac{x\arctan x}{(1+x^2)^2}dx$ (bài 22/tr. 27 bài tập VTP)

```
>> syms x;
>> f(x) = (x*atan(x))/(1+x^2)^2;
>> kq = int(f, 0, Inf)
>> kq =
       pi/8
```

Ví dụ 2: Tính $\int_0^1 \frac{e^{1/x}}{x^3}dx$ (bài 34/ trg. 28 bài tập VTP)

```
>> syms x;
>> f(x) = exp(1/x)/x^3;
>> kq = int(f, 0, 1)
>> kq =
       Inf
```

2.4. Vẽ đồ thị:

MATLAB vẽ đồ thị bằng cách nối các điểm tọa độ (x,y) với x, y lần lượt lấy từ các mảng 1 chiều (vectơ).

Đầu tiên, ta tạo mảng x:

```
>> x = linspace(Start, End, N)
```

Với Start, End là hai giá trị biên;

N là số phần tử của mảng.

VD: `>> x = linspace(-1, 1, 3)`

Lệnh trên sẽ tạo ra một mảng x gồm 3 phần tử sao cho chia đều đoạn [-1,1], có nghĩa là x = [-1 0 1].

Để tiện việc vẽ hình, ta thường tạo mảng lên đến 1000 phần tử (do việc vẽ hình bằng cách nối điểm, số điểm càng nhiều thì đường cong sẽ càng "mượt" hơn, không gãy khúc).

Tiếp theo, ta tạo mảng y:

```
>> y = f(x)
```

Với f là hàm đã khai báo từ trước.

Lúc này, mỗi phần tử của mảng x sẽ ứng với một phần tử của mảng y, tính bằng hàm cho trước.

Cuối cùng, để vẽ đồ thị:

```
>> plot(x,y)
```

Lệnh sau cho phép chúng ta thấy lưới ô vuông. Lệnh này phải luôn đặt ngay sau lệnh plot (kể cả khi plot nhiều lần).

```
>> grid on
```

Ngoài ra có thể điều chỉnh màu đồ thị (cũng như kiểu đường):

```
>> plot(x,y,':r')
```

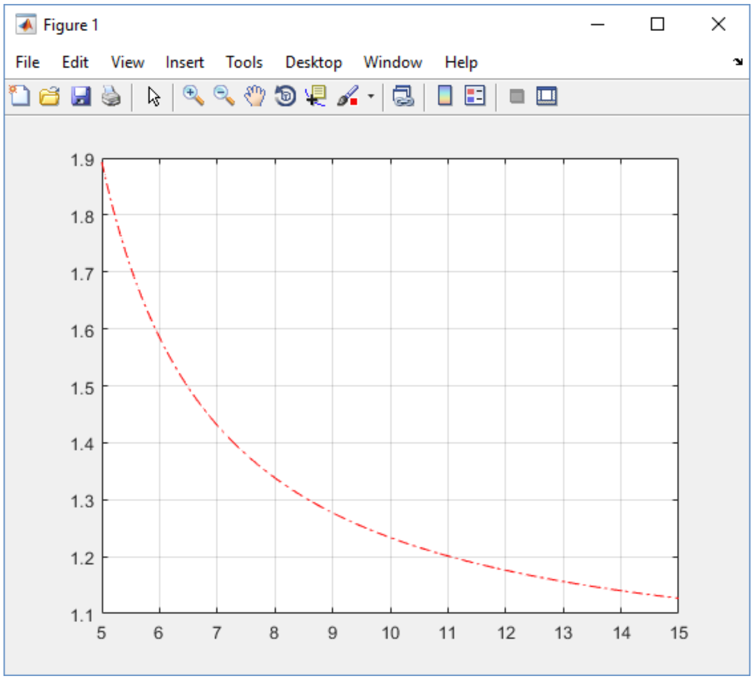
Các màu có thể là: b (blue, đây là default), y (yellow), m (magenta), c (cyan), r (red), g (green),…

Các kiểu đường có thể là: - (solid line, đây là default), : (dotted line), -- (dashed line), -. (dash-dot line),…

Ví dụ: Vẽ đồ thị $y = \log_{x-2}(x+3)$ từ 5 đến 15, đường chấm gạch đỏ.

```
>> syms x;
>> f(x) = log(x+3)/log(x-2);
>> x = linspace(5, 15, 1000);
>> y = f(x);
>> plot(x,y,'-.r');
>> grid on
```

Kết quả:



2.5. Khai triển Taylor: Sử dụng hàm taylor của MATLAB.

$T_5(x) = \sum_{n=0}^{5} \frac{f'(0)}{n!} x^n$	T = taylor(f) hoặc T = taylor(f, x)	Đa thức Taylor cấp 5 của f(x) tại a = 0
$T_5(x) = \sum_{n=0}^{5} \frac{f'(a)}{n!} (x-a)^n$	T = taylor(f, x, a)	Đa thức Taylor cấp 5 của f(x) tại a.
$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f'(a)}{k!} (x-a)^k$	Tn = taylor(f, x, a, ‘Order’, n)	Đa thức Taylor cấp n - 1 của f(x) tại a. **Lưu ý:** ví dụ mình muốn tìm đến cấp 10 thì n = 11

Với f, x là hàm và biến đã khai báo từ trước

a là điểm mà đa thức Taylor khai triển xung quanh (a = 0 thì đây là chuỗi Mac Laurin)

n là cấp mà đa thức Taylor khai triển đến.

Hàm sẽ trả về kết quả là một hàm (symfun) khác, chính là đa thức Taylor theo yêu cầu của mình.

Ví dụ: Tìm đa thức Taylor bậc n = 3 của f(x) = e^x tại a = 2. Vẽ đồ thị f(x), T(x) xung quanh a.

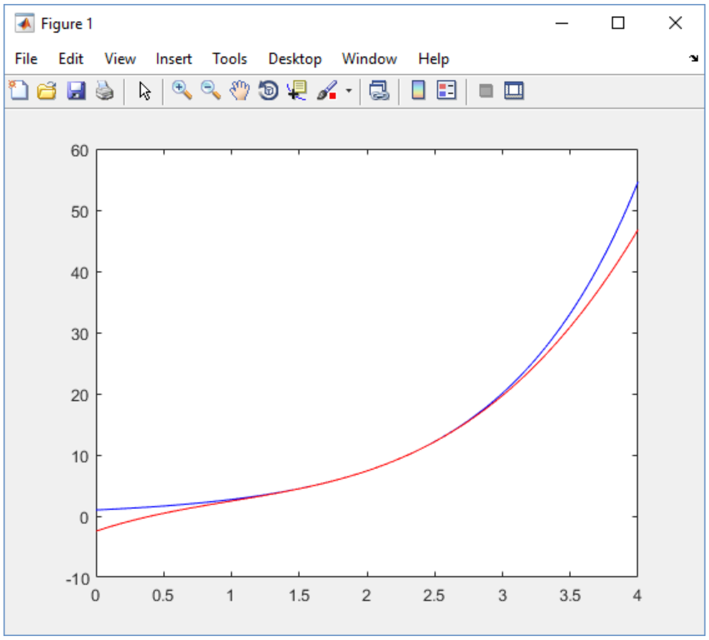
```
>> syms x;
>> f(x) = exp(x);
>> T = taylor(f, x, 2, 'Order', 4);
>> pretty(T) % Đây là hàm giúp ta dễ nhìn hơn
>> x = linspace(0, 4, 1000);
>> f = f(x); % tạo mảng f (tương tự mảng y ở trên, mục 2.4)
>> T = T(x); % tạo mảng T
>> plot(x, f, 'b', x, T, 'r')
```

Kết quả:

```
                                              2                 3
                               exp(2) (x - 2)    exp(2) (x - 2)
exp(2) + exp(2) (x - 2) + --------------- + ---------------
                                     2                 6
```

Điều này nghĩa là:

$$T_3(x) = e^2[\,1 + (x-2) + \frac{(x-2)^2}{2} + \frac{(x-2)^3}{6}\,]$$



Và các bạn có thể thấy đường màu đỏ (T(x)) xấp xỉ gần đúng đường màu xanh (f(x)) đặc biệt là khi càng gần tới 2.

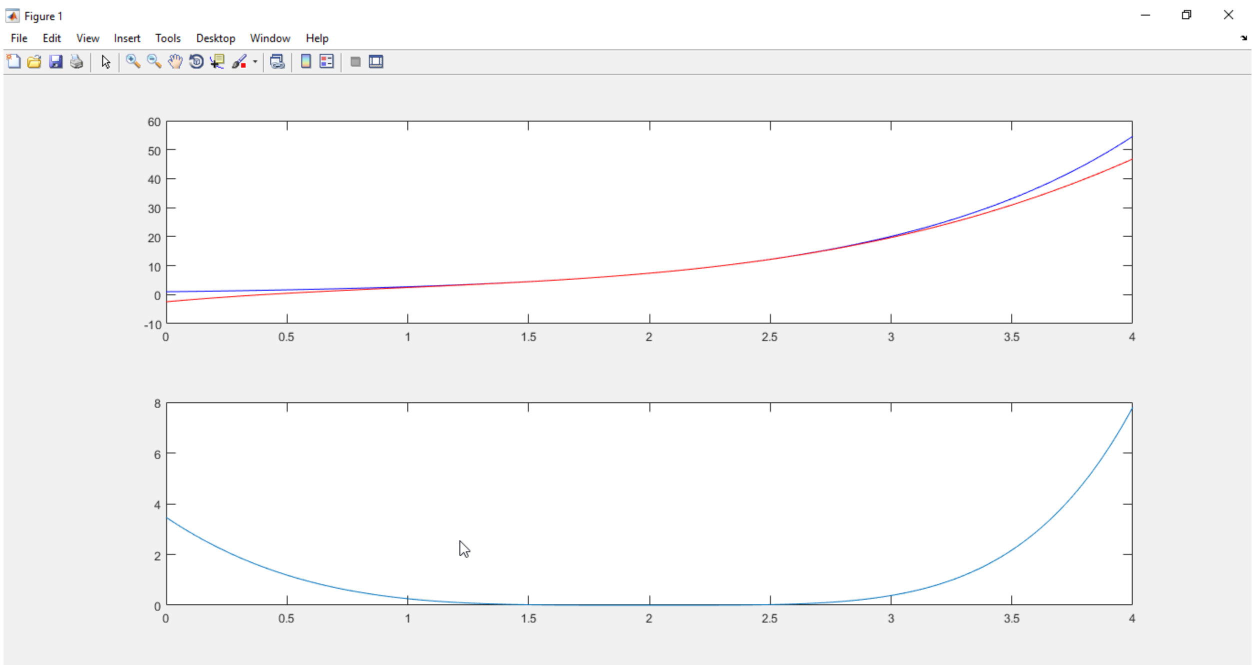
Bên cạnh đó, chúng ta còn có dư số Lagrange R(x) = f – T(x) với độ lớn sai số |R(x)|.

```
>> R = abs(f - T);
```

Ví dụ: Tìm đa thức Taylor bậc n = 3 của f(x) = e^x tại a = 2. Đánh giá độ lớn sai số. Vẽ đồ thị f(x), T(x), R(x) xung quanh a.

```
>> syms x;
>> f(x) = exp(x);
>> T = taylor(f, x, 2, 'Order', 4);
>> pretty(T) % Đây là hàm giúp ta dễ nhìn hơn
>> R = abs(f - T); % abs(x) là hàm tính giá trị tuyệt đối
>> x = linspace(0, 4, 1000);
>> f = f(x);
>> T = T(x);
>> R = R(x);
>> subplot(2,1,1); % subplot(m, n, a) tạo một table có m hàng, n cột và
hàm plot ngay dưới vẽ ở ô thứ a (từ trên xuống, trái qua)
>> plot(x, f, 'b', x, T, 'r');
>> subplot(2,1,2); % hàm plot ngay dưới sẽ vẽ vào ô thứ 2 tức ô tọa độ
(2,1)
>> plot(x, R);
```

Kết quả:



Ở ô (1,1) có đồ thị của f(x) và T(x), ở ô (2,1) có đồ thị của |R(x)|. Ta thấy càng gần 2, |R(x)| càng tiến đến 0, tương ứng càng xa 2 thì độ lớn sai số càng lớn (đến khoảng 4 là max bên trái, x = 0, và 8 là max bên phải, x = 4).

3. Tham khảo thêm:

https://www.mathworks.com/help/