

Định luật bảo toàn động lượng

Bài 1: Một viên đạn đang bay thẳng đứng lên cao với vận tốc 120 m/s thì nổ ra thành hai mảnh, mảnh thứ nhất có khối lượng gấp ba lần mảnh thứ hai, có vận tốc hướng theo phương nằm ngang và độ lớn vận tốc $v_1 = 80$ m/s. Tính độ lớn vận tốc và phương của mảnh thứ hai.

Giải

Động lượng của hệ trước khi nổ: $\vec{p} = m\vec{v}$ Với $p = m.v = 120m$

Động lượng của hệ sau khi nổ: $\vec{p}' = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: $\vec{p} = \vec{p}' \Rightarrow \vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$

Mặt khác: $m = m_1 + m_2$ và $m_1 = 3m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{1}{4}m; m_1 = \frac{3}{4}m$

Do đó: $p_1 = m_1v_1 = \frac{3}{4}mv_1$; $p_2 = m_2v_2 = \frac{1}{4}mv_2$

Theo đề ta có: $\vec{v}_1 \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{p}_1 \perp \vec{p}$. Áp dụng định lí Pitago: $p_2^2 = p^2 + p_1^2$

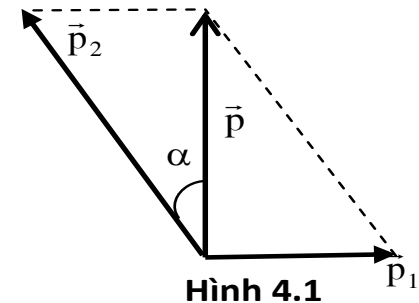
$$p_2 = \frac{1}{4}mv_2 = \sqrt{p^2 + p_1^2} = m\sqrt{v^2 + \left(\frac{3}{4}v_1\right)^2}$$

Suy ra vận tốc của mảnh thứ hai là:

$$v_2 = 4\sqrt{120^2 + \left(\frac{3}{4}.80\right)^2} = 60\sqrt{5} \text{ m/s}$$

Phương của mảnh thứ hai hợp với phương ban đầu của viên đạn góc α như hình 4.1 với:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{p_1}{p} = \frac{\frac{3}{4}mv_1}{mv} = \frac{\frac{3}{4}.80}{120} = 0,5 \Rightarrow \alpha = 26,6^\circ$$



Bài 2: Một súng có khối lượng $M = 40 \text{ kg}$ được đặt trên mặt đất nằm ngang. Bắn một viên đạn khối lượng $m = 300 \text{ g}$ theo phương nằm ngang. Vận tốc của đạn là $v = 120 \text{ m/s}$. Tính vận tốc giật lùi V' của súng

Giải

Xem hệ súng và đạn như một hệ kín.

Động lượng của hệ trước khi bắn: $\vec{p} = (M + m) \cdot \vec{V} = \vec{0}$

Động lượng của hệ sau khi bắn: $\vec{p}' = m\vec{v} + M\vec{V}'$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: $\vec{p} = \vec{p}' \Leftrightarrow m\vec{v} + M\vec{V}' = \vec{0}$

Chọn chiều dương là chiều vận tốc của viên đạn, ta có: $M \cdot V' = - m \cdot v$

Vận tốc giật lùi V' của súng: $\Rightarrow V' = -\frac{mv}{M} = -\frac{0,3 \cdot 120}{40} = -0,9 \text{ m/s}$

Bài 3: Một khẩu pháo có khối lượng $M = 500 \text{ kg}$ được đặt trên mặt đất nằm ngang, nòng pháo hướng chếch 45^0 so với mặt đất. Bắn một viên đạn pháo có khối lượng $m = 4 \text{ kg}$, có vận tốc là $v = 50 \text{ m/s}$. Tính thành phần vận tốc giật lùi V'' của súng theo phương ngang. Bỏ qua ma sát giữa khẩu pháo với mặt đất.

Hướng dẫn giải

Xem khẩu pháo và đạn như một hệ kín.

Động lượng của hệ trước khi bắn: $\vec{p} = (M + m) \cdot \vec{v} = \vec{0}$

Động lượng của hệ sau khi bắn: $\vec{p}' = m\vec{v} + M\vec{v}'$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: $\vec{p} = \vec{p}' \Leftrightarrow m\vec{v} + M\vec{v}' = \vec{0}$

Vì \vec{v} hướng chếch lên trên một góc $\alpha = 45^0$ so với mặt đất nằm ngang, mà $\vec{v}' \updownarrow \vec{v}$ nên \vec{v}' cũng hướng xuống lệch một góc $\alpha = 45^0$ so với mặt đất nằm ngang và thỏa: $M \cdot V' = - m \cdot v$

Vận tốc giật lùi V' của khẩu pháo: $v' = -\frac{mv}{M} = -\frac{4 \cdot 50}{500} = -0,4 \text{ m/s}$

Thành phần vận tốc giật lùi của khẩu pháo theo phương ngang là:

$$V'' = V' \cos 45^0 = -0,4 \cdot \cos 45^0 = -0,2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

Động năng – Thế năng – Cơ năng. Định luật bảo toàn cơ năng

Bài 1: *Cho một lò xo nằm ngang ở trạng thái ban đầu không bị biến dạng. Khi tác dụng một lực $F = 10\text{ N}$ vào lò xo cũng theo phương ngang, ta thấy nó dãn được 4 cm.*

a/ Tìm độ cứng của lò xo.

b/ Xác định giá trị thế năng đàn hồi của lò xo khi nó dãn được 6 cm.

c/ Tính công do lực đàn hồi thực hiện khi lò xo được kéo dãn thêm từ 3 cm đến

Giải

a. Độ cứng của lò xo: $F = k \cdot \Delta x \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{10}{0,04} = 250\text{ N/m}$

b. Thế năng đàn hồi của lò xo khi bị dãn 5 cm: $W_t = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 250 \cdot 0,06^2$
 $= 0,45\text{ J}$

c. Công của lực đàn hồi khi lò xo được kéo dãn thêm từ 3 cm đến 6 cm:

Công của lực đàn hồi bằng độ giảm thế năng đàn hồi:

$$A_{12} = W_{t_{dh1}} - W_{t_{dh2}}$$
$$\Leftrightarrow A_{12} = \frac{1}{2} k(x_1^2 - x_2^2) = \frac{1}{2} \cdot 250 \cdot (0,03^2 - 0,06^2)$$

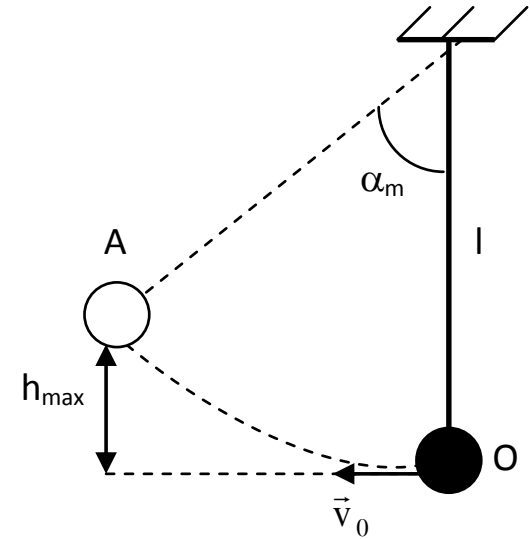
$$A_{12} = - 0,3375\text{ J}$$

Công này âm chứng tỏ công của lực đàn hồi là công cản.

Bài 2: Một vật nặng khối lượng $m = 400 \text{ g}$ treo vào đầu dưới sợi dây không co dãn chiều dài $l = 50 \text{ cm}$, đầu trên treo vào một điểm cố định. Đưa vật tới vị trí góc lệch $\alpha_m = 60^\circ$ so với phương thẳng đứng rồi buông tay như hình 4.7. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

a/ Tính thế năng của vật ở vị trí cao nhất và ở vị trí ứng với góc lệch $\alpha = 30^\circ$.

b/ Tính động năng và vận tốc của vật khi nó qua vị trí cân bằng O.



Hình 4.7

Giải

a/ + $\alpha_m = 60^\circ$: Chọn gốc thế năng tại O, ta có: $W_{tO} = 0$; $W_{dA} = 0$

Thế năng tại A:

$$W_{t\alpha_m} = mgh_{\alpha_m} = mgl(1 - \cos\alpha_m) = 0,4 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot (1 - \cos 60^\circ) = 1 \text{ J}$$

+ $\alpha = 30^\circ$: Thế năng:

$$W_{t\alpha} = mgh_{\alpha} = mgl(1 - \cos\alpha_m) = 0,4 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot (1 - \cos 30^\circ) = 0,27 \text{ J}$$

b/ Theo định luật bảo toàn cơ năng: $W_A = W_O$

$$W_{dA} + W_{tA} = W_{dO} + W_{tO} \Rightarrow W_{dO} = W_{tA} = 1 \text{ J}$$

$$\text{+ Vận tốc tại O: } W_{dO} = \frac{mv_O^2}{2} \Rightarrow v_O = \sqrt{\frac{2W_{dO}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{0,4}} = \sqrt{5} \text{ m/s}$$

Bài 3: Một con lắc lò xo thẳng đứng gồm một lò xo có độ cứng $k = 200 \text{ N/m}$, đầu trên treo vào một điểm cố định, đầu dưới treo vật nặng khối lượng $m = 500 \text{ g}$. Chọn gốc O trùng vị trí cân bằng. Đưa vật tới vị trí M làm lò xo bị dãn $6,5 \text{ cm}$.

a/ Tính công của lực đàn hồi và của trọng lực khi vật di chuyển từ vị trí cân bằng O tới vị trí M .

b/ Thả vật, tính vận tốc của vật khi nó qua vị trí cân bằng.

Giải

Ở vị trí cân bằng O vật chịu tác dụng của hai lực cân bằng là trọng lực \vec{P} thẳng đứng hướng xuống và lực đàn hồi $\vec{F}_{\text{đh}}$ của lò xo hướng lên. Do đó:

$$\vec{P} + \vec{F}_{\text{đh}} = 0 \Rightarrow F_{\text{đh}} = P \Rightarrow k \cdot |\Delta l| = mg$$

Với $|\Delta l|$ = độ nén của lò xo lúc vật ở vị trí cân bằng.

$$\Rightarrow |\Delta l| = \frac{mg}{k} = \frac{0,5 \cdot 10}{200} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 2,5 \text{ cm} \Rightarrow \Delta l = l_{\text{CB}} - l_0 = 2,5 \text{ cm}$$

Ở vị trí cân bằng lò xo dãn $2,5 \text{ cm}$. Khi đưa vật tới vị trí lò xo dãn $6,5 \text{ cm}$ tức là làm vật di chuyển theo phương thẳng đứng một đoạn:

$$\Delta l + \Delta x = 6,5 \text{ cm} \Rightarrow \Delta x = 6,5 - 2,5 = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Vậy công của lực đàn hồi : } A_{\text{đh}} = \Delta W_{\text{tđh}} = -\frac{k \cdot \Delta x^2}{2} = -\frac{200 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2}{2} = -0,16 \text{ J}$$

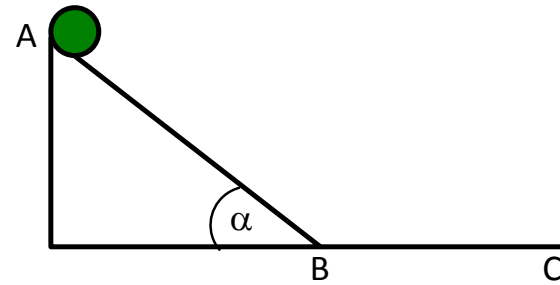
$$\text{Công của trọng lực } A_P = mg \cdot \Delta x = 0,5 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 0,04 \text{ J}$$

b/ Theo định lí động năng:

$$W_{đM} - W_{đO} = A_{đh} + A_p = -0,16 + 0,04 = -0,12 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_{đO} = \frac{mv_o^2}{2} = 0,12 \text{ J} \Rightarrow v_o = \sqrt{\frac{2W_{đO}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,12}{0,5}} = 0,4\sqrt{3} \text{ m/s}$$

Bài 4: Một vật trượt không vận tốc đầu từ đỉnh một mặt phẳng nghiêng xuống mặt phẳng nằm ngang như hình 4.8. Vật chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang được 3,2 m thì dừng lại. Ma sát trên mặt phẳng nghiêng không đáng kể, hệ số ma sát trên BC là $\mu = 0,25$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Hình 4.8

a/ Tính vận tốc tại B.

b/ Tính độ cao h_A .

Giải

Chọn gốc thế năng tại chân mặt phẳng nghiêng.

a/ Vận tốc của vật tại B là:

$$\text{Áp dụng định lí động năng trên đoạn BC: } \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = A_{\text{ms}}$$

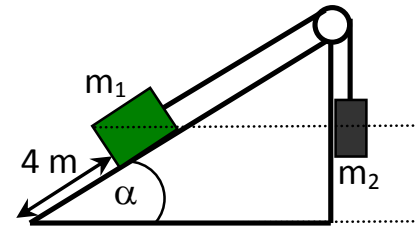
$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}mv_B^2 = -\mu mgs \Rightarrow v_B^2 = 2\mu gs \Rightarrow v_B = \sqrt{2\mu gs} = \sqrt{2 \cdot 0,25 \cdot 10 \cdot 3,2} = 4 \text{ m/s}$$

b/ Độ cao h_A :

$$\text{Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng trên đoạn AB: } W_A = W_B \Leftrightarrow 0 + mgh_A = \frac{mv_B^2}{2} + 0$$

$$\Leftrightarrow mgh_A = \frac{mv_B^2}{2} \Rightarrow h_A = \frac{v_B^2}{2g} = \frac{4^2}{2 \cdot 10} = 0,8 \text{ m} = 80 \text{ cm}$$

Bài 5: Hai vật $m_1 = 1 \text{ kg}$ và $m_2 = 2 \text{ kg}$ nối với nhau bằng một sợi dây không dẫn vắt qua ròng rọc như hình 4.9. Biết $\alpha = 30^\circ$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, ban đầu m_1 và m_2 ở cùng một độ cao và m_1 ở cách chân mặt phẳng nghiêng 4 m . Chọn gốc tính thế năng tại chân mặt phẳng nghiêng.



Hình 4.9

a/ Tính thế năng và độ biến thiên thế năng của từng vật ở vị trí ban đầu và ở vị trí m_2 đi xuống được 1 m .
b/ Cho biết thế năng của mỗi vật tăng hay giảm?

Hướng dẫn giải

Chọn gốc tính thế năng tại chân mặt phẳng nghiêng.

a/ Độ cao ban đầu của hai vật: $z_1 = z_2 = 4 \cdot \sin 30^\circ = 4 \cdot (0,5) = 2 \text{ m}$

Thế năng của m_1 : $W_{t1} = m_1 g z_1 = 1 \cdot 10 \cdot 2 = 20 \text{ N}$

Thế năng của m_2 : $W_{t2} = m_2 g z_2 = 2 \cdot 10 \cdot 2 = 40 \text{ N}$

Ở vị trí m_2 đi xuống được 1 m thì m_1 đi lên trên mặt phẳng nghiêng một đoạn $s = 1 \text{ m}$, nghĩa là độ cao của m_1 được nâng lên một đoạn:

$$h = s \cdot \sin 30^\circ = 1 \cdot (0,5) = 0,5 \text{ m}$$

Thế năng của m_{1s} :

$$W_{t1s} = m_1 g (z_1 + 0,5) = 1 \cdot 10 \cdot 2,5 = 25 \text{ N}$$

Khi m_2 đi xuống 1 m thì độ cao của nó so với chân mặt phẳng nghiêng giảm đi 1 m . Thế năng của m_{2s} : $W_{t2s} = m_2 g (z_2 - 1) = 2 \cdot 10 \cdot 1 = 20 \text{ N}$

Độ biến thiên thế năng của m_1 : $\Delta W_{t1} = W_{t1s} - W_{t1} = 25 - 20 = 5 \text{ N}$

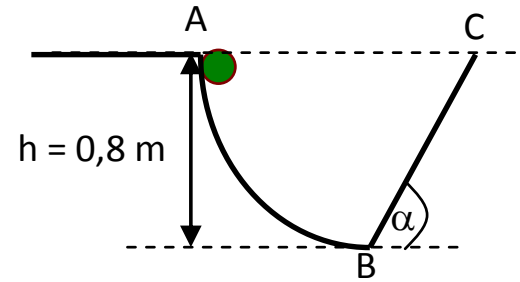
Độ biến thiên thế năng của m_2 : $\Delta W_{t2} = W_{t2s} - W_{t2} = 20 - 40 = -20 \text{ N}$

b/ Ta có:

$\Delta W_{t1} = 5 \text{ N} > 0$: vậy thế năng của vật m_1 tăng.

$\Delta W_{t2} = -20 \text{ N} < 0$: vậy thế năng của vật m_2 giảm.

Bài 6: Một vật nhỏ ở A trượt không vận tốc đầu xuống một mặt cong AB sau đó chuyển động lên mặt phẳng nghiêng BC như hình 4.10. Giả sử tất cả các mặt đều không có ma sát. $h = 0,8 \text{ m}$.



Hình 4.10

a/Vật có lên tới điểm C hay không?

b/ Tính vận tốc của vật tại B.

c/ Nếu hệ số ma sát trên BC là $\mu = 0,1$ tính độ cao cực đại mà vật có thể lên tới được trên BC. Cho $\alpha = 60^\circ$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn gốc thế năng tại B.

- a. Vì trên AB và BC đều không có lực ma sát. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng tại điểm A và điểm M mà tại đó vật có vận tốc bằng không ta có:

$$W_A = W_M \Leftrightarrow mgz_A = mgz_M \Rightarrow z_A = z_M$$

Suy ra vật sẽ lên tới điểm có cùng độ cao với A. Vậy vật sẽ lên tới điểm C sau đó rơi trở lại mặt phẳng nghiêng.

b/ Vận tốc của vật tại B:

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có:

$$W_A = W_B \Leftrightarrow mgz_A = \frac{mv_B^2}{2} \Rightarrow v_B = \sqrt{2gz_A} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,8} = 4 \text{ (m/s)}$$

Vậy khi không có ma sát vận tốc của vật tại B là 4 m/s.

c/ Độ cao cực đại mà vật có thể lên tới được trên BC khi $\mu = 0,1$

Trên BC vì có thêm lực ma sát do đó ta phải kể thêm công của lực ma sát công này bằng độ biến thiên cơ năng của vật.

Gọi D là điểm trên BC mà tại đó vận tốc của vật bằng không.

$$A_{ms} = \Delta W = W_B - W_D \Leftrightarrow W_D = W_B - A_{ms} = \frac{mv_B^2}{2} - F_{ms} \cdot s \quad (1)$$

$$F_{ms} = \mu \cdot N = \mu mg \cos \alpha \quad (2); s = \frac{h}{\sin \alpha} \quad (3)$$

Thế (2) và (3) vào (1) ta có: $mgh_D = \frac{mv_B^2}{2} - \mu mg \cos \alpha \cdot \frac{h_D}{\sin \alpha}$

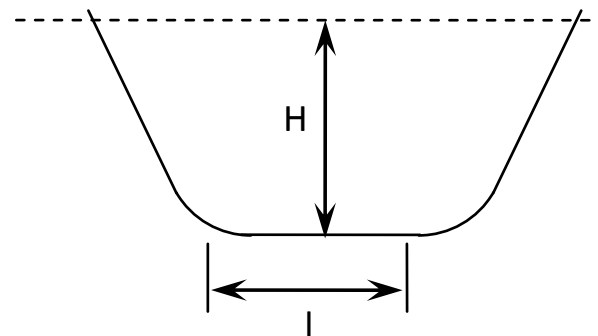
$$h_D = \frac{v_B^2}{2g(1 + \mu \cot \alpha)} = \frac{16}{20(1 + 0,1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}})} = 0,756 \text{ (m)}$$

Vậy độ cao cực đại mà vật lên được trên BC là $h_{\max} = 0,756 \text{ m}$

Bài 7. Nghiên cứu một tai nạn trên đường, cảnh sát giao thông đo được chiều dài vết bánh xe trên mặt đường do phanh gấp xe có chiều dài $L = 60\text{m}$. Tìm vận tốc ban đầu của xe, nếu hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường là $k = 0,5$?

Bài 8. Tìm quãng đường xe trượt đi được trên mặt phẳng nằm ngang nếu nó trượt xuống theo dốc nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với phương nằm ngang từ độ cao $H = 15\text{m}$? Hệ số ma sát giữa xe trượt và đường là $k = 0,2$.

Bài 9: Vật chuyển động không vận tốc đầu xuống hố, thành hố thẳng và thoải dần sang đáy hố nằm ngang (Hình 1.48). Chiều dài phần đáy $l = 2\text{m}$. Hệ số ma sát giữa vật và đáy hố là $k = 0,3$. Chiều sâu của hố là $H = 5\text{m}$. Tìm khoảng cách từ vị trí vật dừng lại tới điểm giữa của hố?



Bài 10: Tìm công cần thực hiện để đưa một chiếc xe trượt mang theo vật lên dốc có độ cao $H = 10\text{m}$? Khối lượng tổng cộng của xe và vật là $m = 30\text{kg}$. Góc nghiêng của dốc $\alpha = 30^\circ$. Hệ số ma sát giữa xe trượt và mặt dốc giảm đều từ $k_1 = 0,5$ tại chân dốc đến $k_2 = 0,1$ tại đỉnh dốc.

Va chạm đàn hồi – Va chạm mềm

Bài 1: Một hòn bi đang chuyển động với vận tốc 30 cm/s đến va vào một hòn bi thứ hai cùng kích thước nhưng có khối lượng bằng một nửa khối lượng của hòn bi thứ nhất và đang đứng yên. Coi va chạm là đàn hồi trực diện. Tính vận tốc của hai hòn bi sau va chạm?

Giải

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$

$$\Rightarrow m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 \Rightarrow m_1 (\vec{v}_1 - \vec{v}'_1) = m_2 \vec{v}'_2 \quad (1)$$

Vì va chạm tuyệt đối đàn hồi, theo định luật bảo toàn động năng:

$$\frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2} = \frac{m_1 \vec{v}'_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}'_2^2}{2} \Rightarrow m_1 (\vec{v}_1^2 - \vec{v}'_1^2) = m_2 \vec{v}'_2^2 \quad (2)$$

Lấy (2) chia cho (1) vế với vế: $\vec{v}_1 + \vec{v}'_1 = \vec{v}'_2 \quad (3)$

$$\text{Thế (3) vào (1) suy ra: } v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} = \frac{(m - \frac{m}{2})v_1}{m + \frac{m}{2}} = \frac{v_1}{3} = 10 \text{ cm/s}$$

$$v'_2 = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{m v_1}{m + \frac{m}{2}} = \frac{2}{3} v_1 = 20 \text{ cm/s}$$

Bài 2: Một viên đạn với khối lượng 20 g được bắn theo phương ngang với vận tốc 200 m/s vào một tấm gỗ nặng 380 g đang đứng yên. Biết sau va chạm viên đạn dính chặt vào miếng gỗ.

a/ Tính vận tốc của viên đạn và miếng gỗ sau va chạm.

b/ Độ biến thiên động năng của hệ trước và sau va chạm.

Giải

- a. Sau va chạm viên đạn dính chặt vào miếng gỗ và cùng chuyển động
 \Rightarrow Va chạm mềm. Theo định luật bảo toàn động lượng:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v} \Rightarrow m_1 \vec{v}_1 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}$$

Vận tốc của viên đạn và miếng gỗ sau va chạm là:

$$v = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{20}{20 + 380} \cdot 200 = 10 \text{ m/s}$$

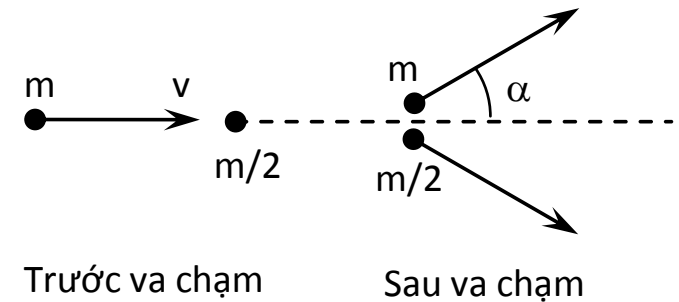
- b. Độ biến thiên động năng của hệ trước và sau va chạm:

$$\Delta W_d = W_d' - W_d = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v^2}{2} - \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

$$\Delta W_d = \frac{(20 + 380) \cdot 10^{-3} \cdot 10^2}{2} - \frac{0,02 \cdot 200^2}{2} = - 380 \text{ J}$$

Bài 3. Vật khối lượng m_1 chuyển động với vận tốc v đến va chạm đàn hồi với một vật đứng yên. Sau va chạm, nó chuyển động theo phương hợp với phương chuyển động ban đầu một góc 90° với vận tốc $v/2$. Tìm khối lượng vật thứ hai.

Bài 4. Hạt khối lượng m chuyển động với vận tốc v đến va chạm với một hạt đứng yên khối lượng $m/2$ và sau va chạm đàn hồi thì bay ra theo phương hợp với phương chuyển động ban đầu một góc $\alpha = 30^\circ$ (Hình 1.57). Tìm vận tốc chuyển động của hạt thứ hai?



Hình 1. 57.

Bài 5: Hai hạt có khối lượng m và $2m$, có động lượng p và $p/2$, chuyển động theo các phương vuông góc với nhau đến va chạm với nhau. Sau va chạm, hai hạt trao đổi động lượng cho nhau. Tìm cơ năng mất đi do va chạm.