

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN TP.HCM  
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN  
BTC ÔN THI HỌC KỲ 1 KHÓA 2016



# BÀI TẬP VÍ DỤ TOÁN RỜI RẠC

Chương 7: Hàm Boole

➤ Phạm Anh Quốc

Cập nhật: 03/02/2017

1. Tìm dạng nổi rời chính tắc cho các hàm Boole sau đây:

- $f(x, y, z) = \bar{x} \vee \bar{y} \vee x(y \vee z)$
- $f(x, y, z, t) = (xy \vee zt)(x \vee z)(xz \vee yt)(xt \vee yz)$
- $f(x, y, z, t) = (\bar{x} \vee yz)(\bar{y} \vee xz)(\bar{z} \vee xy)$
- $f(x, y, z, t) = yz \vee (z \vee x)t \vee (xy \vee y\bar{z} \vee x\bar{t})xyt$
- $f(x, y, z, t) = (xy \vee \bar{y}t)z \vee [x\bar{t}(x \vee y)(z \vee t)] \vee [(x \vee z)(y \vee t)] \vee [(x \vee t)(y \vee z)]$

Giải

/\*Dạng nổi rời chính tắc là dạng mà các đơn thức của f đều có bậc cao nhất (gọi là các đơn thức tối thiểu), cũng là dạng phức tạp nhất của f\*/

a) ĐS:  $f = xyz \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

b)  $f(x, y, z, t) = (xy \vee zt)(x \vee z)(xz \vee yt)(xt \vee yz)$   
 $= (xyx \vee xyz \vee xzt \vee zzt)(xzt \vee xzyz \vee ytxt \vee ytyz)$   
 $= (xy \vee xyz \vee xzt \vee zt)(xzt \vee xyz \vee xyt \vee yzt)$

Theo luật hấp thu, ta có  $\begin{cases} xy \vee xyz = xy \\ xzt \vee zt = zt \end{cases}$ , suy ra

$$\begin{aligned} f &= (xy \vee zt)(xzt \vee xyz \vee xyt \vee yzt) \\ &= xyzt \vee xyz \vee xyt \vee xyzt \vee xzt \vee xyzt \vee xyt \vee yzt \\ &= xyzt \vee xyz \vee xyt \vee xzt \vee yzt \\ &= (xyzt \vee xyz) \vee xyt \vee xzt \vee yzt \\ &= xyz \vee xyt \vee xzt \vee yzt \\ &= xyz.1 \vee xy.1 \vee x.1.zt \vee 1.yzt \end{aligned}$$

/\*Nhân thêm 1 vào các đơn thức chưa tối thiểu và dùng luật bù  $1 = x \vee \bar{x}$ \*/

$$\begin{aligned} &= xyz(t \vee \bar{t}) \vee xy(z \vee \bar{z})t \vee x(y \vee \bar{y})zt \vee (x \vee \bar{x})yzt \\ &= xyzt \vee xyz\bar{t} \vee xyzt \vee xy\bar{z}t \vee xyzt \vee x\bar{y}zt \vee xyzt \vee \bar{x}yzt \\ &= xyzt \vee xyz\bar{t} \vee xy\bar{z}t \vee x\bar{y}zt \vee \bar{x}yzt \end{aligned}$$

(dạng nổi rời chính tắc)

c) ĐS:  $f = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz$

d) ĐS:  $f = xyz\bar{t} \vee \bar{x}yz\bar{t} \vee x\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}yzt \vee \bar{x}\bar{y}zt \vee xyzt \vee x\bar{y}\bar{z}t \vee xy\bar{z}t$

e)  $f(x, y, z, t) = (xy \vee \bar{y}t)z \vee [x\bar{t}(x \vee y)(z \vee t)] \vee [(x \vee z)(y \vee t)] \vee [(x \vee t)(y \vee z)]$   
 $= (xyz \vee \bar{y}zt) \vee [x\bar{t}(xz \vee xt \vee yz \vee yt)] \vee (xy \vee xt \vee yz \vee zt) \vee (xy \vee xz \vee yt \vee zt)$   
 $= xyz \vee \bar{y}zt \vee (x\bar{t}z \vee x\bar{t}t \vee x\bar{t}yz \vee x\bar{t}yt) \vee xy \vee xt \vee yz \vee zt \vee yt \vee xz$   
 $= xyz \vee \bar{y}zt \vee x\bar{t}z \vee x.0 \vee x\bar{t}yz \vee xy.0 \vee xy \vee xt \vee yz \vee zt \vee yt \vee xz$   
 $= xyz \vee \bar{y}zt \vee x\bar{t}z \vee x\bar{t}yz \vee xy \vee xt \vee yz \vee zt \vee yt \vee xz$   
 $= (xyz \vee x\bar{t}yz) \vee (\bar{y}zt \vee zt) \vee (x\bar{t}z \vee xz) \vee xy \vee xt \vee yz \vee yt$   
 $= xyz \vee zt \vee xz \vee xy \vee xt \vee yz \vee yt$   
 $= (xyz \vee xy) \vee zt \vee xz \vee xt \vee yz \vee yt$   
 $= xy \vee zt \vee xz \vee xt \vee yz \vee yt$

Ta có  $xy = xy.1.1 = xy(z \vee \bar{z})(t \vee \bar{t}) = xy(zt \vee z\bar{t} \vee \bar{z}t \vee \bar{z}\bar{t}) = xyzt \vee xyz\bar{t} \vee xy\bar{z}t \vee xy\bar{z}\bar{t}$

Tương tự, với các đơn thức khác, ta được

$$f = xyzt \vee xyz\bar{t} \vee xy\bar{z}t \vee x\bar{y}zt \vee \bar{x}yzt \vee xy\bar{z}\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}zt \vee xy\bar{z}t \vee xy\bar{z}\bar{t} \vee \bar{x}y\bar{z}t \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{t}$$

2. Tìm các công thức đa thức tối thiểu cho các hàm Boole  $f$  có 4 biến rồi viết dạng nổi rồi chính tắc cho  $f$  và  $f$  biết rằng

$$S = \text{Kar}(f) = \{(1,1), (1,4), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3), (4,1)\}$$

/\*Công thức đa thức tối thiểu là dạng đa thức đơn giản nhất của  $f$  \*/

Ta có sơ đồ Karnaugh của hàm  $f$  như sau:

	$x$		$x$		
$z$	$z$	$x$ 4 5			$x$ 5
			1 $x$	1 $x$	
$z$	$t$	$x$ 2 3	1 $x$	1 $x$	
		$x$ 4 3			
		$y$		$y$	

/\*Dòng 1 là dòng đầu tiên bên trên, cột 1 là cột đầu tiên bên trái\*/

Các tế bào lớn trong  $S$  là:

$$T_1 = yt \quad T_2 = x\bar{z}t \quad T_3 = xy\bar{z} \quad T_4 = xy\bar{t} \quad T_5 = \bar{y}z\bar{t}$$

/\*Tế bào lớn là 1 tế bào (hình chữ nhật mở rộng) mà không có tế bào nào khác có thể chứa nó. Ta sẽ xét lần lượt tế bào lớn 16 ô, 8 ô, 4 ô, 2 ô, 1 ô. Lưu ý: bảng mã có thể xem như 1 mặt trụ nên có thể uốn cong theo chiều dọc hoặc chiều ngang để dòng (cột) 4 có thể kề với dòng (cột) 1. Ví dụ bài này ta có tế bào lớn  $T_4$  và  $T_5$  là do mặt trụ uốn cong tạo thành\*/

/\*Tế bào lớn 4 ô ở 4 góc  $(1,1), (1,4), (4,1), (4,4)$  là 1 trong những tế bào lớn dễ bị bỏ quên\*/

Ưu tiên 1:  $(1,4) \in T_5, (2,2) \in T_1$ , ta có  $S \setminus (T_1 \cup T_5) \neq \emptyset$

/\*Ưu tiên chọn những ô chỉ thuộc 1 tế bào lớn\*/

Ưu tiên 2: chọn  $(3,1) \in S \setminus (T_1 \cup T_5)$  và để ý  $(3,1) \in (T_2 \cap T_3)$

/\*chọn cho đến khi thu được phép phủ\*/

Do  $S \setminus (T_1 \cup T_5 \cup T_3) = \emptyset$  nên  $S = T_1 \cup T_5 \cup T_3$  (1)

Ta có  $S \setminus (T_1 \cup T_5 \cup T_2) = \emptyset$  nên chọn  $(4,1) \in S \setminus (T_1 \cup T_5 \cup T_2)$

và để ý  $(4,1) \in (T_4 \cap T_3)$

Do  $S \setminus (T_1 \cup T_5 \cup T_2 \cup T_4) = \emptyset$  nên  $S = T_1 \cup T_5 \cup T_2 \cup T_4$  (2)

Do  $S \setminus (T_1 \cup T_5 \cup T_2 \cup T_3) = \emptyset$  nên  $S = T_1 \cup T_5 \cup T_2 \cup T_3$  (3)

Ta có sơ đồ phủ của S là:

$$\begin{array}{c} T_1 \rightarrow T_5 \rightarrow T_3 \\ \downarrow \\ T_2 \rightarrow T_4 \\ \downarrow \\ T_3 \end{array}$$

Phép phủ (3) chưa tối thiểu vì dư T2 so với phép phủ (1) nên loại

/\*Phép phủ tối thiểu là phép phủ không thể loại bỏ tế bào lớn nào (nếu loại bỏ thì không thể phủ hết S)\*/

Các phép phủ (1), (2) đều tối thiểu.

/\*Phép phủ tối thiểu nhưng công thức đa thức tương ứng chưa chắc đã tối thiểu\*/

Từ (1) và (2) ta viết các công thức đa thức tương ứng cho f:

$$f(x, y, z, t) = yt \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}z\bar{t} (*)$$

$$f(x, y, z, t) = yt \vee x\bar{z}t \vee x\bar{y}\bar{t} \vee \bar{y}z\bar{t} (**)$$

Loại (\*\*) vì nó phức tạp hơn (\*)

/\*(\*\*) có 4 đơn thức, lớn hơn số đơn thức của (\*) và bậc của đơn thức 1,2,3 trong (\*\*) lần lượt bằng bậc của đơn thức tương ứng trong (\*\*) nên (\*\*) phức tạp hơn (\*) \*/

Vậy công thức đa thức tối thiểu của f là  $f(x, y, z, t) = yt \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}z\bar{t}$

Ta viết dạng nổi rời chính tắc của f

$$f(x, y, z, t) = yt \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}z\bar{t}$$

$$= 1.y.1.t \vee x\bar{y}\bar{z}.1 \vee 1.\bar{y}z\bar{t}$$

$$= (x \vee \bar{x})y(z \vee \bar{z})t \vee x\bar{y}\bar{z}.(t \vee \bar{t}) \vee (x \vee \bar{x})\bar{y}z\bar{t}$$

$$= (xy \vee \bar{x}y)(zt \vee \bar{z}t) \vee x\bar{y}\bar{z}t \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{t} \vee x\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{t}$$

$$= xyz\bar{t} \vee xy\bar{z}\bar{t} \vee \bar{x}yz\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{t} \vee x\bar{y}\bar{z}t \vee x\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{t}$$

$$= xyz\bar{t} \vee \bar{x}yz\bar{t} \vee xy\bar{z}\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{t} \vee x\bar{y}\bar{z}t \vee x\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{t}$$

3. Vẽ mạng các cổng tổng hợp cho các hàm Boole sau

a.  $f(x, y, z, t) = x\bar{z} \vee \bar{y}\bar{t} \vee y\bar{z}t \vee xyt \vee \bar{x}\bar{y}z$

b.  $f(x, y, z, t) = \bar{x}zt \vee \bar{y}\bar{z}t \vee x\bar{z}t \vee \bar{x}yt$

/\* Các dây nối giao nhau, nếu có nối với nhau thì chấm lớn tại đó, nếu không nối với nhau thì không chấm gì hết, hoặc vẽ dây này vòng lên dây kia.

- Trước và sau mỗi chỗ "chấm lớn" hoặc mỗi cổng NOT, nên có dấu mũi tên chỉ đường chạy của dây\*/

