

Câu 1: (1.5 điểm)

a/ (0.5đ) Viết mệnh đề phủ định \bar{A} của A và xác định chân trị của A .

$$A = \exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x^2 = y^2 \rightarrow x = y$$

b/ (1đ) Cho các biến mệnh đề p, q, r, s, t . Cho biết suy luận sau là đúng hay sai:

$$[p \rightarrow (r \wedge q)] \wedge (p \wedge q \wedge \bar{s}) \wedge [r \rightarrow (s \vee t)] \Rightarrow t$$

Câu 2: (3 điểm)

a/ (1.5đ) Tìm số nghiệm nguyên của phương trình sau:

$$(x + y - 1)(m + n + 1) = 3$$

Biết $x, y \geq 0, m, n \leq 0$

b/ (1.5đ = 0.75đ + 0.75đ) Có 15 cuốn sách trong đó có 5 cuốn sách Toán, 3 cuốn sách Lý và 7 cuốn sách Hóa. A cần xếp 15 cuốn sách vào một kệ sách theo hàng ngang sao cho ở hai đầu là sách Toán và sách Lý. Hỏi có bao nhiêu cách xếp nếu:

- (1) Mỗi cuốn sách cùng môn là khác nhau
- (2) Mỗi cuốn sách cùng môn là giống nhau

Câu 3: (1.5 điểm)

Tìm công thức tổng quát theo biến n của tổng sau:

$$S_n = \sum_{k=0}^n k^2 2^k \quad (n \geq 1)$$

Câu 4: (2 điểm)

Cho $m = 6234$ và $n = 3312$. Đặt $d = (m, n)$ và $e = [m, n]$

a/ (1đ) Dùng thuật chia Euclid để tìm d và tìm $r, s \in \mathbb{Z}$ thỏa $d = rm + sn$.

b/ (1đ) Tìm e và $u, v \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $\frac{1}{e} = \frac{u}{m} + \frac{v}{n}$. Mỗi số m, n có bao nhiêu ước số?

Câu 5: (2 điểm)

a/ (1.5đ) Gọi $S = \{r \in \mathbb{Z}; |r| \leq 3\}$, $\forall x, y \in S, x \mathcal{R} y \Leftrightarrow x^2 - x = y^2 - y$. Chứng minh đây là quan hệ tương đương và vẽ sơ đồ phân lớp tương đương.

b/ (0.5đ) Giải các phương trình: $\bar{6}\bar{x} = \bar{1}\bar{0}$ trong \mathbb{Z}_{15} và \mathbb{Z}_8 .