Đại học Quốc gia TpHCM

Trường Đại học KHTN

ĐỀ THI CƠ HỌC 1 (Khóa 2013)

Năm học: 2013 - 2014 – Thời gian: 90 phút

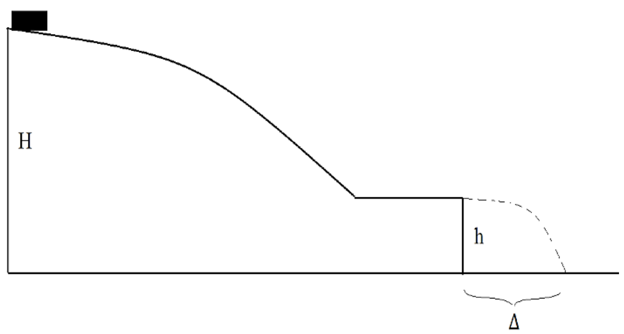
Sinh viên không sử dụng tài liệu

<u>Câu 1</u>: Một chất điểm chuyển động với vận tốc thay đổi theo quãng đường với quy luật sau: $v = \alpha\sqrt{s}$, với α là hằng số dương. Biết rằng s = 0 tại thời điểm t = 0. Hãy tìm quãng đường vật đi được s và vận tốc v của chất điểm như hàm của thời gian.

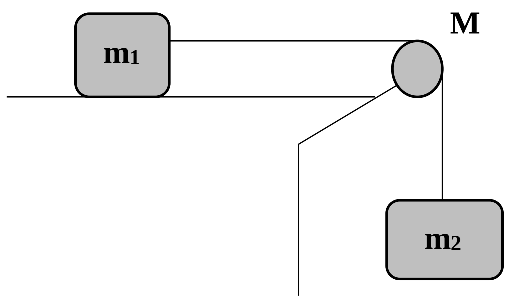
<u>Câu 2</u>: Một viên đạn có khối lượng m được bắn thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu bằng v_o (lúc t = 0). Cho biết lực cản của không khí lên viên đạn có độ lớn tỉ lệ với vận tốc của viên đạn với hệ số tỉ lệ là η (hằng số dương). Hãy xác định thời điểm t lúc viên đạn đạt được độ cao cực đại. Từ kết quả thu được hãy suy ra thời điểm này trong trường hợp không có lực cản ($\eta = 0$).

<u>Câu 3</u>: Một vật nhỏ với vận tốc ban đầu $v_o = 0$, trượt xuống từ một vị trí ở độ cao H của một ngọn đồi. Phần cuối của ngọn đồi là một đoạn thẳng nằm ngang có bờ dốc thẳng đứng ở độ cao h (hình 1). Hỏi h phải bằng bao nhiêu để vật nhỏ bay ra được một khoảng cách s là xa nhất. Bỏ qua lực ma sát của đất và lực cản của không khí.

<u>Câu 4</u>: Cho hai vật m_1 và m_2 mắc qua ròng rọc (xem hình 2). Ròng rọc có khối lượng M và dạng đĩa tròn đồng chất. Hệ số ma sát giữa vật m_1 và mặt nằm ngang là k. Lúc t = 0, vật m_2 bắt đầu hạ xuống. Hãy xác định đoạn dịch chuyển của hai vật sau t giây.



Hình 1



Hình 2

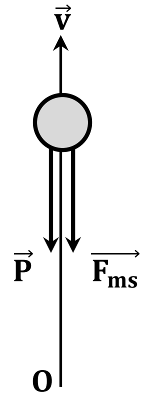
- - - HẾT - - -

Câu 1: Ta có: $v = \frac{ds}{dt} = \alpha\sqrt{s} \Rightarrow \frac{ds}{\sqrt{s}} = \alpha dt \Rightarrow \int_0^s \frac{ds}{\sqrt{s}} = \alpha\int_0^t dt \Rightarrow 2\sqrt{s} = \alpha t \Rightarrow \begin{cases} s = \frac{\alpha^2 t^2}{4} \\ v = \frac{\alpha^2 t}{2} \end{cases}$

Câu 2: Lực cản của không khí lên viên đạn: $\vec{F_c} = -\eta\vec{v}$

(Dấu "–" cho thấy lực cản $\vec{F_c}$ và vận tốc $\vec{v}$ luôn ngược chiều nhau)

Áp dụng định luật II Newton: $\vec{P} + \vec{F_c} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} - \eta\vec{v} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$



Chọn chiều dương (+) như hình vẽ, ta có: $-mg - \eta v = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -g - \frac{\eta}{m}v$

Đặt $\lambda = \frac{\eta}{m}$, phương trình trở thành: $dt = -\frac{dv}{g+\lambda v}$

Đặt $u = g + \lambda v \Rightarrow du = \lambda dv$ nên phương trình trở thành: $dt = -\frac{1}{\lambda}\frac{du}{u}$

$$\Rightarrow \int_0^t dt = -\frac{1}{\lambda}\int_{g+\lambda v_o}^{g+\lambda v}\frac{du}{u} \Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda}\ln\frac{g+\lambda v}{g+\lambda v_o} = \frac{1}{\lambda}\ln\frac{g+\lambda v_o}{g+\lambda v}$$

Khi viên đạn đạt độ cao H_{max} thì $v = 0 \Rightarrow t(H_{max}) = \frac{1}{\lambda}\ln\frac{g+\lambda v_o}{g} = \frac{1}{\lambda}\ln\left(1 + \frac{\lambda}{g}v_o\right)$

Trường hợp không có lực cản không khí: $\eta = 0 \Rightarrow \lambda = 0$

$$\Rightarrow dt' = -\frac{dv}{g} \Rightarrow t'(H_{max}) = -\frac{1}{g}\int_{v_o}^{0} dv \Rightarrow t'(H_{max}) = \frac{v_o}{g}$$

Câu 3: Cơ năng của vật ở đầu ngọn dốc: $W_đ = U_đ = mgH$

Cơ năng của vật ở cuối đoạn dốc nằm ngang: $W_s = U_s + T_s = mgh + \frac{1}{2}mv'^2$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng, ta có: $W_đ = W_s \Rightarrow \mathbf{v' = \sqrt{2g(H-h)}}$

Lúc này ta có bài toán ném ngang với: $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$ và $\vec{v'}\begin{cases} v'_{ox} = v' \\ v'_{oy} = 0 \end{cases}$

Theo Ox: $v'_x = v'_{ox} = v' \Rightarrow \frac{dx}{dt} = v' \Rightarrow \int_0^x dx = v'\int_0^t dt \Rightarrow \mathbf{x = v't}$

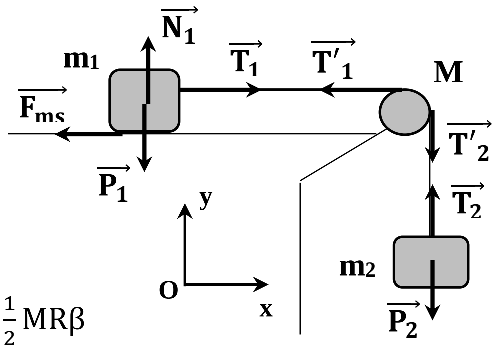
Theo Oy: $v'_y = v'_{oy} - gt = -gt \Rightarrow \frac{dy}{dt} = -gt \Rightarrow \int_h^y dy = -g\int_0^t tdt \Rightarrow \mathbf{y = h - \frac{1}{2}gt^2}$

Khi vật chạm đất: $y = 0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow$ Tầm bay xa: $\mathbf{L = x_{max} = v't = 2\sqrt{h(H-h)}}$

$$\Rightarrow \text{Đạo hàm } L' = \frac{H-2h}{\sqrt{h(H-h)}}. \text{ Để } L_{max} \text{ thì } L' = 0 \Leftrightarrow \frac{H-2h}{\sqrt{h(H-h)}} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{h = \frac{H}{2}}$$

Kết luận: Với $h = \frac{H}{2}$ thì vật bay ra được khoảng cách xa nhất là $L_{max} = H$.

Câu 4: Định luật II cho vật m_1: $\vec{P_1} + \vec{N_1} + \vec{F_{ms}} + \vec{T_1} = m_1\vec{a_1}$



Chiếu lên Oy: $N_1 = P_1 = m_1g \Rightarrow F_{ms} = kN_1 = km_1g$.

Chiếu lên Ox: $T_1 - F_{ms} = m_1a_1 \Rightarrow \mathbf{T_1 = m_1(a_1 + kg)}$ (1)

Định luật II cho vật m_2: $\vec{P_2} + \vec{T_2} = m_2\vec{a_2}$

Chiếu lên Oy: $T_2 - P_2 = -m_2a_2 \Rightarrow \mathbf{T_2 = m_2(g - a_2)}$ (2)

Chuyển động của ròng rọc: $\vec{M_1} + \vec{M_2} = I\vec{\beta}$

Chiếu lên chiều chuyển động: $R(T_2' - T_1') = \frac{1}{2}MR^2\beta \Rightarrow T_2' - T_1' = \frac{1}{2}MR\beta$

Sợi dây không co giãn nên: $T_1 = T_1'$, $T_2 = T_2'$ và $a_1 = a_2 = a = \beta R \Rightarrow \mathbf{T_2 - T_1 = \frac{1}{2}Ma}$ (3)

Từ (1), (2)và (3)giải ra ta được: $\mathbf{a = \frac{2g(m_2 - km_1)}{M + 2(m_1 + m_2)}}$

Tại thời điểm t: $v = at = \frac{ds}{dt} \Rightarrow ds = atdt \Rightarrow \int_0^s ds = a\int_0^t tdt \Rightarrow$ Độ dịch chuyển: $\mathbf{s = \frac{1}{2}at^2}$

- - - HẾT - - -

Ivanpham