

# ***PHẦN 1***

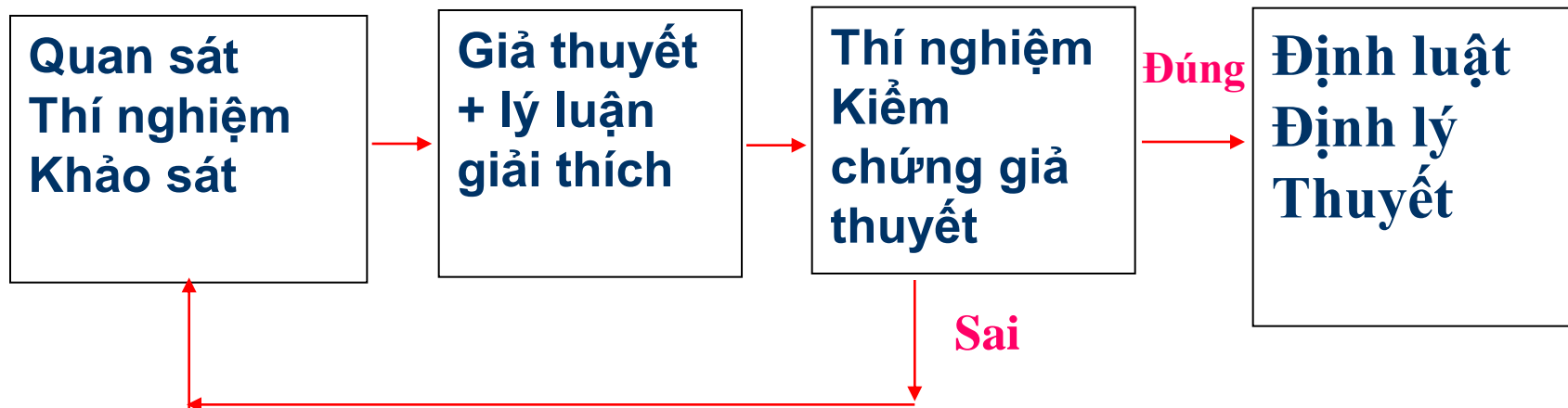
# ***CƠ HỌC***

**Phương pháp nghiên cứu cơ bản của vật lý là thực nghiệm và được tiến hành qua ba bước:**

**1) Quan sát hiện tượng, kết hợp thí nghiệm để khảo sát hiện tượng.**

**2) Đưa ra lý luận hoặc giả thuyết để giải thích các hiện tượng đã quan sát được.**

**3) Dùng thí nghiệm để kiểm chứng sự đúng đắn của lý thuyết bằng các số liệu đo đạc chính xác. Nếu kết quả sai với thực tế thì phải làm lại từ đầu. (Xem sơ đồ)**



**Cơ học là ngành học khảo sát chuyển động của các vật vĩ mô, các vật thể có thể rất lớn như các thiên hà, có thể trung bình như các vệ tinh, hỏa tiễn, xe hơi, đám mây, ... và có thể rất nhỏ như các vi hạt.**

**Giải thích chuyển động của các vật thể, Cơ học sẽ giải thích được nhiều hiện tượng có vai trò trọng yếu chi phối tất cả các ngành khoa học khác.**

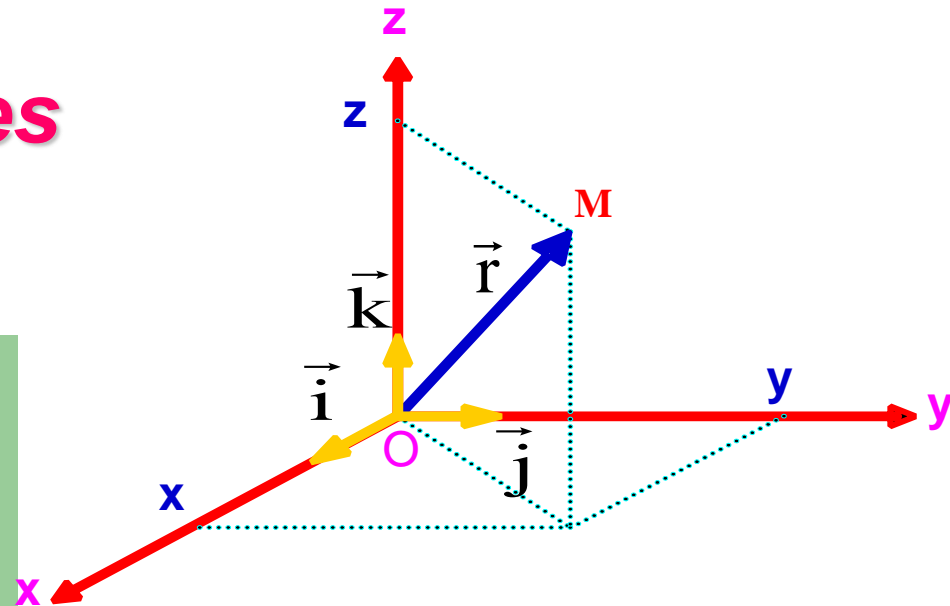
# Chương 1

## ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

### 1.1 MỘT SỐ KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU

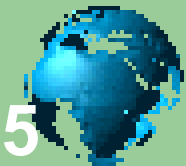
- 1.1.1. Chuyển động cơ học Sự thay đổi vị trí của vật này so với vật khác.
- 1.1.2. Động học Là phần cơ học, nghiên cứu về hình thái chuyển động của các vật mà không xét đến các lực là nguyên nhân làm thay đổi trạng thái chuyển động.
- 1.1.3. Chất điểm Vật có kích thước nhỏ so với quãng đường mà nó chuyển động.
- 1.1.4. Không gian và thời gian Theo cơ học cổ điển, không gian trong đó các vật chuyển động được xem là một chân không ba chiều (hình học Euclide). Thời gian và không gian có tính chất tuyệt đối.
- 1.1.5. Hệ quy chiếu Vì chuyển động là sự thay đổi khoảng cách theo thời gian từ vật được quan sát đến hệ quy chiếu được chọn, cho nên khi mô tả chuyển động một vật, bắt buộc phải xác định rõ hệ quy chiếu đang xét.
- 1.1.6. Hệ toa độ Là hệ thống các đường thẳng có định vectơ đơn vị và các góc định hướng dùng để xác định vị trí và chuyển động của các vật.

# Hệ tọa độ Descartes

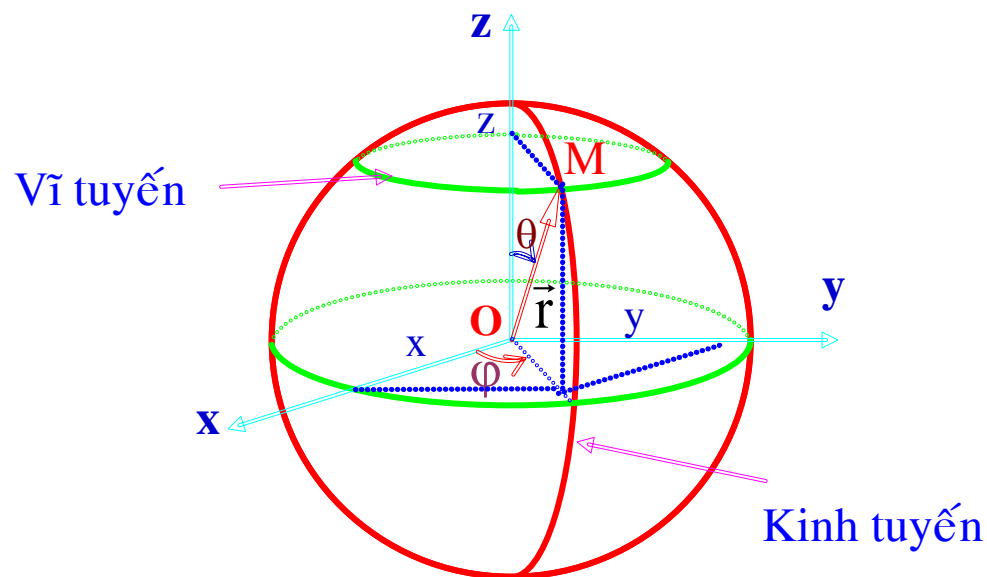


Hình 1.1: Tọa độ Descartes

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$



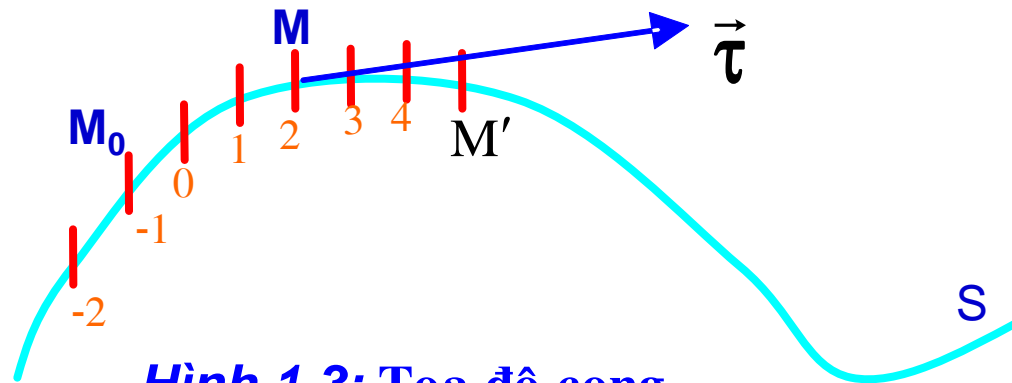
# Hệ tọa độ cầu



Hình 1.2: hệ tọa độ cầu

$$x = r \sin \theta \cos \varphi; \quad y = r \sin \theta \sin \varphi; \quad z = r \cos \theta$$

# Hệ tọa độ cong



Hình 1.3: Tọa độ cong

$$\widehat{MM_0} = S$$

$$\widehat{MM'} = \Delta S$$



### 1.1.7. Phương trình chuyển động và phương trình quỹ đạo

**Phương trình chuyển động của chất điểm:** Phương trình xác định vị trí của chất điểm tại những thời điểm khác nhau. Nói cách khác, chúng ta cần biết sự phụ thuộc theo *thời gian* của bán kính vectơ của chất điểm:

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

Trong hệ tọa độ Descartes, phương trình chuyển động của chất điểm là một hệ gồm ba phương trình:

$$x = x(t); y = y(t); z = z(t);$$

Tương tự, ở hệ tọa độ cầu, phương trình chuyển động của chất điểm là:

$$r = r(t); \theta = \theta(t); \varphi = \varphi(t);$$

Ví dụ sau là phương trình chuyển động của một chất điểm trong hệ tọa độ Descartes:

***Chuyển động thẳng đều:***  $x = vt$

***Chuyển động tròn:***

$$\begin{cases} x = R \cos \omega t \\ y = R \sin \omega t \end{cases}$$



# Phương trình quỹ đạo của chất điểm

Phương trình mô tả dạng hình học của quỹ đạo chuyển động của chất điểm ở các thời điểm khác nhau.

Về nguyên tắc, phương trình quỹ đạo của chất điểm không phụ thuộc vào tham số thời gian, vì thế bằng cách *khử tham số t* chúng ta có thể tìm được mối liên hệ giữa các tọa độ, tức là tìm được phương trình quỹ đạo. Vì vậy, đôi khi người ta còn gọi phương trình chuyển động là *phương trình quỹ đạo cho ở dạng tham số*.

Quay lại ví dụ về chuyển động tròn của chất điểm với phương trình:

$$\begin{cases} x = R \cos \omega t \\ y = R \sin \omega t \end{cases}$$

Khử  $t$  giữa các phương trình chuyển động ta được:

$$x^2 + y^2 = R^2$$

Ta kết luận quỹ đạo của chất điểm là một đường tròn bán kính  $R$  và tâm nằm ở gốc tọa độ. Đường tròn này nằm trong mặt phẳng  $xOy$ .

# 1.2 VÉCTƠ VẬN TỐC CỦA CHẤT ĐIỂM

## 1.2.1 Định nghĩa

### *Giá trị của vận tốc*

Vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian  $\Delta t$  là:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

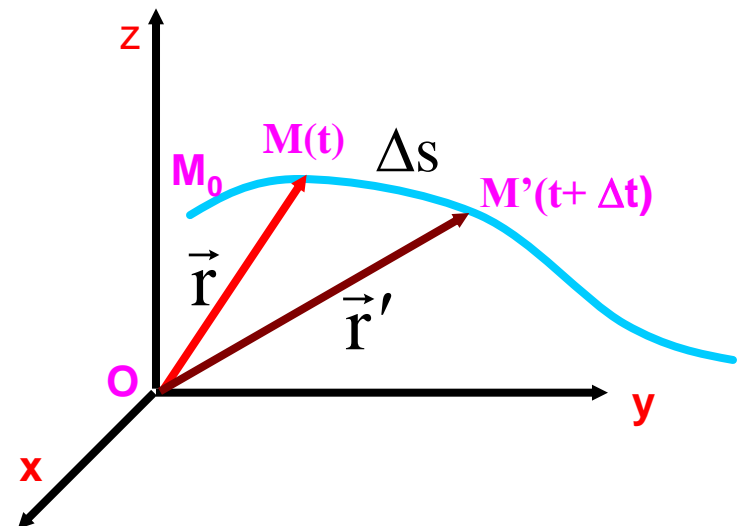
Vận tốc tức thời của chất điểm ở thời điểm  $t$ , là vận tốc trung bình khi khoảng thời gian  $\Delta t$  là rất bé, ta có:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = v$$

Ngoài ra: 
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Vậy

$$v = \frac{ds}{dt}$$



# Véctơ vận tốc

Véctơ vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian  $\Delta t$ :

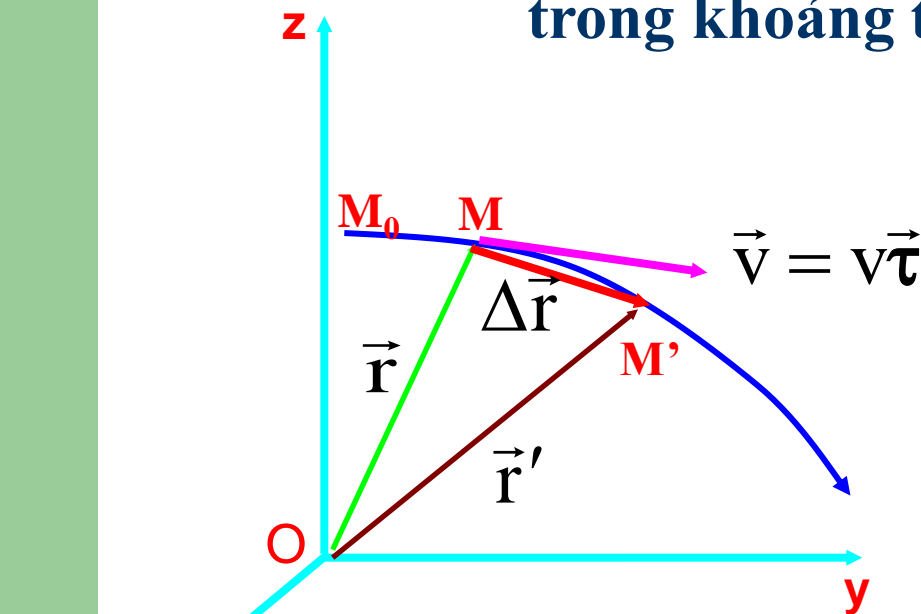
$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Được gọi là véctơ vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm  $t$ .

mà 
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



Hình 1.4: Vận tốc của chất điểm

## 1.2.2 Thành phần, độ lớn, phương chiều của vận tốc

Véc tơ vị trí của chất điểm ở thời điểm  $t$  là:  $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

véc tơ vận tốc lúc này là:  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$

mặt khác:

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

do đó

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \\ v_z = \frac{dz}{dt} \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Ngoài cách biểu diễn theo các thành phần  $v_x, v_y, v_z$ ; người ta còn có thể biểu diễn  $\vec{v}$  theo véc tơ đơn vị tiếp tuyến  $\vec{\tau}$ :

$$\vec{v} = v \cdot \vec{\tau}$$

# 1.3. VÉCTOR GIA TỐC CỦA CHẤT ĐIỂM

## 1.3.1. Định nghĩa

Véctor gia tốc trung bình của chất điểm

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Tương tự như trong trường hợp vận tốc, khi  $\Delta t \rightarrow 0$  thì:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$$

vậy

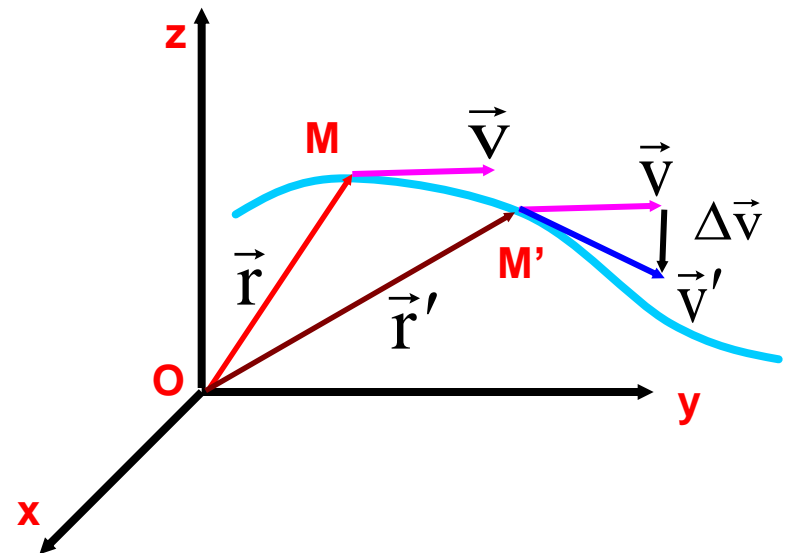
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

là véctor gia tốc tức thời của chất điểm ở thời điểm  $t$ .

theo trên ta có:  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

nên

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$



Hình 1.5: Véctor vận tốc, gia tốc

## 1.3.2. Thành phần của gia tốc

Với vận tốc:  $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$

Ta có gia tốc:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}$$

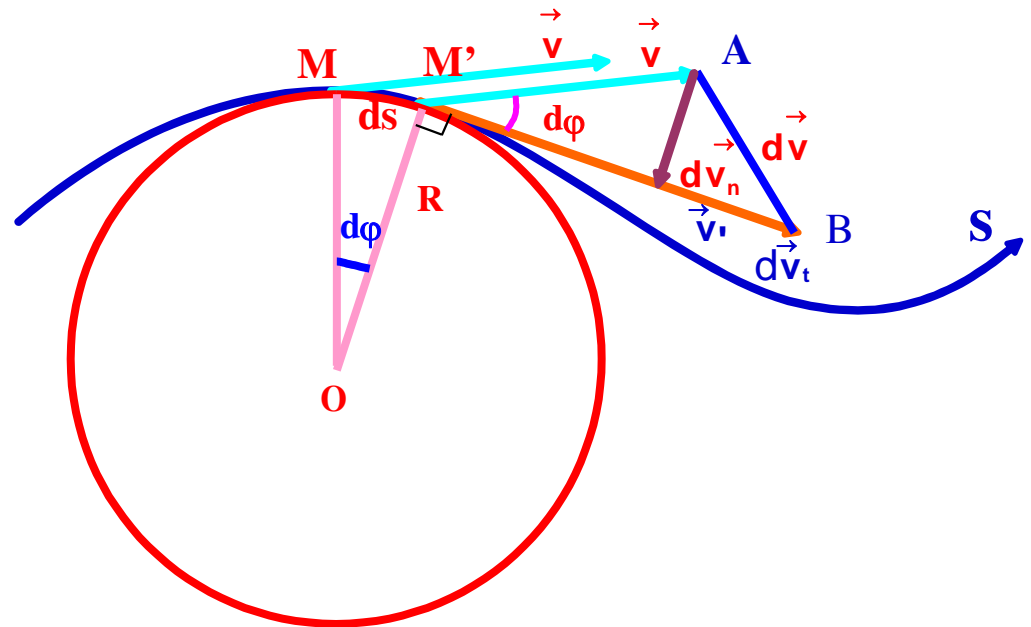
Gọi  $a_x = \frac{dv_x}{dt}$  ;  $a_y = \frac{dv_y}{dt}$  ;  $a_z = \frac{dv_z}{dt}$

Hay  $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$  ;  $a_y = \frac{d^2y}{dt^2}$  ;  $a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

### 1.3.3. Gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến của chất điểm chuyển động cong

**Để tìm hiểu về các thành phần của gia tốc, ta hãy xét một chất điểm chuyển động với quỹ đạo là một đường cong như hình vẽ (Hình 1.6).**



Hình 1.6: Gia tốc pháp tuyến và tiếp tuyến

Phân tích vectơ  $d\vec{v}$  thành hai thành phần:  $d\vec{v}_n$  vuông góc với  $\vec{v}'$  và  $d\vec{v}_\tau$  nằm dọc theo  $\vec{v}'$ , ta có:

$$d\vec{v} = d\vec{v}_n + d\vec{v}_\tau$$

chia hai vế cho  $dt$ , ta có:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$$

$$\vec{a}_n = \frac{d\vec{v}_n}{dt}$$

là gia tốc pháp tuyến, vuông góc với vectơ vận tốc và hướng vào tâm cong.

Theo hình  $dv_n = v \cdot \sin(d\varphi) \approx v d\varphi$ ; vậy trị số của gia tốc pháp tuyến có thể suy ra là:

$$a_n = \frac{dv_n}{dt} = v \frac{d\varphi}{dt} = v \frac{d\varphi}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{v^2}{R} \rightarrow a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\vec{v}_\tau}{dt}$$

là gia tốc tiếp tuyến, hướng theo tiếp tuyến và vectơ vận tốc. Trị số  $dv_\tau = dv$  là thành phần thay đổi của vectơ vận tốc về độ lớn (mô đun). Do đó, giá trị của gia tốc tiếp tuyến là:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}$$



**Ta có gia tốc toàn phần:**

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{\tau}$$

Trị tuyệt đối của gia tốc toàn phần:

$$a = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}$$

## Bán kính cong $R$ được xác định:

$$R = \frac{ds}{d\varphi}$$

Giá trị nghịch đảo của  $R$  là  $K$  gọi là *độ cong* của quỹ đạo tại điểm  $M$ .

$$K = \frac{1}{R}$$

**Lưu ý:** Tại các điểm khác nhau, quỹ đạo có thể có các bán kính cong và độ cong khác nhau. Ví dụ khi quỹ đạo là một đường thẳng thì bán kính cong  $R = \infty$  và do đó độ cong  $K$  của nó bằng 0.

## 1.4. VẬN TỐC GÓC VÀ GIA TỐC GÓC TRONG CHUYỂN ĐỘNG TRÒN

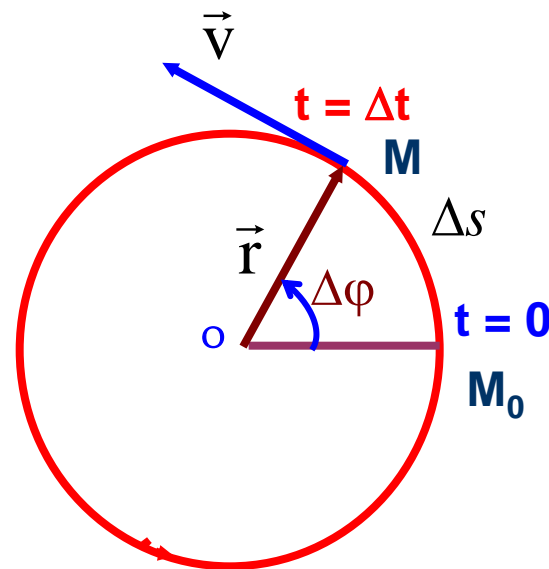
### 1.4.1. Vận tốc góc

Xét một chất điểm chuyển động theo một quỹ đạo tròn. Trong trường hợp này vị trí của chất điểm hoàn toàn xác định bởi một tọa độ góc là  $\varphi$ .

Giả sử ở thời điểm ban đầu  $t = 0$ , vị trí của chất điểm được xác định trên trục ngang bởi góc  $\varphi = 0$ . Sau khoảng thời gian  $\Delta t$ , vị trí của chất điểm được xác định bởi góc  $\Delta\varphi$ . Với  $\Delta\varphi$  là góc mà chất điểm quét trong thời gian.

Vận tốc góc trung bình của chất điểm trong thời gian là:

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$



Hình 1.7: Vận tốc góc

# Tương tự người ta định nghĩa vận tốc góc tức thời

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

đơn vị đo  $\omega$  là rad/s

*Liên hệ giữa vận tốc góc  $\omega$  và vận tốc dài  $v$*

$\Delta s$  là quãng đường mà chất điểm chuyển động trong thời gian  $\Delta t$

ta có:

$$\Delta s = R \Delta \varphi$$

nếu sự di chuyển là nhỏ

$$ds = R d\varphi$$

vậy

$$\frac{ds}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt}$$

nghĩa là

$$v = R \omega$$

## 1.4.2. Gia tốc góc

Tương tự vận tốc góc, ta giả sử ở thời điểm ban đầu vận tốc góc của chất điểm là  $\omega$  và sau khoảng thời gian  $\Delta t$  vận tốc góc của nó là  $\omega + \Delta\omega$ .

$$\beta = \frac{d\omega}{dt}$$

đơn vị của  $\beta$  là  $\text{rad/s}^2$ .

Liên hệ giữa gia tốc góc  $\beta$  và gia tốc tiếp tuyến  $a_\tau$

$$a_\tau = R\beta$$

### 1.4.3. Véc tơ vận tốc góc và véc tơ gia tốc góc

#### Véc tơ vận tốc góc $\vec{\omega}$

Để đặc trưng cho chiều quay và sự biến đổi góc quay của chất điểm theo thời gian ở chuyển động tròn, người ta định nghĩa véc tơ vận tốc góc như sau (Hình 1.8 ). Một véc tơ có:

- + Độ lớn :  $|\omega| = \omega$
- + Phương: phương của trục quay (trục của vòng tròn quỹ đạo)
- + Chiều: tuân theo qui tắc vặn nút chai  
(Quay cái vặn nút chai theo chiều chuyển động thì chiều tiến của của cái vặn là chiều của véc tơ  $\vec{\omega}$  )

#### Véc tơ gia tốc góc $\vec{\beta}$

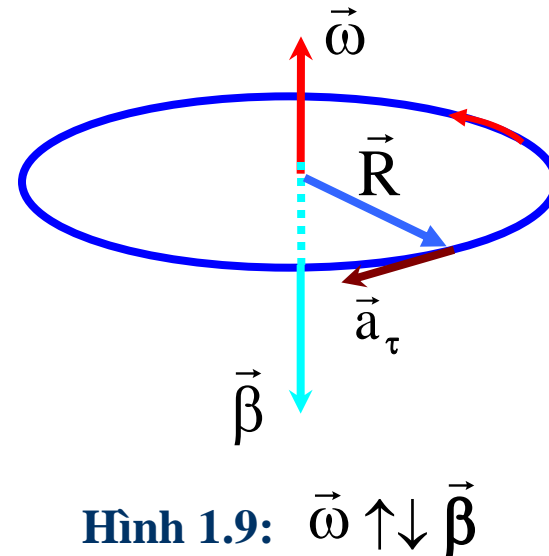
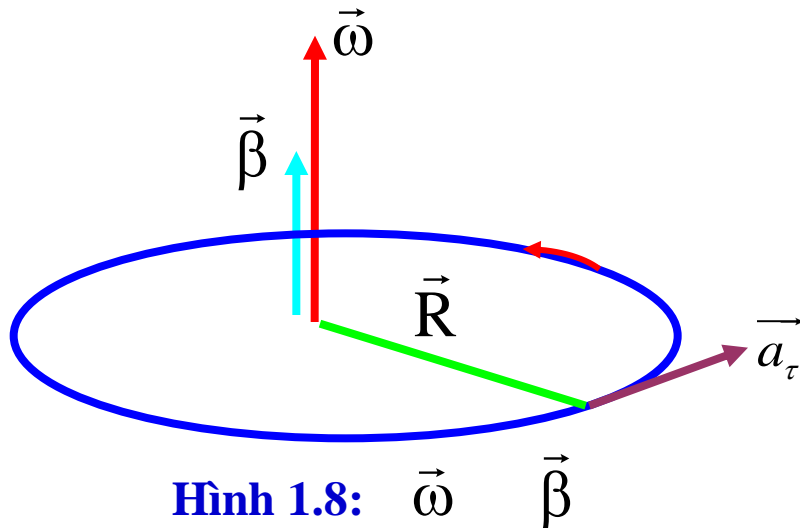
Theo định nghĩa:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

**Nếu trục quay cố định thì phương của  $\vec{\beta}$  giống như phương của  $\vec{\omega}$  và chiều của  $\vec{\beta}$  như sau:**

+ Quay nhanh dần:  $\vec{\omega}$  tăng theo  $t$ ,  $\frac{d\omega}{dt} > 0 \rightarrow \vec{\beta}$  cùng chiều với  $\vec{\omega}$

+ Quay chậm dần:  $\vec{\omega}$  giảm theo  $t$ ,  $\frac{d\omega}{dt} < 0 \rightarrow \vec{\beta}$  ngược chiều với  $\vec{\omega}$



Hình 1.10, cho thấy là  $\omega \perp R$ ,  $\omega \perp v$ ,  $v \perp R$  và theo định nghĩa tích hữu hướng của hai vectơ, ta có thể viết lại quan hệ (1.16) dưới dạng tích hữu hướng như sau:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$$

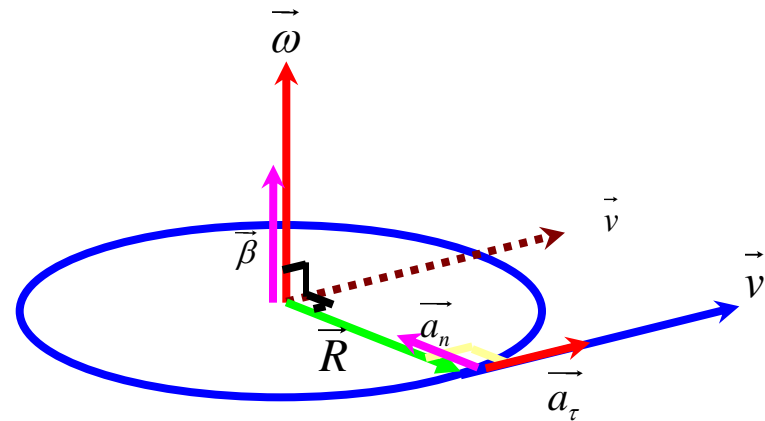
$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{R} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{R}}{dt}$$

$$\vec{a} = \vec{\beta} \times \vec{R} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

Tóm lại ta có thể viết:

$$\vec{a}_\tau = \vec{\beta} \times \vec{R}$$

$$\vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v}$$



*Hình 1.10: Vectơ vận tốc và gia tốc*



## 1.5. RƠI TỰ DO

Ta hãy xét sự rơi tự do, một loại chuyển động thẳng có gia tốc không đổi. Cho đến thế kỷ 16 Galileo, đã dùng thí nghiệm ở tháp Pisa để chứng tỏ rằng các vật sẽ rơi nhanh như nhau nếu mà sát với không khí không đáng kể. Sau này, Newton đã khảo sát sự rơi của các vật trong một ống chân không và thấy rằng các vật này rơi cùng một gia tốc thẳng đứng hướng vào tâm Trái đất với độ lớn  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

Người ta gọi sự rơi của các vật chỉ do tác dụng của sức hút Trái đất với vận tốc đầu bằng zero là sự rơi tự do. Gia tốc  $g$  được gọi là gia tốc rơi tự do. Những vật thả rơi ở độ cao gần mặt đất mà sức cản không khí đối với chúng là không đáng kể có thể coi là những vật rơi tự do.

Nếu chọn trục tọa độ là đường thẳng đứng, chiều dương từ trên xuống và gốc tại vị trí ban đầu khi thả vật, thì vận tốc và đoạn đường đi được của vật có thể viết là:

$$v = gt \quad (v_0 = 0)$$

$$h = gt^2/2$$

Tổng quát thì các phương trình được viết lại là:

$$v = v_0 - gt$$

$$h = v_0 t - gt^2/2$$

## 1.6 CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT BỊ NÉM

Giả sử viên đạn được bắn ra với vận tốc đầu, chuyển động của viên đạn sẽ là chuyển động cong vì ngoài việc tiếp tục chuyển động theo quán tính, nó còn chịu tác dụng của trọng trường với gia tốc  $a = g$  hướng thẳng đứng xuống phía dưới.

Ta chọn một hệ trục tọa độ như hình 1.11 với gốc O là điểm mà viên đạn bắt đầu chuyển động. Chuyển động của viên đạn có thể được phân tích thành hai chuyển động hình chiếu trên Ox và Oy.

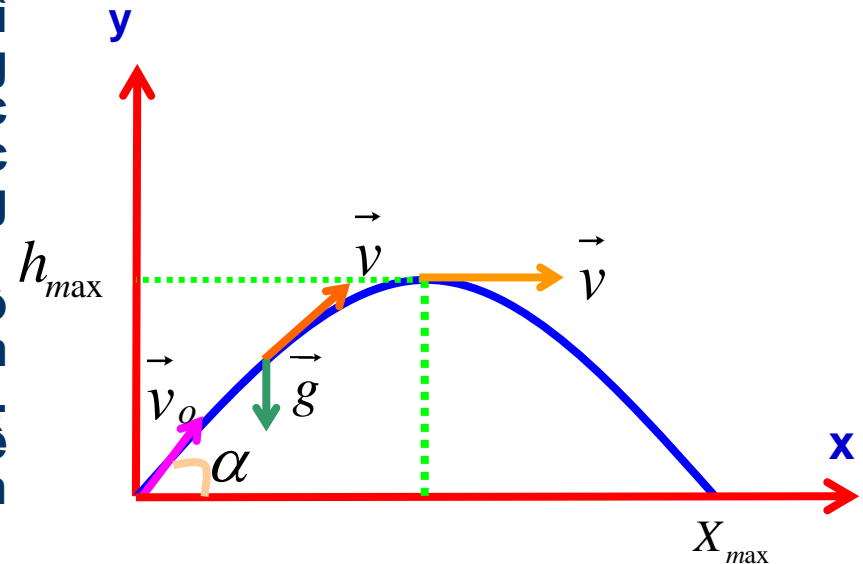
- Chuyển động hình chiếu trên Ox.

Vì

$$a_x = g_x = 0 \Rightarrow$$

chuyển động hình chiếu trên Ox là chuyển động thẳng đều với

$$v_{ox} = v_o \cos \alpha$$



Hình 1.11: Vật bị ném xiên

Vậy:

$$x = (v_o \cos \alpha)t$$

- Chuyển động hình chiếu trên Oy.

Vì chuyển động trên Oy là chuyển động thẳng thay đổi đều.

với: 
$$v_{oy} = v_o \sin \alpha \Rightarrow v_y = -gt + v_o \sin \alpha$$

và

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_o \sin \alpha)t$$

ta suy ra phương trình quỹ đạo của viên đạn.

$$y = -\frac{g}{2v_o^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha)x$$

Vậy viên đạn có quỹ đạo là một parabol.

Khi viên đạn lên đến cao độ cực đại,  $v_y = 0 \Rightarrow$

$$t = \frac{v_o \sin \alpha}{g}$$

Vậy: 
$$h_{\max} = v_o \sin \alpha \left( \frac{v_o \sin \alpha}{g} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{v_o \sin \alpha}{g} \right)^2 \Rightarrow h_{\max} = \frac{v_o^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Lúc đó, tầm xa của viên đạn sẽ là: 
$$x_{\max} = R = (v_o \cos \alpha) \frac{2v_o \sin \alpha}{g} = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g}$$

# 1.7 PHÉP CỘNG VẬN TỐC VÀ GIA TỐC CỎ ĐIỂN

## 1.7.1. Trường hợp hệ qui chiếu tương đối chuyển động thẳng

**Xét chất điểm M chuyển động trong hai hệ qui chiếu:**

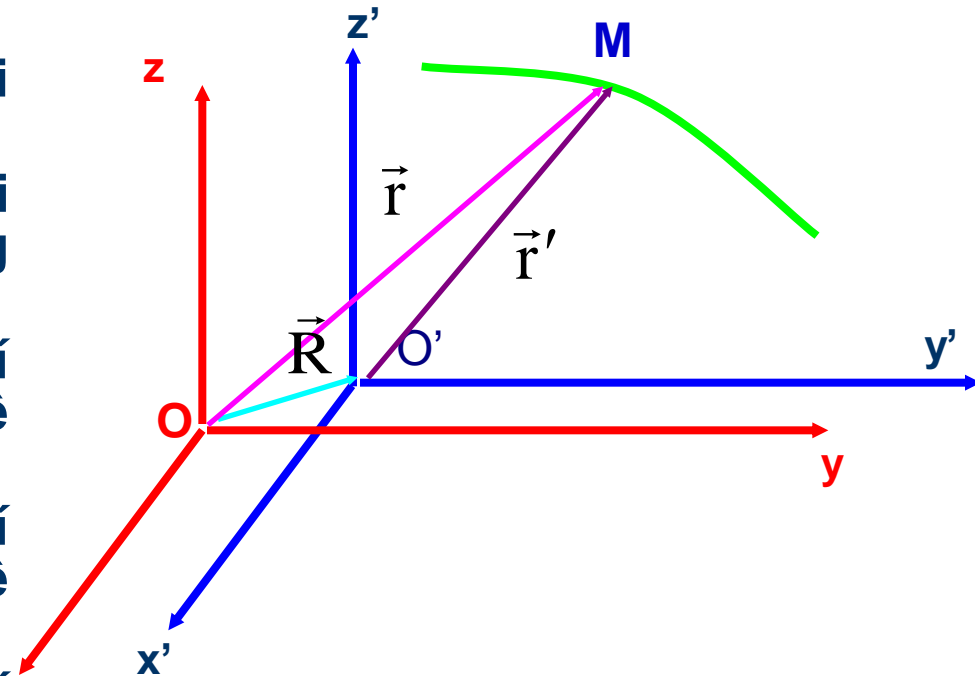
Hệ (O) trùng với Oxyz là hệ đứng yên.

Hệ (O') trùng với O'x'y'z' là hệ chuyển động tương đối so với hệ (O).

$OM = r$  là véctơ vị trí của chất điểm trong hệ qui chiếu (O).

$OM = r'$  là véctơ vị trí của chất điểm trong hệ qui chiếu (O').

$OO' = R$  là véctơ vị trí của O' đối với O.



Hình 1.12: Hai hệ qui chiếu (O) và (O')

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}' \quad \rightarrow \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{R}}{dt} + \frac{d\vec{r}'}{dt}$$

Ta có:  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$  là vận tốc đối với hệ (O): vận tốc tuyệt đối.

$\vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt}$  là vận tốc đối với hệ (O'): vận tốc tương đối.

$\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{dt}$  là vận tốc của hệ (O') so với hệ (O): vận tốc cuốn theo (lôi theo)

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V} \quad \rightarrow \quad \vec{v}_{M/O} = \vec{v}'_{M/O'} + \vec{V}_{O'/O}$$

Để tính vận tốc của chất điểm M trong hệ (O), ta tính tổng véctơ vận tốc của chất điểm M trong hệ (O') cộng với vận tốc của hệ (O') so với hệ (O).

đạo hàm:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{V}}{dt}$$

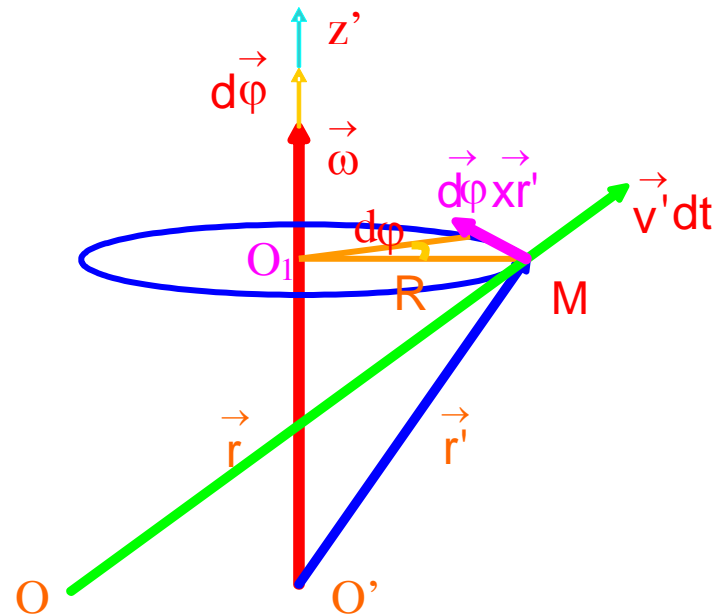
$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A} \quad \rightarrow \quad \vec{a}_{M/O} = \vec{a}'_{M/O'} + \vec{A}_{O'/O}$$

Để tính gia tốc của chất điểm M trong hệ (O), ta tính tổng véctơ gia tốc của chất điểm M trong hệ (O') cộng với gia tốc của hệ (O') so với hệ (O).

## 1.7.2. Trường hợp hệ qui chiếu tương đối $O'x'y'z'$ chỉ quay xung quanh một trục cố định

Giả sử hệ  $O'x'y'z'$  quay xung quanh trục  $z'$  (trục này được giữ cố định so với hệ  $Oxyz$ ) với vận tốc góc  $\omega = \text{const}$ , và nó không chuyển động tịnh tiến  $R = \text{const}$ . Trong hệ tọa độ  $Oxyz$ , ta có:

$$d\vec{r} = d\vec{r}'$$



Hình 1.13: Hệ qui chiếu quay cố định

**Khi M chuyển động, xét trong hệ  
O'x'y'z' với vận tốc tương đối  $\vec{v}'$ , ta có:**

$$d\vec{r}' = \vec{v}' dt$$

Quan sát trong hệ Oxyz, ta còn thấy vectơ  $\vec{r}'$  quay đều và gắn chặt với hệ O'x'y'z' với cùng vận tốc góc  $\omega$  xung quanh trục z' và vạch ra một cung tròn x', bán kính  $R$ . Vectơ  $d\vec{r}'$  qui ước đặt như vectơ dọc theo trục quay z'. Vậy, ta có  $d\vec{r} = d\vec{r}' + d\vec{\phi} \times \vec{r}'$  là kết quả của hai di chuyển:

$$d\vec{r} = d\vec{r}' + d\vec{\phi} \times \vec{r}'$$

Sau khi chia hai vế cho  $dt$  ta có:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

Lưu ý:  $\vec{\omega} \times \vec{r}' = \vec{\omega} \times \vec{R}$  là vận tốc lôi theo trong chuyển động quay.

Trong hệ  $O'x'y'z'$ , gia tốc tương đối của chất điểm M là  $\vec{a}'$  và trong khoảng thời gian  $dt$ , vectơ vận tốc  $\vec{v}'$  sinh ra  $d\vec{r}' = \vec{v}' dt$ . Nhưng trong hệ Oxyz, tương tự như vectơ  $\vec{v}'$ , ta còn quan sát thấy vectơ  $\vec{r}'$  quay và vạch ra cung tròn  $d\vec{r}'$ . Do đó, trong hệ Oxyz, ta có:

$$d\vec{v}' = \vec{a}' dt + d\vec{\phi} \times \vec{v}'$$

Lấy vi phân hai vế của (1.32) ta có:

$$d\vec{v} = d\vec{v}' + \vec{\omega} \times d\vec{r}'$$

$$d\vec{v} = \vec{a}' dt + d\vec{\phi} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{v}' dt + d\vec{\phi} \times \vec{r}')$$

Chia hai vế của biểu thức trên cho  $dt$ , ta có:

$$\vec{a} = \vec{a}' + 2(\vec{\omega} \times \vec{v}') + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$



Người quan sát trong hệ qui chiếu tương đối  $O'x'y'z'$  đo được:

- Gia tốc tương đối:

$$\vec{a}' = \vec{a} - 2(\vec{\omega} \times \vec{v}') - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

- Gia tốc:  $\vec{a}_{CO} = -2(\vec{\omega} \times \vec{v}') = 2(\vec{v}' \times \vec{\omega})$  là gia tốc quán tính Coriolis này gọi đơn giản là gia tốc Coriolis, hướng vuông góc với vận tốc góc  $\omega$  và vận tốc tương đối  $v'$ .

$$\vec{a}_{CO} = 2(\vec{v}' \times \vec{\omega})$$

- Gia tốc :  $\vec{a}_{LT} = -\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') = (\vec{\omega} \times \vec{r}') \times \vec{\omega}$

là gia tốc ly tâm ngược chiều với gia tốc hướng tâm.

## - Gia tốc Coriolis:

$\vec{a}_{CO} = 2(\vec{v}' \times \vec{\omega}) = 0$  khi M nằm yên trong hệ  $O'x'y'z'$ :  $\vec{v}' = 0$

$\vec{a}_{CO} = 2(\vec{v}' \times \vec{\omega}) = 0$  khi  $\vec{v}' \parallel \vec{\omega}$  M chuyển động tịnh tiến theo phương song song với trục quay.

$\vec{a}_{CO} = 2(\vec{v}' \times \vec{\omega}) = 0$  khi hệ  $O'x'y'z'$  ngừng quay:  $\vec{\omega} = 0$

Ví dụ thực tế về gia tốc Coriolis đối với hệ quy chiếu Trái đất quay:

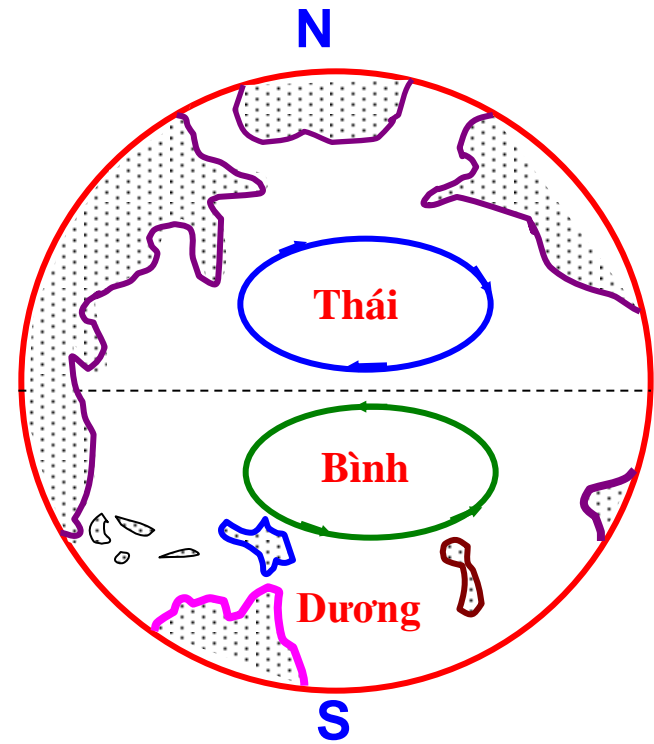
- Gia tốc Coriolis làm cho các dòng chảy đại dương và các dòng sông chảy dọc theo phương kinh tuyến từ cực Trái đất về xích đạo bị lệch về phía Tây. Bờ Tây của sông sẽ bị dòng sông bào mòn hơn bờ Đông.

- Đoàn tàu chạy theo hướng từ Bắc xuống Nam trên Bắc bán cầu thì bánh xe bên Tây ép thanh ray bên đó, khiến thanh ray bên Tây bị mòn nhiều hơn thanh bên Đông.

- Một vật rơi tự do từ trên cao xuống mặt đất sẽ bị lệch về phía Đông, gọi là hiện tượng lệch về phương Đông của các vật rơi tự do.

- Con lắc Foucault dao động sẽ dần vạch ra hình sao dưới tác dụng của gia tốc Coriolis.

- Các trung tâm bão sẽ có hiện tượng xoáy.



Hình 1.14: Dòng chảy đại dương ở Bắc bán cầu và Nam bán cầu Trái Đất