Chương I

Bài 1.1: các hàm phủ định, hội, tuyển, kéo theo, tương đương mệnh đề

```
phudinh := proc (p) #Khai báo hàm
return 1-p; #Trả về giá trị
end proc: #Kết thúc hàm
```

> phudinh(0), phudinh(1)

1, 0

> hoi(0, 0), hoi(0, 1), hoi(1, 0), hoi(1, 1)

0, 0, 0, 1

> tuyen(0, 0), tuyen(0, 1), tuyen(1, 0), tuyen(1, 1)

0, 1, 1, 1

Hoặc

```
keotheo := proc (p, q)
    return tuyen(phudinh(p), q);
end proc:
```

> keotheo(0, 0), keotheo(0, 1), keotheo(1, 0), keotheo(1, 1)

1, 1, 0, 1

```
tuongduong := proc (p, q)

if p = q then
```

```
return 1;
end if;
return 0;
end proc:
```

> tuongduong(0, 0), tuongduong(0, 1), tuongduong(1, 0), tuongduong(1, 1)

1, 0, 0, 1

Bài 1.2

> chantri():

p, q, r, E 0, 0, 0, 1 0, 0, 1, 1 0, 1, 0, 0 0, 1, 1, 0 1, 0, 0, 0 1, 0, 1, 0 1, 1, 0, 0

Bài 1.3

```
end do;
end do;
end do;
if hs then
print("Menh de E la hang sai");
elif hd then
print("Menh de E la hang dung");
else
print("Menh de E khong phai hang dung cung khong phai hang sai");
end if;
end proc:
```

> hangdung()

"Menh de E khong phai hang dung cung khong phai hang sai"

Chương II

Bài 2.1: Kiểm tra phần tử x có thuộc tập hợp A hay không

```
ktthuoc := proc (x, A)  #Kiểm tra phần tử x có thuộc tập hợp A hay không.

local y;  #Khai báo biến cục bộ

for y in A do

if x = y then

print("Phan tu x thuoc A");

return;
end if;
end do;
print("Phan tu x khong thuoc A");
end proc:
```

> ktthuoc(9, [1, 2, 5, 6, 7, 3, 1, 4])

"Phan tu x khong thuoc A"

> ktthuoc(5, [1, 2, 5, 6, 7, 3, 1, 4])

"Phan tu x thuoc A"

Bài 2.2: Hàm rút gọn một tập hợp

Ý tưởng: Cho một tập hợp B mới, với mỗi phần tử x trong A, nếu x chưa thuộc B thì đẩy x vào B. Kết quả là tập hợp B.

```
thuoc := proc (x, A)

local y;

for y in A do

if x = y then

return true;

end if;
end do;
```

> rutgon([1, 2, 3, 2, 3])

[1, 2, 3]

Bài 2.3 (Đệ quy) Liệt kê các tập con của A

```
lietke := proc (A)
        local lk, B;
                                #Mảng B là mảng chứa kết quả mảng con của A
        B := [];
        lk := proc (A, i)
                                #Là hàm đệ quy liệt kê các mảng con của A xét tới phân tử thứ i-1
                if nops(A) < i then
                                         #nops(A) là số phần tử của A
                        print(B);
                                         #Xuất ra mảng con B
                        return;
                end if;
                                         #Gọi đệ quy, liệt kê các phần tử không có chứa A[i]
                lk(A, i+1);
                                         #Thêm A[i] vào mảng B
                B := [op(B), A[i]];
                                         #Gọi đệ quy, liệt kê các phần tử có chứa A[i]
                lk(A, i+1);
                B := subsop(nops(B) = NULL, B); #Xóa A[i] ra khỏi B, trả về trạng thái ban đầu
        end proc;
        print("Cac tap con cua tap A la: ");
        lk(A, 1);
end proc:
```

> lietke([1, 2, 3, 4, 5]):

```
"Cac tap con cua tap A la: "

[]

[5]

[4]

[4, 5]

[3]

[3, 5]

[3, 4]

[3, 4, 5]

[2]

[2, 5]
```

```
[2, 4]
  [2, 4, 5]
   [2, 3]
  [2, 3, 5]
  [2, 3, 4]
 [2, 3, 4, 5]
     [1]
    [1, 5]
    [1, 4]
  [1, 4, 5]
   [1, 3]
  [1, 3, 5]
  [1, 3, 4]
 [1, 3, 4, 5]
   [1, 2]
  [1, 2, 5]
  [1, 2, 4]
 [1, 2, 4, 5]
 [1, 2, 3]
 [1, 2, 3, 5]
[1, 2, 3, 4]
[1, 2, 3, 4, 5]
```

Bài 2.4: Kiểm tra 2 tập hợp con và bằng nhau

```
A := [1, 2, 3, 4, 5];
B := [1, 2, 3, 4, 5];
if bang(A, B) then
    print("A = B");
elif con(A, B) then
    print("A con B");
else
    print("A khong la con B");
end if:
```

Bài 2.5: Các hàm hợp, giao, hiệu giữa 2 tập hợp

```
hop := proc(A, B)
        local x, C;
        C := rutgon(A); #C là tập hợp lưu kết quả. C= A Hợp B
        for x in B do
                 if not thuoc(x, C) then #Với mỗi x thuộc B, nếu x chưa có trong C thì đẩy x vào C
                          C := [op(C), x]; \#D \hat{a} y x v \hat{a} o v \hat{b} t r \hat{b} c u \hat{b} \hat{c} \hat{b} c
                 end if;
        end do;
        return C;
                          #Hàm trả về kết quả là C
end proc:
giao := proc (A, B) #Ý tưởng: Với mỗi x thuộc A, nếu x thuộc B thì cho x vào tập kết quả
        local x, C;
        C=[];
                          #Khỏi tạo kết quả bằng rỗng
        for x in A do
                 if thuoc(x, B) then
                          C := [op(C), x]; \#Dẩy x vào tập hợp C
                 end if;
        end do:
        C := rutgon(C); #Rút gọn để tránh phần tử trùng nhau
        return C;
                          #Trả kết quả
end proc:
hieu := proc (A, B) #Ý tưởng: với mỗi x thuộc A mà x không thuộc B, thì cho x vào tập kết quả C
        local x, C;
        C := [];
        for x in A do
                 if thuoc(x, B) = false then
                          C := [op(C), x];
                 end if;
        end do;
        C := rutgon(C);
        return C;
end proc:
```

```
> hop([1, 2, 3], [3, 2, 5])
```

[1, 2, 3, 5]

Bài 2.6

```
E := [1, 2, 3, 4, 5];
A := [1, 3, 5];
print("Phan bu cua A la : ", hieu(E, A));
```

"Phan bu cua A la: ", [2, 4]

Bài 2.7

```
donanh := proc (a)
```

"Anh xa do la don anh"

> donanh([1, 2, 1, 10, 3]);

"Anh xa do khong phai la don anh"

> songanh([5, 1, 2, 4, 3]);

"Day la song anh"
"Anh xa nguoc cua no la "
[2, 3, 5, 4, 1]

```
lktoananh := proc (n, m)
         local lk, A;
         A := [seq(0, i = 1 .. n)];
         lk := proc (fill, i)
                  local x;
                  if n < fill+i-1 then
                           return;
                  end if;
                  if n < i then
                           print(A);
                           return;
                  end if;
                  for x to m do
                           if x in A then
                                    if fill+i-1 < n then
                                             A[i] := x;
                                             lk(fill, i+1);
                                             A[i] := 0
                                    end if;
                           else
                                   A[i] := x;
                                   lk(fill-1, i+1);
                                   A[i] := 0
                           end if;
                  end do;
         end proc;
         lk(m, 1);
end proc:
```

```
n := 3:

m := 3:

print("Nhung don anh X vao Y");

Ikdonanh(n, m):

print("Nhung toan anh X vao Y");
```

lktoananh(n, m):

```
"Nhung don anh X vao Y"

[1, 2, 3]

[1, 3, 2]

[2, 1, 3]

[2, 3, 1]

[3, 1, 2]

[3, 2, 1]

"Nhung toan anh X vao Y"

[1, 2, 3]

[1, 3, 2]

[2, 1, 3]

[2, 3, 1]

[3, 1, 2]

[3, 2, 1]
```

Chương III

Bài 3.1 Viết chương trình liệt kê hết tất các hoán vị của tập hợp {1,2,3,...n} với Input: n>0 và Output là danh sách các hoán vị của {1,2,...,n}

```
NextHoanVi := proc (Y) #Ý tưởng: Các bạn tìm đọc thêm thuật toán sinh hoán vị để hiểu rõ
        local i, j, X;
                         #Biến tạm X:=Y, vì maple không cho thay đổi giá trị tham trị
        X := Y;
        i := nops(X);
                         #i=n, nops(X) là số phần tử của X
        while 1 < i and X[i] <= X[i-1] do #Tìm đoạn giảm dần dài nhất
                i := i-1;
        end do:
                         #Đã đến hoán vị cuối cùng thì thoát
        if i <= 1 then
                return false;
        end if:
        j := nops(X);
                                          #Tìm phần tử đầu tiên sao cho X[j] > X[i-1]
        while i < j and X[j] < X[i-1] do
                j := j-1;
        end do;
        X[i-1], X[j] := X[j], X[i-1];
                                          #Đổi chỗ X[j] và X[i-1]
        j := nops(X);
                                          #Lật đoạn từ i -> n
        while i < j do
                X[i], X[j] := X[j], X[i];
                i := i+1;
                j := j-1;
        end do;
                                          #Trả về cấu hình kế tiếp
        return X;
end proc:
```

```
Hoanvi := proc (n)
```

> Hoanvi(4);

```
[1, 2, 3, 4]
[1, 2, 4, 3]
[1, 3, 2, 4]
[1, 3, 4, 2]
[1, 4, 2, 3]
[1, 4, 3, 2]
[2, 1, 3, 4]
[2, 1, 4, 3]
[2, 3, 1, 4]
[2, 3, 4, 1]
[2, 4, 1, 3]
[2, 4, 3, 1]
[3, 1, 2, 4]
[3, 1, 4, 2]
[3, 2, 1, 4]
[3, 2, 4, 1]
[3, 4, 1, 2]
[3, 4, 2, 1]
[4, 1, 2, 3]
[4, 1, 3, 2]
[4, 2, 1, 3]
[4, 2, 3, 1]
[4, 3, 1, 2]
[4, 3, 2, 1]
```

Bài 2. Viết chương trình liệt kê hết tất các chỉnh hợp chập k của tập hợp {1,2,3,...n} với Input: n>0 và k<=n Output là danh sách các chỉnh hợp (Không theo thứ tự từ điển)

Khoa Công nghệ thông tin – trường đại học KHTN TPHCM Ôn thi học kì I K16

```
end if;
        X[i] := X[i]+1;
        for i from i+1 to nops(X) do
                X[i] := X[i-1]+1;
        end do;
        return X;
end proc:
Chinhhop := proc (n, k)
                                 #Ý tưởng: Sinh các tổ hợp rồi hoán vị các tổ hợp
        local X, Y;
        Y := [seq(i, i = 1 .. k)];
        while Y <> false do
                X := Y;
                while X <> false do
                         print(X);
                        X := NextHoanVi(X);
                end do;
                Y := NextToHop(Y, n);
        end do;
end proc:
```

> Chinhhop(5, 3);

```
[1, 3, 2]
[2, 1, 3]
[2, 3, 1]
[3, 1, 2]
[3, 2, 1]
[1, 2, 4]
[1, 4, 2]
[2, 1, 4]
[2, 4, 1]
[4, 1, 2]
[4, 2, 1]
[1, 2, 5]
[1, 5, 2]
[2, 1, 5]
[2, 5, 1]
[5, 1, 2]
[5, 2, 1]
[1, 3, 4]
[1, 4, 3]
[3, 1, 4]
[3, 4, 1]
[4, 1, 3]
[4, 3, 1]
[1, 3, 5]
```

[1, 2, 3]

```
[1, 5, 3]
[3, 1, 5]
[3, 5, 1]
[5, 1, 3]
[5, 3, 1]
[1, 4, 5]
[1, 5, 4]
[4, 1, 5]
[4, 5, 1]
[5, 1, 4]
[5, 4, 1]
[2, 3, 4]
[2, 4, 3]
[3, 2, 4]
[3, 4, 2]
[4, 2, 3]
[4, 3, 2]
[2, 3, 5]
[2, 5, 3]
[3, 2, 5]
[3, 5, 2]
[5, 2, 3]
[5, 3, 2]
[2, 4, 5]
[2, 5, 4]
[4, 2, 5]
[4, 5, 2]
[5, 2, 4]
[5, 4, 2]
[3, 4, 5]
[3, 5, 4]
[4, 3, 5]
[4, 5, 3]
[5, 3, 4]
[5, 4, 3]
```

Bài 2 (Đệ quy theo thứ tự từ điển)

```
Chinhhop2 := proc (n, k)

local a, lietke;

a := [seq(0, i = 1 .. k)];  #Khởi tạo mảng a gồm k phần tử có giá trị 0

lietke := proc (i)  #Là hàm đệ quy để liệt kê chỉnh hợp tại vị trí thứ i

local j, t;

if k < i then print(a);  #Nếu i>k, là kết thúc cấu hình chỉnh hợp, in kết quả, thoát return;

end if;

for j to n do

if not (j in a) then  #Nếu j chưa thuộc a thì gán a[i]=j

a[i] := j;
```

```
lietke(i+1); #Tiếp tục làm ở vị trí thứ i+1
a[i] := 0; #Trả về trạng thái ban đầu
end if;
end do;
end proc;
lietke(1);
end proc:
```

> Chinhhop2(5, 3);

```
[1, 2, 3]
[1, 2, 4]
[1, 2, 5]
[1, 3, 2]
[1, 3, 4]
[1, 3, 5]
[1, 4, 2]
[1, 4, 3]
[1, 4, 5]
[1, 5, 2]
[1, 5, 3]
[1, 5, 4]
[2, 1, 3]
[2, 1, 4]
[2, 1, 5]
[2, 3, 1]
[2, 3, 4]
[2, 3, 5]
[2, 4, 1]
[2, 4, 3]
[2, 4, 5]
[2, 5, 1]
[2, 5, 3]
[2, 5, 4]
[3, 1, 2]
[3, 1, 4]
[3, 1, 5]
[3, 2, 1]
[3, 2, 4]
[3, 2, 5]
[3, 4, 1]
[3, 4, 2]
[3, 4, 5]
[3, 5, 1]
[3, 5, 2]
[3, 5, 4]
[4, 1, 2]
[4, 1, 3]
```

```
[4, 1, 5]
[4, 2, 1]
[4, 2, 3]
[4, 2, 5]
[4, 3, 1]
[4, 3, 2]
[4, 3, 5]
[4, 5, 1]
[4, 5, 2]
[4, 5, 3]
[5, 1, 2]
[5, 1, 3]
[5, 1, 4]
[5, 2, 1]
[5, 2, 3]
[5, 2, 4]
[5, 3, 1]
[5, 3, 2]
[5, 3, 4]
[5, 4, 1]
[5, 4, 2]
[5, 4, 3]
```

Bài 3. Viết chương trình tính nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1+..+x_k=n$ với Input: n và k Ouput là danh sách các bộ nghiệm

```
NextNghiem := proc (Y)
        local i, j, X, t;
        X := Y;
        i := nops(X)-1;
        while 0 < i and X[i] = 0 do #Tìm vị trí có thể còn giảm được, nhưng không phải vị trí cuối
                i := i-1;
        end do;
        if i \le 0 then
                return false;
        end if;
        X[i] := X[i]-1;
                                 #Giảm vị trí xuống
                                 #Do tổng = n, nên t phải bằng vị trí cuối cộng 1
        t := X[nops(X)]+1;
                                 #Đổi chỗ vị trí cuối và i+1
        X[nops(X)] := 0;
        X[i+1] := t;
        return X;
end proc:
Nghiem := proc (n, k)
        local Y;
        Y := [seq(0, i = 1 .. k)];
                      #Khởi tạo cấu hình cuối là (n,0,0,...)
        Y[1] := n;
        while Y <> false do
                print(Y);
                                          #In ra kết quả
```

```
Y := NextNghiem(Y); #Tìm cấu hình tiếp theo
end do;
end proc;
```

Bài 4. Viết chương trình liệt kê hết tất các chuỗi bit có độ dài n và chứa đúng k bit 1 với Input: n>0 và k<=n Output là danh sách các chuỗi bit.

> Chuoibit(6, 3);

Chương IV

Bài 4.1: Cho n là số nguyên dương. Viết chương trình tính phần tử f n của dãy Fibonacci

```
fibonacci := proc (n)

local a, b, c, i;
a := 1;
```

> fibonacci(1000);

 $43466557686937456435688527675040625802564660517371780402481729089536555417949051894 \\03879840079255169295922593080322634775209689623239873322471161642996440906533187938 \\298969649928516003704476137795166849228875$

Bài 4.2: Xét bài toán tháp Hà Nội, gồm 3 cọc A, B, C và n đĩa ở cọc A. Hãy viết chương trình liêt kê các bước di chuyển từ coc A sang coc C

```
thaphn := proc (n, x, y, z)

if n = 0 then

return;

end if;

thaphn(n-1, x, z, y);

print(cat("Di chuyen tu ", x, " sang ", z));

thaphn(n-1, y, x, z);

end proc:
```

> thaphn(3, "A", "B", "C");

```
"Di chuyen tu A sang C"
"Di chuyen tu A sang B"
"Di chuyen tu C sang B"
"Di chuyen tu A sang C"
"Di chuyen tu B sang A"
"Di chuyen tu B sang C"
"Di chuyen tu A sang C"
```

Bài 4.3: Cho hệ thức đệ quy $x_n = a x_{n-1} + b x_{n-2}$, với a, b thuộc R và điều kiện đầu $a_0 = C_0$ và $a_1 = C_1$. Tính a_k

Khoa Công nghệ thông tin – trường đại học KHTN TPHCM Ôn thi học kì I K16

> tinhhtdq(1.4, .25, 0, 1, 100);

1.211398130 1019

Bài 4.4: Cho hệ thức đệ quy f(n) = a f(n/m) + b, f(1) = c với a, b, c thuộc R và m là số nguyên dương. Hãy viết chương trình tính $f(m^k)$ với k là số nguyên dương.

> tinhf(5, 2, 19, 199);

24269759583658452657861849809742484538301983458012551819094354797679825452737995420 6173848101902831061321696992649776802863925695419311523437

Chương V

Bài 5.1. Cho n và b là hai số nguyên dương lớn hơn 1. Hãy viết chương trình để tìm biểu diễn của n theo cơ số b

> chuyencosob(16, 2);

[1, 0, 0, 0, 0]

Bài 5.2 Cho n và m được biểu diễn dưới dạng cơ số b. Hãy viết chương trình tính tổng và tích và biểu diễn chúng dưới dang cơ số b

> chuyenthanhso([1, 2, 3, 4, 5], 6);

1865

```
tong := proc (n, m, b)
    return chuyencosob(chuyenthanhso(n, b)+chuyenthanhso(m, b), b);
end proc;
tich := proc (n, m, b)
    return chuyencosob(chuyenthanhso(n, b)*chuyenthanhso(m, b), b);
end proc;
```

> tong([1, 0, 1, 1, 1], [1, 1, 0, 1, 1, 0], 2);

[1, 0, 0, 1, 1, 0, 1]

> tich([1, 1, 0, 1, 0], [0, 1, 1, 0, 0], 2);

[1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0]

Bài 5.3 Cho b, c là số nguyên dương lớn hơn 1 và một biểu diễn n theo cơ số b. Hãy viết chương trình để tìm biểu diễn của n theo cơ số c.

```
chuyencoso := proc (b, c, n)

return chuyencosob(chuyenthanhso(n, b), c);

end proc;
```

> chuyencoso(8, 10, [5, 2, 4, 1]);

[2, 7, 2, 1]

Bài 5.4 Cho a, b là hai số nguyên dương. Viết chương trình để tính ước chung lớn nhất của a và b theo thuật toán Euclid

end proc:

> ucln(9, 6);

3

Bài 5.5 Cho a, b là hai số tự nhiên. Gọi d=(a,b), hãy viết chương trình để tìm m,n sao cho d = m a + n b

```
#Tham khảo ý tưởng thuật toán Euclide mở rộng
timmn := proc (a, b)
        local x, y, t, m, n, u, v, p, q;
        x := a; y := b;
        m := 1; n := 0;
        u := 0; v := 1;
        while y <> 0 do
                q := iquo(x, y);
                t := x-y*q;
                x := y;
                y := t;
                p := m-u*q;
                q := n-v*q;
                m, n := u, v;
                u, v := p, q;
        end do;
        return m, n;
end proc;
```

> timmn(17, 3);

19