

Bài 1: Một bánh xe có mômen quán tính với trục quay  $\Delta$  cố định là  $8 \text{ kg.m}^2$  đang đứng yên thì chịu tác dụng của một mômen lực  $40 \text{ N.m}$  đối với trục quay  $\Delta$ . Bỏ qua mọi lực cản. Sau  $10 \text{ s}$ , kể từ lúc bắt đầu quay, bánh xe đạt tới vận tốc góc có độ lớn là:

A.  $10 \text{ rad/s}$       B.  $20 \text{ rad/s}$       C.  $50 \text{ rad/s}$       D.  $100 \text{ rad/s}$

Giải

$$I = 8 \text{ kg.m}^2; M = 40 \text{ N.m}; \omega_0 = 0; t = 10 \text{ s}$$

Theo phương trình cơ bản của vật rắn quay quanh một trục quay cố định ta có:

$$M = I\gamma$$

Suy ra gia tốc góc quay của bánh xe là:

$$\gamma = \frac{M}{I} = 5 \text{ rad/s}^2$$

Vận tốc góc quay của bánh xe đạt được sau  $10 \text{ s}$  là:

$$\omega = \omega_0 + \gamma t = 50 \text{ rad/s}$$

Bài 2: Chọn câu trả lời đúng

Một quả cầu có bán kính  $R = 20 \text{ m}$ , khối lượng  $m = 100 \text{ kg}$ . Mômen quán tính của quả cầu với trục quay qua tâm của nó là:

- A.  $16000 \text{ kg.m}^2$       B.  $20000 \text{ kg.m}^2$       C.  $1600 \text{ kg.m}^2$       D.  $2000 \text{ kg.m}^2$

Giải

Mômen quán tính của quả cầu với trục quay qua tâm của nó là:

$$I = \frac{2}{5} mR^2 = \frac{2}{5} . 100 . 20^2 = 16000 \text{ kg.m}^2$$

Bài 3: Một đĩa mỏng, phẳng, đồng chất có bán kính 2 m có thể quay được xung quanh một trục đi qua tâm và vuông góc với mặt phẳng đĩa. Tác dụng vào đĩa một momen lực 96 N.m không đổi, đĩa chuyển động quay quanh trục với gia tốc góc  $30 \text{ rad/s}^2$ . Tính khối lượng của đĩa. Bỏ qua mọi lực cản.

Giải

$$R = 2 \text{ m} ; M = 96 \text{ N.m} ; \gamma = 30 \text{ rad/s}^2 ; m = ?$$

Momen lực được tính bằng:  $M = I\gamma$

Do vật là đĩa tròn nên momen quán tính  $I$  được tính bằng công thức:

$$I = \frac{1}{2} mR^2 \Rightarrow M = \frac{1}{2} mR^2 \gamma$$

$$\Rightarrow m = \frac{2M}{R^2 \gamma} = \frac{2.96}{2^2 \cdot 30} = 1,6 \text{ kg}$$

Bài 4: Một ròng rọc có bán kính 20 cm có momen quán tính  $0,04 \text{ kg.m}^2$  đối với trục của nó. Ròng rọc chịu một lực không đổi 1,2 N tiếp tuyến với vành. Lúc đầu ròng rọc đứng yên. Tính tốc độ góc của ròng rọc sau khi quay được 5 s. Bỏ qua mọi lực cản.

Hướng dẫn giải

$$R = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}; \quad I = 0,04 \text{ kg.m}^2; \quad F = 1,2 \text{ N}; \quad \omega_{t=5s} = ?$$

Ròng rọc chịu một lực không đổi tiếp tuyến với vành, nên độ dài cánh tay đòn của momen lực tác dụng vào trục quay là:  $d = R = 0,2 \text{ m}$

$$\Rightarrow \text{Momen lực đối với trục quay là: } M = Fd \quad (1)$$

Mặt khác, theo phương trình động lực học của vật rắn quay quanh một trục ta có momen lực tính như sau:  $M = I\gamma$  (2)

$$\text{Từ (1) và (2) ta tính được gia tốc góc của ròng rọc là: } \gamma = \frac{Fd}{I} = \frac{1,2 \cdot 0,2}{0,04} = 6 \text{ rad/s}^2$$

Lúc đầu ròng rọc đứng yên nên vận tốc góc ban đầu  $\omega_0 = 0$ .

$$\text{Tốc độ góc của ròng rọc sau khi quay được 5 s: } \omega_t = \omega_0 + \gamma t = 0 + 6 \cdot 5 = 30 \text{ rad/s}$$

Bài 5: Một bánh xe có momen quán tính đối với trục quay cố định là  $6 \text{ kg.m}^2$  đang đứng yên thì chịu tác dụng của một momen lực  $30 \text{ N.m}$  đối với trục quay. Bỏ qua mọi lực cản. Sau bao lâu, kể từ khi bắt đầu quay, bánh xe đạt tới tốc độ góc  $100 \text{ rad/s}$ ?

Hướng dẫn giải

$$I = 6 \text{ kg.m}^2 ; M = 30 \text{ N.m}; \quad \omega_t = 100 \text{ rad/s}; \quad t = ?$$

Gia tốc của bánh xe:

$$M = I\gamma \Rightarrow \gamma = \frac{M}{I} = \frac{30}{6} = 5 \text{ rad/s}^2$$

Trước khi bị lực tác dụng, bánh xe đứng yên  $\Rightarrow$  vận tốc góc ban đầu  $\omega_0 = 0$ .

Thời gian để bánh xe đạt tốc độ góc  $100 \text{ rad/s}$ :

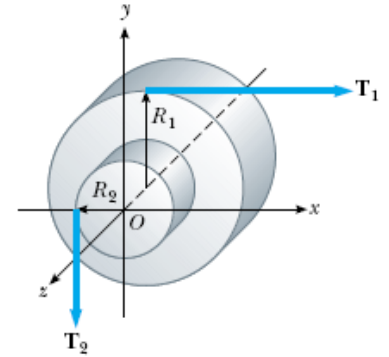
$$t = \frac{\omega_t - \omega_0}{\gamma} = \frac{100 - 0}{5} = 20 \text{ s}$$

Bài 6: Cho một ròng rọc có hai rãnh lệch như hình 2.2. Bán kính  $R_1$  là 1 m,  $R_2$  là 0,5 m. Lực kéo  $T_1$  là 5 N, lực kéo  $T_2$  là 15 N. Tính tổng momen lực tác dụng vào hệ và ròng rọc sẽ xoay theo chiều nào?

Chọn chiều chuyển động ngược chiều kim đồng hồ làm chiều dương.  
 momen quay  $M_1$  do lực kéo  $T_1$  gây ra là  $-R_1T_1$  (dấu “-” là do ngược chiều dương)  
 momen quay  $M_2$  do lực kéo  $T_2$  gây ra là  $+R_2T_2$  (dấu “+” là do cùng chiều dương). Mômen lực tổng hợp tác dụng vào hệ là:

$$M = T_2R_2 - T_1R_1 = 15.0,5 - 5.1 = 2,5 \text{ N}$$

Momen quay tổng hợp  $M = 2,5 \text{ N} > 0$  nên ròng rọc sẽ chuyển động theo chiều dương đã chọn.



**Hình 2.2**

Bài 7: Một bánh xe có dạng đĩa tròn đồng chất, bán kính 7 cm, khối lượng 2 kg. Nó bắt đầu chuyển động từ trạng thái nghỉ và được gia tốc không đổi dưới tác dụng của một momen quay có độ lớn 0,6 N.m do một mô tơ làm quay bánh xe.

a/ Mất bao lâu để bánh xe đạt được tốc độ 1200 vòng/phút.

b/ Bánh xe quay được bao nhiêu vòng từ trạng thái nghỉ đến khi đạt được tốc 1200 vòng/phút.

Hướng dẫn giải

a/ Momen quán tính của bánh xe

$$I = \frac{1}{2} mR^2 = \frac{1}{2} .2.(7.10^{-2})^2 = 4,9.10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

Theo phương trình động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định, ta có:

$$M = I\gamma \Rightarrow \gamma = \frac{M}{I} = \frac{0,6}{4,9.10^{-3}} \approx 122 \text{ rad/s}^2$$

$$\text{Mà: } \gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t_1 - t_0} \Rightarrow t_1 - t_0 = \frac{\omega_1 - \omega_0}{\gamma} = \frac{1200 \cdot \frac{2\pi}{60} - 0}{122} = 1,03 \text{ s}$$

b/ Sử dụng phương trình chuyển động quay biến đổi đều, ta có:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2 = \frac{1}{2} \gamma t^2 = \frac{1}{2} 122.(1,03)^2 \approx 64,7 \text{ rad} \approx 10,3 \text{ vòng}$$

Bài 8: Chọn phương án đúng

Một vật có momen quán tính  $1,2 \text{ kg.m}^2$  quay đều được 180 vòng trong thời gian 1,5 phút. Momen động lượng của vật có độ lớn bằng:

- A.  $2,4 \text{ kg.m}^2/\text{s}$ .      B.  $15 \text{ kg.m}^2/\text{s}$ .      C.  $144 \text{ kg.m}^2/\text{s}$ .      D.  $905 \text{ kg.m}^2/\text{s}$ .

Giải

Momen động lượng của vật có độ lớn bằng:

$$L = I\omega = 1,2 \cdot \frac{180 \cdot 2 \cdot \pi}{1,5 \cdot 60} \approx 15 \text{ kg.m}^2/\text{s}$$



Bài 9: Chọn đáp số đúng

Một người đứng ở giữa một chiếc ghế có thể quay xung quanh trục thẳng đứng của ghế, cầm trong tay hai quả tạ, mỗi quả khối lượng  $m = 5 \text{ kg}$ . Khoảng cách từ quả tạ đến trục quay là  $0,2 \text{ m}$ . Ghế quay đều với vận tốc góc  $\omega_1 = 2,15\pi \text{ rad/s}$ . Vận tốc góc của ghế bằng bao nhiêu nếu người đó giang tay ra để khoảng cách từ mỗi quả tạ đến trục là  $0,6 \text{ m}$ . Cho biết mômen quán tính của người và ghế đối với trục quay là  $I_0 = 2,5 \text{ kg.m}^2$ .

A.  $1,35\pi \text{ rad/s}$

B.  $2,7\pi \text{ rad/s}$

C.  $13,5\pi \text{ rad/s}$

D.  $27\pi \text{ rad/s}$

Giải

$$m = 5 \text{ kg}; R_1 = 0,2 \text{ m}; R_2 = 0,6 \text{ m}; \omega_1 = 2\pi \text{ rad/s}$$

Áp dụng định luật bảo toàn mômen động lượng ta có:

$$L = I_1\omega_1 = I_2\omega_2 = \text{const}$$

Trong đó:

$$I_1 = I_0 + mR_1^2 = 2,5 + 5.0,2^2 = 2,7 \text{ kg.m}^2$$

$$I_2 = I_0 + mR_2^2 = 2,5 + 5.0,6^2 = 4,3 \text{ kg.m}^2$$

$$\Rightarrow \omega_2 = \frac{I_1\omega_1}{I_2} = 1,35\pi \text{ rad/s}$$

Bài 10: Một thanh cứng mảnh, dài  $d = 1\text{ m}$ , quay xung quanh một trục vuông góc với thanh và đi qua tâm. Hai quả cầu (coi là những chất điểm) có khối lượng  $2\text{ kg}$  và  $1,2\text{ kg}$  được gắn vào hai đầu thanh như hình 3.1. Tính momen động lượng của hệ, biết tốc độ của mỗi quả cầu là  $5\text{ m/s}$ .

**Giải**

Momen quán tính của hai quả cầu đối với trục quay vuông góc với thanh:

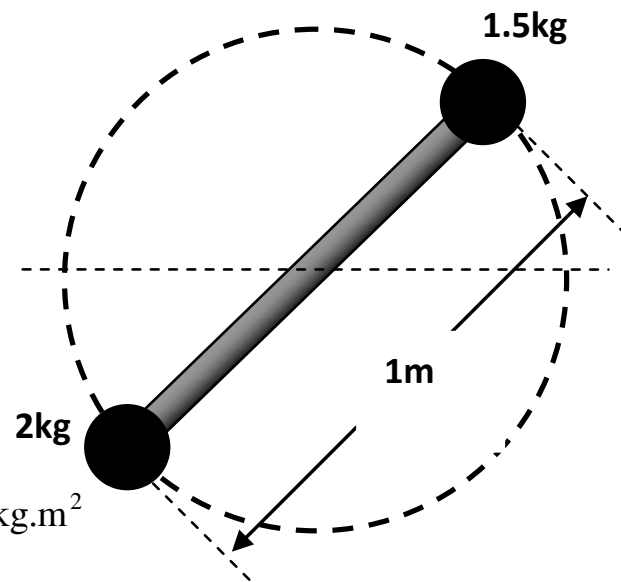
$$I = m_1 \left( \frac{d}{2} \right)^2 + m_2 \left( \frac{d}{2} \right)^2 = (m_1 + m_2) \frac{d^2}{4} = (2 + 1,2) \frac{0,5^2}{4} = 0,2 \text{ kg.m}^2$$

Vận tốc góc của các quả cầu:

$$\omega = \frac{v}{d/2} = \frac{5}{0,5} = 10 \text{ rad/s}$$

Momen động lượng của hệ đối với trục quay vuông góc với thanh:

$$L = I\omega = 0,2 \cdot 10 = 2 \text{ kg.m}^2 / \text{s}$$



**Hình 3.1**

Bài 11: Chọn câu trả lời đúng

Hai đĩa nằm ngang có cùng trục quay. Đĩa (1) có momen quán tính  $I_1$ , quay với tốc độ góc  $\omega_0$ . Đĩa (2), có momen quán tính  $I_2$ , lúc đầu đứng yên. Cho đĩa (2) rơi nhẹ xuống đĩa (1). do các mặt tiếp xúc nhám nên cả hai đĩa sau khi thôi trượt trên nhau thì có cùng một vận tốc góc  $\omega$  . Tỉ số  $\frac{\omega}{\omega_0}$  là:

A.  $\frac{I_1}{I_2}$

B.  $\frac{I_2}{I_1}$

C.  $\frac{I_1}{I_1 + I_2}$

D.  $\frac{I_2}{I_1 + I_2}$

Theo định luật bảo toàn momen động lượng:

$$I_1 \omega_0 = (I_1 + I_2) \omega \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{I_1}{I_1 + I_2}$$

Bài 12: Một người có khối lượng  $m = 60 \text{ kg}$  đứng ở mép một sàn quay hình tròn, bán kính  $R = 3 \text{ m}$ , có khối lượng  $M = 400 \text{ kg}$  như hình 3.2. Bỏ qua ma sát ở trục quay. Lúc đầu sàn và người đều đứng yên. Người bắt đầu chạy với vận tốc  $4.2 \text{ m/s}$  (đối với đất) quanh mép, làm sàn quay ngược lại. Tính vận tốc góc của sàn.

Giải

Momen quán tính của người đối với trục  $\Delta$  là:

$$I_1 = mR^2 = 60 \cdot 3^2 = 540 \text{ kg.m}^2$$

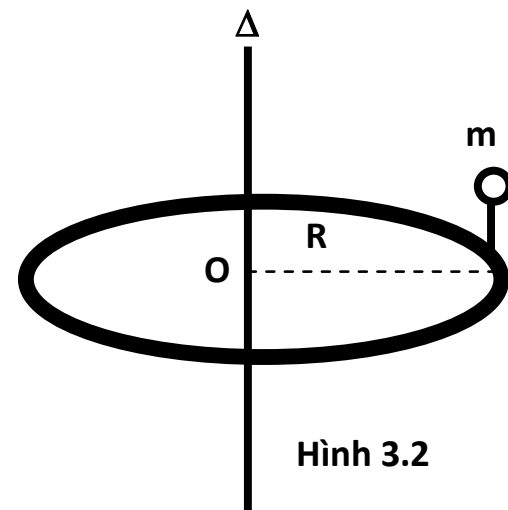
Momen quán tính của đĩa đối với trục  $\Delta$  là:

$$I_2 = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 3^2 = 1800 \text{ kg.m}^2$$

Gọi  $\omega_1$  và  $\omega_2$  là vận tốc góc của người và đĩa đối với O:  $\omega_1 = \frac{v}{R} = \frac{4,2}{3} = 1,4 \text{ rad/s}$

Định luật bảo toàn momen động lượng cho:  $0 = I_1\omega_1 + I_2\omega_2 \Rightarrow \omega_2 = -\frac{I_1\omega_1}{I_2} = -\frac{540 \cdot 1,4}{1800} = -0,42 \text{ rad/s}$

Dấu trừ chỉ đĩa quay ngược lại chiều của người đi



Bài 13: Chọn đáp số đúng

Một cánh quạt có momen quán tính đối với trục quay cố định là  $0,2 \text{ kg.m}^2$ , được tăng tốc từ trạng thái nghỉ đến tốc độ góc  $\omega$  bằng  $100 \text{ rad/s}$ . Cần phải thực hiện một công là:

- A. 20 J                      B. 2000 J                      C. 10 J                      D. 1000 J

Giải

$$I = 0,2 \text{ kg.m}^2 ; \omega_0 = 0; \omega = 100 \text{ rad/s}$$

Độ biến thiên động năng của một vật bằng tổng công của các lực tác dụng lên vật:  $\Delta W_d = A$

Trường hợp vật quay quanh một trục:  $\Delta W_d = \frac{1}{2} I (\omega^2 - \omega_0^2)$

Cần phải thực hiện một công là:  $A = \frac{1}{2} I (\omega^2 - \omega_0^2) = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot (100^2 - 0) = 1000 \text{ J}$

Bài 14: Hai đĩa tròn trên hình 4.1 có momen quán tính  $I_1$  và  $I_2$  ( $I_1 = 2I_2$ ) đang quay đồng trục và cùng chiều với tốc độ góc  $\omega_1$  và  $\omega_2$  ( $\omega_2 = 2\omega_1$ ). Ma sát ở trục quay nhỏ không đáng kể. Sau đó cho hai đĩa dính vào nhau, hệ quay với tốc độ góc  $\omega$ . Động năng của hệ hai đĩa lúc sau tăng hay giảm bao nhiêu lần so với lúc đầu?

Giải

Momen động lượng của hệ hai đĩa trước khi hai đĩa dính vào nhau:

$$L = L_1 + L_2 = I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = 2I_2\omega_1 + 2I_2\omega_1 = 4I_2\omega_1$$

Momen động lượng của hệ hai đĩa sau khi hai đĩa dính vào nhau:

$$L' = (I_1 + I_2)\omega = 3I_2\omega$$

Theo định luật bảo toàn momen động lượng ta có:  $L = L' \Rightarrow 4I_2\omega_1 = 3I_2\omega \Rightarrow \omega = \frac{4}{3}\omega_1$

Động năng của hệ hai đĩa trước khi hai đĩa dính vào nhau:

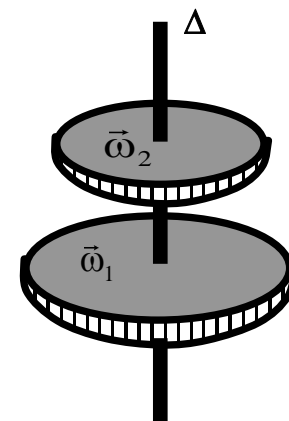
$$W_d = W_{d1} + W_{d2} = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 = \frac{1}{2}2I_2\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_24\omega_1^2 = 3I_2\omega_1^2$$

Động năng của hệ hai đĩa sau khi hai đĩa dính vào nhau:

$$W_d' = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega^2 = \frac{1}{2}3.I_2\omega^2 = \frac{1}{2}3.I_2\left(\frac{4}{3}\omega_1\right)^2 = \frac{8}{3}I_2\omega_1^2$$

Động năng của hệ hai đĩa lúc sau so với lúc đầu:  $\frac{W_d'}{W_d} = \frac{\frac{8}{3}I_2\omega_1^2}{3I_2\omega_1^2} = \frac{8}{9} \Rightarrow W_d' = \frac{8}{9}W_d$

Vậy động năng của hệ hai đĩa lúc sau giảm còn  $\frac{8}{9}$  lần so với lúc đầu.



Hình 4.1

Bài 15: Hai bánh xe A và B có cùng động năng quay, tốc độ góc  $\omega_A = 3\omega_B$ . Tỉ số momen quán tính  $\frac{I_B}{I_A}$  đối với trục quay đi qua tâm của A và B có giá trị nào sau đây?

A. 3.

B. 9.

C. 6.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Hai bánh xe có cùng động năng quay:

$$W_A = W_B \Rightarrow \frac{1}{2} I_A \omega_A^2 = \frac{1}{2} I_B \omega_B^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \frac{\omega_A^2}{\omega_B^2} = \frac{(3\omega_B)^2}{\omega_B^2} = 9$$

Bài 16: Một đĩa tròn đồng chất có bán kính  $R = 0,5 \text{ m}$ ; khối lượng  $m = 1 \text{ kg}$  quay đều với tốc độ góc  $\omega = 6 \text{ rad/s}$  quanh một trục thẳng đứng đi qua tâm của đĩa. Tính động năng của đĩa đối với trục quay đó.

Đáp số:  $2,25 \text{ J}$

Bài 17: Một ròng rọc có momen quán tính đối với trục quay cố định là  $10 \text{ kg.m}^2$  quay đều với tốc độ  $60$  vòng/phút. Tính động năng quay của ròng rọc đối với trục quay đó.

Đáp số:  $200 \text{ J}$

Bài 18: Một bánh đà quay nhanh dần đều từ nghỉ và sau  $5 \text{ s}$  thì nó có tốc độ góc  $200 \text{ rad/s}$  và có động năng quay là  $60 \text{ kJ}$ . Tính gia tốc góc và momen quán tính của bánh đà đối với trục quay.

Đáp số:  $40 \text{ rad/s}^2$ ;  $3 \text{ kg.m}^2$

Bài 19: Chọn câu trả lời đúng

Một khối hình trụ đồng chất bán kính  $R$ , khối lượng  $m = 4 \text{ kg}$ , lăn không trượt trên mặt đất với vận tốc  $v = 2 \text{ m/s}$ . Động năng của nó là:

A.  $4 \text{ J}$

B.  $6 \text{ J}$

C.  $8 \text{ J}$

D.  $12 \text{ J}$

Bài 20: Một thanh nhẹ (khối lượng không đáng kể) dài  $\ell = 1 \text{ m}$ , quay đều trong mặt phẳng ngang xung quanh trục thẳng đứng đi qua trung điểm của thanh với tốc độ góc  $\omega = 4 \text{ rad/s}$ . Hai đầu thanh có gắn hai chất điểm có khối lượng bằng nhau, bằng  $m = 200 \text{ g}$ . Tính động năng của hệ thanh và các chất điểm.

Đáp số:  $0,8 \text{ J}$