2. 次の Section

2.1. Boltzmann 方程式

希薄気体の支配方程式は Boltzmann 方程式と呼ばれ, 外力がない場合には次のように表される.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \boldsymbol{\xi}\cdot\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}} = J[f], \tag{2.1}$$

$$J[f] = \int_{|\boldsymbol{\xi}|<\infty, |\boldsymbol{\alpha}|=1} [f(\boldsymbol{\xi'})f(\boldsymbol{\zeta'}) - f(\boldsymbol{\xi})f(\boldsymbol{\zeta})]\left(\frac{d_m^2}{2}|\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{\alpha}|\right)\mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{\alpha})\mathrm{d}\boldsymbol{\zeta},$$

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{\zeta} - \boldsymbol{\xi}, \qquad \boldsymbol{\xi'} = \boldsymbol{\xi} + (\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{\alpha})\,\boldsymbol{\alpha}, \qquad \boldsymbol{\zeta'} = \boldsymbol{\zeta} + (\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{\alpha})\boldsymbol{\alpha}.$$

ここで, $\boldsymbol{x}$ は空間 3 次元の位置座標, $\boldsymbol{\xi}$ は気体分子の速度ベクトル, t は時刻, $f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},t)$ は速度分布関数, $J[f]$ は衝突項である. また, $\partial f/\partial\boldsymbol{x} = (\partial f/\partial x, \partial f/\partial y, \partial f/\partial z)^\top$ を表すものとする. ここで $^\top$ は転置を表す. d_m は気体分子の直径, $\boldsymbol{\alpha}$ は分子の衝突パラメータ, $\mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{\alpha})$ は立体角素である. 気体の巨視的物理量は速度分布関数 $f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},t)$ に関する積分によって表される. 気体の数密度 n, 流速 $\boldsymbol{v}$, 温度 T, 応力テンソル p_{ij} はそれぞれ

$$n(\boldsymbol{x},t) = \int_{|\boldsymbol{\xi}|<\infty} f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},t)\,\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}, \tag{2.2 a}$$

$$n\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t) = \int_{|\boldsymbol{\xi}|<\infty} \boldsymbol{\xi} f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},t)\,\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}, \tag{2.2 b}$$

$$\frac{3}{2}\kappa n T(\boldsymbol{x},t) = \int_{|\boldsymbol{\xi}|<\infty} \frac{m}{2}|\boldsymbol{\xi}-\boldsymbol{v}|^2 f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},t)\,\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}, \tag{2.2 c}$$

$$(p_{ij} + \rho v_i v_j)(\boldsymbol{x},t) = \int_{|\boldsymbol{\xi}|<\infty} m\,\xi_i\xi_j f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},t)\,\mathrm{d}\boldsymbol{\xi} \tag{2.2 d}$$

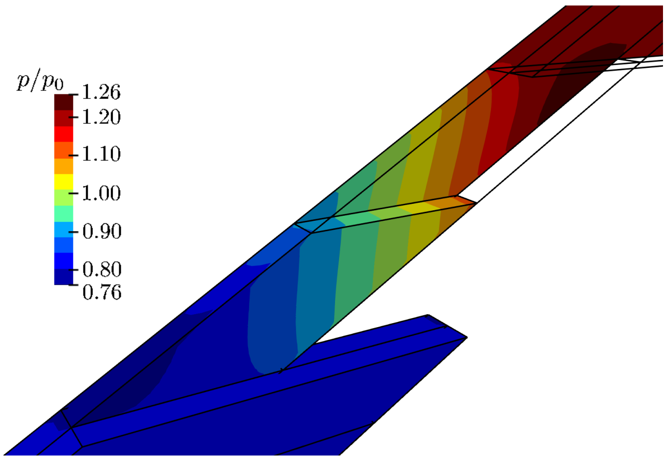
によって得られる. なお, κ はボルツマン定数, m は分子の質量, $\rho = mn$ は気体の密度である. 今後, 気体は単原子分子の理想気体とする [1] と, 気体の圧力 p は

$$p = \kappa n T \tag{2.2 e}$$

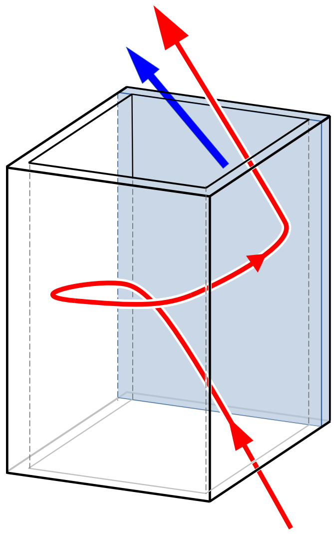
となる.

参考文献

[1] 朝倉 and 杉元. ネジ溝式真空ポンプ内部における 3 次元希薄気流の BGK 方程式に基づく数値解析. In **日本流体力学会年会講演論文集**, 2022.



(a)



(b)

図 2.1. short caption.
explanation of figures.