

2. 次の Section

2.1. Boltzmann 方程式

希薄気体の支配方程式は Boltzmann 方程式と呼ばれ, 外力がない場合には次のように表される.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \boldsymbol{\xi} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} = J[f], \quad (2.1)$$

$$J[f] = \int_{|\boldsymbol{\xi}'| < \infty, |\boldsymbol{\alpha}|=1} [f(\boldsymbol{\xi}')f(\boldsymbol{\zeta}') - f(\boldsymbol{\xi})f(\boldsymbol{\zeta})] \left(\frac{d_m^2}{2} |\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\alpha}| \right) d\Omega(\boldsymbol{\alpha}) d\boldsymbol{\zeta},$$

$$\mathbf{V} = \boldsymbol{\zeta} - \boldsymbol{\xi}, \quad \boldsymbol{\xi}' = \boldsymbol{\xi} + (\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\alpha}) \boldsymbol{\alpha}, \quad \boldsymbol{\zeta}' = \boldsymbol{\zeta} + (\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\alpha}) \boldsymbol{\alpha}.$$

ここで, \mathbf{x} は空間 3 次元の位置座標, $\boldsymbol{\xi}$ は気体分子の速度ベクトル, t は時刻, $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t)$ は速度分布関数, $J[f]$ は衝突項である. また, $\partial f / \partial \mathbf{x} = (\partial f / \partial x, \partial f / \partial y, \partial f / \partial z)^\top$ を表すものとする. ここで $^\top$ は転置を表す. d_m は気体分子の直径, $\boldsymbol{\alpha}$ は分子の衝突パラメータ, $d\Omega(\boldsymbol{\alpha})$ は立体角素である. 気体の巨視的物理量は速度分布関数 $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t)$ に関する積分によって表される. 気体の数密度 n , 流速 \mathbf{v} , 温度 T , 応力テンソル p_{ij} はそれぞれ

$$n(\mathbf{x}, t) = \int_{|\boldsymbol{\xi}| < \infty} f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t) d\boldsymbol{\xi}, \quad (2.2a)$$

$$n\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \int_{|\boldsymbol{\xi}| < \infty} \boldsymbol{\xi} f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t) d\boldsymbol{\xi}, \quad (2.2b)$$

$$\frac{3}{2} \kappa n T(\mathbf{x}, t) = \int_{|\boldsymbol{\xi}| < \infty} \frac{m}{2} |\boldsymbol{\xi} - \mathbf{v}|^2 f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t) d\boldsymbol{\xi}, \quad (2.2c)$$

$$(p_{ij} + \rho v_i v_j)(\mathbf{x}, t) = \int_{|\boldsymbol{\xi}| < \infty} m \xi_i \xi_j f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t) d\boldsymbol{\xi} \quad (2.2d)$$

によって得られる. なお, κ はボルツマン定数, m は分子の質量, $\rho = mn$ は気体の密度である. 今後, 気体は単原子分子の理想気体とする [1] と, 気体の圧力 p は

$$p = \kappa n T \quad (2.2e)$$

となる.

References

- [1] 朝倉 and 杉元. “ネジ溝式真空ポンプ内部における 3 次元希薄気流の BGK 方程式に基づく数値解析”. In: 日本流体力学会年会講演論文集. 2022 (cit. on p. 1).

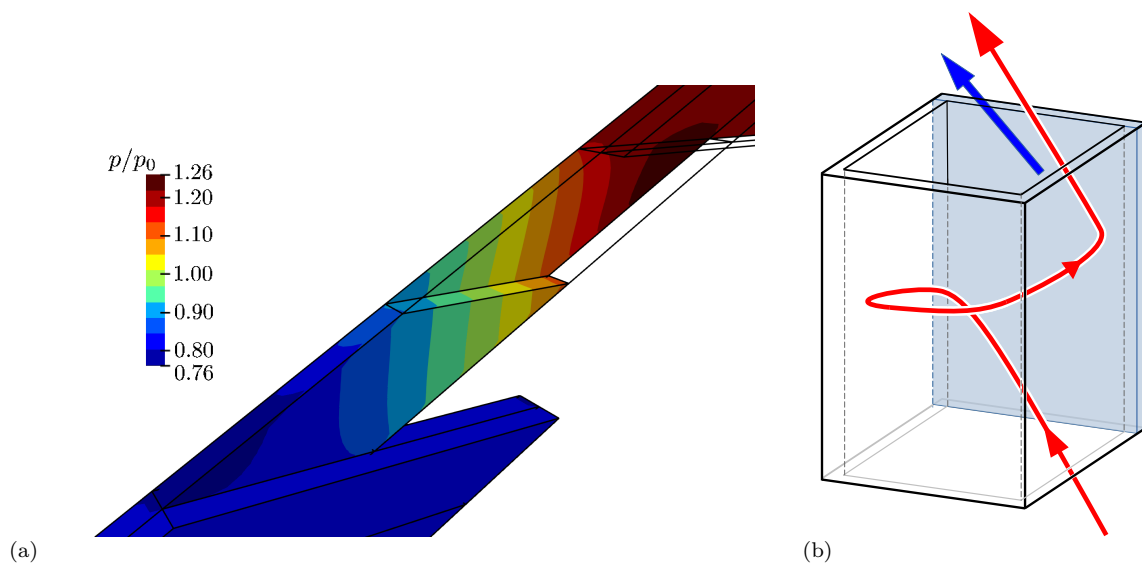


图 2.1. short caption.
explanation of figures.