

실습 보고서

[실습번호: 01]
[실습제목: 1장 및 2장 연습]



과 목 명	선형대수
교 수 명	이 선우
학 번	20237107
작 성 자	하태영
제 출 일	2025.09.10

한림대학교

가. 1장 복습 및 연습문제 풀기

integer (정수): 양의 정수, 음의 정수, 그리고 0을 모두 포함하는 수 체계

rational number (유리수): 두 정수 a, b ($b \neq 0$)로 이루어진 분수를 $\frac{a}{b}$ 로 표현할 수 있는 모든 수

real number (실수): 유리수와 무리수를 모두 포함하는 숫자의 집합

complex number (복수): 실수 a 와架수 b 에 대해 $a+bi$ 로 표현되는 수

domain (정의역): 함수가 받아들이는 입력값(원소)의 집합

codomain (공역): 함수의 출력값이 도출할 수 있는 가능성 있는 전체 집합

empty set (공집합): 원소가 하나도 없는 집합

1-to-1 mapping (一对一 대응): 정의역의 각각의 원소가 공역의 각각의 원소와 한 하나씩만 대응될 때를 의미

bijection (전단사 함수):一对一 대응과 역불어 공역의 모든 원소가 반드시 정의역의 원소와 대응되는 경우

square matrix (정사각행렬): 행의 수와 열의 수가 같은 행렬

diagonal matrix (대각행렬): 정사각행렬 중 주대각선 이외의 모든 원소가 0인 행렬

identity matrix (한동행렬): 대각행렬의 원동으로, 주대각선에 있는 원소가 모두 1이고, 그 외 나머지 원소가 모두 0인 정사각행렬

transpose (전치행렬): 주대각선을 기준으로 행과 열의 위치를 바꾼 행렬

symmetric matrix (对称 행렬): 행렬과 그 전치행렬이 서로 같은 행렬

01. 연습문제

1. (a) 거짓. 집합은 동일한 원소가 여러 개이면 안된다.

- (b) 참
- (c) 참
- (d) 참
- (e) 참
- (f) 참
- (g) 참
- (h) 참
- (i) 참

2. ② 空集, 단일, 일원집합

3. (a) A

- (b) B

(c) $f(\text{정수}) = \text{정수}, f(\text{입자점}) = \text{자장}, f(\text{정직선}) = \text{직선}, f(\text{일직선}) = \text{직선}, f(\text{전직선}) = \text{직선}$

- (d) 소연

(e) 정의역과 공역이 원래를 적용하지 않으므로 사용 f 은 원래를 적용해 4이다.

가. 1장 복습 및 연습문제 풀기

$$4. (a) A+B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 6 \\ 10 & 3 \end{pmatrix} \quad (b) B-A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(c) BC = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (4 \cdot 1) + ((-1) \cdot 3) & (4 \cdot 2) + ((-1) \cdot 4) & (4 \cdot 2) + ((-1) \cdot 5) \\ (2 \cdot 1) + (3 \cdot 3) & (2 \cdot 2) + (3 \cdot 4) & (2 \cdot 2) + (3 \cdot 5) \\ (6 \cdot 1) + (2 \cdot 3) & (6 \cdot 2) + (2 \cdot 4) & (6 \cdot 2) + (2 \cdot 5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 11 & 16 & 19 \\ 12 & 20 & 22 \end{pmatrix}$$

$$(d) CA = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 \cdot 2) + (2 \cdot 1) + (2 \cdot 4) & (1 \cdot 5) + (2 \cdot 3) + (2 \cdot 1) \\ (3 \cdot 2) + (4 \cdot 1) + (5 \cdot 4) & (3 \cdot 5) + (4 \cdot 3) + (5 \cdot 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 32 \\ 30 & 32 \end{pmatrix}$$

나. 2장 복습 및 연습문제 풀기

impossible (불능): 연립방정식의 해가 존재하지 않은 경우

indeterminate (부정): 연립방정식의 해가 무한히 많은 경우

equivalent (동의): 같은 미지수에 대하여 두 연립방정식이 동일한 해집합을 가지는 경우

matrix equation (행렬방정식): 연립선형방정식을 행렬과 벡터의 곱으로 $Ax=b$ 와 같이 표기하는 것.

pivot entry (축축성분): 행렬에서 각 행의 맨 왼쪽에 있는 0이 아닌 성분

reduced row echelon matrix (가우Jordan 행렬): 모든 축축성분이 해당 열에서 0이 아닌 유일한 성분인 행 사라진 행렬

02 연습문제

2. (a) 선형방정식이 맞다
(b) 선형방정식이 맞다
(c) 선형방정식은 미지수가 1차이어야 하므로 선형방정식이 아니다.
(d) 선형방정식이 맞다
(e) 선형방정식은 미지수가 1차이어야 하므로 선형방정식이 아니다.
(f) 선형방정식이 맞다
(g) 선형방정식은 미지수가 1차이어야 하므로 선형방정식이 아니다.
(h) 선형방정식이 맞다

나. 2장 복습 및 연습문제 풀기

8. (a) $2x_1 + 3x_2 = 8$
 $5x_1 - 4x_2 = -3$

$$\begin{aligned} 2x_1 &= 8 - 3x_2 \\ x_1 &= 4 - \frac{3}{2}x_2 \\ 5(4 - \frac{3}{2}x_2) - 4x_2 &= -3 \\ 20 - \frac{15}{2}x_2 - 4x_2 &= -3 \\ + \left(\frac{15+8}{2}\right)x_2 &= 23 \\ \frac{2}{23} \times \frac{23}{2}x_2 &= 23 \times \frac{2}{23} \\ x_2 &= 2 \\ 2x_1 + 3 \cdot 2 &= 8 \\ 2x_1 + 6 &= 8 \\ 2x_1 &= 2 \rightarrow x_1 = 1 \\ \therefore x_1 &= 1, x_2 = 2 \end{aligned}$$

(b) $x_1 + 2x_2 = 3$
 $x_1 - x_2 = 4$

$$\begin{aligned} x_1 &= 3 - 2x_2 \\ 3 - 2x_2 - x_2 &= 4 \\ 3 - 3x_2 &= 4 \\ -3x_2 &= 4 - 3 \\ x_2 &= -\frac{1}{3} \\ x_1 - \frac{2}{3} &= 3 \\ x_1 &= \frac{9}{3} + \frac{2}{3} = \frac{11}{3} \\ \therefore x_1 &= \frac{11}{3}, x_2 = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

(c) $x_1 + 2x_2 = 4$
 $x_1 - x_2 = 1$

$$\begin{aligned} x_1 &= 1 + x_2 \\ 1 + x_2 + 2x_2 &= 4 \\ 3x_2 &= 3, x_2 = 1 \\ x_1 + 2 \cdot 1 &= 4, x_1 = 2 \\ \therefore x_1 &= 2, x_2 = 1 \end{aligned}$$

9. (a) $x_1 + 5x_2 = 7 \times 2$
 $-2x_1 - 7x_2 = -5$

$$\begin{aligned} + 2x_1 + 10x_2 &= 14 \\ 3x_2 &= 9 \\ x_2 &= 3 \\ x_1 + 5 \cdot 3 &= 7, x_1 = 7 - 15 \\ x_1 &= -8, x_2 = 3 \end{aligned}$$

(b) $3x_1 + 6x_2 = -3 \times 5$
 $5x_1 + 7x_2 = 10 \times 3$

$$\begin{aligned} 15x_1 + 30x_2 &= -15 \\ - 15x_1 + 21x_2 &= 30 \\ 9x_2 &= 45 \\ x_2 &= 5 \\ 3x_1 - 30 &= -3 \\ 3x_1 &= 27, x_1 = 9 \\ x_1 &= 9, x_2 = 5 \end{aligned}$$

(c) $x_1 + 2x_2 = -3$
 $+ 3x_1 - 2x_2 = 1$

$$\begin{aligned} 4x_1 &= -12 \\ x_1 &= -3 \\ -3 + 2x_2 &= -3 \\ 2x_2 &= -10, x_2 = -5 \\ \therefore x_1 &= -3, x_2 = -5 \end{aligned}$$

10. (a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & | & -2 \\ 1 & 4 & 3 & | & 1 \\ 2 & 2 & 1 & | & 2 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 & | & 5 \\ 0 & 1 & 2 & | & 7 \\ 3 & 2 & 2 & | & -4 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & -6 & 0 & 3 & | & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 8 & | & -3 \\ -1 & 2 & 1 & 4 & | & 1 \\ -1 & 3 & 0 & 4 & | & 5 \end{pmatrix}$

11. ① $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

나. 2장 복습 및 연습문제 풀기

$$12. (c) \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 5 & -4 \\ 1 & 4 & 3 & -2 \\ 2 & 7 & 1 & -2 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \leftarrow R_1 + R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 8 & -6 \\ 1 & 4 & 3 & -2 \\ 2 & 7 & 1 & -2 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 8 & -6 \\ 0 & -1 & -5 & 4 \\ 2 & 7 & 1 & -2 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - 2R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 8 & -6 \\ 0 & -1 & -5 & 4 \\ 0 & -3 & -15 & 10 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{R_1 \leftarrow R_1 + 5R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -17 & 14 \\ 0 & -1 & -5 & 4 \\ 0 & -3 & -15 & 10 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - 3R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -17 & 14 \\ 0 & -1 & -5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{array} \right)$$

$R_3 = 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 = -2$ 이므로 해가 없어 \therefore 불능

나. 2장 복습 및 연습문제 풀기

12. (F) $\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & 0 & -4 & -10 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & 3 & 1 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \leftarrow \frac{1}{2}R_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 & -5 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & 3 & 1 & 5 \end{array} \right)$

$\xrightarrow{R_2 \leftarrow \frac{1}{3}R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & 3 & 1 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{R_4 \leftarrow R_4 + 3R_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 & -5 & -10 \end{array} \right)$

$\xrightarrow{R_4 \leftarrow R_4 - 2R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -10 \end{array} \right) \xrightarrow{R_4 \leftarrow R_4 - R_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & -9 \end{array} \right)$

$\xrightarrow{R_4 \leftarrow -\frac{1}{9}R_4} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - 1R_4} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$

$\xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - R_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \leftarrow R_1 + 2R_4} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$

$$\therefore x_1 = -3, x_2 = 5, x_3 = -5, x_4 = 1$$

나. 2장 복습 및 연습문제 풀기

12. (g)

$$\begin{array}{c}
 \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \leftarrow R_1 + R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 4 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \\
 \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - R_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 4 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \\
 \xrightarrow{R_2 \leftarrow -R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 4 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \\
 \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - R_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 4 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 3 & 3 \end{array} \right) \\
 \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 4 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 4 & 3 \end{array} \right) \\
 \xrightarrow{R_1 \leftarrow R_1 + R_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 4 & 3 \end{array} \right) \\
 \xrightarrow{R_3 \leftarrow -\frac{1}{4}R_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{4} \\ & & -1 & 1 & \frac{2}{4} \end{array} \right) \\
 \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - R_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{4} \end{array} \right)
 \end{array}$$

$$\begin{cases}
 x_1 + 2x_4 = 1 \rightarrow 2x_4 = 1 - x_1 \rightarrow x_4 = \frac{1-x_1}{2} \\
 x_2 = \frac{3}{4} \\
 x_3 - x_4 = -\frac{3}{4} \rightarrow x_4 = \frac{3}{4} + x_3
 \end{cases}$$

x_4 에 따라 해가 무수히 많다.

나. 2장 복습 및 연습문제 풀기

12. (h) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 5 \\ -2 & -2 & 4 & -10 \\ 2 & 3 & 4 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 8 & -8 \\ 2 & 3 & 4 & 2 \end{array} \right)$

$\xrightarrow{R_1 \leftarrow R_1 - R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -10 & 13 \\ 0 & 1 & 8 & -8 \\ 2 & 3 & 4 & 2 \end{array} \right)$

$$\begin{cases} x_1 - 10x_3 = 13 \\ x_2 + 8x_3 = -8 \end{cases}$$
 x_3 에 따라 해가 무수히 많다.