실습 보고서

[실습번호: 07]

[실습제목: 6 장 벡터/vector 파트 2]

과 목 명	선형대수
교 수 명	이 선 우
학　　번	20237107
작 성 자	하 태 영
제 출 일	2025.11.05

한림대학교

가. 6 장 연습문제 풀기

12. $x_1 a_1 + x_2 a_2 = b$

$$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}x_1 + \begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}x_2 = \begin{pmatrix}0\\a\\2\end{pmatrix}$$

$x_1 + 2x_2 = 0$
$2x_1 - x_2 = a$
$3x_1 + 4x_2 = 2$

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \ \times(-3) \\ 3x_1 + 4x_2 = 2 \end{cases}$
$+ \ -3x_1 - 6x_2 = 0$
$-2x_2 = 2$

$x_2 = -1$

$x_1 + 2(-1) = 0$
$x_1 = 2$

$\therefore x_1 = 2, x_2 = -1$

$2x_1 - x_2 = a \rightarrow 2\cdot 2 - (-1) = a$ $\boxed{\therefore a = 5}$

13. $a_1 x_1 + a_2 x_2 = b$

$$\begin{pmatrix}1\\3\\-1\end{pmatrix}x_1 + \begin{pmatrix}-5\\-8\\2\end{pmatrix}x_2 = \begin{pmatrix}3\\-5\\h\end{pmatrix}$$

$\begin{cases} x_1 - 5x_2 = 3 \\ 3x_1 - 8x_2 = -5 \\ -x_1 + 2x_2 = h \end{cases}$

$3x_1 - 15x_2 = 9$
$- \ 3x_1 - 8x_2 = -5$
$-7x_2 = 14$

$x_2 = -2$ $x_1 = -7$
$x_1 - 5\cdot(-2) = 3$
$+10$

$-x_1 + 2x_2 = h \rightarrow 7 + 2\cdot(-2) = h \rightarrow \boxed{h = 3}$

14. $v_1 x_1 + v_2 x_2 = y$

$$\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}x_1 + \begin{pmatrix}-2\\1\\7\end{pmatrix}x_2 = \begin{pmatrix}h\\-3\\-5\end{pmatrix}$$

$\begin{cases} x_1 - 2x_2 = h \\ x_2 = -3 \\ -2x_1 + 7x_2 = -5 \end{cases}$

$\rightarrow -8 - 2\cdot(-3) = h \rightarrow h = -2$ $\boxed{\therefore h = -2}$
$+6$

$-2x_1 + 7\cdot(-3) = -5$
-21 $+21$

$\cancel{-2}x_1 = \cancel{16}^{8}$
$x_1 = -8$

$\therefore x_1 = -8, x_2 = -3$

15. (a) $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 = 2 \\ -2x_1 = -3 \\ 8x_1 - 9x_2 = 8 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 0 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

16. (a)

$$x_1\begin{pmatrix}0\\4\\-1\end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix}1\\6\\3\end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix}5\\-1\\-8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

19. 다음 문장이 참인지 거짓인지 판단하고, 거짓인 경우 그 이유를 설명하라.

(a) 노름이 0인 벡터는 영벡터뿐이다. 참

(b) 정방행렬 A의 열벡터가 선형독립이면, A의 역행렬이 항상 존재한다. 참

(c) 두 벡터를 내적한 결과가 0이라면, 두 벡터는 서로 직교한다. 참

(d) 사잇각이 θ인 두 개의 단위벡터를 내적하면 $\cos\theta$ 값을 얻는다. 참

(e) 내적공간에 있는 두 벡터의 내적은 항상 0 이상의 값을 갖는다. 거짓

→ 두 벡터의 내적 값은 음수일 수 있습니다. $u=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, v=\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$: $u\cdot v = 1\cdot(-1)+0\cdot 0=-1$

20 (a) $\|v\|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5 \quad \therefore \|v\|=5$ $\quad u=\dfrac{v}{\|v\|}=\boxed{\begin{pmatrix}\frac{3}{5}\\-\frac{4}{5}\end{pmatrix}}$

(b) $\|v\|=\sqrt{3^2+4^2+5^2}=\sqrt{9+16+25}=\sqrt{50}$ $\quad u=\dfrac{v}{\|v\|}=\boxed{\begin{pmatrix}\frac{3}{\sqrt{50}}\\\frac{4}{\sqrt{50}}\\\frac{5}{\sqrt{50}}\end{pmatrix}}$

21. (a) $\|v\|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\boxed{\sqrt{5}}$

(b) $\|v\|=\sqrt{4^2+2^2+3^2}=\sqrt{16+4+9}=\boxed{\sqrt{29}}$

22. (a) $u\cdot v=(2\cdot 1)+(-2\cdot 3)=2-6=\boxed{-4}$

(b) $u\cdot v=(2\cdot(-2))+((-2)\cdot 1)+(3\cdot 3)=-4-2+9=\boxed{3}$

(c) $u\cdot v=(1\cdot 2)+(2\cdot(-3))+((-1)\cdot 1)+(3\cdot 4)=2-6-1+12=\boxed{7}$

(d) $u\cdot v=(2\cdot(-1))+((-2)\cdot 1)+(4\cdot 1)=-2-2+4=\boxed{0}$

23 (a) $u\cdot v=\|u\|\|v\|\cos\theta$

$u\cdot v=(2\cdot 1)+(4\cdot(-1))+(1\cdot 3)=2-4+3=1$

$\|u\|=\sqrt{2^2+4^2+1^2}=\sqrt{4+16+1}=\sqrt{21}$

$\|v\|=\sqrt{1^2+(-1)^2+3^2}=\sqrt{1+1+9}=\sqrt{11}$

$1=\sqrt{21}\cdot\sqrt{11}\cos\theta$

$1=\sqrt{231}\cos\theta$

$\boxed{\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{231}}}$