실습 보고서

[실습번호: 08]

[실습제목: 6 장 벡터/vector 파트 3]

과 목 명	선형대수
교 수 명	이 선 우
학 번	20237107
작 성 자	하 태 영
제 출 일	2025.11.12

한림대학교

가. 6 장 연습문제 풀기

40. 외적 $u \times v$를 계산하라

(a) $u = 2, -1, 4$
$v = -1, 2, 5$
$(-5-8), -(10+4), (4-1)$
$\boxed{\therefore u \times v = (-13, -14, 3)}$

(b) $u = -1, 2, 5$
$v = 2, -1, 4$
$(8+5), -(-4-10), (1-4)$
$\boxed{\therefore u \times v = (13, 14, -3)}$

(c) $u = 0, 0, 0$
$v = 1, 2, 1$
$0, 0, 0$
$\boxed{\therefore u \times v = (0, 0, 0)}$

(d) $u = 2, 1, -1$
$v = -1, 2, -2$
$(-2+2), -(-4-1), (4+1)$
$\boxed{\therefore u \times v = (0, 5, 5)}$

---

42. $2i \times j = 2(i \times j)$
$i \times j = k$
$2i \times j = 2k$

$3j \times i = 3(j \times i)$
$j \times i = -(i \times j) = -k$
$3j \times i = 3(-k) = -3k$

$(2i \times j) \cdot (3j \times i) = (2k) \cdot (-3k)$
$= 2 \times (-3) \times (k \cdot k)$
$= -6 \times 1 = \boxed{-6}$

---

43. $\overrightarrow{AB} = (1-4, 3-2, 2-1) = (-3, 1, 1)$
$\overrightarrow{AC} = (2-4, 2-2, 5-1) = (-2, 0, 4)$
$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} \rightarrow$ $(-3, 1, 1)$
$\times (-2, 0, 4)$
$(4-0, -(-12+2), 0+2)$

$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (4, 10, 2)$

$S = \dfrac{\sqrt{16+100+4}}{2} = \dfrac{\sqrt{120}}{2} = \dfrac{2\sqrt{30}}{2} = \boxed{\sqrt{30}}$

---

44. $OA = CB \quad OC = AB$

$OA = A - O = (1-0, 1-0, 0-0) = (1, 1, 0)$
$BC = C - B = (1-0, 2-1, 1-1) = (1, 1, 0)$
$u = OA = (1, 1, 0)$
$v = OB = (0, 1, 1)$

$u \times v \rightarrow$ $1 \ 1 \ 0$
$\times \ 0 \ 1 \ 1$
$(1-0, -(1-0), 1-0)$

$u \times v = (1, -1, 1)$
$S = \|u \times v\| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2} = \boxed{\sqrt{3}}$

---

45. $\overrightarrow{OA} = (4, 2, 1) \quad \overrightarrow{OB} = (1, 3, 2), \quad \overrightarrow{OC} = (2, 2, 5)$

$V = |u \cdot (v \times w)|$

$= |\overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OC})| = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix} = 4(\overset{11}{15-4}) - 2(\overset{1}{5-4}) + 1 \cdot (\overset{-4}{2-6})$
$= 44 - 2 - 4 = 38 \qquad \boxed{\therefore V = 38}$

47.
(a) $u \cdot (v \times w) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 6 & 2 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix} = 2 \times \underset{-6}{(0-6)} + 3\underset{54}{(0-18)} = -12 - 54 = \boxed{-66}$

(b) $u \cdot (v \times w) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot (0-3) + 1 \cdot (-1)^{1+2} \cdot (-4-2)$
$= -3 + 6 = \boxed{3}$

48. $\overrightarrow{OA}=(2,2,2)=u \quad \overrightarrow{OB}=(3,2,-1)=v$

$u\times v \rightarrow \begin{array}{r} 2 \quad 2 \quad 2 \\ \times\, 3 \quad 2 \quad -1 \\ \hline \end{array}$

$((2-4), -(-2-6), (4-6)) = \boxed{(-6, 8, -2)}$

---

50. 다음 문장이 참인지 거짓인지 판단하고, 거짓인 경우 그 이유를 설명하라.

(a) 평면상의 벡터와 해당 평면의 법선벡터의 내적은 0이다. $\boxed{\text{참}}$

(b) $\mathbb{R}^3$ 공간의 어떤 벡터 v의 방향코사인들의 합은 1이다. $\boxed{\text{거짓}}$

$\|v\|=\sqrt{v_1^2+v_2^2+v_3^3}=\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$

$u=\frac{v}{\|v\|}=\left(\frac{v_1}{\|v\|}, \frac{v_2}{\|v\|}, \frac{v_3}{\|v\|}\right) \rightarrow \cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}, \cos\beta=\frac{1}{\sqrt{3}}, \cos\gamma=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}\neq 1$

(c) 직선의 방향벡터와 직선과 평행한 벡터의 내적은 0이다. $\boxed{\text{거짓}}$

두 벡터가 평행하다면, $u=cd$ (c는 0이 아닌 스칼라)로 표현되며, 내적은 다음과 같습니다.

$d\cdot u=d\cdot(cd)=c(d\cdot d)=c\|d\|^2$

$\|d\|$는 0이 아니므로 $c\neq 0$이면 내적은 0이 될 수 없습니다.

내적이 0이 되려면 두 벡터가 수직이어야 합니다.

---

51. $1\cdot(x-1)+0\cdot(y-1)+(-2)(z-3)=0$

$x-1-2z+6=\boxed{x-2z+5=0}$

---

53. $n=(1,1,1) \quad \|n\|=\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3} \quad \boxed{\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1)}$

---

54. $2(x-3)+(y+2)-3(z-4)=0$

$2x-6+y+2-3z+12=0$

$\boxed{2x+y-3z+8=0}$

55 $n=(1,2,4) \rightarrow \|n\|=\sqrt{1^2+2^2+4^2}=\sqrt{21}$

$\boxed{\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{21}}, \cos\beta=\frac{2}{\sqrt{21}}, \cos\gamma=\frac{4}{\sqrt{21}}}$

---

57. $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

지나는 점: $(x_0, y_0, z_0)=(3,2,5)$

법선 벡터: $(A, B, C)=(1,-2,4)$

$1\cdot(x-3)+(-2)\cdot(y-2)+4\cdot(z-5)=0$

$x-3-2y+4+4z-20=0$

$x-2y+4z-19=0$

$A=1, B=-2, C=4, D=-19$

$d=\frac{|Ax_1+By_1+Cz_1+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\frac{\overset{1+0+8-19}{|1\cdot 1+(-2)\cdot 0+4\cdot 2-19|}}{\sqrt{1+4+16}}=\frac{10}{\sqrt{21}}$

점 $(x_1, y_1, z_1)=(1,0,2)$

$\boxed{\therefore d=\frac{10}{\sqrt{21}}}$