

4장 연습문제 정답

[Section 4.1]

1.

- (a) 참
- (b) 참
- (c) 참
- (d) 참

2.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3.

(a) $R_4 \leftarrow 3R_1 + R_4$ (b) $R_3 \leftarrow 5R_3$ (c) $R_1 \leftrightarrow R_2$ (d) $R_1 \leftarrow -2R_3 + R_1$

4.

(a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

5.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

6.

- (a) 행 동치가 아니다.
- (b) 행 동치가 아니다.

7.

(a) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -\frac{5}{2} & 4 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 8 & -3 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -\frac{7}{3} \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 1 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

8.

(a) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$

(c) 역행렬이 존재하지 않는다.

(d) $\begin{bmatrix} -\frac{9}{2} & 7 & -\frac{3}{2} \\ -2 & 4 & -1 \\ \frac{3}{2} & -2 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

9.

(a) $x_1 = 7, x_2 = -9$

(b) $x_1 = -5, x_2 = \frac{26}{3}$

10.

(a) 역행렬이 존재한다. 역행렬은 $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -9 & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ 이다.

(b) 역행렬이 존재한다. 역행렬은 $-\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ 이다.

(c) 역행렬이 존재한다. 역행렬은 $\begin{bmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 10 & 4 & 1 \\ 7 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ 이다.

(d) 역행렬이 존재하지 않는다.

[Section 4.2]

11.

(a) 참

(b) 참

(c) 거짓 / A 가 가역인 경우에는 자명해가 유일한 해다.

(d) 참

12.

(a) $x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 0$

(b) $x_1 = -23, x_2 = 14, x_3 = -6$

13.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

(e) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

(f) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

14.

③

15.

(a) $x_1 = 0, x_2 = 0$

(b) $x_1 = -2t, x_2 = t$

(c) $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0$

(d) $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0$

16.

비자명해를 가지지 않는다.

17.

연립선형방정식이 비자명해를 가지기 위해서는 계수행렬 $\begin{bmatrix} a-\lambda & b \\ c & d-\lambda \end{bmatrix}$ 이 비가역행렬이어야 한다. 즉, $(a-\lambda)(d-\lambda)-bc=0$ 이어야 한다. 이 수식을 정리하면 $\lambda^2-(a+d)\lambda-bc=0$ 이다.

[Section 4.3]

18.

(a) 거짓 / 주대각 성분이 1일 필요는 없다.

(b) 참

(c) 참

(d) 참

(e) 참

19.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 2 & 6 & 2 \\ -3 & -8 & 0 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 4 & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 6 & 2 & 2 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \\ -3 & -1.75 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -4 & 8 \\ 0 & 0 & 12 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ -6 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & -5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

20.

(a) $x_1 = 7, x_2 = 5, x_3 = 3$

(b) $x_1 = -58, x_2 = 21, x_3 = 18$

[Section 4.4]

21.

(a) 참

(b) 거짓 / D 의 슈어 보수행렬은 $A - BD^{-1}C$ 이다.

(c) 참

22.

$$\begin{bmatrix} -11 & -6 \\ 43 & 17 \end{bmatrix}$$

23.

$$(a) \begin{bmatrix} 0.4 & -1 & 0 & 0 \\ -0.2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1.5 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} 3 & -5 & 31 & -13 \\ -1 & 2 & -12 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -11 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 0 & -1 & 10 & -6 \\ 1 & -3 & 33 & -20 \\ 2 & 7.5 & -82.5 & 50 \\ 0.5 & -2 & 22.5 & -13.5 \end{bmatrix}$$