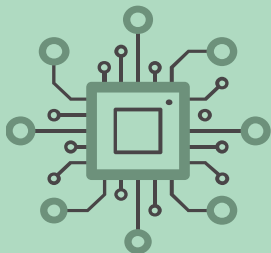


DISCRETE MATHEMATICS

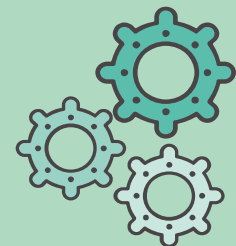
4차 산업혁명
시대의

이산수학

Welcome to the Discrete Math. World



p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F



01

CHAPTER

이산수학의 개요

Discrete Mathematics



단원의
주요 목표

이산수학의 개념을 비롯한 이산수학과 관련된 전반적인 논제들을 고찰한다.

- 이산수학의 개념과 이산수학을 학습하는 필요성을 살펴본다.
- 이산적 개념과 연속적 개념의 특징들을 익힌다.
- 수학적 모델링을 통해 실세계 문제들을 해결하는 방법을 예를 들어 적용한다.
- 문제 해결을 위한 효과적인 모델링 방법들을 알아본다.
- 전이 다이어그램을 통한 모델링의 예와 이산수학의 응용 분야들을 살펴본다.
- 4차 산업혁명 시대와 이산수학의 관계를 살펴보고 이해한다.

01

CHAPTER

이산수학의 개요

Discrete Mathematics

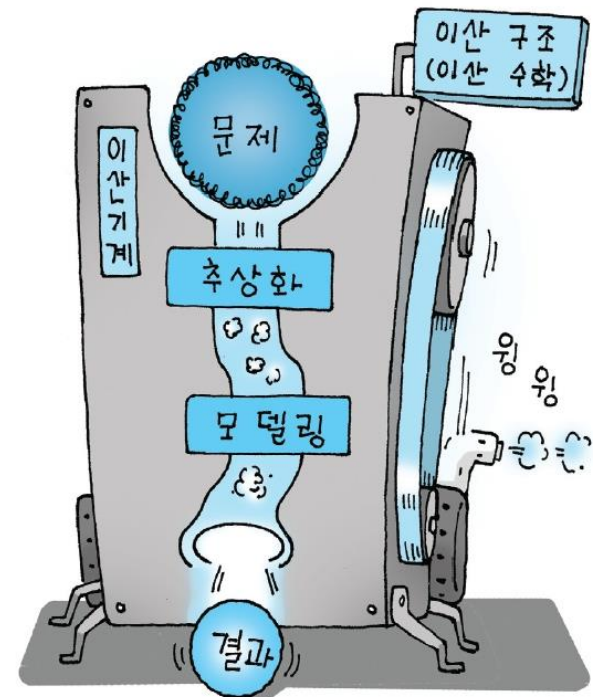


CONTENTS

- 1.1 이산수학이란 무엇인가?
- 1.2 이산적 개념과 연속적 개념
- 1.3 수학적 모델링
- 1.4 문제 해결을 위한 모델링
- 1.5 이산수학의 응용 분야
- 1.6 4차 산업혁명 시대와 이산수학
 - 요약 및 생활 속의 응용
 - 연습문제

이산수학의 역할

- 과학 기술과 공학적 응용의 핵심은 수학임
- **이산수학(Discrete Mathematics)**을 통하여 해결하고자 하는 복잡한 문제들을 추상화(abstraction)함
- 논리적으로 엄밀하게 판단하고, 정확한 방법으로 모델링(modeling)함
- 이산수학 또는 이산구조라 함
- 4차 산업혁명 시대의 다양한 응용을 가능하게 하는 역할



1.1 이산수학이란 무엇인가?



정의 1-1

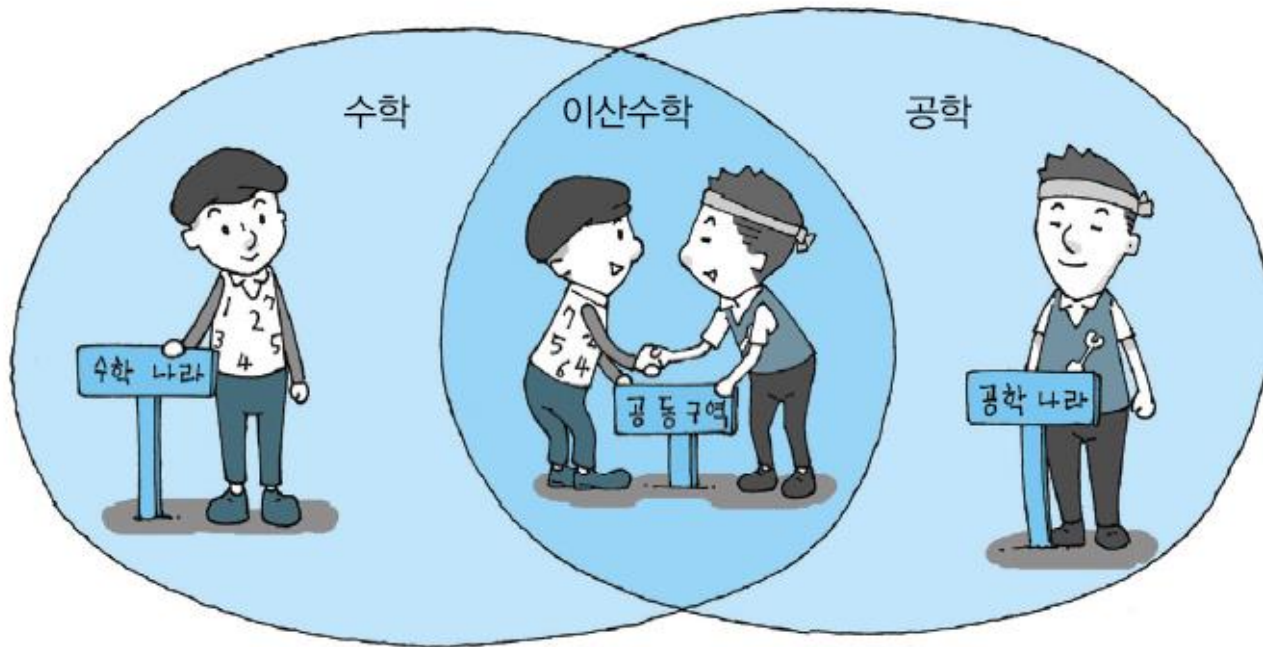
이산수학(Discrete Mathematics, 離散數學)은 연속의 개념을 사용하지 않고 이산적인 수학 구조에 대해 연구하는 학문인데, 주로 집합, 정수, 관계, 그래프, 형식 언어와 같은 개념을 다룬다. 즉, 이산적인 대상물들을 분석하여 응용의 기반으로 삼는 학문이다.

- 수학의 영역에는 미적분학, 대수학, 기하학, 위상수학, 복소수론, 해석학 등이 있음
- 공학 분야에는 이산수학, 선형대수, 미적분학, 공업수학 등이 기초와 응용에 있어서 매우 중요한 역할을 담당함
- 전체 수학 중에서 자료의 성질과 그것을 다루는 방법에 따라 이산수학과 연속수학으로 나눔

1.1 이산수학이란 무엇인가?



이산수학의 영역과 개념도



〈그림 1.1〉 이산수학의 개념도

1.1 이산수학이란 무엇인가?



수학에서의 연속과 이산적 개념

연속적 개념	이산적 개념		이산적 응용
미적분학	논리	명제	다양한 공학적 응용
위상수학	집합	증명법	
복소수론	관계	함수	
추상대수학	그래프	트리	
해석학	순열	이산적 확률	
...	재귀법	행렬/행렬식	
	부울 대수	논리 회로	
	오토마타	형식 언어...	

〈그림 1.2〉 이산수학의 공학적 응용

1.1 이산수학이란 무엇인가?



이산수학 학습의 필요성

- ① 수학적 논리와 이산수학의 기초를 익혀 창의적인 사고의 폭을 넓힘
- ② 여러 가지 공학 분야 학습에 필요한 이산수학적인 사고와 내용을 배움
- ③ 자료구조, 알고리즘, 오토마타, 형식 언어, 컴파일러 그리고 운영체제 등을 포함하는 많은 전산 분야의 수학적 바탕을 확립함
- ④ 수학적 구조를 이해함으로써 다양한 응용 분야로의 바탕을 확립함
- ⑤ 복잡한 현상들을 간략하고 정확하게 추상화 시킴으로써 정교한 학문적 탐구가 가능함
- ⑥ 추상적 모델의 개념적 이해를 도울 수 있음

1.1 이산수학이란 무엇인가?



이산수학에 대한 학습이 매우 중요한 이유

- 컴퓨터가 이산적 개념을 적용하는 디지털 컴퓨터이고, 이들의 사용이 계속적으로 증가함
- 컴퓨터공학, 정보통신학, 소프트웨어 등의 소위 정보기술(Information Technology: IT) 분야에서 시스템을 설계하거나 컴퓨터를 이용해서 문제를 해결함
- 이산수학과 관련된 지식은 전자공학, 기계공학 등 여러 공학 분야에도 상당히 중요한 학문적 기반임



여기서 잠깐!!

이산수학을 경우에 따라 이산구조, 이산구조론 또는 전산수학이라고 말하기도 하는데 교과목의 내용이나 기본 개념은 거의 동일하다.

1.2 이산적 개념과 연속적 개념

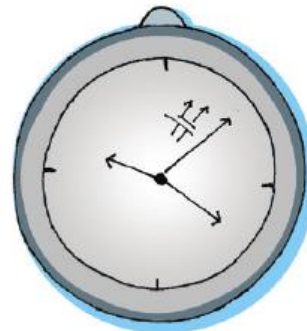


아날로그와 디지털의 개념

- 아날로그 시계는 끊김이 없는 연속적인 시각을 나타냄
- 디지털 시계는 일정한 속도로 생성되는 펄스에 따라 시간과 분을 숫자로 변환함



디지털 시계
(이산적)



아날로그 시계
(연속적)

〈그림 1.3〉 디지털 시계와 아날로그 시계

1.2 이산적 개념과 연속적 개념



이산수학과 연속수학

- 이산적이란 '연결되지 않고 떨어져 있는' 원소들로 구성됨
- 연속적이란 '끊김이 없이 연결된' 것임
- 이산수학과 연속수학은 서로 상반된 의미의 수학 분야임

〈표 1.1〉 이산수학과 연속수학

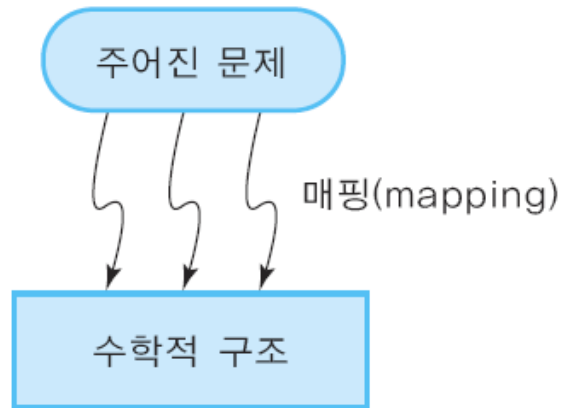
	이산수학	연속수학
영역	정수 영역	실수 영역
연속성	분리된 원소들	연속적인 원소들
집합	유한 집합	유한 집합 + 무한 집합
컴퓨터	디지털 컴퓨터	아날로그 컴퓨터

1.3 수학적 모델링



수학적 모델링

- 주어진 문제들을 해결하기 위하여 수학적 구조에 매핑(mapping)시켜 보다 체계적으로 문제를 해결하는 방법론임



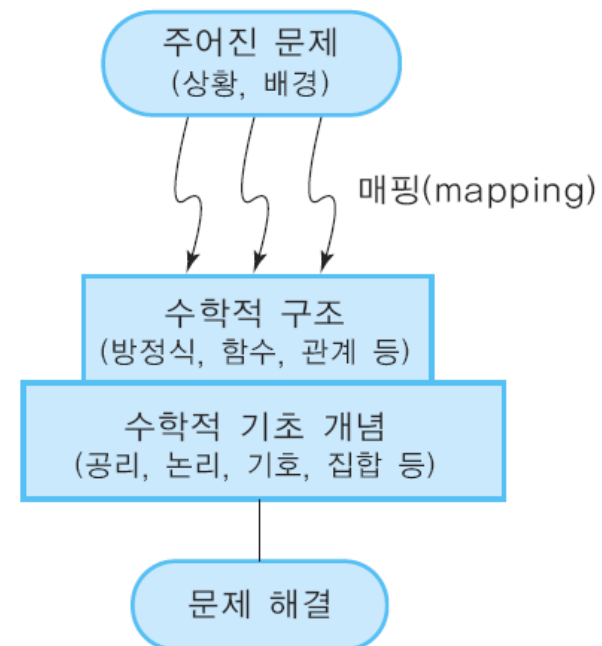
〈그림 1.4〉 수학적 모델링

1.3 수학적 모델링



수학적 모델링의 구체적인 다이어그램에서의 3가지 요소들

- 주어진 문제의 상황과 배경
- 주어진 문제와 수학적 구조와의 매핑
- 수학적 기초 개념을 이용한 문제 해결



〈그림 1.5〉 수학적 모델링의 구체적인 다이어그램

1.3 수학적 모델링



수학적 모델링의 문제해결의 예

이와 같이 수학적 모델링을 실제 문제 해결에 이용할 수 있는 예를 살펴보자.

윤아가 친구들과 어울려 학교 앞 주점에서 회식을 하려고 한다. 친구들은 총 7 명이고, 예산은 5만 원이다. 파전은 한 개당 5,000원이고, 동동주는 한 개당 4,000원이며, 막걸리는 한 통당 2,500원이다. 안주값과 술값의 비율을 1:1로 하고 술은 1인당 1개로 하고자 한다면, 윤아네 친구들은 예산에 맞게 어떻게 주문해야 할까?

이것을 식으로 나타내면

$$5,000 \times x_1 + 4,000 \times x_2 + 2,500 \times x_3 = 50,000$$

$$5,000 \times x_1 = 25,000$$

$$x_2 + x_3 = 7$$

이 3개의 선형방정식을 풀어 파전 5개, 동동주 5개, 막걸리 2통을 주문하면 됨

1.3 수학적 모델링



앞의 문제 예와 수학적 모델링과 연계한 3가지 요소

- 주어진 문제는 예산에 맞게 주문할 안주와 술의 개수를 구하는 것임
- 문제를 수학적 구조를 이용하여 방정식으로 설정함
- 방정식을 풀어서 문제를 해결한다. 그 결과 파전 5개, 동동주 5개, 막걸리 2통이라는 값을 구할 수 있음

1.4 문제 해결을 위한 모델링



문제를 해결하는 효과적인 모델링

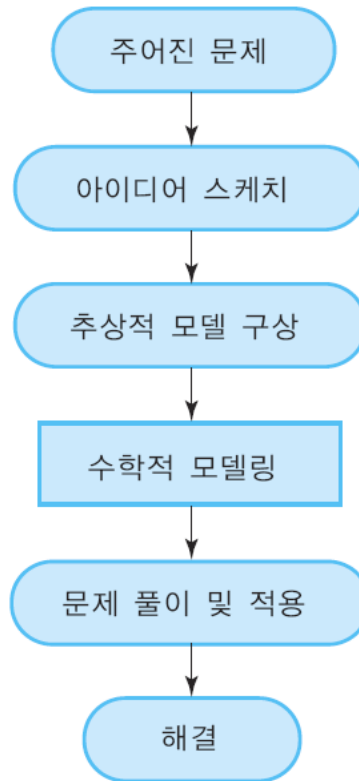
- 주어진 문제의 전제 조건들과 상황에 대하여 아이디어를 스케치함
- 추상적 모델을 구상하게 되고, 그 과정이 끝나면 수학적 모델링 수행함
- 결과를 주어진 문제에 적용함

따라서 효과적인 모델링을 통해 정확하고 효율적인 문제 해결이 가능함

1.4 문제 해결을 위한 모델링



효과적인 문제 해결 방법



〈그림 1.6〉 효과적인 문제 해결 방법

1.4 문제 해결을 위한 모델링

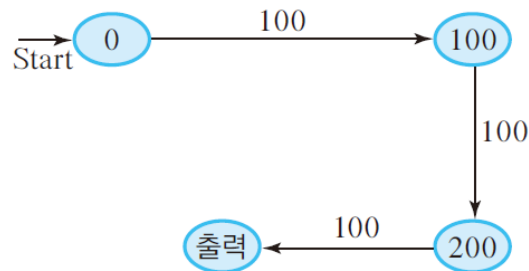


예제 1-2

간단한 자판기의 작동

우리가 일상생활에서 흔히 만날 수 있는 음료수 자판기는 100원짜리 동전만 넣을 수 있으며, 투입한 돈이 300원 또는 그 이상일 때 자판기는 커피나 음료수를 내주고, 거스름돈을 돌려주지 않는 비교적 단순한 모델이라고 가정하자.

풀이 이 다이어그램에서는 <그림 1.7>과 같이 투입되는 액수에 따라 상태가 변하게 된다. 먼저 시작 상태에서는 액수가 0원이며, 100원이 투입되면 100원 상태로 간다. 100원 상태에서 또 100원이 투입되면 200원 상태로 이동하고, 200원 상태에서 또다시 100원이 투입되면 300원 상태로 이동하여 음료수를 출력하게 된다.



<그림 1.7> 간단한 자판기의 작동 다이어그램

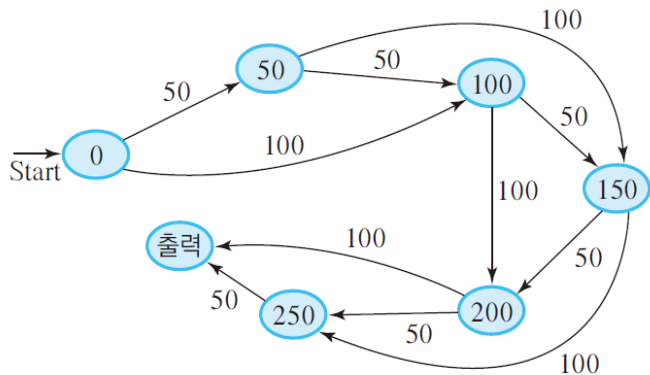
1.4 문제 해결을 위한 모델링



예제 1-3

자판기의 작동

앞의 자판기에서 100원짜리 동전 외에 50원짜리 동전까지 사용할 수 있게 확대해보자. 이 때에도 자판기는 커피나 음료수를 내주고, 거스름돈을 돌려주지 않는 비교적 단순한 모델이라고 가정하자.



〈그림 1.8〉 자판기의 작동 다이어그램

풀이 이 다이어그램에서는 〈그림 1.8〉과 같이 투입되는 액수에 따라 상태가 변하게 된다. 먼저 시작 상태에서는 액수가 0원이며, 50원이 투입되면 50원 상태로 가고, 100원이 투입되면 100원 상태로 간다. 100원 상태에서 50원이 투입되면 150원 상태로 이동하고, 이와 같은 과정을 계속하여 300원이나 그 이상의 액수 상태가 되면 음료수를 출력하게 된다.

이러한 방법으로 500원짜리 동전과 1000원짜리 지폐까지 사용할 수 있는 자판기를 이 다이어그램을 확대하여 구성할 수 있다. 일반적으로 사용되는 상업용 자판기는 음료수를 내주고 거스름돈도 돌려주는 모델이므로 이 모델을 좀 더 확장하면 된다. 실제 상업용 자판기는 이러한 다이어그램을 전자회로로 구현하여 이루어지는데 기본적인 원리는 위의 모델과 유사하다.

1.4 문제 해결을 위한 모델링



예제 1-4

전이 다이어그램을 이용한 문제 해결

어느 가족이 강을 건너려고 한다. 배에는 한꺼번에 100Kg 이상을 태울 수가 없으며, 가족 누구나 배를 이용하여 강을 건널 수 있다고 한다. 아빠(F)의 몸무게는 70Kg, 엄마(M)는 50Kg, 아들(S)은 40Kg이라 할 때 이들 모두는 몇 단계를 거쳐 강을 건널 수 있을까요? 전이 다이어그램을 그려 활용하시오,

풀이 다음과 같이 5단계를 통해 모두 강을 건널 수 있다.

1. 먼저 엄마와 아들이 함께 배를 타고 건넌다.
2. 엄마와 아들 중 한 사람(엄마)이 도로 강을 건넌다.
3. 아빠가 혼자서 강을 건넌다.
4. 아들이 강을 건넌다.
5. 엄마와 아들이 함께 강을 건넌다.

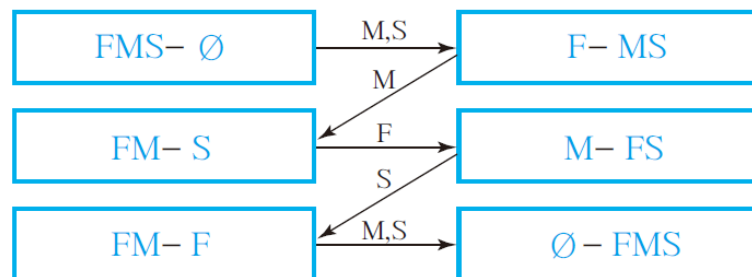
1.4 문제 해결을 위한 모델링



이것을 상태의 이동을 나타내는 **전이 다이어그램(transition diagram)**으로 나타내면 <그림 1.9>와 같다.

여기서 시작 상태인 $FMS-\emptyset$ 은 강의 왼쪽에 FMS (아빠, 엄마, 아들)이 있고, 강의 오른쪽에는 아무도 없는 경우를 나타낸다. 그림의 중간에 화살표 위의 M, S 는 엄마(M)와 아들(S)이 배를 타고 건너가는 것을 나타내고, 그 결과 강의 오른쪽에는 $F-MS$ 가 된다. 즉 강의 왼쪽에는 아빠(F)가 있고, 강의 오른쪽에는 엄마(M)와 아들(S)이 있는 상태를 나타낸다.

그 다음 화살표 M 으로는 엄마가 혼자 강의 왼쪽으로 건너가서 $FM-S$ 가 된다. 그 후 $M-FS$, $MS-F$ 를 거쳐 최종 상태인 $FMS-\emptyset$ 에 도달하게 된다.



<그림 1.9> 전이 다이어그램을 이용한 문제 해결

1.5 이산수학의 응용 분야



이산수학을 이용하여 해결할 수 있는 문제의 종류

- 그래프를 통한 통신 네트워크의 분석
- 행렬과 행렬식을 통한 일차 방정식의 수립과 해법
- 논리적인 사고를 통한 상황의 논리적 분석
- 부울 대수와 스위치 이론을 통한 하드웨어의 이해
- 오토마타를 통한 이론적 기계 작동의 기본 원리를 이해
- 문법과 언어에 대한 이해
- 트리 개념을 적용한 실세계 문제 풀이
- 이산적인 확률을 통한 통계적 분석
- 교통망에서 두 도시를 연결하는 최단 거리
- 다양한 증명 방법을 통한 엄밀한 증명
- 알고리즘의 이해와 분석

1.6 4차 산업혁명 시대와 이산수학



4차 산업혁명 시대의 도래

- 18세기 영국에서 일어난 산업혁명은 발전을 거듭하여 4개의 산업혁명으로 분류된다.
- 최근 들어 컴퓨터와 인터넷으로 대표되는 3차 산업혁명에서 한 단계 더 진화한 4차 산업혁명의 불길이 타오르고 있다.
- '4차 산업혁명(The Fourth Industrial Revolution)'이란 2016년 세계경제포럼에서 처음으로 언급되었다.

〈표 1.2〉 산업혁명의 분류

분류	핵심 사항
1차 산업혁명	증기기관을 이용한 '기계적 혁명'
2차 산업혁명	전기의 힘을 이용한 '대량생산의 시작'
3차 산업혁명	컴퓨터를 통한 생산과 유통시스템의 '자동화'
4차 산업혁명	소프트웨어를 통한 기계와 제품의 '지능화'

1.6 4차 산업혁명 시대와 이산수학



4차 산업혁명의 주요 분야

- ① 인공지능
- ② 신경망
- ③ 사물인터넷
- ④ 빅 데이터
- ⑤ 무인자동차
- ⑥ 드론
- ⑦ 3D 프린터
- ⑧ 로보틱스
- ⑨ 바이오 컴퓨터, 광 컴퓨터 등의 컴퓨팅 기술

1.6 4차 산업혁명 시대와 이산수학



이산수학의 4차 산업혁명 기술에서의 역할

- IBM의 인공지능 슈퍼컴퓨터인 왓슨(Watson)이 주어진 질문에 대해 문장을 분석하고 논리적 판단에 따라 정보를 검색한 후 적절한 답변을 하게 되는 기술은 이산수학의 다음과 같은 단원의 내용과 연관되어 있다.



- ① 논리적 분석과 적절한 정보의 검색 - 명제와 논리
- ② 정보의 판단 - 그래프, 트리, 집합론
- ③ 정보의 연관성 - 관계, 함수, 형식언어, 문법
- ④ 복잡한 연산 - 행렬과 행렬식
- ⑤ 복잡한 문제의 시스템화 - 오토마타
- ⑥ 문제 해결 - 알고리즘을 이용한 문제 해결

〈그림 1.10〉 IBM의 인공지능 컴퓨터 왓슨

요약 및 생활 속의 응용



- 이산수학은 이산적인 수학 구조에 대해 연구하는 학문인데, 주로 집합, 정수, 관계, 그래프, 형식 언어와 같은 개념을 다룬다. 즉, 이산적인 대상물들을 분석하여 응용의 기반으로 삼는 학문이다.
- 우리가 이산수학을 학습하는 주요 이유는 수학적 논리와 이산수학의 기초를 익혀 창의적인 사고의 폭을 넓히고 전산 분야의 수학적 바탕을 확립하기 위해서이다. 또한 수학적 구조의 이해, 복잡한 현상들의 추상화, 추상적 모델의 개념적 이해 등을 들 수 있다.
- 이산적이란 말은 ‘연결되지 않고 떨어져 있는’ 원소들로 구성된 것이라는 의미인데, 예를 들면 디지털 시계는 이산적이고, 아날로그 시계는 연속적이다.
- 수학적 모델링은 다음과 같은 3개의 요소로 이루어진다.
 - (1) 주어진 문제의 상황과 배경
 - (2) 주어진 문제와 수학적 구조와의 매핑
 - (3) 수학적 기초 개념을 이용한 문제 해결

요약 및 생활 속의 응용



- 주어진 문제를 해결하는 효과적인 모델링은 문제의 전제 조건들과 상황에 대하여 먼저 아이디어를 스케치하고, 그것에 대해 추상적 모델을 구상하고, 그 과정이 끝나면 수학적 모델링을 하는 것이다. 그 후 그것을 바탕으로 식을 풀 결과를 주어진 문제에 적용한다.
- 이산수학의 생활 속의 응용 분야는 너무나 많고 매우 다양한데, 그중에서 몇 가지를 들면 다음과 같다.
 - 네트워크의 분석
 - 논리적 분석
 - 기계 작동의 원리 이해
 - 엄밀한 증명
 - 통계적 분석
 - 선형방정식의 수립과 해법
 - 문법과 언어에 대한 이해
 - 하드웨어의 이해
 - 알고리즘의 이해와 분석
 - 두 도시를 연결하는 최단 거리
- 이산수학은 4차 산업혁명 기술 중 인공지능, 빅 데이터, 무인자동차, 드론, 사물인터넷, 3D 프린터 등의 응용에 바탕이 된다.

이산수학의 개요

Discrete Mathematics

Part 1. 진위 문제

다음 문장의 진위를 판단하고, 틀린 경우에는 그 이유를 적으시오.

1. 미적분학은 이산수학의 영역에 가깝다.
2. 트리 개념을 적용한 문제 풀이는 이산수학의 영역에 속한다.
3. 이산적이란 말은 '연결되지 않고 떨어져 있는' 원소들로 구성된 것이라는 의미를 가지고 있다. 따라서 디지털 시계는 연속적이고, 아날로그 시계는 이산적이다.
4. 현대의 디지털 컴퓨터와 아날로그 컴퓨터는 모두 이산수학의 영역에 속한다.
5. 이산수학을 학습하는 필요성으로는 추상적 모델의 개념적 이해를 도울 수 있다는 점이다.
6. 이산수학은 다양한 공학적 응용에 체계적이고 기본적인 지식을 제공할 수 있다.
7. 이산수학을 통한 수학적 모델링을 통하여 공학적 응용이 가능하다.
8. 방정식을 세워서 주어진 문제를 해결하는 것은 수학적 모델링의 한 예이다.
9. 음료수 자판기는 문제 해결을 위한 모델링 중 다이어그램을 이용한 효율적인 문제 해결 방법이다.
10. 문제의 기본 개념과 원리를 파악하여 아이디어를 스케치하는 것은 문제 해결을 위한 좋은 모델링 방법이다.
11. 가족이 강을 건너는 예에서 방법은 단 한 가지밖에 없다.
12. 다이어그램을 이용한 문제 해결 방법은 추후 프로그램으로 대부분 해결될 수 없다.
13. 수학적 모델링 단계에서는 문제 해결의 핵심적인 실마리를 찾아내게 되는데, 주어진 문제를 해결할 수 있는 방법론을 구상하게 되며 개략적인 아이디어를 스케치한다.
14. 컴퓨터의 개발과 발전은 디지털 혁명에 속한다.
15. 4차 산업 혁명은 이산수학과는 관계나 연관성이 별로 많지 않다.
16. 1차 산업혁명에는 증기기관을 이용한 기계적 혁명을 나타내고, 3차 산업혁명은 컴퓨터를 통한 혁명을 말한다.

이산수학의 개요

Discrete Mathematics

17. 4차 산업혁명은 2000년 경에 세계경제포럼에서 처음으로 언급되었는데, 컴퓨터와 인터넷 기반의 지식 정보혁명인 3차 산업혁명에 바탕을 둔다.

Part 2. 선택 문제

- 다음 중 이산수학의 영역이라 볼 수 없는 것은?

(1) 그래프 이론	(2) 미적분학
(3) 트리의 응용	(4) 집합
- 다음 중 연속 개념에 가까운 것은?

(1) 추상대수	(2) 순열
(3) 행렬	(4) 관계
- 다음 중 이산수학을 학습하는 이유로 볼 수 없는 것은?

(1) 복잡한 개념의 추상화	(2) 이산수학적 구조의 이해를 통한 응용
(3) 전반적인 수학에 대한 이해	(4) 추상적 모델의 개념적 이해
- 이산수학 영역의 특징이 아닌 것은?

(1) 정수 영역 위주	(2) 유한 집합
(3) 디지털 개념	(4) 아날로그 개념
- 다음 중 수학적 구조에 속하는 것은?

(1) 기호	(2) 방정식
(3) 논리	(4) 공리
- 다음 중 이산수학의 응용 분야에 속하지 않는 것은?

(1) 부울 대수와 논리 회로
(2) 문법과 언어에 대한 이해
(3) 추상적 수학의 개념 이해
(4) 트리 개념을 적용한 실세계 문제 풀이

이산수학의 개요

Discrete Mathematics

7. 문제 해결 모델링 단계에 들어있지 않은 것은?
- | | |
|---------------|--------------|
| (1) 수학적 모델링 | (2) 아이디어 스케치 |
| (3) 추상적 모델 구상 | (4) 증명의 검증 |
8. 주어진 문제를 해결할 수 있는 핵심적인 실마리를 찾아내는 단계에 해당하는 것은?
- | | |
|----------------|---------------|
| (1) 아이디어 스케치 | (2) 수학적 모델링 |
| (3) 문제 풀이 및 적용 | (4) 추상적 모델 구상 |
9. 다음 중 4차 산업혁명의 영역에 속하지 않는 것은?
- | | |
|-----------|-------------|
| (1) 인공지능 | (2) 행렬과 행렬식 |
| (3) 사물인터넷 | (4) 무인자동차 |
10. 인공지능 컴퓨터인 왓슨과 이산수학과의 관계에 속하지 않는 것은?
- | | |
|-------------------|------------------|
| (1) 미적분 문제의 빠른 계산 | (2) 정보의 연관성 |
| (3) 논리적 판단 | (4) 복잡한 문제의 시스템화 |

Part 3. 주관식 문제

- 이산적인 개념을 설명하시오.
- 이산수학에서 주로 다루는 주제를 5가지 이상 적으시오.
- 문제 해결을 위한 모델링에서 중요한 4단계를 답하시오.
- 이산수학과 정보기술 분야와의 관계를 적으시오.
- 우리가 이산수학을 학습하는 이유를 3가지 이상 적으시오.
- 소프트웨어 작성과 관련된 프로그래밍의 경우에서 블록 다이어그램으로 표현할 수 있는 4가지 제어 구조를 밝히시오.

이산수학의 개요

Discrete Mathematics

7. 자판기의 작동 다이어그램에서 500원짜리 동전과 1,000원짜리 지폐도 사용할 수 있게 하려면 어떤 다이어그램을 추가해야 할까요?
8. 문제 해결을 위해 다이어그램을 이용할 경우에 얻을 수 있는 장점들을 설명하십시오.
9. 이산수학의 생활 속의 다양한 응용 분야들을 적으시오.
10. 4차 산업혁명의 주요 영역을 7가지 정도 적으시오.