

# Fundamentos de Algoritmos y Computabilidad

- \* Gramáticas independientes del contexto
- \* Gramáticas limpias

# Lenguajes independientes del contexto

---

Tipo	Lenguajes	Tipo de máquina	Normas para la gramática
0	Recursivamente enumerables	Máquina de Turing	No restringida
1	Sensibles al contexto	Autómata lineal acotado	$\alpha \rightarrow \beta,  \alpha  \leq  \beta $
2	Independientes del contexto	Autómata de pila	$A \rightarrow \gamma$
3	Regulares	Autómata finito	$A \rightarrow aB$ $A \rightarrow a$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Tipo	Lenguajes	Tipo de máquina	Normas para la gramática
0	Recursivamente enumerables	Máquina de Turing	No restringida
1	Sensibles al contexto	Autómata lineal acotado	$\alpha \rightarrow \beta,  \alpha  \leq  \beta $
2	Independientes del contexto	Autómata de pila	$A \rightarrow \gamma$
3	Regulares	Autómata finito	$A \rightarrow aB$ $A \rightarrow a$

**Gramática  
Independiente del  
contexto. GIC**



# Lenguajes independientes del contexto

---

Una **gramática independiente del contexto** se define como un conjunto de 4 elementos,  $G=(\Sigma,N,S,P)$  donde:

- $\Sigma$  es el alfabeto
- $N$  son los símbolos no terminales
- $S$  es el símbolo inicial
- $P$  es la colección de reglas de la forma  $A \rightarrow w$  donde  $A \in N$  y  $w \in (N \cup \Sigma)^*$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Las siguientes gramáticas son independientes del contexto:

$$S \rightarrow aB | bA$$

$$A \rightarrow a | aS | bAA$$

$$B \rightarrow b | bS | aBB$$

Puede tener varios no  
terminales a la derecha

$$S \rightarrow aBa | bAb$$

$$A \rightarrow aA | a$$

$$B \rightarrow bB | b$$

En el lado derecho, los no  
terminales pueden estar en  
cualquier posición

# Lenguajes independientes del contexto

---

La siguiente gramática no es independiente del contexto:

$$S \rightarrow aB | bA$$

$$aA \rightarrow aA | ab$$

$$bBb \rightarrow bbb | baS$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

La siguiente gramática no es independiente del contexto:

$$S \rightarrow aB | bA$$

$$aA \rightarrow aA | ab$$

$$bBb \rightarrow bbb | baS$$

Gramática **dependiente**  
del contexto



# Lenguajes independientes del contexto

---

Indique si las siguientes gramáticas regulares son independientes del contexto:

$$S \rightarrow aS \mid bA$$

$$A \rightarrow aB \mid bB \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow aB \mid bB$$

$$S \rightarrow aA \mid bB \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow bS$$

$$B \rightarrow aS$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Note que cualquiera de las gramáticas regulares también es GIC

$$S \rightarrow aS \mid bA$$

$$A \rightarrow aB \mid bB \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow aB \mid bB$$

$$S \rightarrow aA \mid bB \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow bS$$

$$B \rightarrow aS$$

GIC's que también  
cumplen las condiciones  
de las gramáticas  
regulares

# Lenguajes independientes del contexto

---

Hay GIC's que no son regulares:

$$S \rightarrow aAb | bBa$$
$$A \rightarrow aAb | \varepsilon$$
$$B \rightarrow bBa | \varepsilon$$

GIC's que no cumplen  
las condiciones de las  
gramáticas regulares

$$S \rightarrow aBa | bAb$$
$$A \rightarrow aA | a$$
$$B \rightarrow bB | b$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

- Todo lenguaje regular es un lenguaje independiente del contexto (viceversa no)

# Lenguajes independientes del contexto

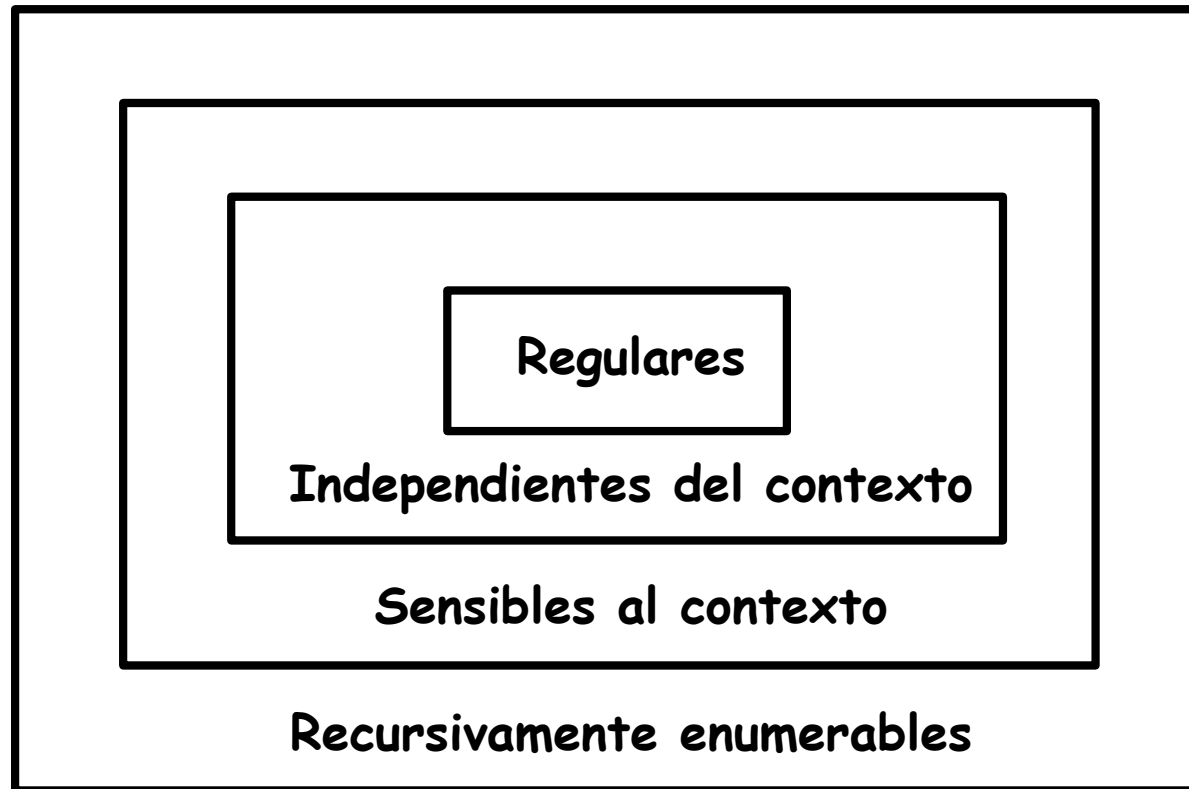
---

- Todo lenguaje regular es un lenguaje independiente del contexto (viceversa no)
  - El lenguaje dado por la expresión  $a^*b^*$  es regular, por lo tanto también es independiente del contexto
  - El lenguaje  $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$  es independiente del contexto pero no es regular

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Jerarquía de Chomsky

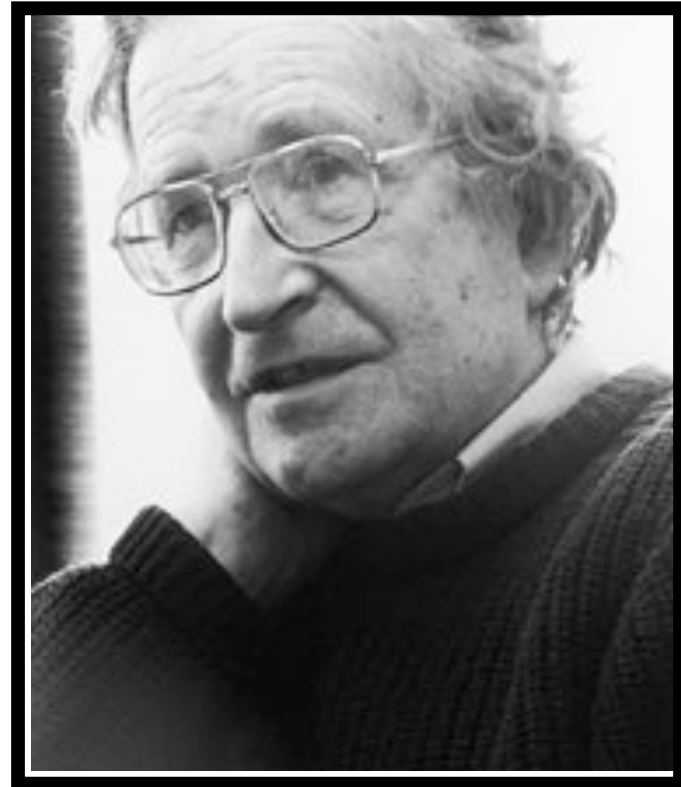


# Lenguajes independientes del contexto

---

## Noam Chomsky

- Creador de la jerarquía de Chomsky. 1956
- Definió la forma normal de Chomsky. 1979



(1928 - )

# Lenguajes independientes del contexto

---

Considere la siguiente GIC:

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $N = \{S\}$
- $S$  es el estado inicial
- $P$ :

$S \rightarrow aSb \mid ab$



# Lenguajes independientes del contexto

---

Considere la siguiente GIC:

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $N = \{S\}$
- $S$  es el estado inicial
- $P$ :

$$S \rightarrow aSb \mid ab$$

La gramática genera el lenguaje  $\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Considere la siguiente GIC:

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $N = \{S\}$
- $S$  es el estado inicial
- $P$ :

$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aSb \mid bSa \mid aa \mid bb \mid ab \mid ba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Considere la siguiente GIC:

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $N = \{S\}$
- $S$  es el estado inicial
- $P$ :

$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aSb \mid bSa \mid aa \mid bb \mid ab \mid ba$

La gramática genera el lenguaje todas las cadenas que tienen un número par de símbolos

# Lenguajes independientes del contexto

---

Considere la siguiente GIC:

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $N = \{S\}$
- $S$  es el estado inicial
- $P$ :

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid \varepsilon$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Considere la siguiente GIC:

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $N = \{S\}$
- $S$  es el estado inicial
- $P$ :

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid \varepsilon$$

La gramática genera el lenguaje de todas las cadenas sobre  $\Sigma = \{a, b\}$  que son palíndromas

# Lenguajes independientes del contexto

---

Considere la siguiente GIC:

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $N = \{S\}$
- $S$  es el estado inicial
- $P$ :

$$S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \varepsilon$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Considere la siguiente GIC:

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $N = \{S\}$
- $S$  es el estado inicial
- $P$ :

$$S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \varepsilon$$

La gramática genera el lenguaje de todas las cadenas sobre  $\Sigma = \{a, b\}$  que tienen un número igual de a's y b's

## Lenguajes independientes del contexto

---

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $L = \{a^n b^n c^m \mid n, m \geq 0\}$



## Lenguajes independientes del contexto

---

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $L = \{a^n b^n c^m \mid n, m \geq 0\}$

$$S \rightarrow AC$$

$$A \rightarrow aAb \mid \varepsilon$$

$$C \rightarrow cC \mid \varepsilon$$

## Lenguajes independientes del contexto

---

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $L = \{a^n b^m \mid n < m, n \geq 0, m \geq 1\}$

## Lenguajes independientes del contexto

---

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $L = \{a^n b^m \mid n < m, n \geq 0, m \geq 1\}$

$S \rightarrow aSb \mid Sb \mid b$

## Lenguajes independientes del contexto

---

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $L = \{a^n b^m a^n \mid n, m \geq 1\}$

## Lenguajes independientes del contexto

---

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $L = \{a^n b^m a^n \mid n, m \geq 1\}$

$$S \rightarrow aAa$$

$$S \rightarrow aSa \mid bB$$

$$A \rightarrow aAa \mid bB$$

$$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$$

## Lenguajes independientes del contexto

---

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $L = \{a^n b^m c^m \mid n, m \geq 0\}$

## Lenguajes independientes del contexto

---

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $L = \{a^n b^m c^m \mid n, m \geq 0\}$

$$S \rightarrow AC$$

$$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$$

$$C \rightarrow bCc \mid \varepsilon$$

## Lenguajes independientes del contexto

---

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $L = \{a^n b^n c^m d^m \mid n, m \geq 1\}$



# Lenguajes independientes del contexto

---

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $L = \{a^n b^n c^m d^m \mid n, m \geq 1\}$

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow aAb \mid ab$

$B \rightarrow cBd \mid cd$

## Lenguajes independientes del contexto

---

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $L = \{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \geq 1\}$

## Lenguajes independientes del contexto

---

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $L = \{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \geq 1\}$

$S \rightarrow aSd \mid aAd$

$A \rightarrow bAc \mid bc$

# Lenguajes independientes del contexto

---

No es posible encontrar GIC's que representen los siguientes lenguajes:

- $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$
- $\{a^n b^m c^n d^m \mid n, m \geq 1\}$
- $\{a^n b^n c^m \mid m \geq n\}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## **Manejo de gramáticas**

- Gramáticas limpias
- Gramáticas bien formadas
- Forma normal de Chomsky
- Forma normal de Greibach

# Lenguajes independientes del contexto

---

Considere la siguiente gramática:

$$S \rightarrow bA \mid B \mid D$$

$$B \rightarrow A \mid a$$

$$A \rightarrow aA \mid bA \mid b$$

$$C \rightarrow abd$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Considere la siguiente gramática:

$$S \rightarrow bA \mid B \mid D$$
$$B \rightarrow A \mid a$$
$$A \rightarrow aA \mid bA \mid b$$
$$C \rightarrow abd$$

$C \rightarrow abd$  es una **producción inútil**  
 $D$  es un **no terminal inútil**

# Lenguajes independientes del contexto

---

Dada una gramática  $G$  se busca depurarla. Se tienen dos estados en los cuales se pueden transformar las gramáticas

**Gramáticas limpias**

**Gramáticas bien formadas**



# Lenguajes independientes del contexto

---

Dada una gramática  $G$  se busca depurarla. Se tienen dos estados en los cuales se pueden transformar las gramáticas

**Gramáticas limpias**



**Gramáticas bien formadas**

No tiene símbolos inútiles,  
es decir, símbolos no  
terminables ni alcanzables

# Lenguajes independientes del contexto

---

Dada una gramática  $G$  se busca depurarla. Se tienen dos estados en los cuales se pueden transformar las gramáticas

**Gramáticas limpias**

**Gramáticas bien formadas** →

No tiene símbolos  
inútiles y además no  
tiene símbolos anulables  
ni de red denominación

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Gramática limpia

Se dice que una gramática está limpia si no tiene símbolos inútiles

Un símbolo  $A$  es **inútil** si no es terminable o no es alcanzable

- Un símbolo  $A$  es **terminable** si existe  $w \in \Sigma^*$  tal que  $A \xrightarrow{*} w$
- Un símbolo  $A$  es **alcanzable** si  $S \xrightarrow{*} uAv$ ,  $u, v \in (N \cup \Sigma)^*$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Gramática limpia

Se dice que una gramática está limpia si no tiene símbolos inútiles

Un símbolo  $A$  es **inútil** si no es terminable o no es alcanzable

- Un símbolo  $A$  es **terminable** si existe  $w \in \Sigma^*$  tal que  $A \xrightarrow{*} w$
- Un símbolo  $A$  es **alcanzable** si  $S \xrightarrow{*} uAv$ ,  $u, v \in (N \cup \Sigma)^*$

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow aA \mid a$

$B \rightarrow bB \mid b \mid bC$

$C \rightarrow cC \mid dC$

$D \rightarrow abc$

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow Aa \mid B$

$A \rightarrow aA \mid a$

$B \rightarrow b \mid bC$

$C \rightarrow eE$

$D \rightarrow dD \mid \varepsilon$

$E \rightarrow cC$

- ¿Cuáles son símbolos terminables?
- ¿Cuáles son símbolos alcanzables?

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow Aa \mid B$

$A \rightarrow aA \mid a$

$B \rightarrow b \mid bC$

$C \rightarrow eE$

$D \rightarrow dD \mid \varepsilon$

$E \rightarrow cC$

- **C y E no son terminables**, es decir, no se pueden generar símbolos terminales

- **D es no alcanzable**, es decir, desde el símbolo inicial S no se puede llegar a D

# Lenguajes independientes del contexto

---

Se tienen dos algoritmos para eliminar símbolos inútiles:

**Algoritmo1:** permite encontrar los símbolos terminables

**Algoritmo2:** permite encontrar los símbolos alcanzables

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo1

**Entrada:**  $G=(\Sigma,N,S,P)$

**Salida:** TERM, conjunto de símbolos terminables, es decir, aquellos que generan símbolos terminales

1. INICIALIZAR

$TERM := \{A \in N : A \rightarrow w \mid w \in \Sigma^*\}$

2. REPETIR

$TERM := TERM \cup \{A \in N \mid (A \rightarrow w) \in P, \text{ donde } w \in (\Sigma \cup TERM)^*\}$

HASTA que no se añadan símbolos a TERM



# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo1

**Entrada:**  $G=(\Sigma,N,S,P)$

**Salida:** TERM, conjunto de símbolos terminables, es decir, aquellos que generan símbolos terminales

1. INICIALIZAR

$TERM := \{A \in N : A \rightarrow w \mid w \in \Sigma^*\}$

2. REPETIR

$TERM := TERM \cup \{A \in N \mid (A \rightarrow w) \in P, \text{ donde } w \in (\Sigma \cup TERM)^*\}$

HASTA que no se añadan símbolos a TERM

$S \rightarrow aB$

$B \rightarrow ab \mid bB \mid aC$

$C \rightarrow abS$

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow aS \mid bB$

$B \rightarrow bS \mid b$

$C \rightarrow aB \mid bD$

$D \rightarrow aD \mid cD$

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow aS \mid bB$

$B \rightarrow bS \mid b$

$C \rightarrow aB \mid bD$

$D \rightarrow aD \mid cD$

$\rightarrow \text{TERM} = \{B, S, C\}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

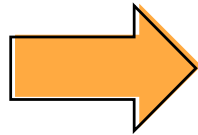
$S \rightarrow aS \mid bB$

$B \rightarrow bS \mid b$

$C \rightarrow aB \mid bD$

$D \rightarrow aD \mid cD$

$\rightarrow \text{TERM} = \{B, S, C\}$



Se elimina D de la gramática

# Lenguajes independientes del contexto

---

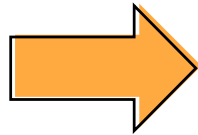
$S \rightarrow aS \mid bB$

$B \rightarrow bS \mid b$

$C \rightarrow aB \mid bD$

$D \rightarrow aD \mid cD$

$\rightarrow \text{TERM} = \{B, S, C\}$



$S \rightarrow aS \mid bB$

$B \rightarrow bS \mid b$

$C \rightarrow aB$

Se elimina D de la gramática

# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos terminables para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow Da \mid Eba \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow bCc$$

$$C \rightarrow C$$

$$D \rightarrow bS$$

$$E \rightarrow bE$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos terminables para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow Da \mid Eba \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow bCc$$

$$C \rightarrow C$$

$$D \rightarrow bS$$

$$E \rightarrow bE$$

$$\rightarrow \text{TERM} = \{S\}$$

$$\rightarrow \text{TERM} = \{S, D\}$$

Por lo tanto  $\{B, C, E\}$  no son terminables y se pueden eliminar porque a partir de estos símbolos no se pueden alcanzar símbolos terminales

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow Da \mid Eba \mid \varepsilon$

$B \rightarrow bCc$

$C \rightarrow C$

$D \rightarrow bS$

$E \rightarrow bE$



La gramática resultante es:

$S \rightarrow Da \mid \varepsilon$

$D \rightarrow bS$

**$\rightarrow \text{TERM} = \{S, D\}$**

$\{B, C, E\}$  no son terminables y se pueden eliminar



# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos terminables para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow ACD \mid bBd \mid ab$$

$$A \rightarrow aB \mid aA \mid C$$

$$B \rightarrow aDS \mid aB$$

$$C \rightarrow aCS \mid CB \mid CC$$

$$D \rightarrow bD \mid ba$$

$$E \rightarrow AB \mid aDb$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos terminables para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow ACD \mid bBd \mid ab$$

$$A \rightarrow aB \mid aA \mid C$$

$$B \rightarrow aDS \mid aB$$

$$C \rightarrow aCS \mid CB \mid CC$$

$$D \rightarrow bD \mid ba$$

$$E \rightarrow AB \mid aDb$$

$$\rightarrow \text{TERM} = \{S, D\}$$

$$\rightarrow \text{TERM} = \{S, D, B, E\}$$

$$\rightarrow \text{TERM} = \{S, D, B, E, A\}$$

$C$  no es terminable, se puede eliminar

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow ACD \mid bBd \mid ab$

$A \rightarrow aB \mid aA \mid C$

$B \rightarrow aDS \mid aB$

$C \rightarrow aCS \mid CB \mid CC$

$D \rightarrow bD \mid ba$

$E \rightarrow AB \mid aDb$



$S \rightarrow bBd \mid ab$

$A \rightarrow aB \mid aA$

$B \rightarrow aDS \mid aB$

$D \rightarrow bD \mid ba$

$E \rightarrow AB \mid aDb$

**$\rightarrow \text{TERM} = \{S, D, B, E, A\}$**

$C$  no es terminable, se puede eliminar

# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos terminables para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow aS \mid aA \mid D$$

$$A \rightarrow aAa \mid aAD \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow aB \mid BC$$

$$C \rightarrow aBb \mid CC \mid \varepsilon$$

$$D \rightarrow aB \mid bA \mid aa \mid A$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos terminables para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow aS \mid aA \mid D$$

$$A \rightarrow aAa \mid aAD \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow aB \mid BC$$

$$C \rightarrow aBb \mid CC \mid \varepsilon$$

$$D \rightarrow aB \mid bA \mid aa \mid A$$

$$\rightarrow \text{TERM} = \{A, C, D\}$$

$$\rightarrow \text{TERM} = \{A, C, D, S\}$$

B no es terminable, se puede eliminar

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow aS \mid aA \mid D$

$A \rightarrow aAa \mid aAD \mid \varepsilon$

$B \rightarrow aB \mid BC$

$C \rightarrow aBb \mid CC \mid \varepsilon$

$D \rightarrow aB \mid bA \mid aa \mid A$



$S \rightarrow aS \mid aA \mid D$

$A \rightarrow aAa \mid aAD \mid \varepsilon$

$C \rightarrow CC \mid \varepsilon$

$D \rightarrow bA \mid aa \mid A$

**$\rightarrow \text{TERM} = \{A, C, D, S\}$**

B no es terminable, se puede eliminar

# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos terminables para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow a \mid aA \mid B \mid C$$

$$A \rightarrow aB \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow Aa$$

$$C \rightarrow bCD$$

$$D \rightarrow ccc$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos terminables para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow a \mid aA \mid B \mid C$$

$$A \rightarrow aB \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow Aa$$

$$C \rightarrow bCD$$

$$D \rightarrow ccc$$

$$\rightarrow \text{TERM} = \{S, A, D\}$$

$$\rightarrow \text{TERM} = \{S, A, D, B\}$$

$C$  no es terminable, se puede eliminar



# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow a \mid aA \mid B \mid C$

$A \rightarrow aB \mid \varepsilon$

$B \rightarrow Aa$

$C \rightarrow bCD$

$D \rightarrow ccc$



$S \rightarrow a \mid aA \mid B$

$A \rightarrow aB \mid \varepsilon$

$B \rightarrow Aa$

$D \rightarrow ccc$

$\rightarrow \text{TERM} = \{S, A, D, B\}$

$C$  no es terminable, se puede eliminar

# Lenguajes independientes del contexto

---

Se tienen dos algoritmos:

**Algoritmo1:** permite encontrar los símbolos terminables

**Algoritmo2:** permite encontrar los símbolos alcanzables

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo2

**Entrada:**  $G=(\Sigma,N,S,P)$

**Salida:**  $ALC$ , conjunto de símbolos alcanzables, es decir, a los que se pueden llegar desde  $S$

1. INICIALIZAR

$ALC := \{S\}$

2. REPETIR

$ALC := ALC \cup \{A \in N \mid (B \rightarrow uAv) \in P, \text{ donde } B \in ALC\}$

HASTA que no se añadan símbolos a  $ALC$

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow aS \mid bB$

$B \rightarrow bS \mid b \mid bC$

$C \rightarrow aB \mid a$

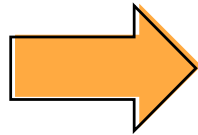
$D \rightarrow aD \mid c$

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow aS \mid bB$

$B \rightarrow bS \mid b \mid bC$



$C \rightarrow aB \mid a$

$D \rightarrow aD \mid c$

$\rightarrow ALC = \{S, B, C\}$

D no es alcanzable, se puede eliminar

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow aS \mid bB$

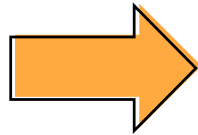
$B \rightarrow bS \mid b \mid bC$

$C \rightarrow aB \mid a$

$D \rightarrow aD \mid c$

$\rightarrow ALC = \{S, B, C\}$

D no es alcanzable, se puede eliminar



$S \rightarrow aS \mid bB$

$B \rightarrow bS \mid b \mid bC$

$C \rightarrow aB \mid a$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos alcanzables para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow aS \mid AaB \mid ACS$$
$$A \rightarrow aS \mid AaB \mid AC$$
$$B \rightarrow bB \mid DB \mid BB$$
$$C \rightarrow aDa \mid ABD \mid ab$$
$$D \rightarrow aD \mid DD \mid ab$$
$$E \rightarrow FF \mid aa$$
$$F \rightarrow aE \mid EF$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos alcanzables para la siguiente gramática:

$S \rightarrow aS \mid AaB \mid ACS$

$A \rightarrow aS \mid AaB \mid AC$

$B \rightarrow bB \mid DB \mid BB$

$C \rightarrow aDa \mid ABD \mid ab$

$D \rightarrow aD \mid DD \mid ab$

$E \rightarrow FF \mid aa$

$F \rightarrow aE \mid EF$

$\rightarrow ALC = \{S\}$

$\rightarrow ALC = \{S, A, B, C\}$

$\rightarrow ALC = \{S, A, B, C, D\}$

Por lo tanto  $\{E, F\}$  no son alcanzables y se pueden eliminar porque no se puede llegar a estos símbolos desde  $S$



# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow aS \mid AaB \mid ACS$

$A \rightarrow aS \mid AaB \mid AC$

$B \rightarrow bB \mid DB \mid BB$

$C \rightarrow aDa \mid ABD \mid ab$

$D \rightarrow aD \mid DD \mid ab$

$E \rightarrow FF \mid aa$

$F \rightarrow aE \mid EF$



$S \rightarrow aS \mid AaB \mid ACS$

$A \rightarrow aS \mid AaB \mid AC$

$B \rightarrow bB \mid DB \mid BB$

$C \rightarrow aDa \mid ABD \mid ab$

$D \rightarrow aD \mid DD \mid ab$

$\rightarrow ALC = \{S, A, B, C, D\}$

$\{E, F\}$  no son alcanzables y se pueden eliminar

# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos alcanzables para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow bB \mid aA$$

$$A \rightarrow aS \mid abC$$

$$B \rightarrow bB \mid aE \mid aa$$

$$C \rightarrow aS \mid AB$$

$$D \rightarrow aD \mid ab$$

$$E \rightarrow aA \mid aa$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos alcanzables para la siguiente gramática:

$S \rightarrow bB \mid aA$

$\rightarrow ALC = \{S\}$

$A \rightarrow aS \mid abC$

$\rightarrow ALC = \{S, A, B\}$

$B \rightarrow bB \mid aE \mid aa$

$\rightarrow ALC = \{S, A, B, C, E\}$

$C \rightarrow aS \mid AB$

Por lo tanto  $\{D\}$  no es alcanzable  
y se puede eliminar

$D \rightarrow aD \mid ab$

$E \rightarrow aA \mid aa$

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow bB \mid aA$

$A \rightarrow aS \mid abC$

$B \rightarrow bB \mid aE \mid aa$

$C \rightarrow aS \mid AB$

$D \rightarrow aD \mid ab$

$E \rightarrow aA \mid aa$



$S \rightarrow bB \mid aA$

$A \rightarrow aS \mid abC$

$B \rightarrow bB \mid aE \mid aa$

$C \rightarrow aS \mid AB$

$E \rightarrow aA \mid aa$

**$\rightarrow ALC = \{S, A, B, C, E\}$**

$\{D\}$  no es alcanzable y se puede eliminar

# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos alcanzables para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow aB$$

$$A \rightarrow bcCCC \mid dA$$

$$B \rightarrow e$$

$$C \rightarrow fA$$

$$D \rightarrow Dgh$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Encuentre los símbolos alcanzables para la siguiente gramática:

$S \rightarrow aB$

$\rightarrow ALC = \{S\}$

$A \rightarrow bcCCC \mid dA$

$\rightarrow ALC = \{S, B\}$

$B \rightarrow e$

Por lo tanto  $\{A, C, D\}$  no son alcanzables y se pueden eliminar

$C \rightarrow fA$

$D \rightarrow Dgh$

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow aB$

$A \rightarrow bcCCC \mid dA$

$B \rightarrow e$

$C \rightarrow fA$

$D \rightarrow Dgh$

$\rightarrow ALC = \{S, B\}$

$\{A, C, D\}$  no son alcanzables y se pueden eliminar



$S \rightarrow aB$

$B \rightarrow e$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Dada una gramática  $G$  se busca depurarla. Se tienen dos estados en los cuales se pueden transformar las gramáticas

**Gramáticas limpias**



**Gramáticas bien formadas**

No tiene símbolos inútiles,  
es decir, símbolos no  
terminables ni alcanzables



# Lenguajes independientes del contexto

---

Elimine los símbolos no terminables y luego los no alcanzables para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow a \mid AB$$

$$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Elimine los símbolos no terminables y luego los no alcanzables para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow a \mid AB$$

$$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$$

$$\rightarrow \text{TERM} = \{S, A\}$$

Por lo tanto se puede eliminar B, se obtiene:

$$S \rightarrow a$$

$$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$$

$$\rightarrow \text{ALC} = \{S\}$$

Por lo tanto se puede eliminar A, se obtiene:

$$S \rightarrow a$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Elimine los símbolos no alcanzables y luego los no terminables para la misma gramática:

$$S \rightarrow a \mid AB$$

$$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Elimine los símbolos no alcanzables y luego los no terminables para la misma gramática:

$$S \rightarrow a \mid AB$$

$$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$$

$$\rightarrow ALC = \{S, A, B\}$$

Por lo tanto no se puede eliminar ningún símbolo

$$\rightarrow TERM = \{S, A\}$$

Por lo tanto se puede eliminar B y se obtiene:

$$S \rightarrow a$$

$$A \rightarrow aA \mid \varepsilon \quad \longleftarrow \quad \mathbf{A \text{ no es alcanzable}}$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Para que una gramática  $G$  no tenga **símbolos inútiles** se debe primero eliminar símbolos no terminables y luego los no alcanzables

# Lenguajes independientes del contexto

---

Elimine los símbolos inútiles para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow SBS \mid BC \mid Bb$$

$$A \rightarrow AA \mid aA$$

$$B \rightarrow aBCa \mid b$$

$$C \rightarrow aC \mid ACC \mid abb$$

$$D \rightarrow aAB \mid ab$$

$$E \rightarrow aS \mid bAA$$

$$F \rightarrow aDb \mid aF$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Primero se eliminan los símbolos no terminables:

$S \rightarrow SBS \mid BC \mid Bb$

$A \rightarrow AA \mid aA$

$B \rightarrow aBCa \mid b$

$C \rightarrow aC \mid ACC \mid abb$

$D \rightarrow aAB \mid ab$

$E \rightarrow aS \mid bAA$

$F \rightarrow aDb \mid aF$

$\rightarrow \text{TERM} = \{B, C, D\}$

$\rightarrow \text{TERM} = \{B, C, D, S, F\}$

$\rightarrow \text{TERM} = \{B, C, D, S, F, E\}$

Por lo tanto se puede eliminar  $\{A\}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow SBS \mid BC \mid Bb$

$A \rightarrow AA \mid aA$

$B \rightarrow aBCa \mid b$

$C \rightarrow aC \mid ACC \mid abb$

$D \rightarrow aAB \mid ab$

$E \rightarrow aS \mid bAA$

$F \rightarrow aDb \mid aF$

$\rightarrow \text{TERM} = \{B, C, D, S, F, E\}$



$S \rightarrow SBS \mid BC \mid Bb$

$B \rightarrow aBCa \mid b$

$C \rightarrow aC \mid abb$

$D \rightarrow ab$

$E \rightarrow aS$

$F \rightarrow aDb \mid aF$

Ahora se eliminan los símbolos no alcanzables



# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow SBS \mid BC \mid Bb$

$B \rightarrow aBCa \mid b$

$C \rightarrow aC \mid abb$

$D \rightarrow ab$

$E \rightarrow aS$

$F \rightarrow aDb \mid aF$

$\rightarrow ALC = \{S\}$

$\rightarrow ALC = \{S, B, C\}$

Por lo tanto se puede eliminar  $\{D, E, F\}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

$S \rightarrow SBS \mid BC \mid Bb$

$B \rightarrow aBCa \mid b$

$C \rightarrow aC \mid abb$

$D \rightarrow ab$

$E \rightarrow aS$

$F \rightarrow aDb \mid aF$

$\rightarrow ALC = \{S, B, C\}$

Por lo tanto se puede eliminar  $\{D, E, F\}$



$S \rightarrow SBS \mid BC \mid Bb$

$B \rightarrow aBCa \mid b$

$C \rightarrow aC \mid abb$

**Gramática sin  
símbolos inútiles**

# Lenguajes independientes del contexto

---

Elimine los símbolos inútiles para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow aAb \mid cEB \mid CE$$
$$A \rightarrow dBE \mid eeC$$
$$B \rightarrow ff \mid D$$
$$C \rightarrow gFB \mid ae$$
$$D \rightarrow h$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Primero se eliminan los símbolos no terminables:

$S \rightarrow aAb \mid cEB \mid CE$

$\rightarrow \text{TERM} = \{B, C, D\}$

$A \rightarrow dBE \mid eeC$

$\rightarrow \text{TERM} = \{B, C, D, A\}$

$B \rightarrow ff \mid D$

$\rightarrow \text{TERM} = \{B, C, D, A, S\}$

$C \rightarrow gFB \mid ae$

Por lo tanto se puede eliminar  $\{E, F\}$

$D \rightarrow h$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Ahora se eliminan los símbolos no alcanzables:

$S \rightarrow aAb$

$A \rightarrow eeC$

$B \rightarrow ff \mid D$

$C \rightarrow ae$

$D \rightarrow h$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Ahora se eliminan los símbolos no alcanzables:

$S \rightarrow aAb$

$\rightarrow ALC = \{S\}$

$A \rightarrow eeC$

$\rightarrow ALC = \{S, A\}$

$B \rightarrow ff \mid D$

$\rightarrow ALC = \{S, A, C\}$

$C \rightarrow ae$

Por lo tanto se puede eliminar  $\{B, D\}$

$D \rightarrow h$

# Lenguajes independientes del contexto

---

La gramática sin símbolos inútiles es:

$$S \rightarrow aAb$$

$$A \rightarrow eeC$$

$$C \rightarrow ae$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Elimine los símbolos inútiles para la siguiente gramática:

$$S \rightarrow A \mid AA \mid AAA$$

$$A \rightarrow ABa \mid ACa \mid a$$

$$B \rightarrow ABa \mid Ab \mid \varepsilon$$

$$C \rightarrow Cab \mid CC$$

$$D \rightarrow CD \mid Cd \mid Cea$$

$$E \rightarrow b$$



# Lenguajes independientes del contexto

---

Primero se eliminan los símbolos no terminables:

$S \rightarrow A \mid AA \mid AAA$

$A \rightarrow ABa \mid ACa \mid a$

$B \rightarrow ABa \mid Ab \mid \varepsilon$

$C \rightarrow Cab \mid CC$

$D \rightarrow CD \mid Cd \mid Cea$

$E \rightarrow b$

$\rightarrow \text{TERM} = \{A, B, E\}$

$\rightarrow \text{TERM} = \{A, B, E, S\}$

Por lo tanto se puede eliminar  $\{C, D\}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Ahora se eliminan los símbolos no alcanzables:

$$S \rightarrow A \mid AA \mid AAA$$

$$A \rightarrow ABa \mid a$$

$$B \rightarrow ABa \mid Ab \mid \varepsilon$$

$$E \rightarrow b$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Ahora se eliminan los símbolos no alcanzables:

$S \rightarrow A \mid AA \mid AAA$

$\rightarrow ALC = \{S\}$

$A \rightarrow ABa \mid a$

$\rightarrow ALC = \{S, A\}$

$B \rightarrow ABa \mid Ab \mid \varepsilon$

$\rightarrow ALC = \{S, A, B\}$

$E \rightarrow b$

Por lo tanto se puede eliminar  $\{E\}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

La gramática sin símbolos inútiles es:

$$S \rightarrow A \mid AA \mid AAA$$

$$A \rightarrow ABa \mid a$$

$$B \rightarrow ABa \mid Ab \mid \varepsilon$$