

Fundamentos de Algoritmos y Computabilidad

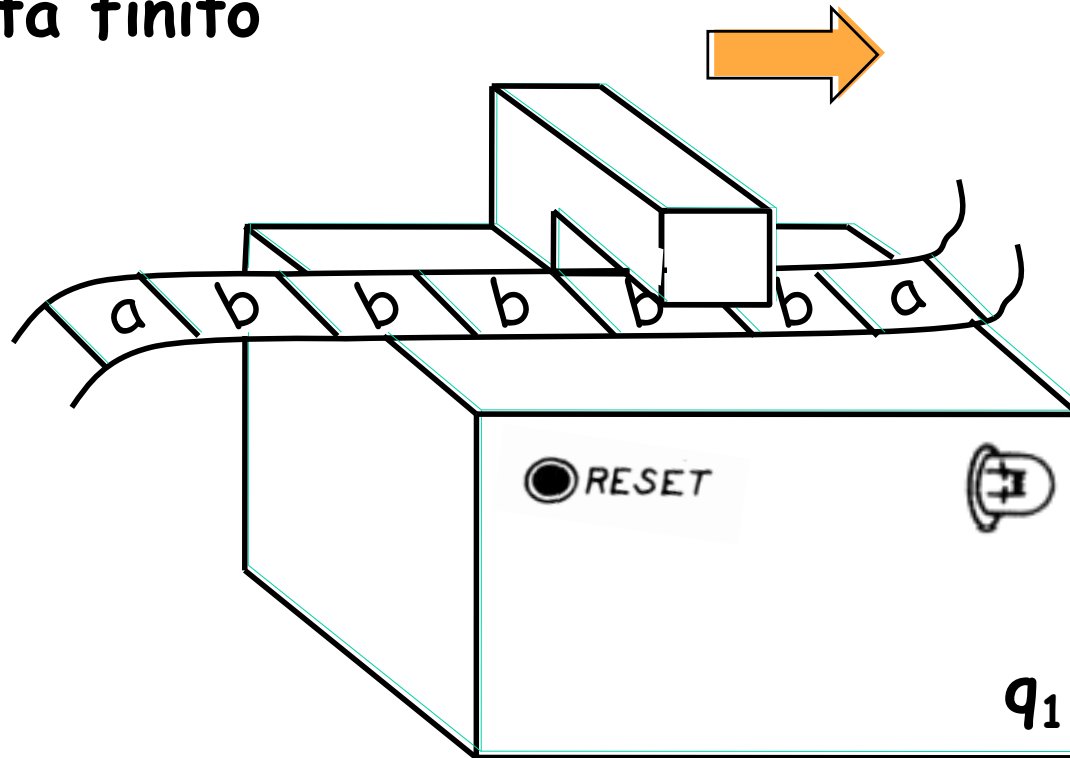
- * Definición de autómatas de pila
- * Diseño de autómatas de pila

Lenguajes independientes del contexto

Tipo	Lenguajes	Tipo de máquina	Normas para la gramática
0	Recursivamente enumerables	Máquina de Turing	No restringida
1	Sensibles al contexto	Autómata lineal acotado	$\alpha \rightarrow \beta, \alpha \leq \beta $
2	Independientes del contexto	Autómata de pila	$A \rightarrow \gamma$
3	Regulares	Autómata finito	$A \rightarrow aB$ $A \rightarrow a$

Lenguajes independientes del contexto

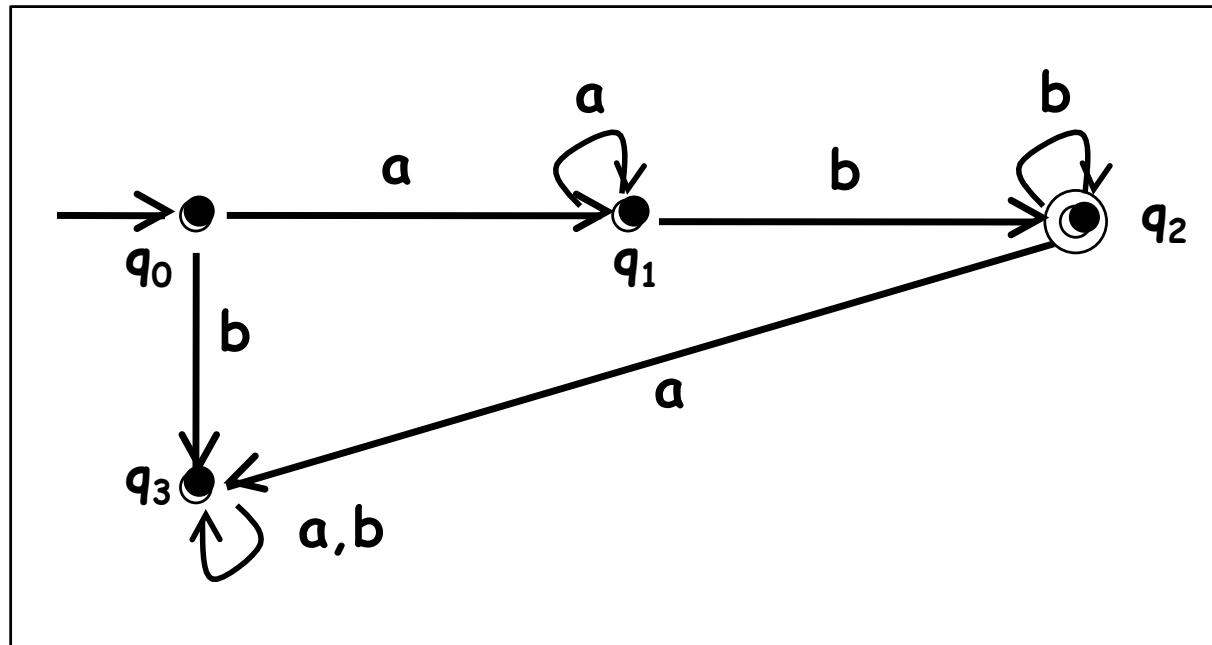
Autómata finito



La cabeza del autómata sólo puede **leer** (no puede escribir) y se mueve siempre a la **derecha**

Lenguajes independientes del contexto

Analice por qué no es posible diseñar un autómata finito que acepte $a^n b^n, n \geq 1$



Lenguajes independientes del contexto

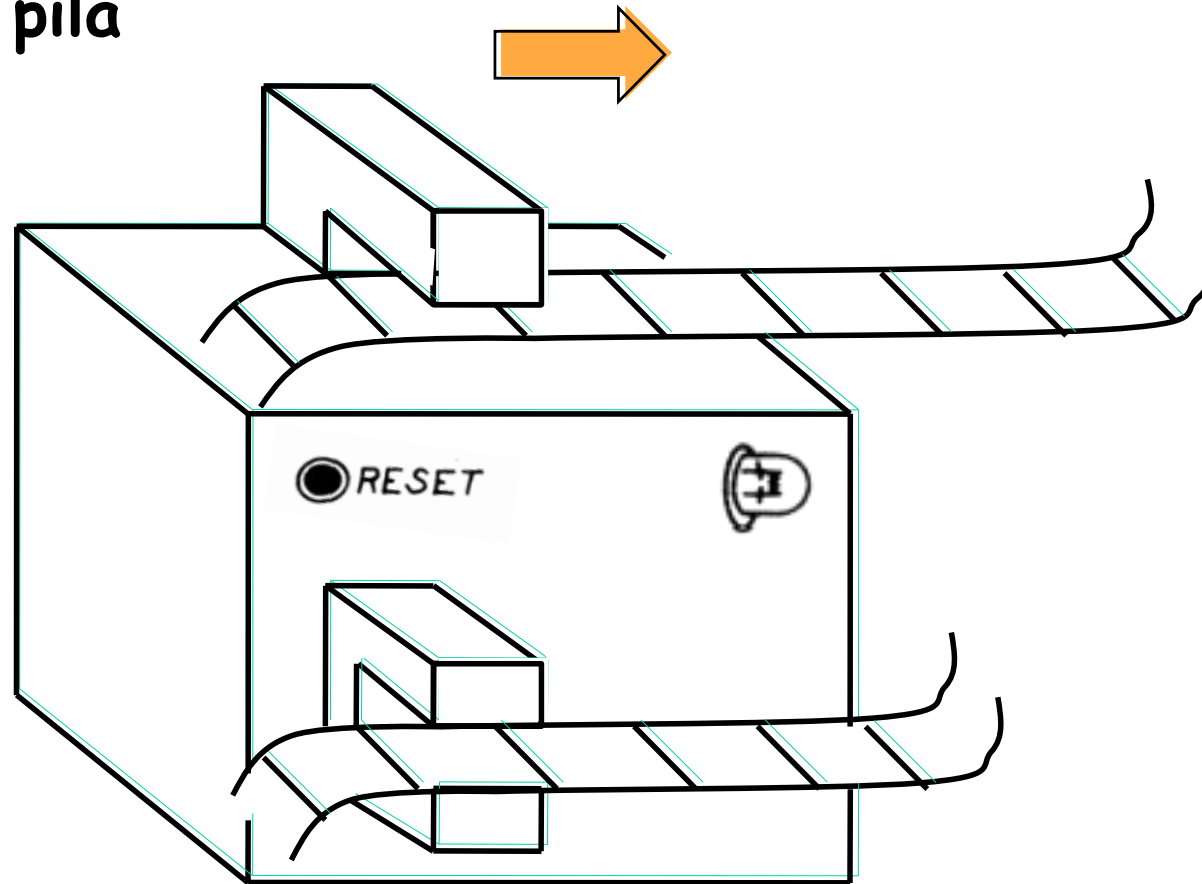
Tipo	Lenguajes	Tipo de máquina	Normas para la gramática
0	Recursivamente enumerables	Máquina de Turing	No restringida
1	Sensibles al contexto	Autómata lineal acotado	$\alpha \rightarrow \beta, \alpha \leq \beta $
2	Independientes del contexto	Autómata de pila	$A \rightarrow \gamma$
3	Regulares	Autómata finito	$A \rightarrow aB$ $A \rightarrow a$

Lenguajes independientes del contexto

Tipo	Lenguajes	Tipo de máquina	Normas para la gramática
0	Recursivamente enumerables	Máquina de Turing	No restringida
1	Sensibles al contexto	Autómata lineal acotado	$\alpha \rightarrow \beta, \alpha \leq \beta $
2	Independientes del contexto	Autómata de pila	$A \rightarrow \gamma$
3	Regulares	Autómata finito	$A \rightarrow aB$ $A \rightarrow a$

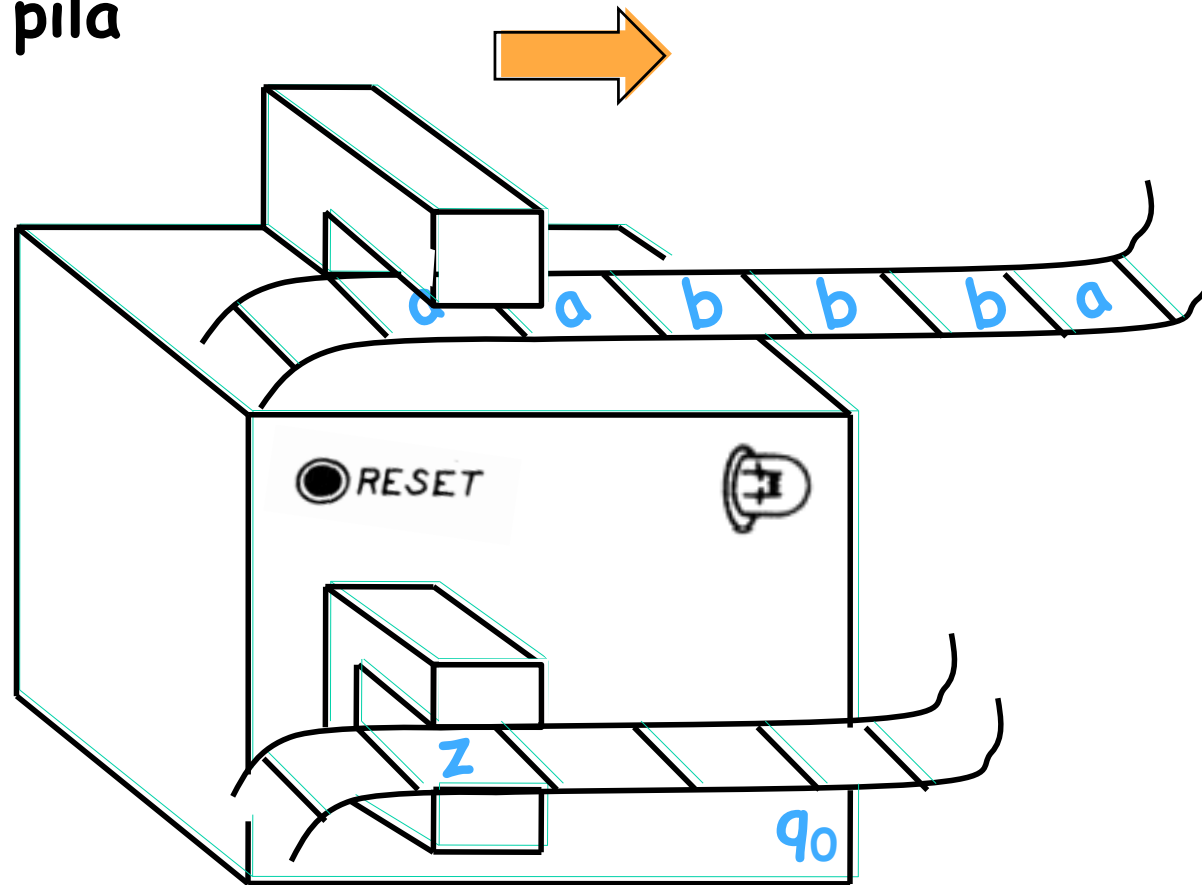
Lenguajes independientes del contexto

Autómata de pila



Lenguajes independientes del contexto

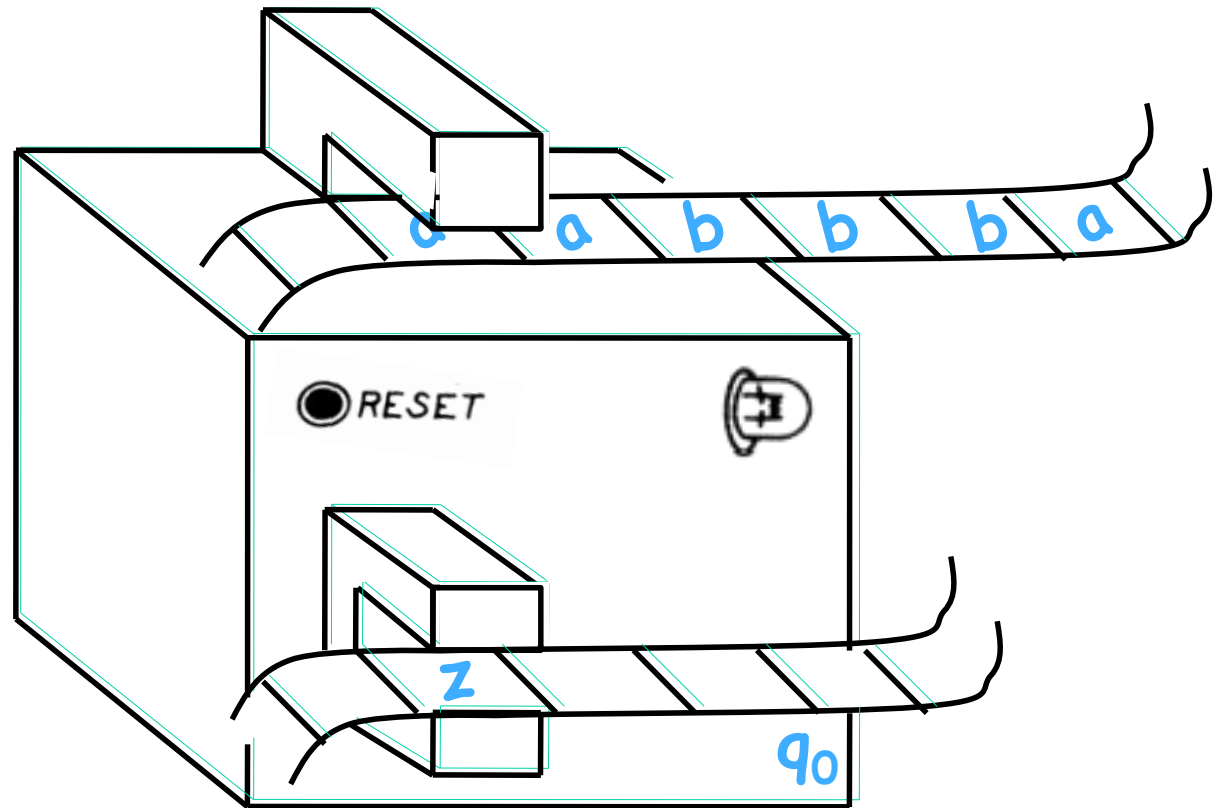
Autómata de pila



Lenguajes independientes del contexto

Autómata de pila

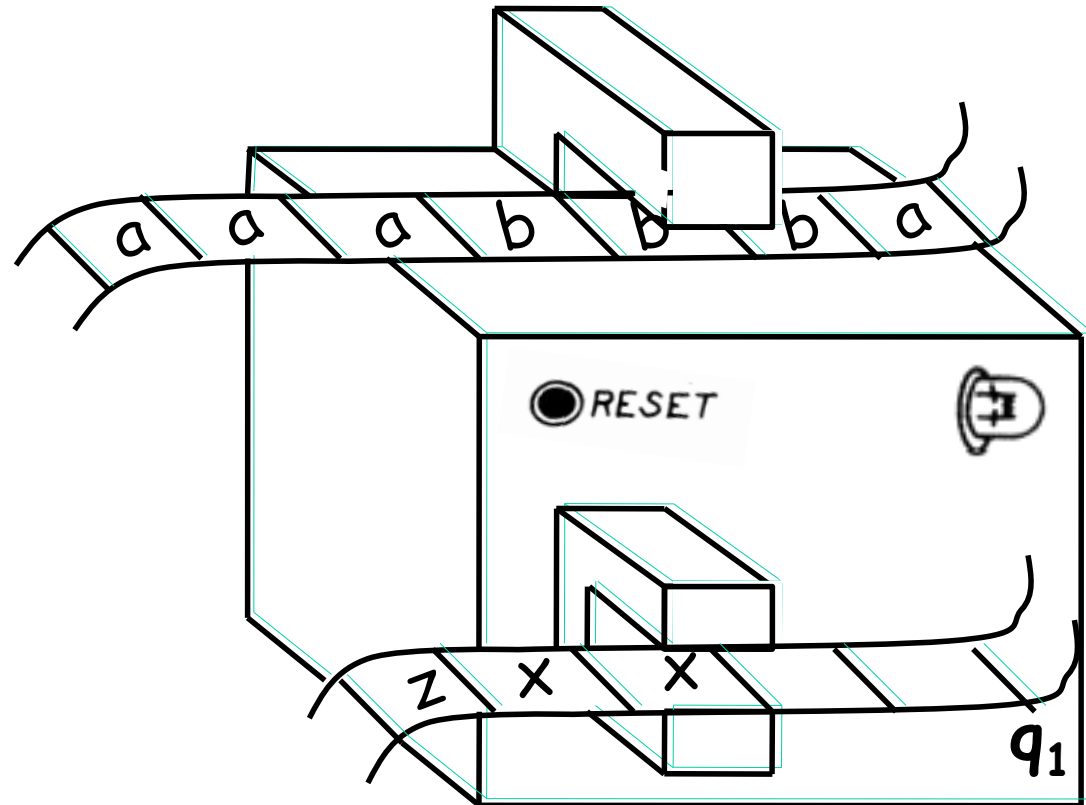
- Tiene una **cinta auxiliar** donde se puede escribir cualquier símbolo
- La cinta se comporta como una **pila** y sirve como memoria de los símbolos leídos
- El **símbolo inicial** en la pila es Z



Lenguajes independientes del contexto

Autómata de pila

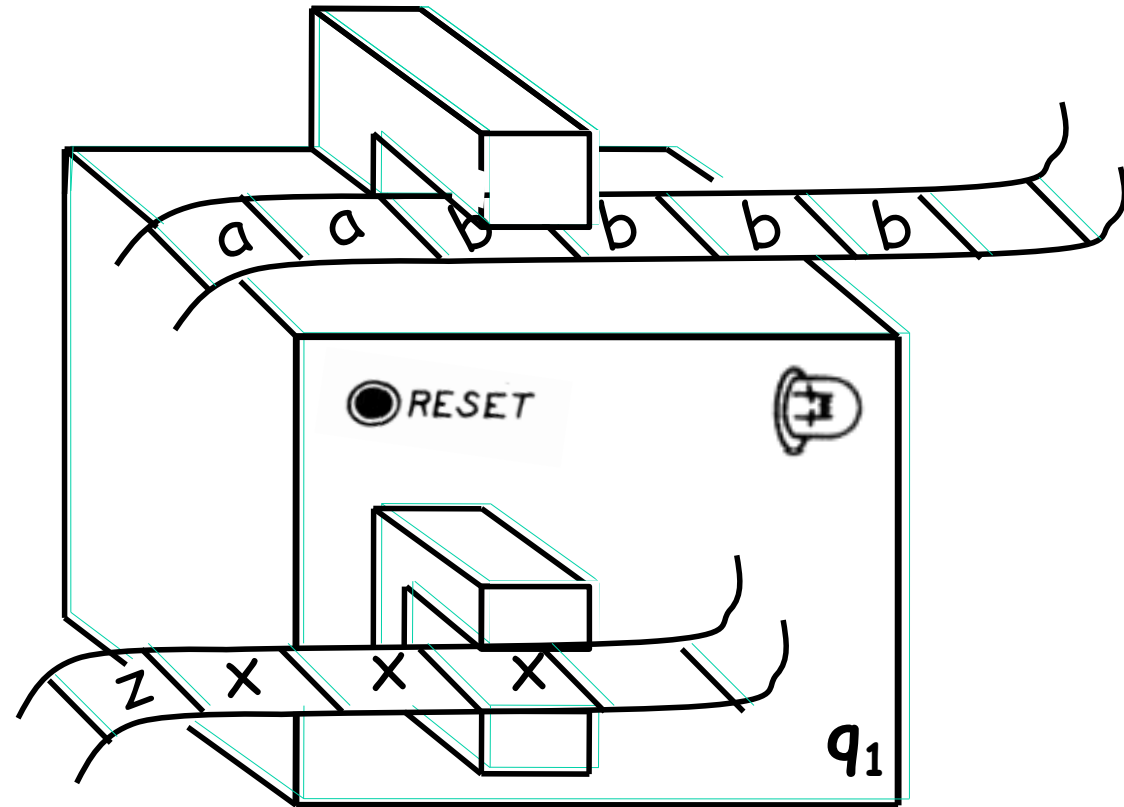
- Cada avance de la máquina depende de:
 - estadoInterno
 - símboloLeído
 - símboloEnLaPila



Lenguajes independientes del contexto

Autómata de pila

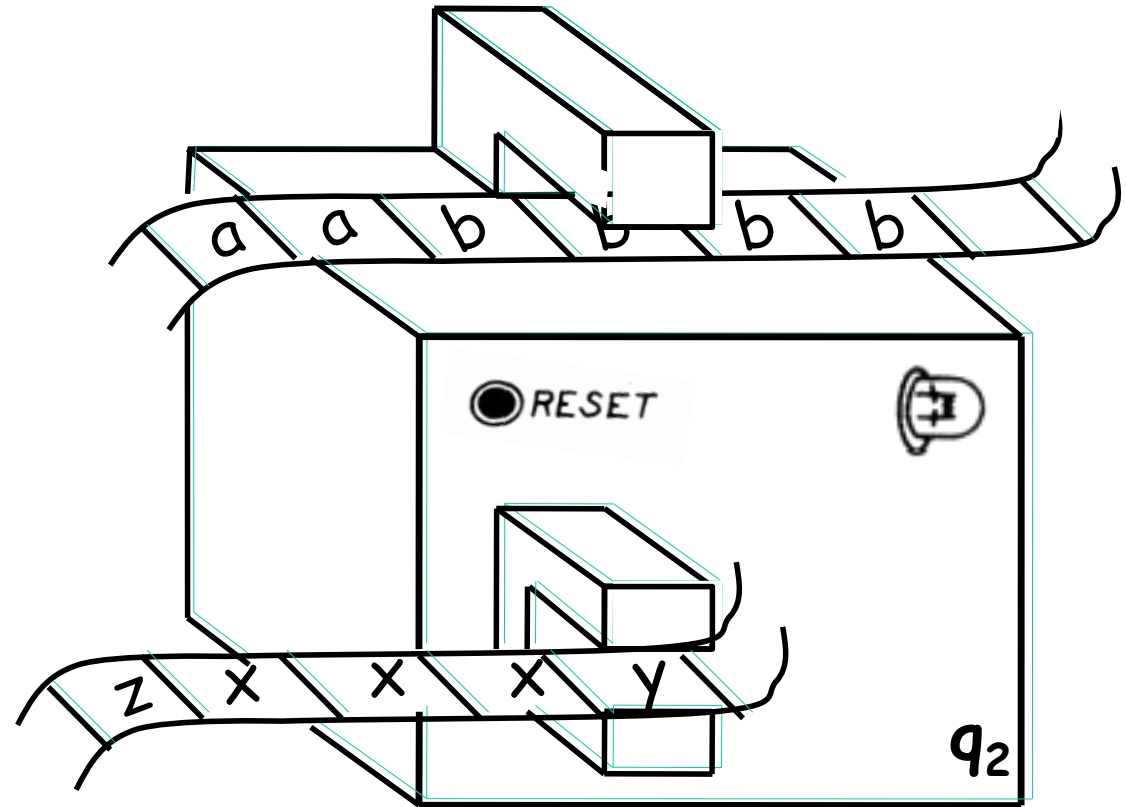
- (q_1, b, X)



Lenguajes independientes del contexto

Autómata de pila

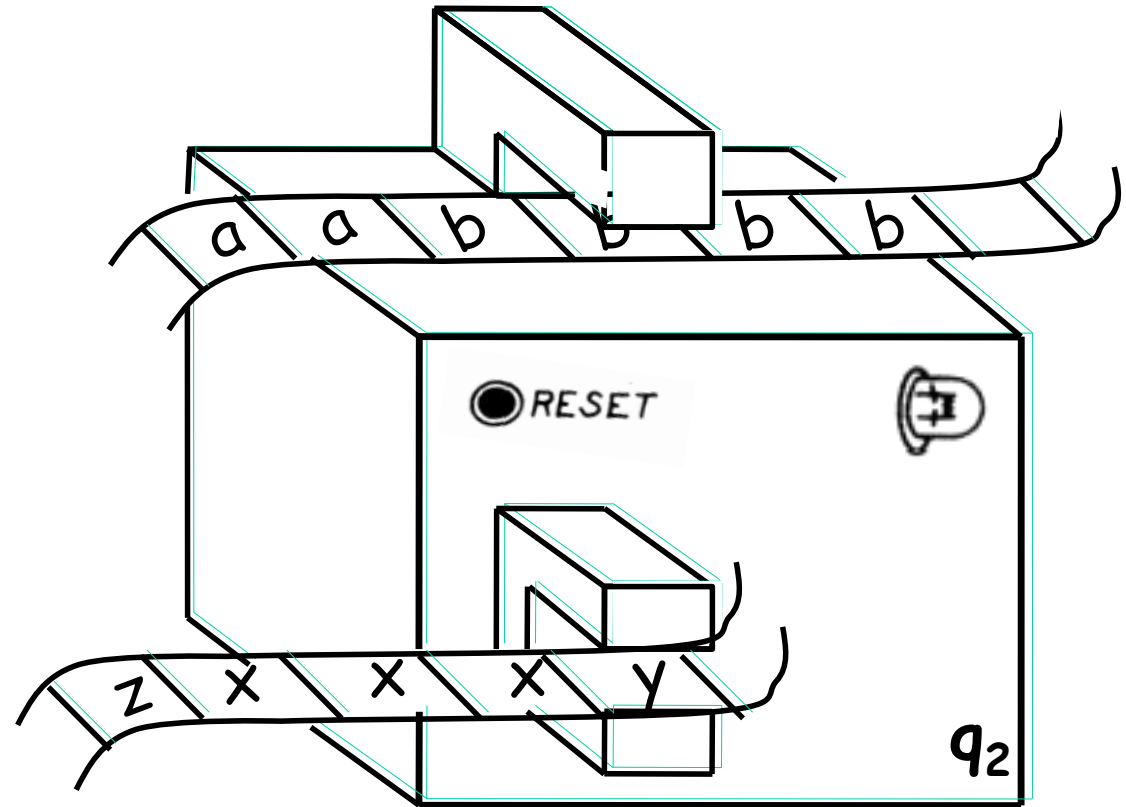
- $(q_1, b, X) \rightarrow (q_2, YX)$



Lenguajes independientes del contexto

Autómata de pila

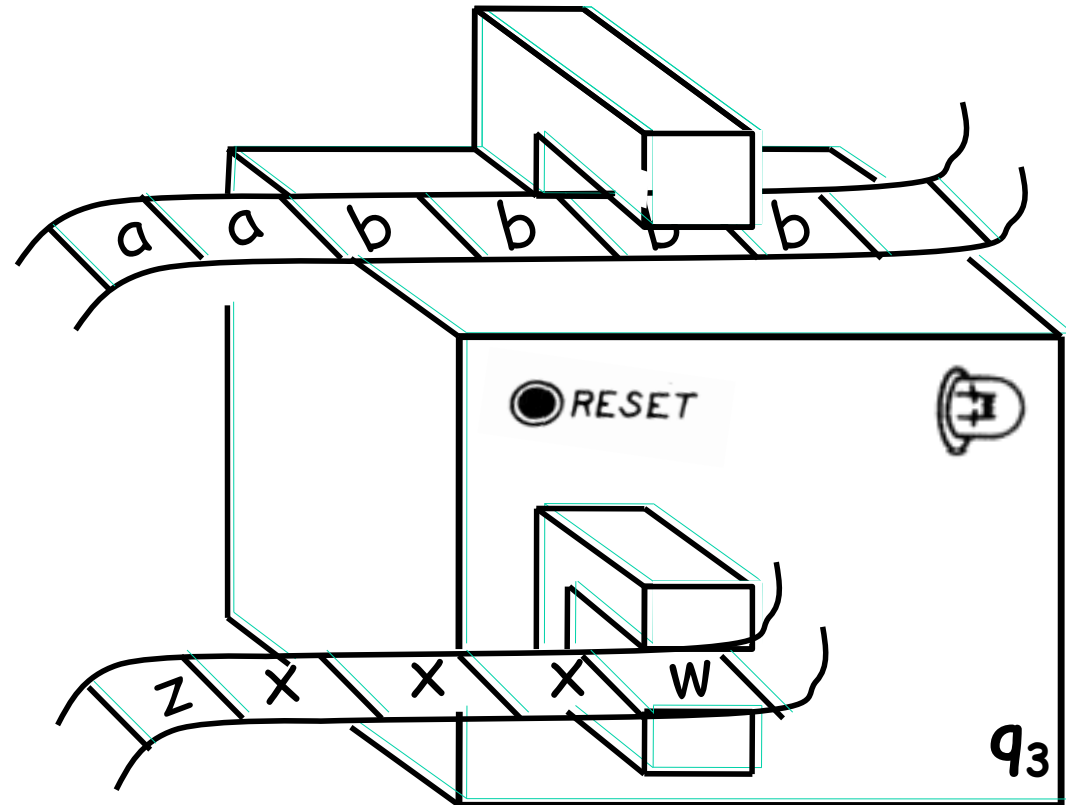
- $(q_2, b, Y) \rightarrow (q_3, W)$



Lenguajes independientes del contexto

Autómata de pila

- $(q_2, b, Y) \rightarrow (q_3, W)$



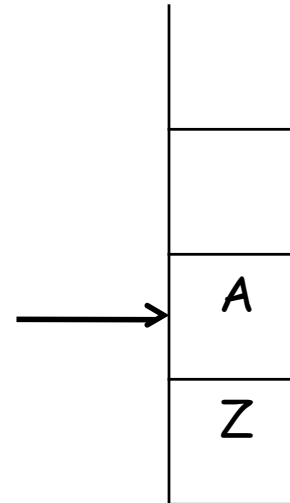
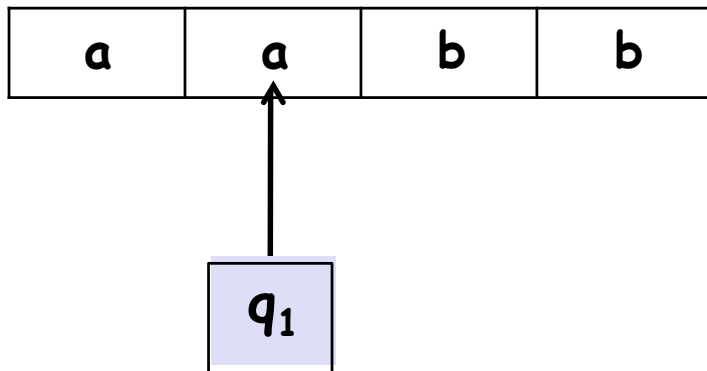
Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, B)$$

$$\Delta(q_1, a, B) = (q_1, C)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_1, B)$$

$$\Delta(q_1, b, B) = (q_1, A)$$



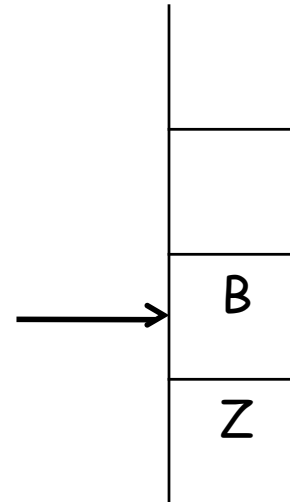
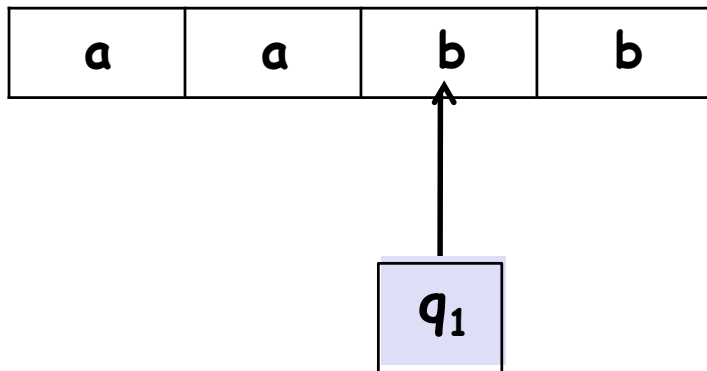
Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, B)$$

$$\Delta(q_1, a, B) = (q_1, C)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_1, B)$$

$$\Delta(q_1, b, B) = (q_1, A)$$



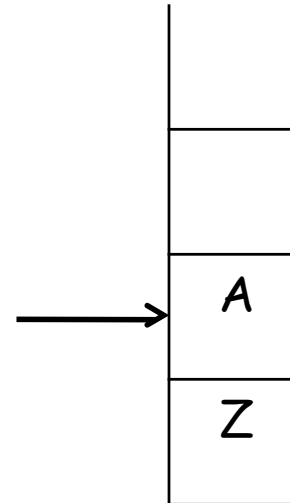
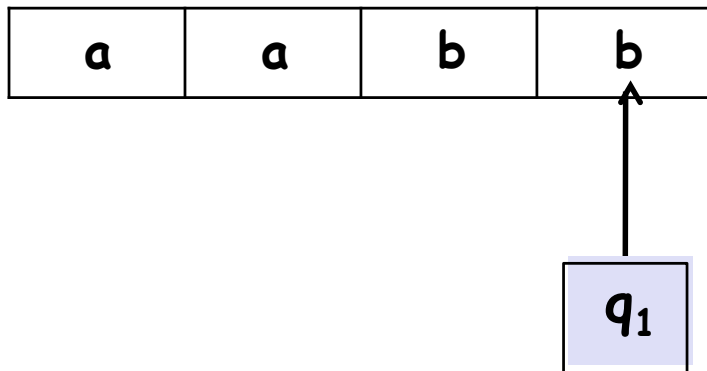
Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, B)$$

$$\Delta(q_1, a, B) = (q_1, C)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_1, B)$$

$$\Delta(q_1, b, B) = (q_1, A)$$



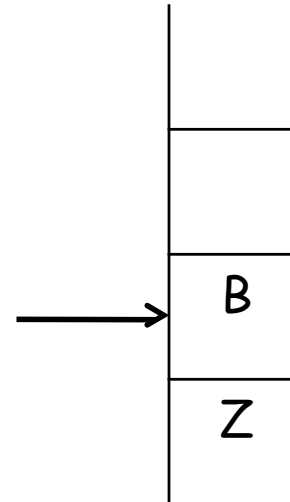
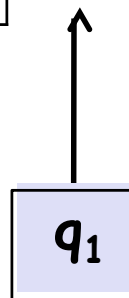
Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, B)$$

$$\Delta(q_1, a, B) = (q_1, C)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_1, B)$$

$$\Delta(q_1, b, B) = (q_1, A)$$



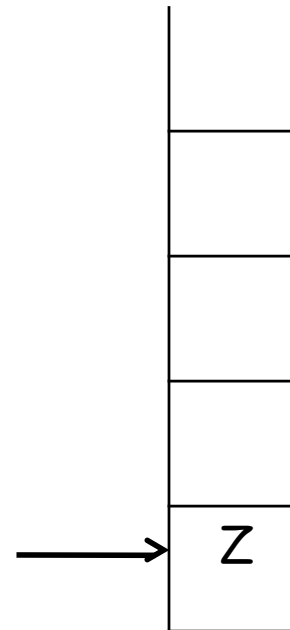
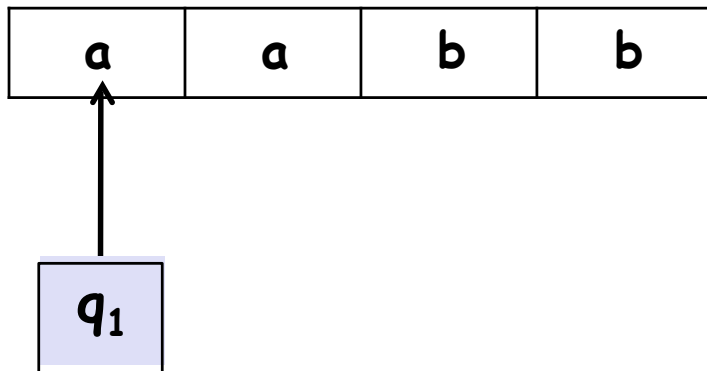
Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_1, BA)$$

$$\Delta(q_1, b, B) = (q_1, BB)$$



Lenguajes independientes del contexto

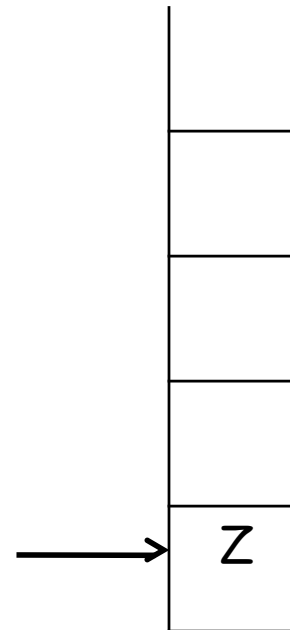
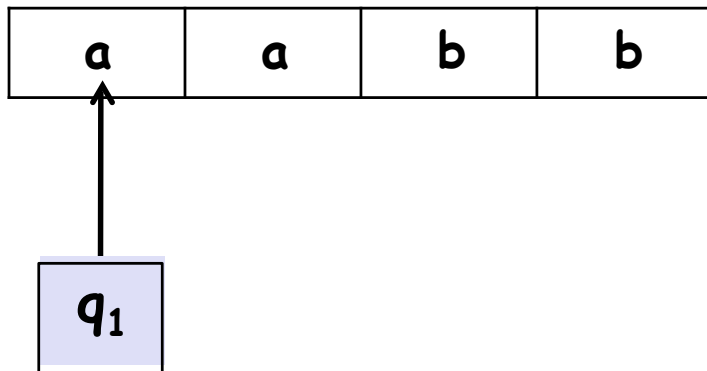
Coloque la A sobre la Z

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_1, BA)$$

$$\Delta(q_1, b, B) = (q_1, BB)$$



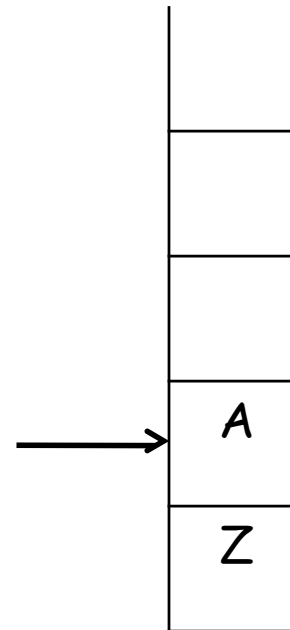
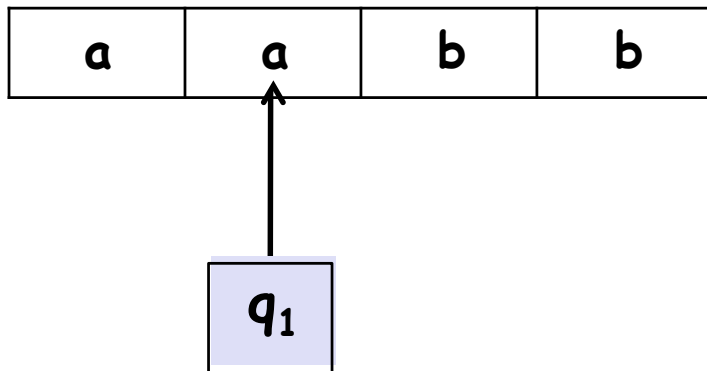
Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_1, BA)$$

$$\Delta(q_1, b, B) = (q_1, BB)$$



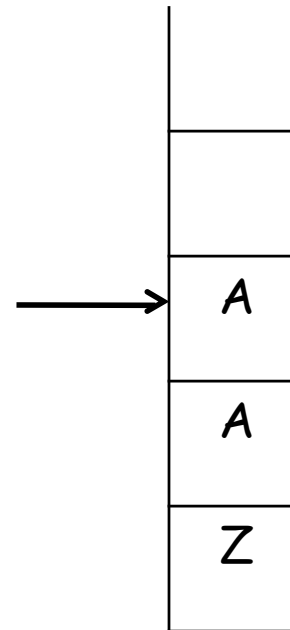
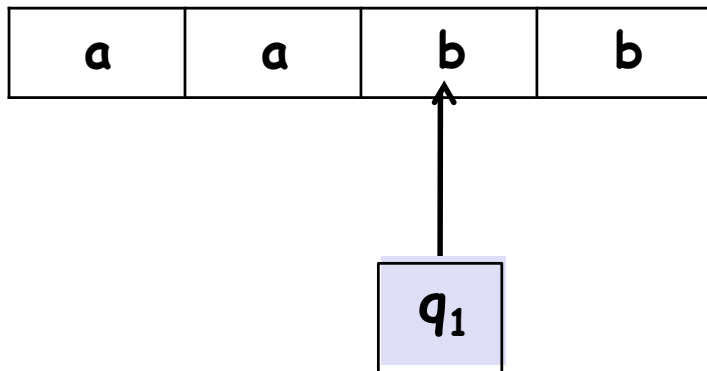
Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

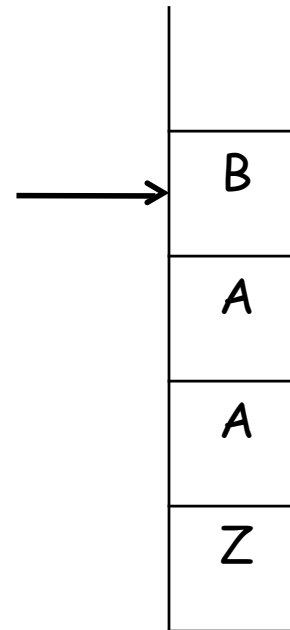
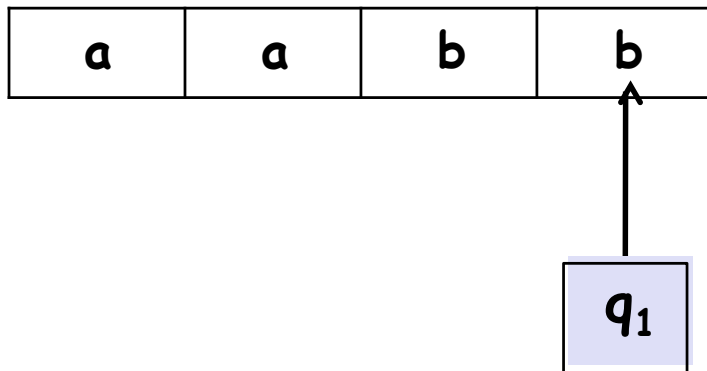
$$\Delta(q_1, b, A) = (q_1, BA)$$

$$\Delta(q_1, b, B) = (q_1, BB)$$



Lenguajes independientes del contexto

$$\begin{aligned}\Delta(q_1, a, Z) &= (q_1, AZ) \\ \Delta(q_1, a, A) &= (q_1, AA) \\ \Delta(q_1, b, A) &= (q_1, BA) \\ \Delta(q_1, b, B) &= (q_1, BB)\end{aligned}$$



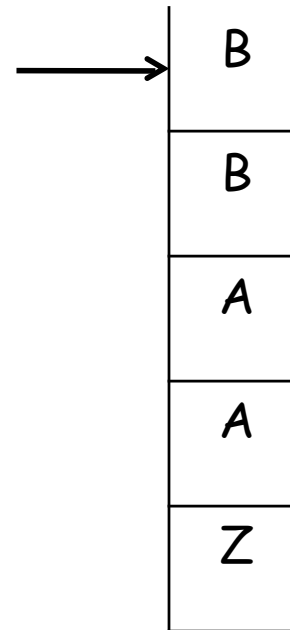
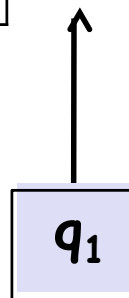
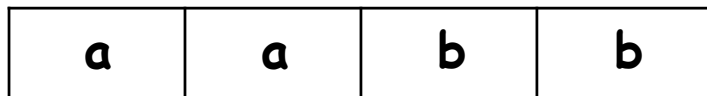
Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_1, BA)$$

$$\Delta(q_1, b, B) = (q_1, BB)$$



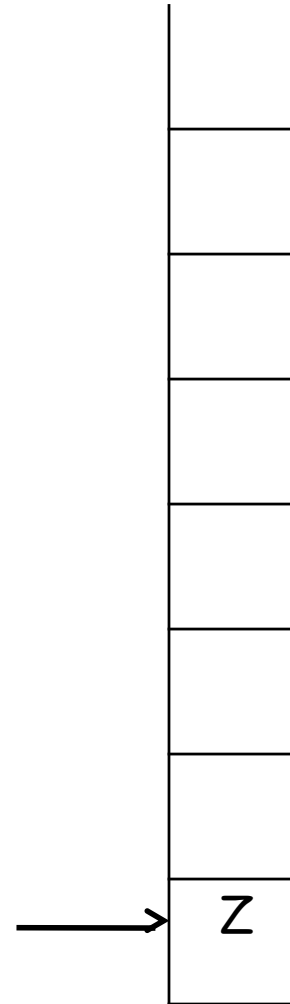
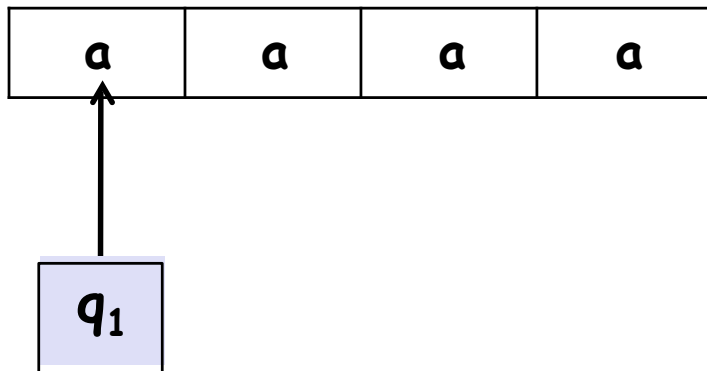
Lenguajes independientes del contexto

Realice las siguientes transiciones:

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, BAAZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, a, B) = (q_1, ABB)$$

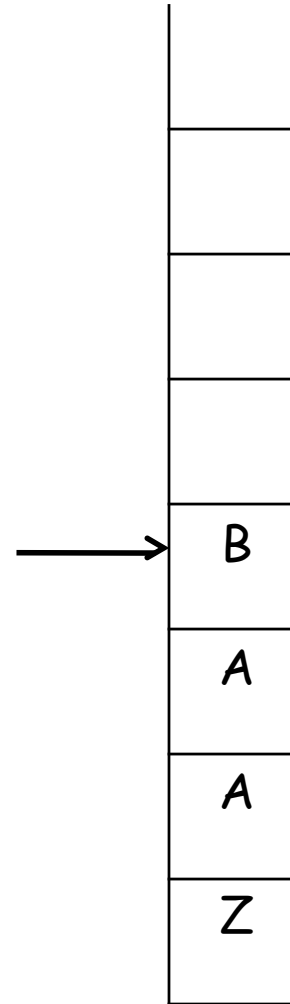
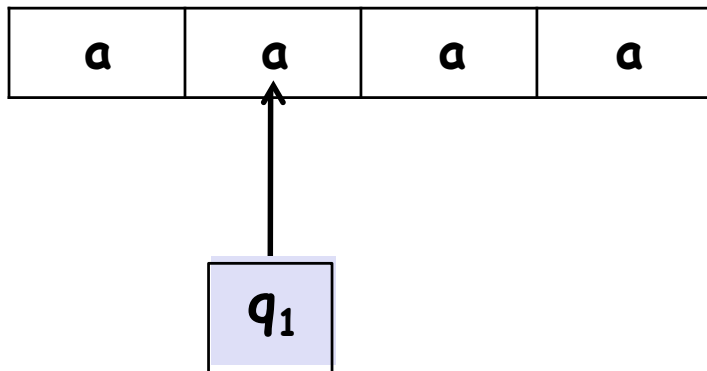


Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, BAAZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, a, B) = (q_1, ABB)$$

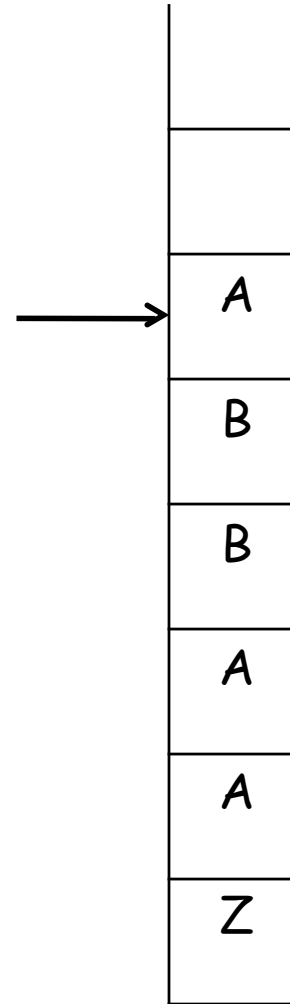
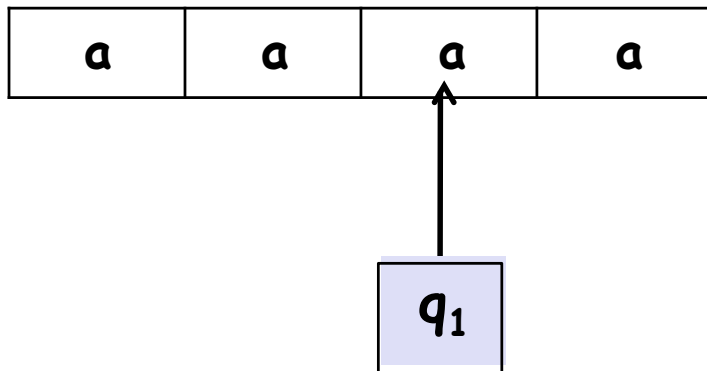


Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, BAAZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, a, B) = (q_1, ABB)$$

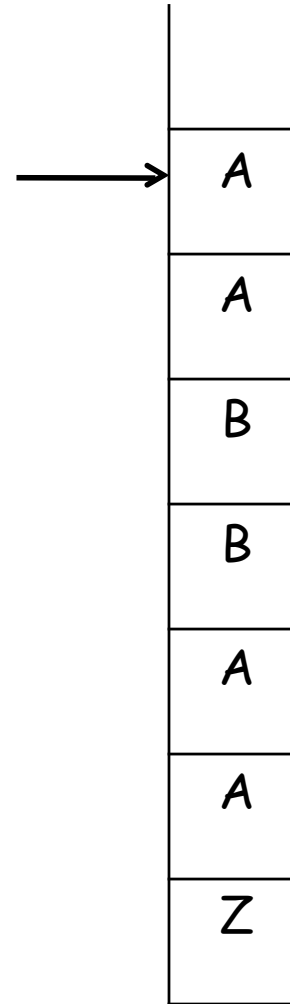
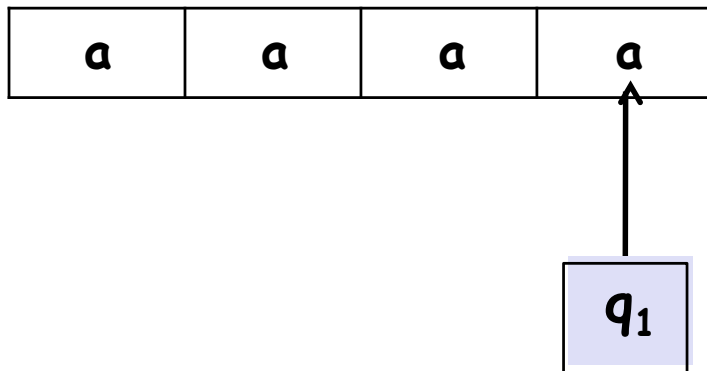


Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, BAAZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, a, B) = (q_1, ABB)$$

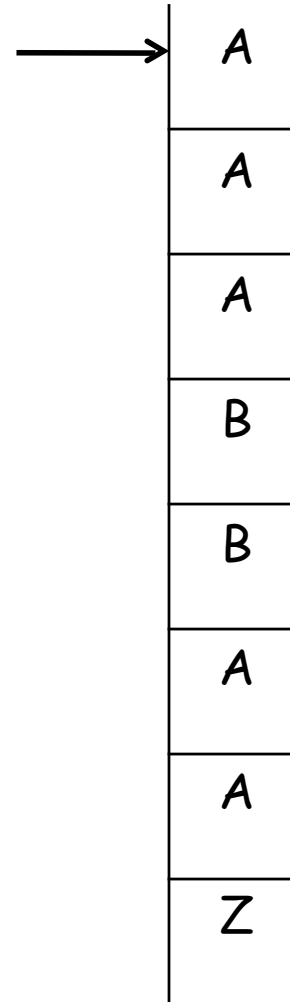
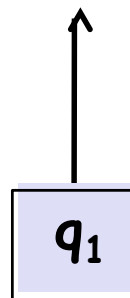
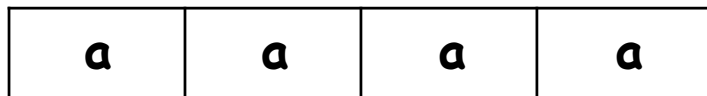


Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, BAAZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, a, B) = (q_1, ABB)$$



Lenguajes independientes del contexto

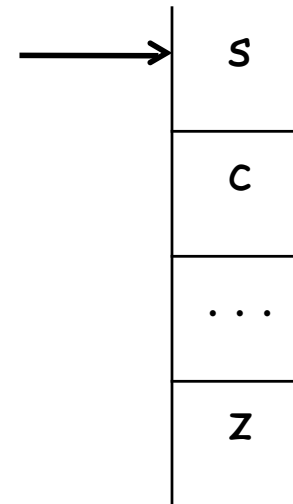
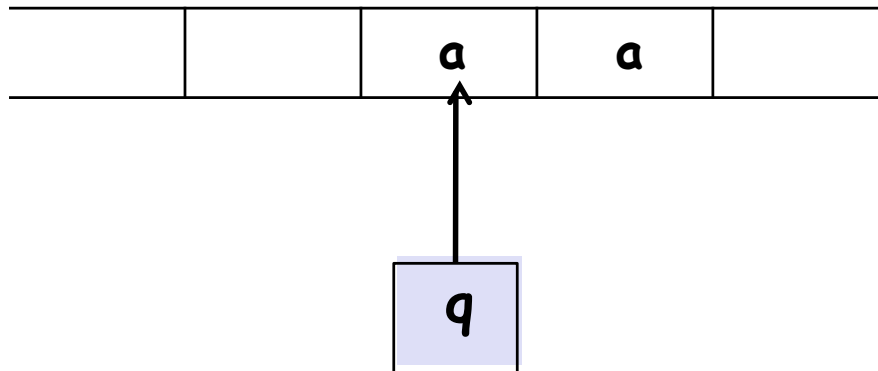
Casos especiales de transiciones:

- $\Delta(q, a, s) = (q', s)$. El contenido de la pila no se altera
- $\Delta(q, a, s) = (q', \varepsilon)$. El símbolo s en el tope se borra y el tope de la pila es ahora el símbolo colocado debajo de s
- $\Delta(q, \varepsilon, s) = (q', \gamma)$. El símbolo sobre la cinta no se procesa pero el tope de la pila s se reemplaza por γ . Transición ε

Lenguajes independientes del contexto

Caso1. El contenido de la pila no se altera

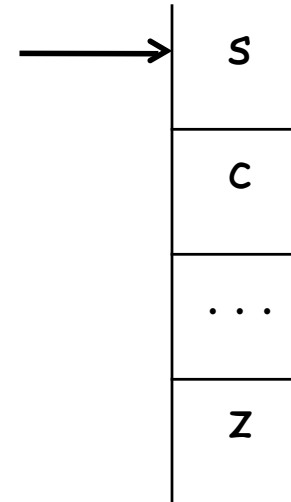
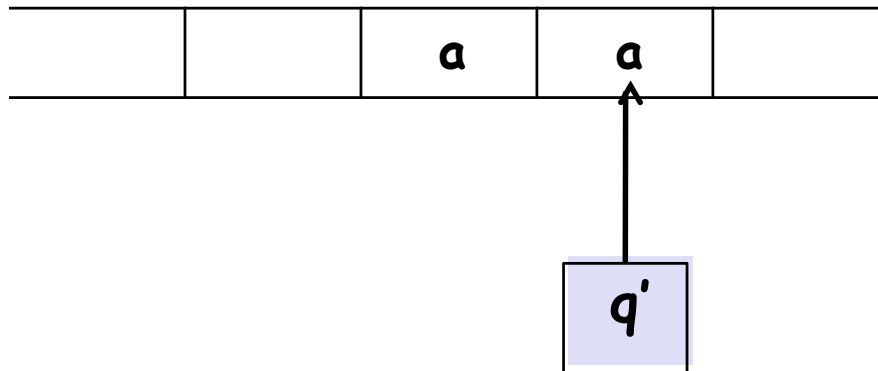
$$\Delta(q, a, s) = (q', s)$$



Lenguajes independientes del contexto

Caso1. El contenido de la pila no se altera

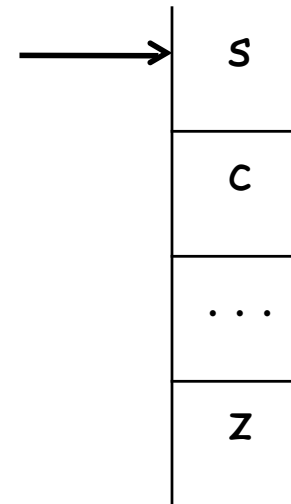
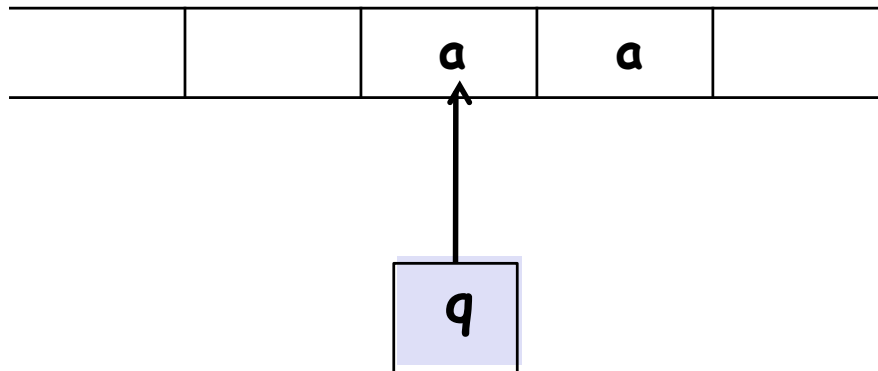
$$\Delta(q, a, s) = (q', s)$$



Lenguajes independientes del contexto

Caso2. El símbolo s en el tope se borra y el tope de la pila es ahora el símbolo colocado debajo de s

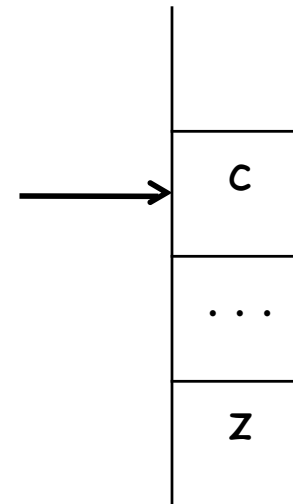
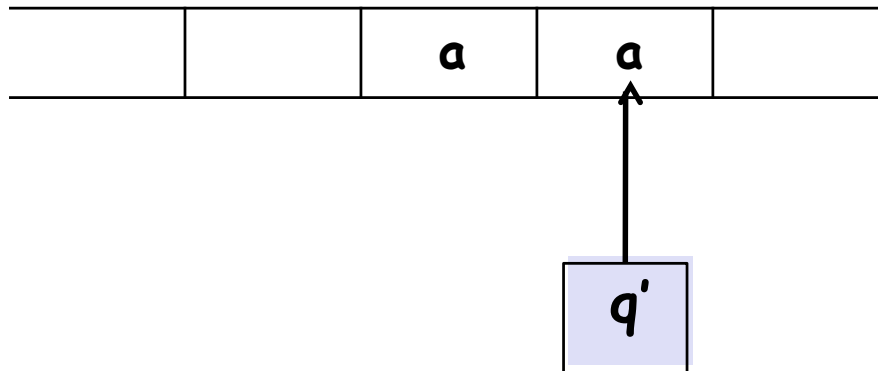
$$\Delta(q, a, s) = (q', \epsilon)$$



Lenguajes independientes del contexto

Caso2. El símbolo s en el tope se borra y el tope de la pila es ahora el símbolo colocado debajo de s

$$\Delta(q, a, s) = (q', \epsilon)$$

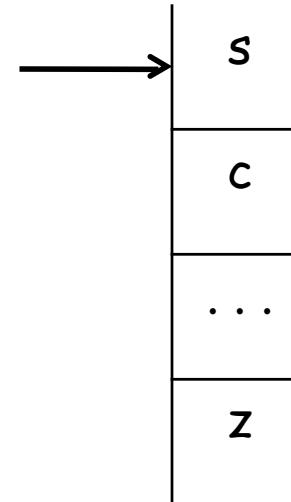
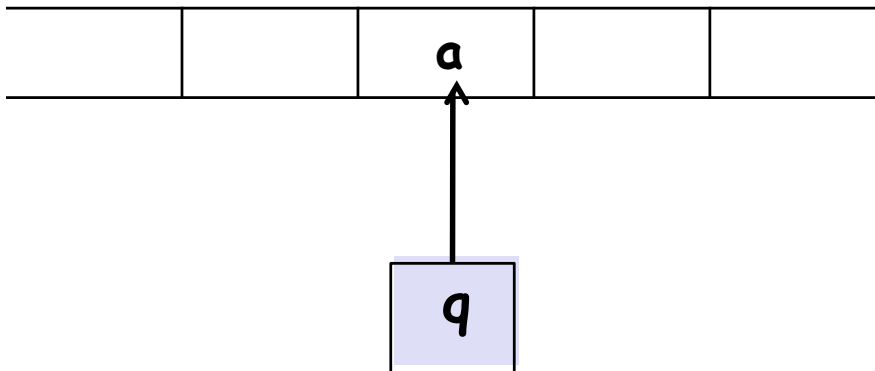


Desapilar

Lenguajes independientes del contexto

Caso3. Transición ε

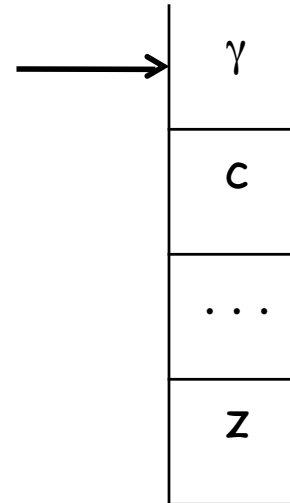
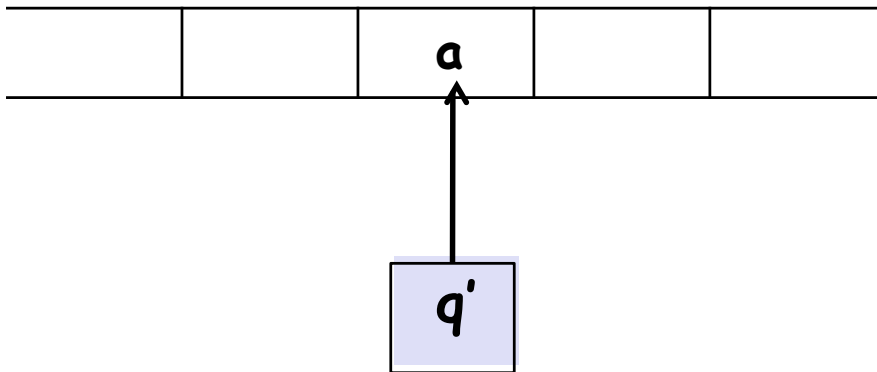
$$\Delta(q, \varepsilon, s) = (q', \gamma)$$



Lenguajes independientes del contexto

Caso3. Transición ε

$$\Delta(q, \varepsilon, s) = (q', \gamma)$$



Lenguajes independientes del contexto

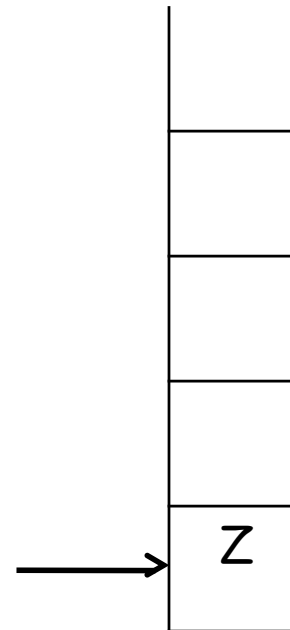
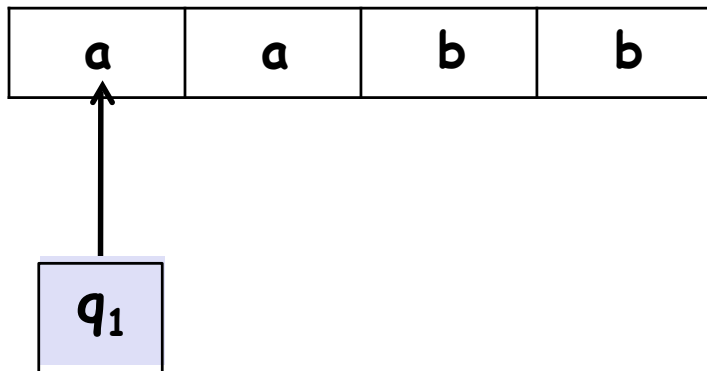
Realice las siguientes transiciones:

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AAZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AAA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$



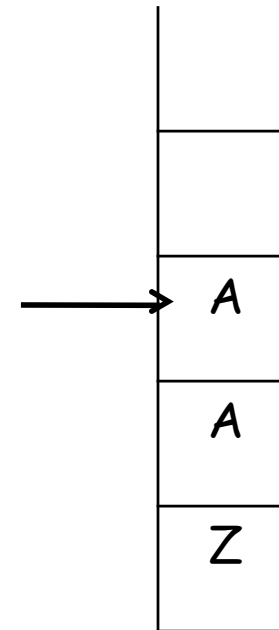
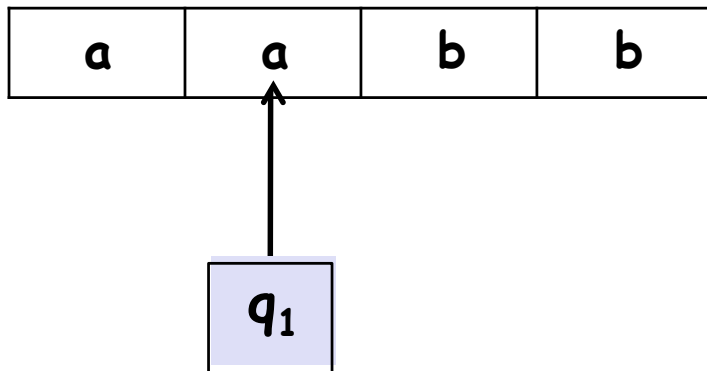
Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AAZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AAA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$



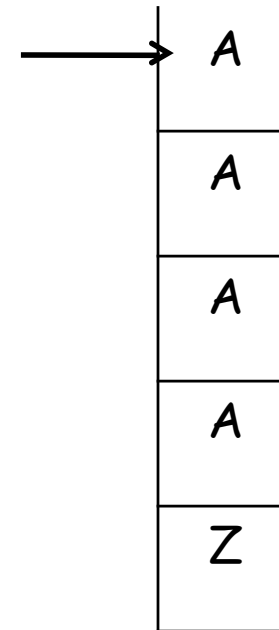
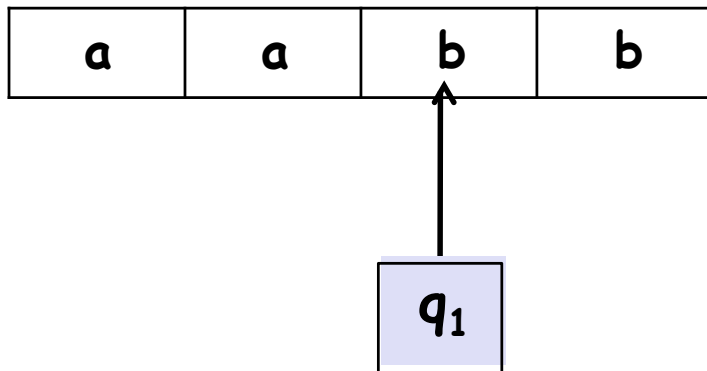
Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AAZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AAA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$



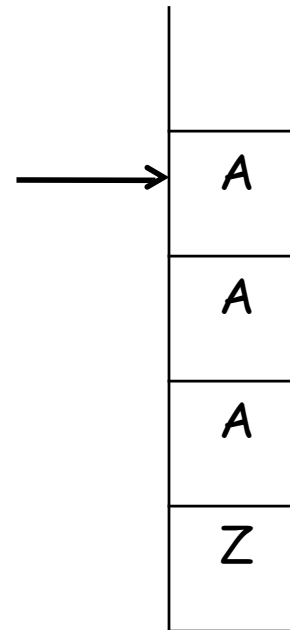
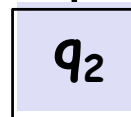
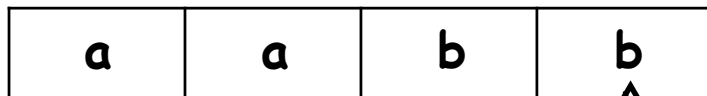
Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AAZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AAA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$



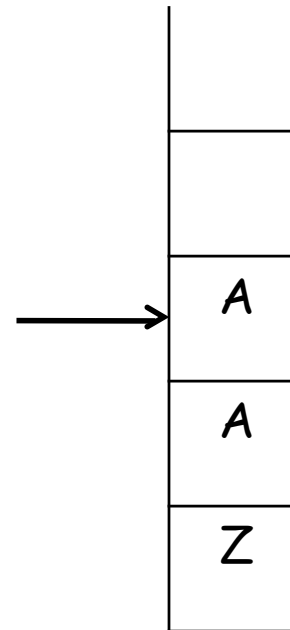
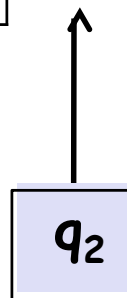
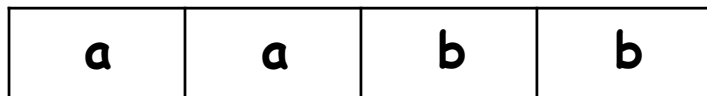
Lenguajes independientes del contexto

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AAZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AAA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$



Lenguajes independientes del contexto

Realice las siguientes transiciones:

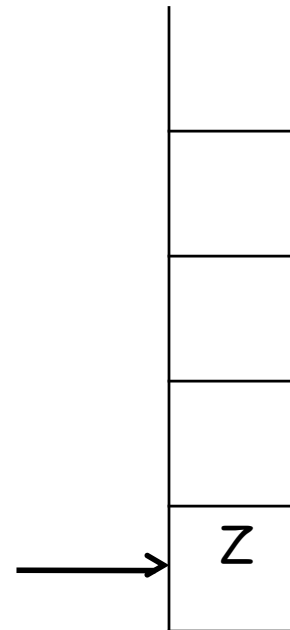
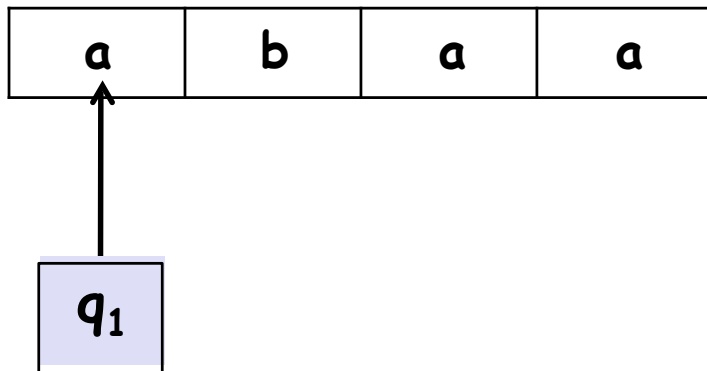
$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, a, Z) = (q_2, BZ)$$

$$\Delta(q_2, a, B) = (q_2, BB)$$



Lenguajes independientes del contexto

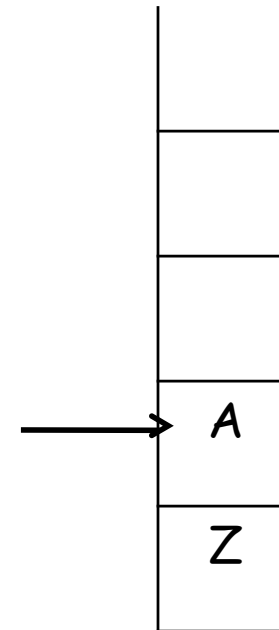
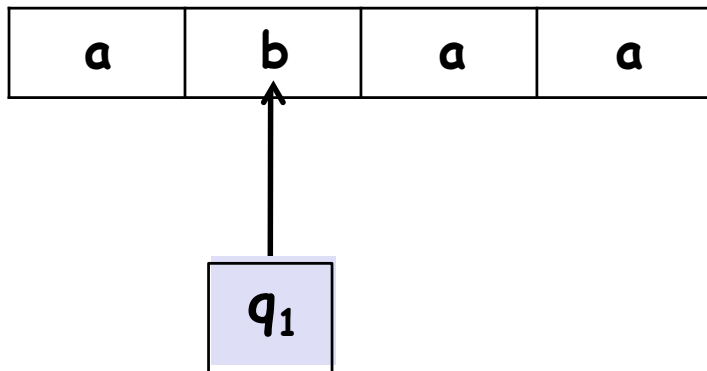
$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, a, Z) = (q_2, BZ)$$

$$\Delta(q_2, a, B) = (q_2, BB)$$



Lenguajes independientes del contexto

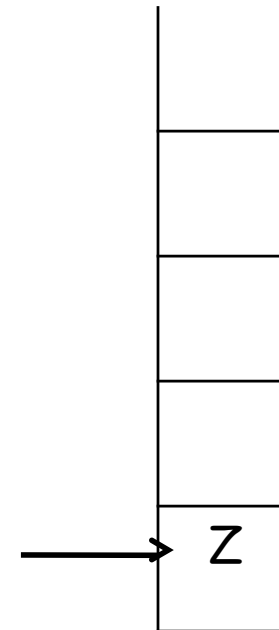
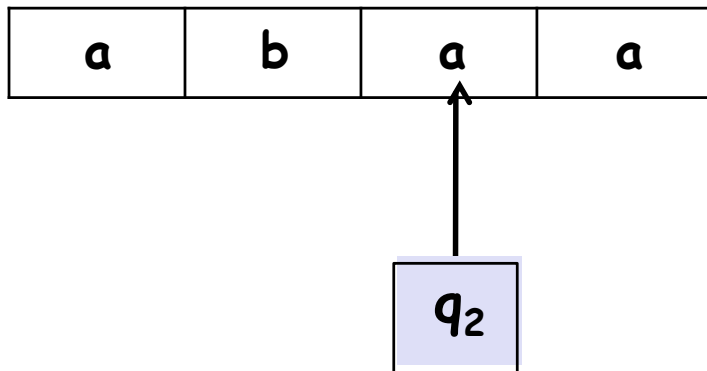
$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, a, Z) = (q_2, BZ)$$

$$\Delta(q_2, a, B) = (q_2, BB)$$



Lenguajes independientes del contexto

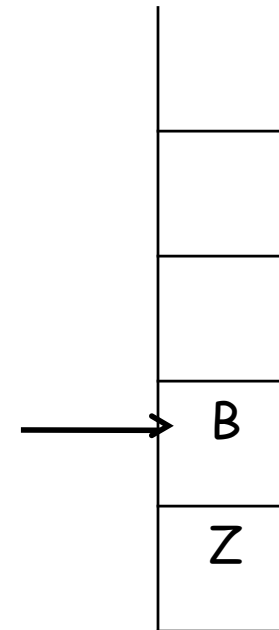
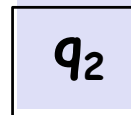
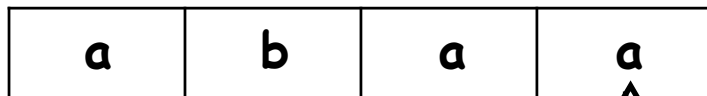
$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, a, Z) = (q_2, BZ)$$

$$\Delta(q_2, a, B) = (q_2, BB)$$



Lenguajes independientes del contexto

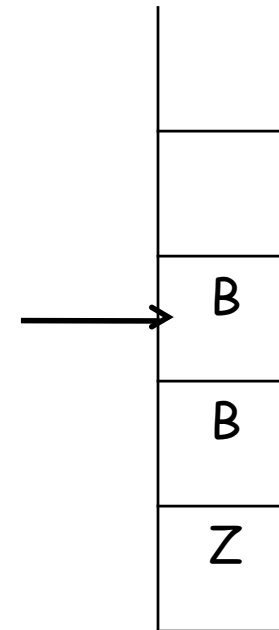
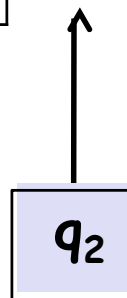
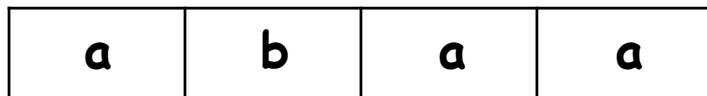
$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, a, Z) = (q_2, BZ)$$

$$\Delta(q_2, a, B) = (q_2, BB)$$



Lenguajes independientes del contexto

Autómata de pila no determinista (ADPND)

Es una colección de 7 elementos:

- Q conjuntos de estados
- Σ alfabeto de entrada
- Γ alfabeto de la pila
- $q \in Q$ estado inicial
- $Z \in \Gamma$ símbolo inicial de la pila
- $F \subseteq Q$ estados de aceptación
- Δ relación de transición

$$\Delta(q_i, \Sigma, \Gamma) = \{(q_j, \Gamma)\}$$

Lenguajes independientes del contexto

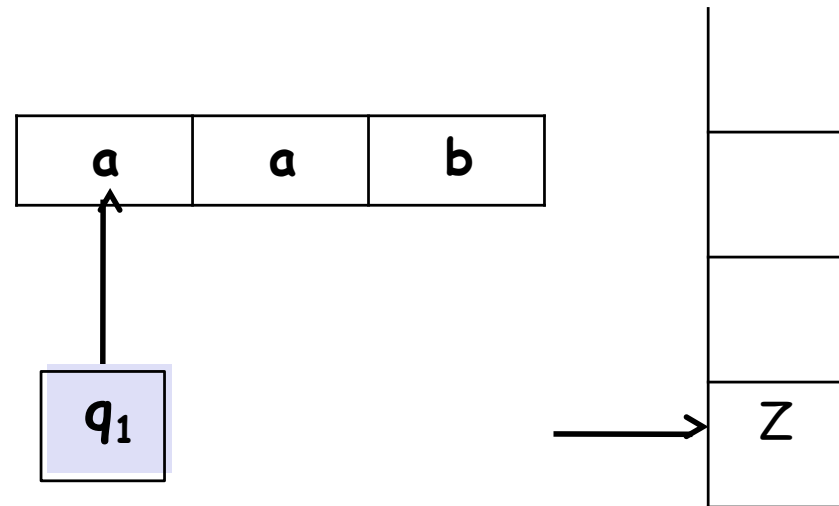
Autómata de pila no determinista (ADPND)

Es una colección de 7 elementos:

- Q conjuntos de estados
- Σ alfabeto de entrada
- Γ alfabeto de la pila
- $q \in Q$ estado inicial
- $Z \in \Gamma$ símbolo inicial de la pila
- $F \subseteq Q$ estados de aceptación
- Δ relación de transición

$$\Delta(q_i, \Sigma, \Gamma) = \{(q_j, \Gamma)\}$$

$$\begin{array}{ll} \Delta(q_1, a, A) = (q_1, A) & \Delta(q_2, a, A) = (q_2, B) \\ \Delta(q_1, a, B) = (q_2, B) & \Delta(q_2, a, B) = (q_2, B) \\ \Delta(q_1, b, A) = (q_2, B) & \Delta(q_2, b, A) = (q_2, A) \\ \Delta(q_1, b, B) = (q_2, B) & \Delta(q_2, b, B) = (q_2, A) \end{array}$$



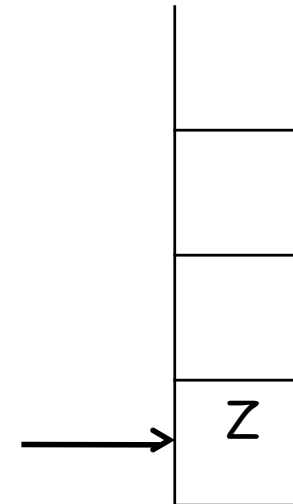
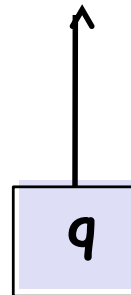
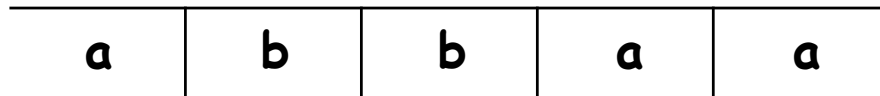
Lenguajes independientes del contexto

Condición de aceptación en un ADPND

La cinta llega al final, q es un estado de aceptación y la pila tiene solamente el símbolo inicial Z

Lenguajes independientes del contexto

$q \in F$ (F son los estados de aceptación)



Lenguajes independientes del contexto

Siendo $F=\{q_3\}$, indique si se acepta o rechaza la cadena dada

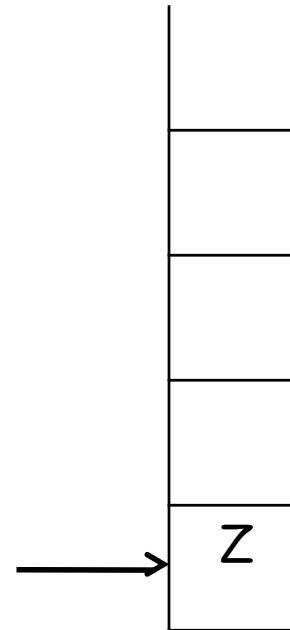
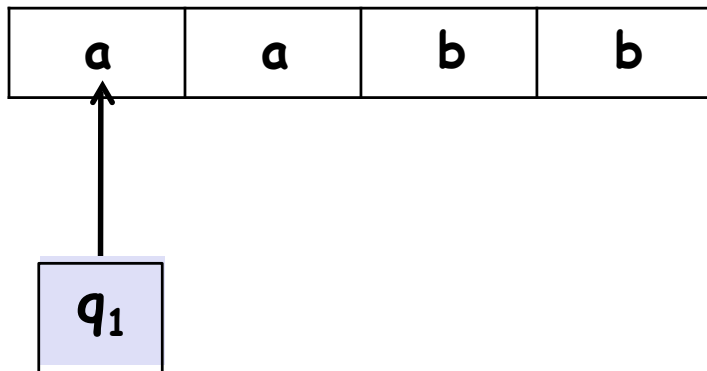
$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, \varepsilon, Z) = (q_3, Z)$$



Lenguajes independientes del contexto

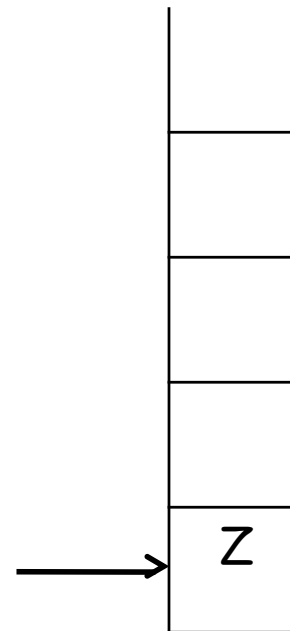
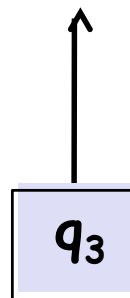
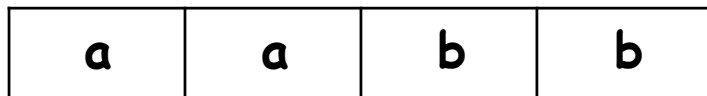
$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, \varepsilon, Z) = (q_3, Z)$$



Se acepta la
cadena **aabb**

Lenguajes independientes del contexto

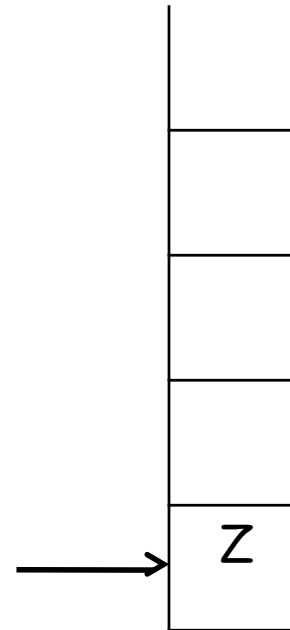
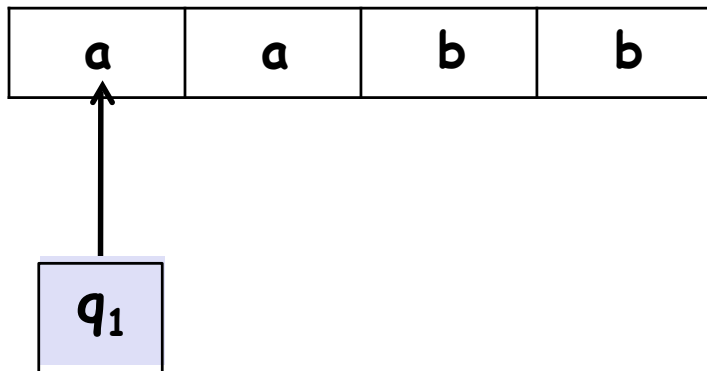
Siendo $F=\{q_2\}$, indique si se acepta o rechaza la cadena dada

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AAZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$



Lenguajes independientes del contexto

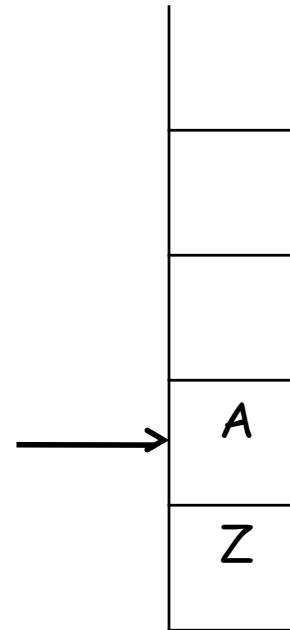
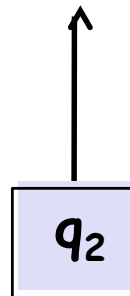
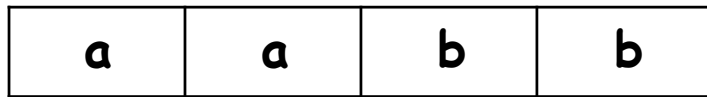
Siendo $F=\{q_2\}$, indique si se acepta o rechaza la cadena dada

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AAZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_2, b, A) = (q_2, \varepsilon)$$



Se rechaza la
cadena **aabb**

Lenguajes independientes del contexto

Diagrama de transición en ADPND

Permite representar gráficamente la definición formal del autómata de pila

Lenguajes independientes del contexto

Diagrama de transición en ADPND

- $Q=\{q_1,q_2,q_3\}$
- $\Sigma=\{a,b\}$
- $\Gamma=\{Z,A\}$
- Estado inicial q_1
- Símbolo inicial de la pila Z
- $F=\{q_3\}$
- Δ relación de transición

$$\Delta(q_1,a,Z)=(q_1,AZ)$$

$$\Delta(q_1,a,A)=(q_2,AA)$$

$$\Delta(q_2,b,A)=(q_3,\varepsilon)$$

Lenguajes independientes del contexto

Diagrama de transición en ADPND

- $Q=\{q_1,q_2,q_3\}$
- $\Sigma=\{a,b\}$
- $\Gamma=\{Z,A\}$
- Estado inicial q_1
- Símbolo inicial de la pila Z
- $F=\{q_3\}$
- Δ relación de transición

$$\Delta(q_1,a,Z)=(q_1,AZ)$$

$$\Delta(q_1,a,A)=(q_2,AA)$$

$$\Delta(q_2,b,A)=(q_3,\varepsilon)$$



q_1



q_2



q_3

Lenguajes independientes del contexto

Diagrama de transición en ADPND

- $Q=\{q_1,q_2,q_3\}$
- $\Sigma=\{a,b\}$
- $\Gamma=\{Z,A\}$
- Estado inicial q_1
- Símbolo inicial de la pila Z
- $F=\{q_3\}$
- Δ relación de transición


 q_1


 q_2


 q_3

$$\begin{aligned}\Delta(q_1,a,Z) &= (q_1,AZ) \\ \Delta(q_1,a,A) &= (q_2,AA) \\ \Delta(q_2,b,A) &= (q_3,\varepsilon)\end{aligned}$$

Lenguajes independientes del contexto

Diagrama de transición en ADPND

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_2, AA)$$

$$\Delta(q_2, b, A) = (q_3, \varepsilon)$$



q_1



q_2

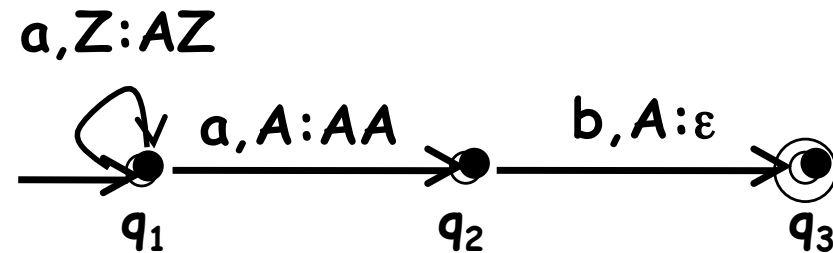


q_3

Lenguajes independientes del contexto

Diagrama de transición en ADPND

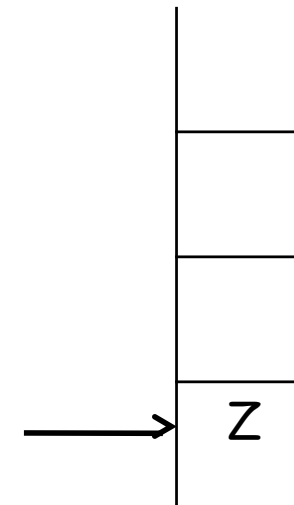
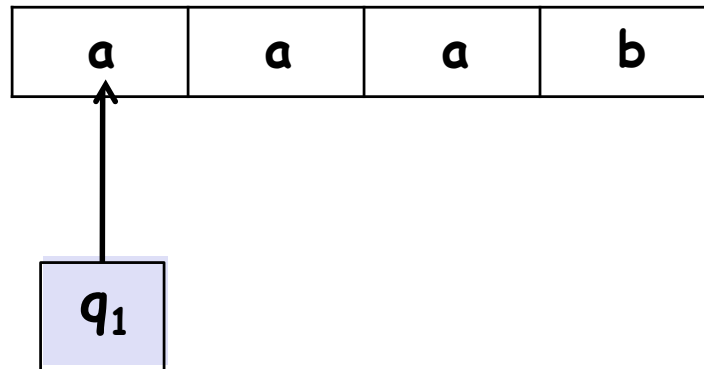
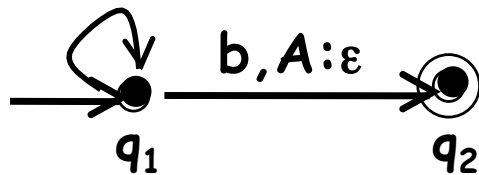
$$\begin{aligned}\Delta(q_1, a, Z) &= (q_1, AZ) \\ \Delta(q_1, a, A) &= (q_2, AA) \\ \Delta(q_2, b, A) &= (q_3, \varepsilon)\end{aligned}$$



Lenguajes independientes del contexto

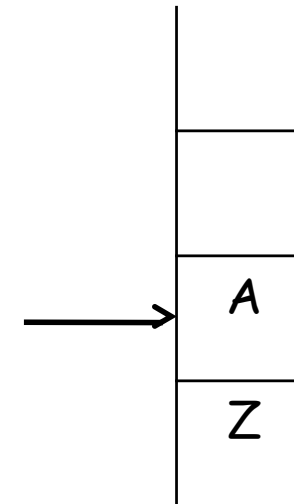
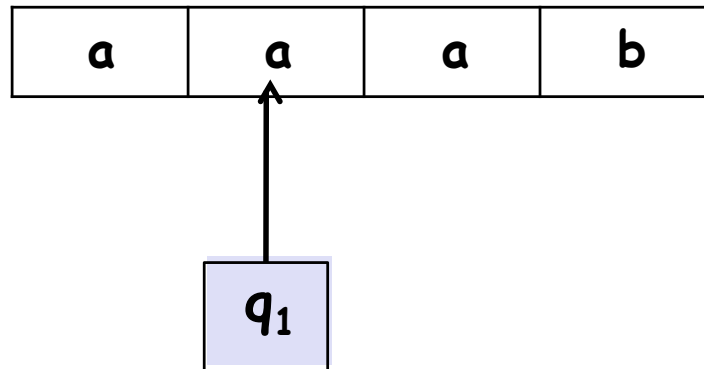
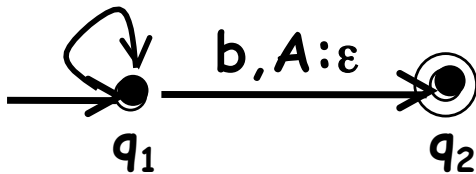
Muestre el estado final para el siguiente cómputo:

$a, A: AA$
 $a, Z: AZ$



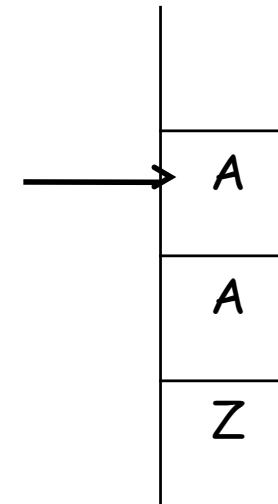
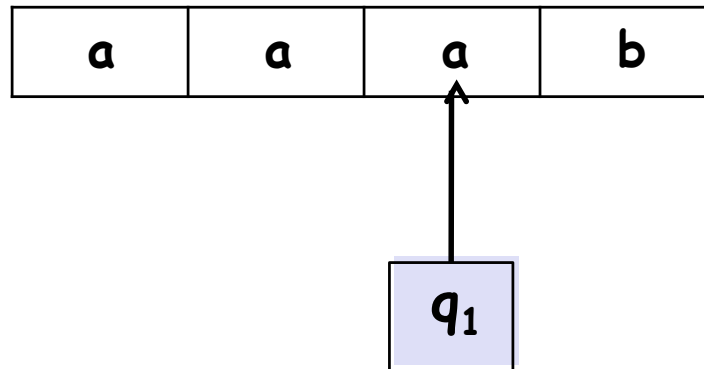
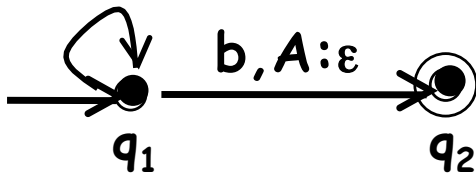
Lenguajes independientes del contexto

$a, A: AA$
 $a, Z: AZ$



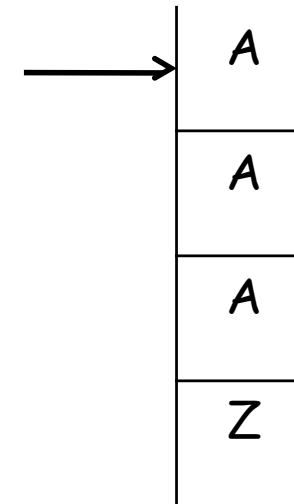
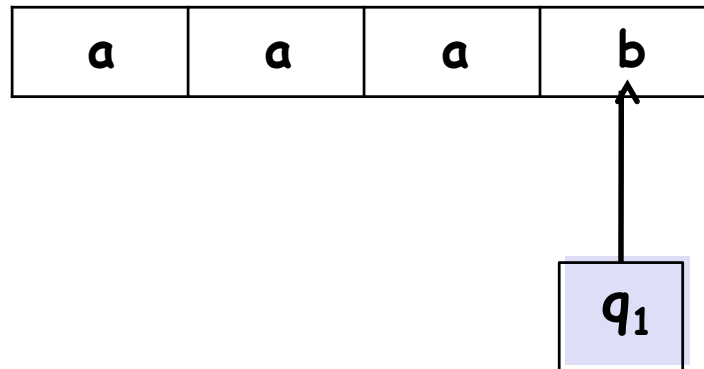
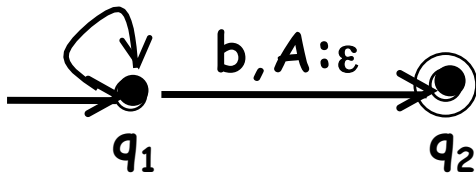
Lenguajes independientes del contexto

$a, A: AA$
 $a, Z: AZ$



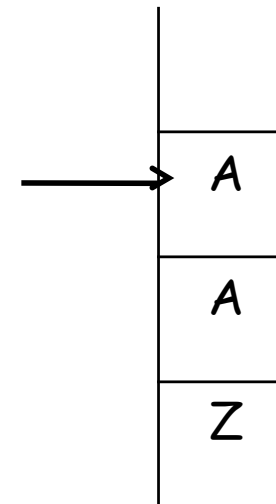
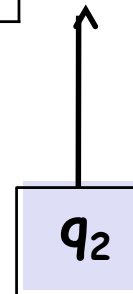
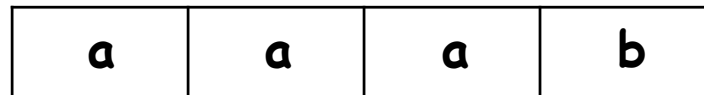
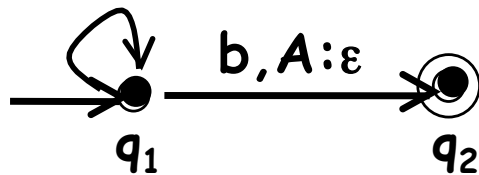
Lenguajes independientes del contexto

$a, A: AA$
 $a, Z: AZ$



Lenguajes independientes del contexto

$a, A: AA$
 $a, Z: AZ$

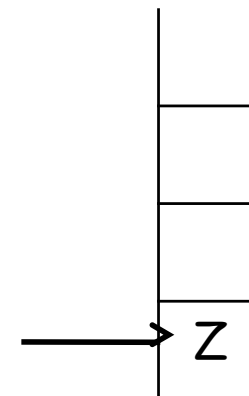
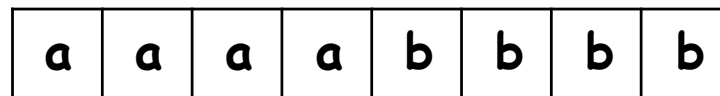
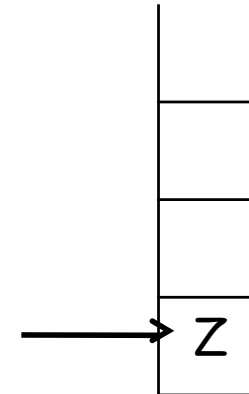
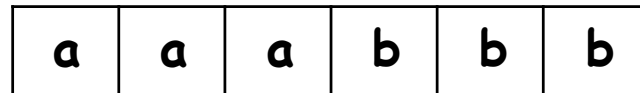


Lenguajes independientes del contexto

ADPND que acepte $L = \{a^n b^n, n \geq 1\}$

Lenguajes independientes del contexto

ADPND que acepte $L = \{a^n b^n, n \geq 1\}$



Lenguajes independientes del contexto

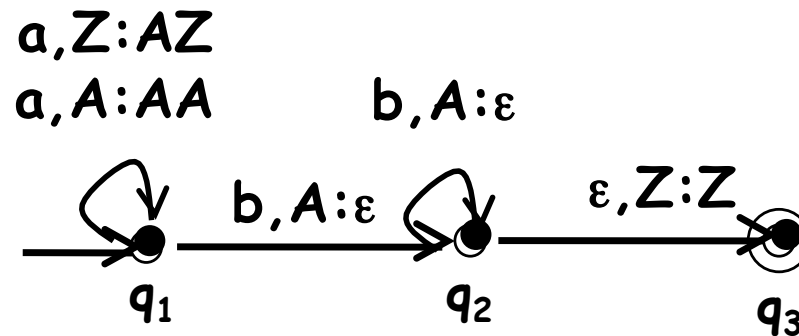
ADPND que acepte $L=\{a^n b^n, n \geq 1\}$

Idea: colocar en la pila el símbolo A por cada a que se encuentre en la cinta. Borrar una A por cada b que se encuentre en la cinta. Pasar a un estado de aceptación cuando se saquen todas las B 's de la pila

Lenguajes independientes del contexto

ADPND que acepte $L=\{a^n b^n, n \geq 1\}$

Idea: colocar en la pila el símbolo A por cada a que se encuentre en la cinta. Borrar una A por cada b que se encuentre en la cinta. Pasar a un estado de aceptación cuando se saquen todas las B 's de la pila

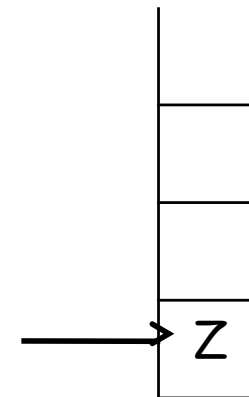
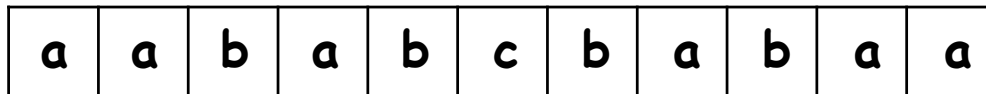
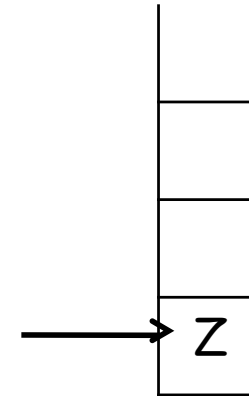
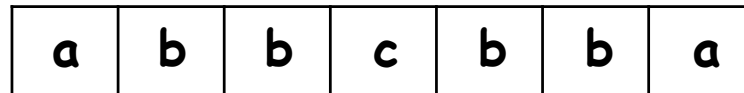


Lenguajes independientes del contexto

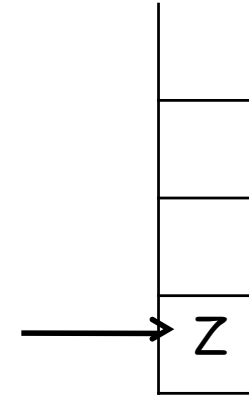
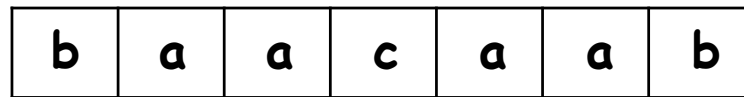
Construir un ADPND que acepte $L = \{wcw^I \mid w \in \{a,b\}^*\}$

Lenguajes independientes del contexto

Construir un ADPND que acepte $L = \{wcw^I \mid w \in \{a,b\}^*\}$



Lenguajes independientes del contexto



Lenguajes independientes del contexto

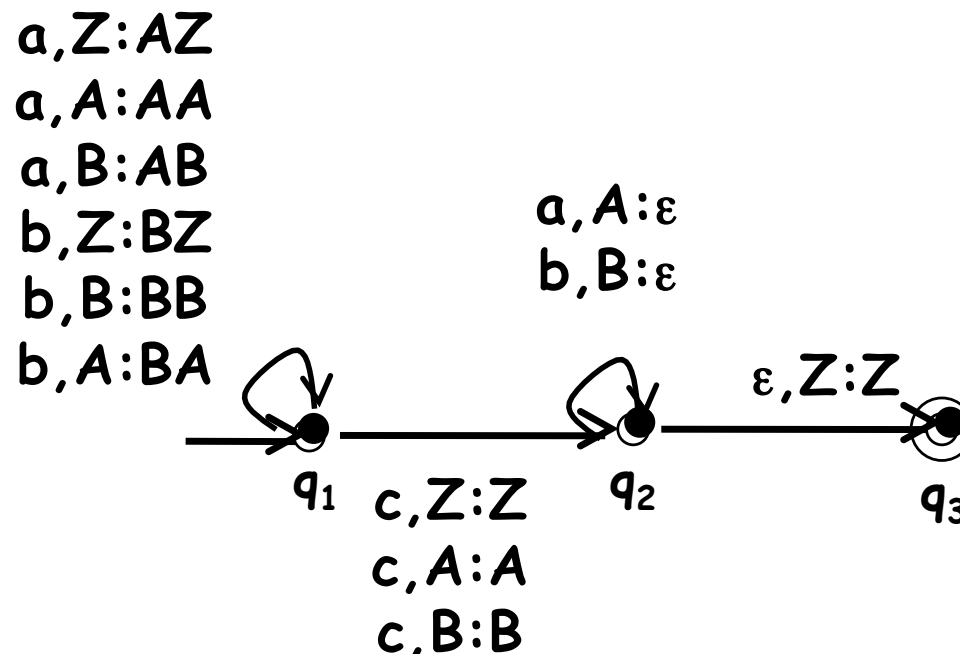
ADPND que acepte $L = \{wcw^I \mid w \in \{a,b\}^*\}$

Idea: colocar en la pila el símbolo A por cada a que se encuentre en la cinta y una B por cada b . Cuando encuentre una c se pasa a un estado en el que, si hay una a en la cinta, se saca una A y si encuentra una b , se saca una B de la pila

Lenguajes independientes del contexto

ADPND que acepte $L = \{wcw^I \mid w \in \{a,b\}^*\}$

Idea: colocar en la pila el símbolo A por cada a que se encuentre en la cinta y una B por cada b . Cuando encuentre una c se pasa a un estado en el que, si hay una a en la cinta, se saca una A y si encuentra una b , se saca una B de la pila

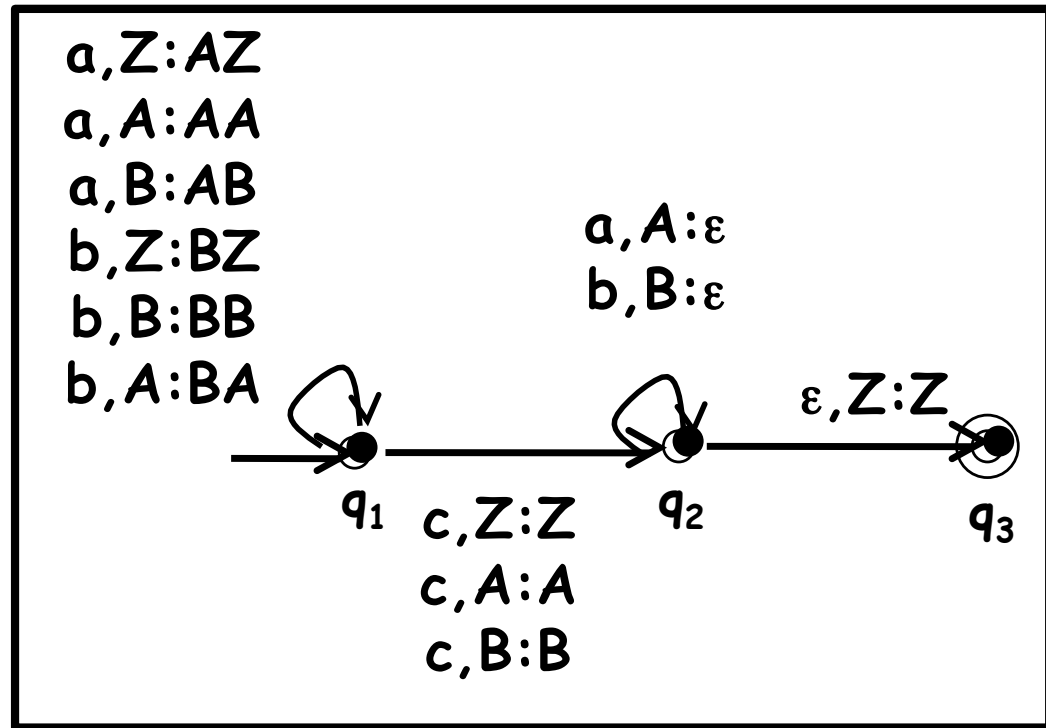


Lenguajes independientes del contexto

ADPND para $L = \{wcw^I \mid w \in \{a,b\}^*\}$

- $Q = \{q_1, q_2, q_3\}$
- $\Sigma = \{a, b, c\}$
- $\Gamma = \{Z, A, B\}$
- q_1 estado inicial
- Z símbolo inicial de la pila
- $F = \{q_3\}$ estado final
- Δ relación de transición

$$\Delta(q_i, \Sigma, \Gamma) = \{(q_j, \Gamma)\}$$



Lenguajes independientes del contexto

ADPND para $L = \{wcw^I \mid w \in \{a,b\}^*\}$

- Δ relación de transición

$$\Delta(q_1, a, Z) = (q_1, AZ)$$

$$\Delta(q_1, c, Z) = (q_2, Z)$$

$$\Delta(q_1, a, A) = (q_1, AA)$$

$$\Delta(q_1, c, A) = (q_2, A)$$

$$\Delta(q_1, a, B) = (q_1, AB)$$

$$\Delta(q_1, c, B) = (q_2, B)$$

$$\Delta(q_1, b, Z) = (q_1, BZ)$$

$$\Delta(q_2, a, A) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_1, b, A) = (q_1, BA)$$

$$\Delta(q_2, b, B) = (q_2, \varepsilon)$$

$$\Delta(q_1, b, b) = (q_1, BB)$$

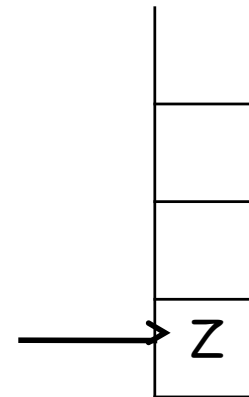
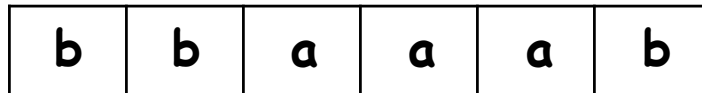
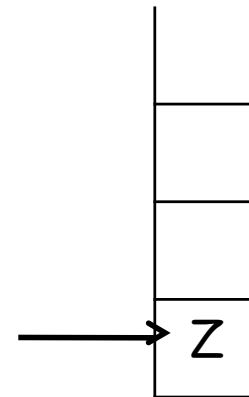
$$\Delta(q_2, \varepsilon, Z) = (q_3, Z)$$

Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contiene la misma cantidad de } a\text{'s que } b\text{'s}\}$

Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ contiene la misma cantidad de } a\text{'s que } b\text{'s}\}$



Lenguajes independientes del contexto

Idea: colocar en la pila el símbolo A por cada a que se encuentre en la cinta y eliminar una A con cada b de la cinta. Si no hay símbolos en la pila y se lee una b , se coloca una B y por cada a de la cinta se elimina una B

$a, Z: AZ$

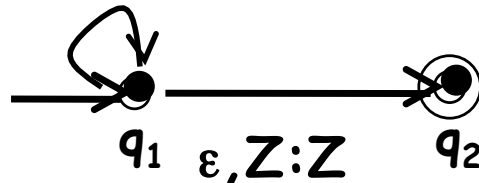
$a, A: AA$

$a, B: \varepsilon$

$b, Z: BZ$

$b, B: BB$

$b, A: \varepsilon$

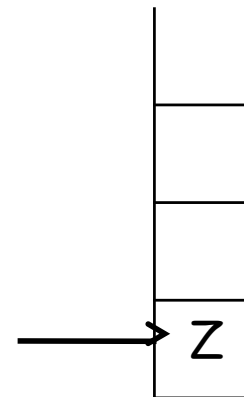
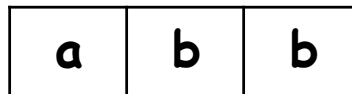
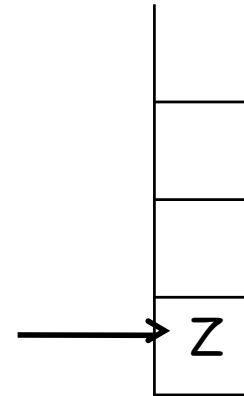


Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^n b^{2n}, n \geq 1\}$

Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^n b^{2n}, n \geq 1\}$

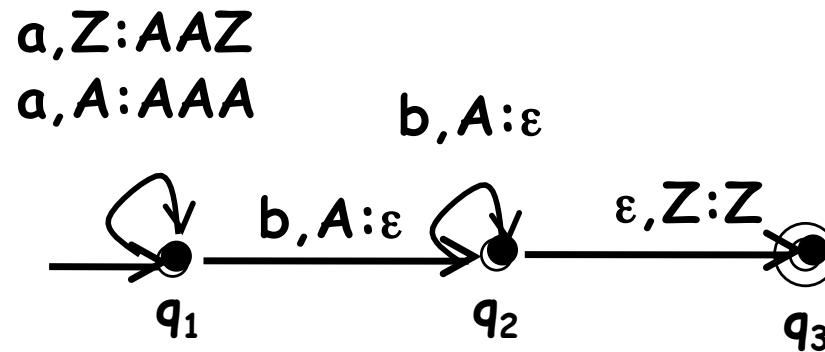


Lenguajes independientes del contexto

Idea: colocar en la pila dos símbolos A por cada a que se encuentre en la cinta. Eliminar una A con cada b de la cinta.

Lenguajes independientes del contexto

Idea: colocar en la pila dos símbolos A por cada a que se encuentre en la cinta. Eliminar una A con cada b de la cinta.

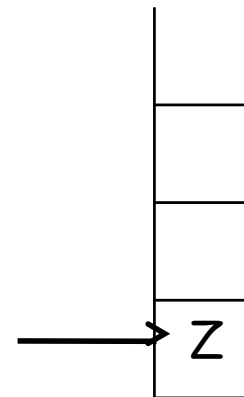
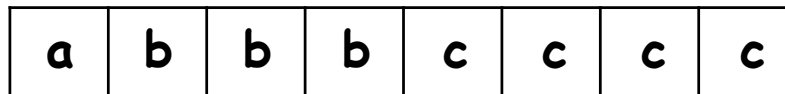
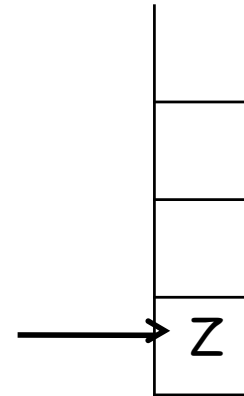
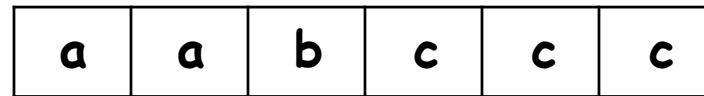


Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^n b^m c^{n+m}, n, m \geq 1\}$

Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^n b^m c^{n+m}, n, m \geq 1\}$

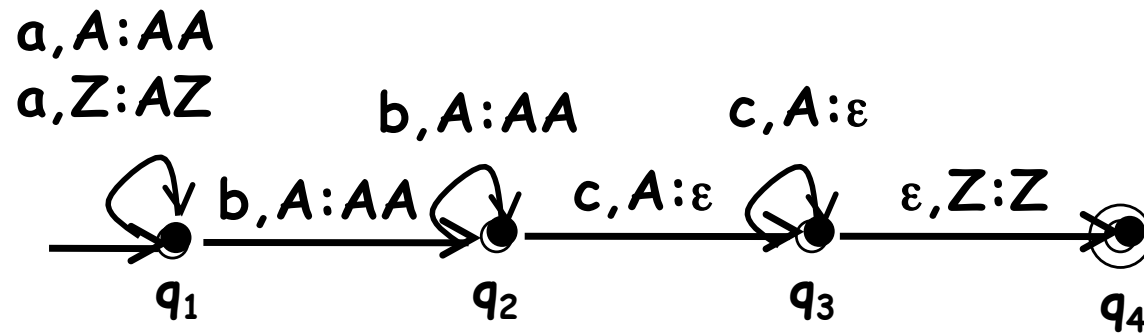


Lenguajes independientes del contexto

Idea: colocar en la pila una A por cada a que se encuentre en la cinta, una A por cada b . Se elimina una A por cada c

Lenguajes independientes del contexto

Idea: colocar en la pila una A por cada a que se encuentre en la cinta, una A por cada b . Se elimina una A por cada c

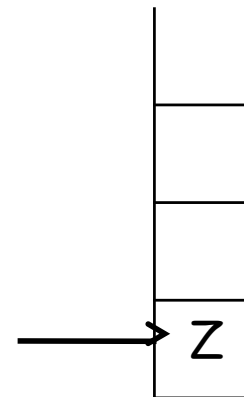
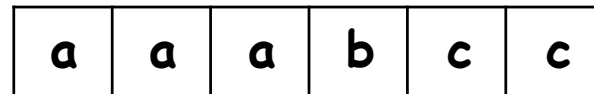
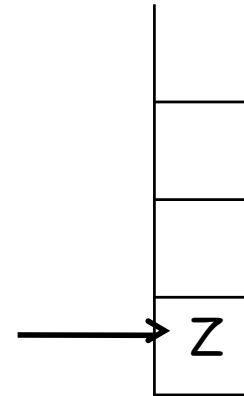
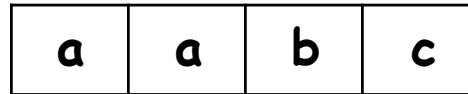


Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^m b^n c^{m-n}, n, m \geq 1 \text{ y } m > n\}$

Lenguajes independientes del contexto

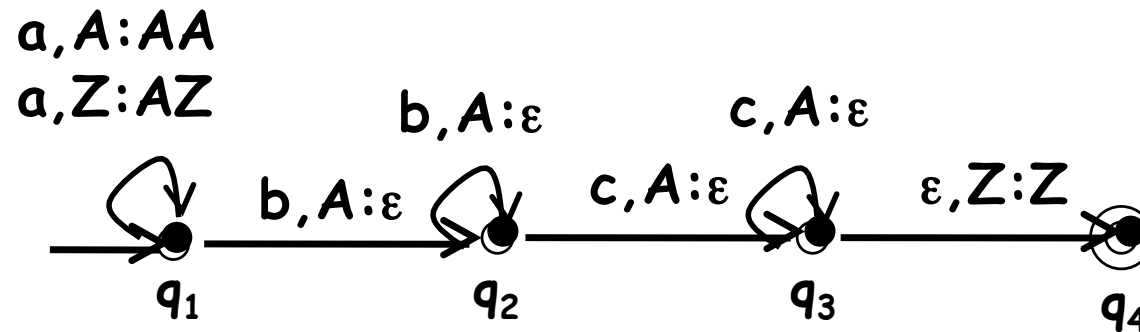
Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^m b^n c^{m-n}, n, m \geq 1 \text{ y } m > n\}$



Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^m b^n c^{m-n}, n, m \geq 1 \text{ y } m > n\}$

Idea: colocar en la pila una A por cada a que se encuentre en la cinta, quitar una A por cada b . La cantidad de A 's que resten serán las que debe haber de c 's. Se elimina una A por cada c . Si se alcanza el final de la cinta y se tiene Z en la pila se acepta la cadena

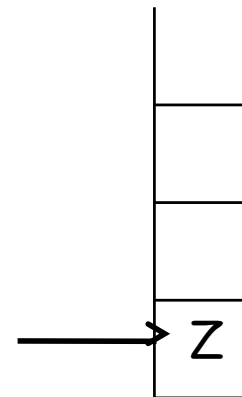
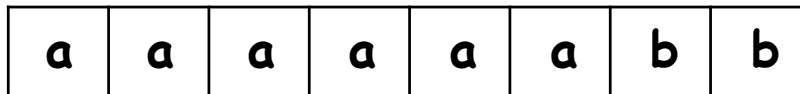
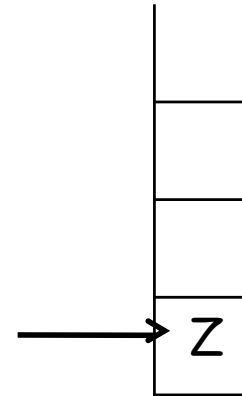
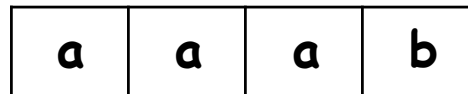


Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^{3n}b^n, n \geq 1\}$

Lenguajes independientes del contexto

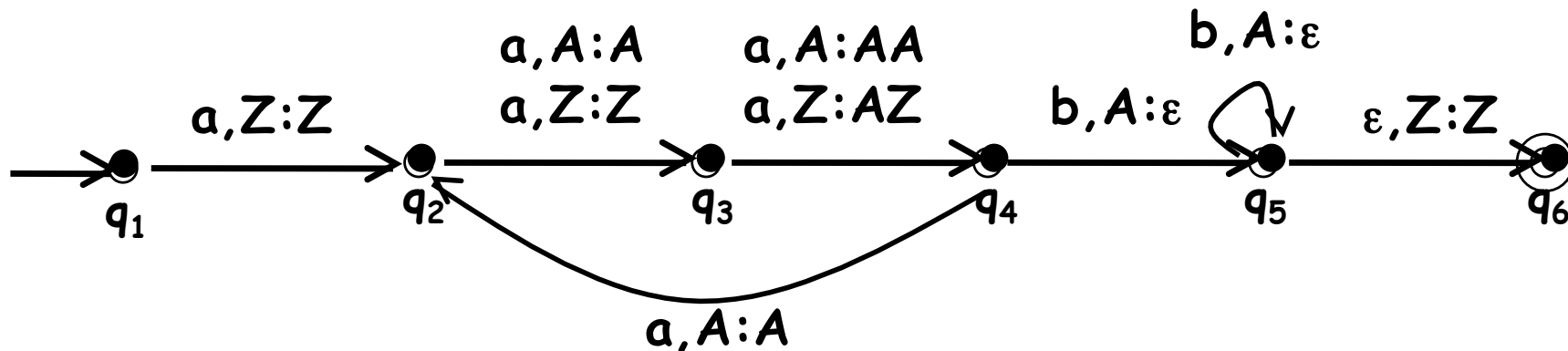
Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^{3n}b^n, n \geq 1\}$



Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^{3n}b^n, n \geq 1\}$

Idea: colocar en la pila una A por cada tres a en la cinta.
Se saca una A por cada b

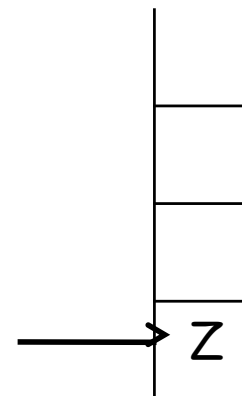
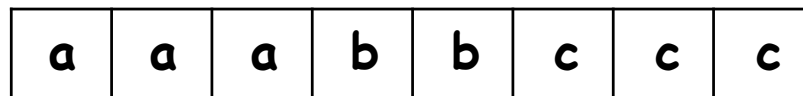
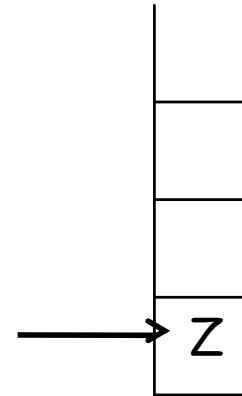


Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^n b^m c^n, m, n \geq 1\}$

Lenguajes independientes del contexto

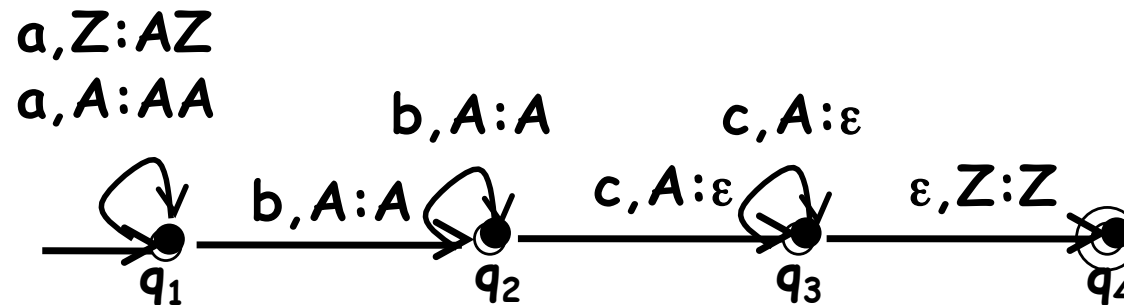
Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^n b^m c^n, m, n \geq 1\}$



Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^n b^m c^n, m, n \geq 1\}$

Idea: colocar en la pila una A por cada a que se encuentre en la cinta. Con cada b se avanza en la cinta sin modificar la pila. Por cada c se saca una A de la pila

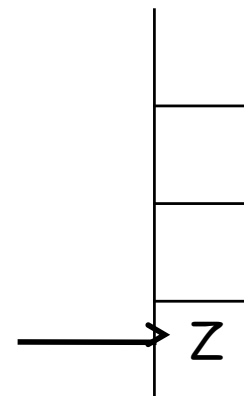
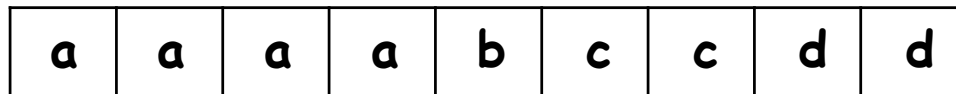
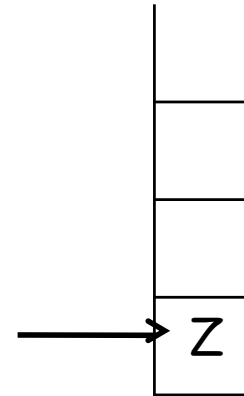
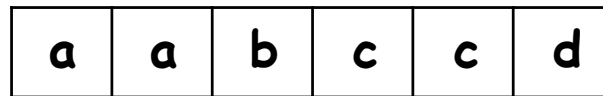


Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^{2n}b^m c^{2m}d^n, m, n \geq 1\}$

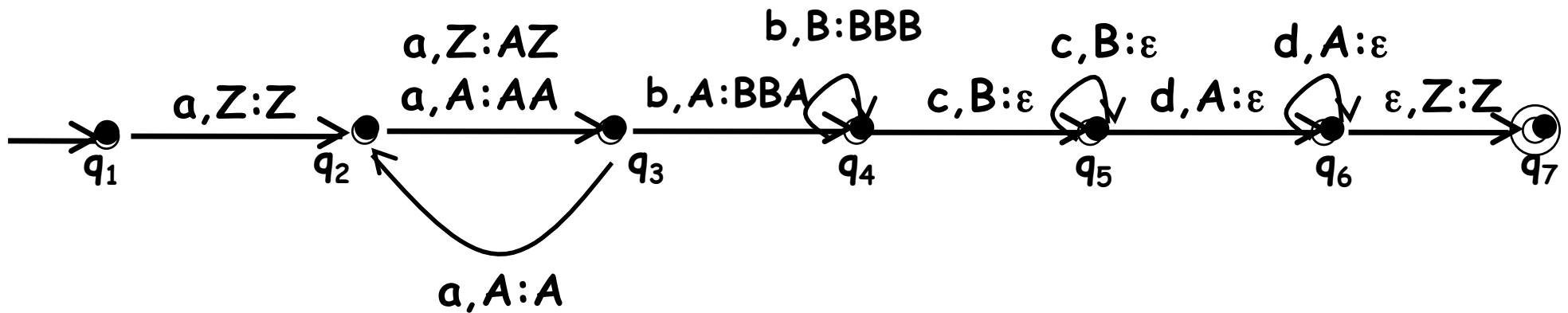
Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^{2n}b^m c^{2m}d^n, m, n \geq 1\}$



Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^{2n}b^m c^{2m}d^n, m, n \geq 1\}$

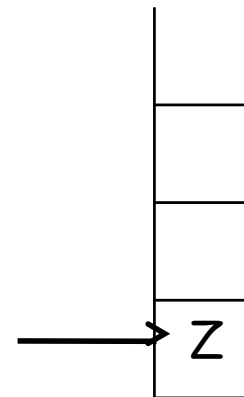
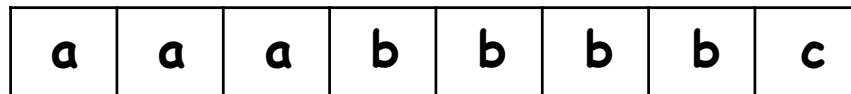
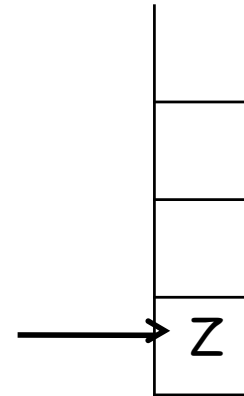
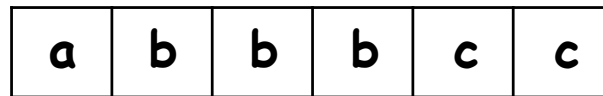


Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^n b^{n+m} c^m, m, n \geq 1\}$

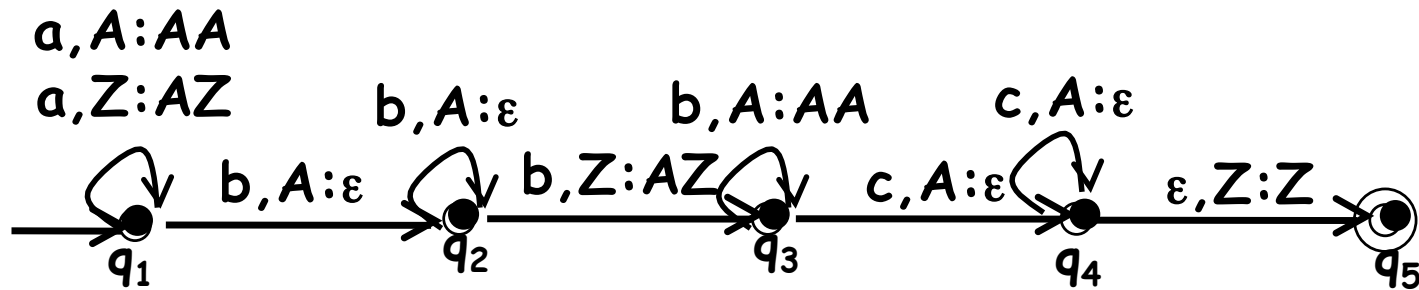
Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^n b^{n+m} c^m, m, n \geq 1\}$



Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L = \{a^n b^{n+m} c^m, m, n \geq 1\}$



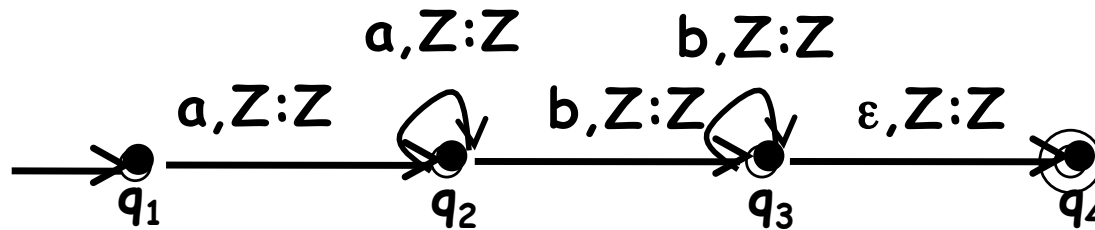
Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L=\{a^+b^+\}$

Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte $L=\{a^+b^+\}$

Idea: si se lee la primer a se pasa a un estado donde se pueden leer más a's. Cuando se lea la primer b se pasa a un estado donde se pueden leer más b's. No se escribe nada en la pila



Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte el lenguaje regular dado por $(a \cup b)^* aa(a \cup b)^*$

Lenguajes independientes del contexto

Diseñe un ADPND que acepte el lenguaje regular dado por $(a \cup b)^* aa(a \cup b)^*$

