

# Fundamentos de Algoritmos y Computabilidad

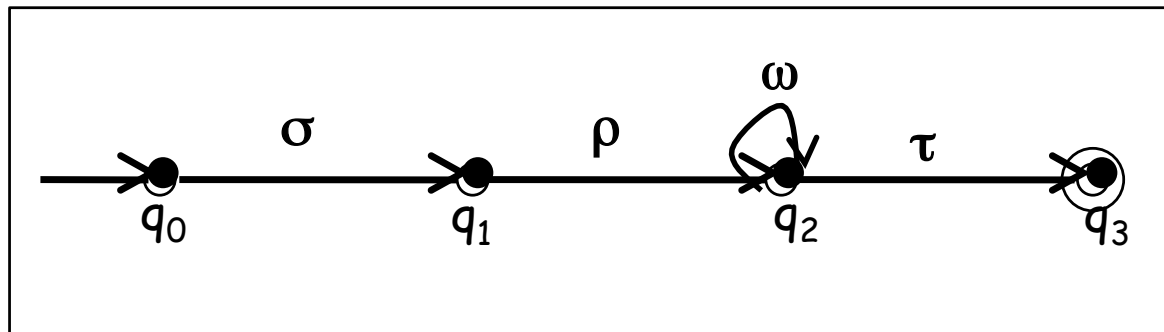
- \* Lema del bombeo para LIC's
- \* Problemas de decisión
- \* Algoritmo CYK

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Lema del bombeo para lenguajes regulares

- $L$  es regular infinito
- Debe tener cadenas de longitud mayor a  $n$ , la cantidad de estados
- Ya que cada transición consume un símbolo y se tienen cadenas de longitud mayor a  $n$ , debe existir un ciclo en el autómata
- Si una cadena  $\sigma\omega\tau$  pertenece a  $L$ , se puede bombear una parte de la cadena y el resultado,  $\sigma\omega^i\tau$ , también pertenece a  $L$ , para  $i \geq 0$

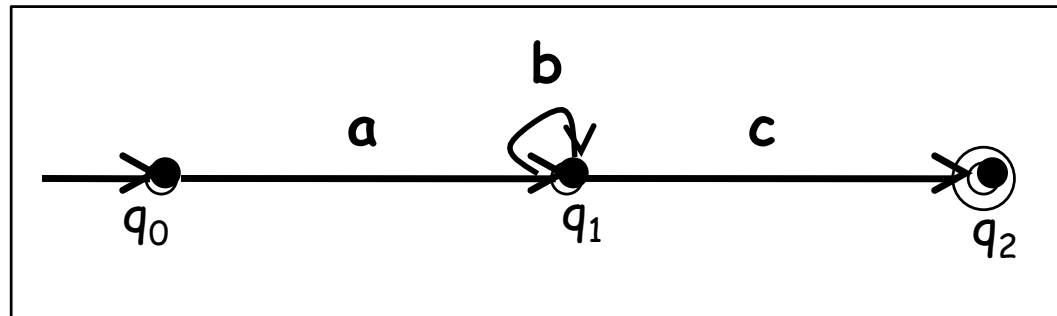


# Lenguajes independientes del contexto

---

## Lema del bombeo para lenguajes regulares

- Sea  $L$  un lenguaje regular infinito. Hay una constante  $n$  de forma que, si  $w$  es una cadena de  $L$  cuya longitud es mayor o igual a  $n$ , se tiene que  $w=uv^ix$ , siendo  $uv^ix \in L$  para todo  $i \geq 0$ , con  $|v| \geq 1$  y  $|uv| \leq n$

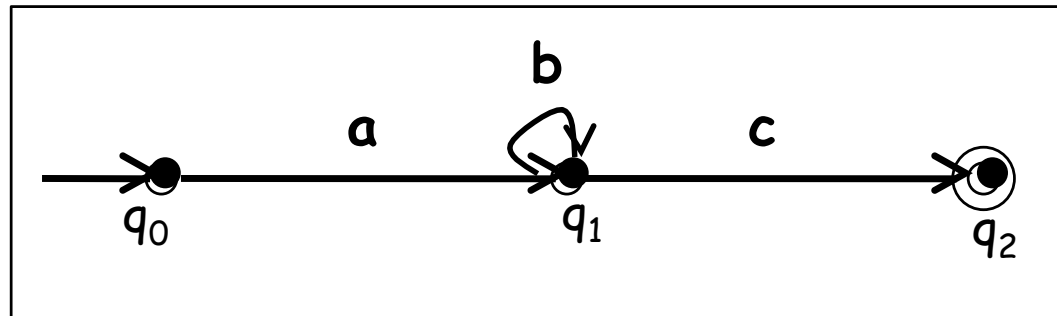


$w=abc$

# Lenguajes independientes del contexto

## Lema del bombeo para lenguajes regulares

- Sea  $L$  un lenguaje regular infinito. Hay una constante  $n$  de forma que, si  $w$  es una cadena de  $L$  cuya longitud es mayor o igual a  $n$ , se tiene que  $w=uv^ix$ , siendo  $uv^ix \in L$  para todo  $i \geq 0$ , con  $|v| \geq 1$  y  $|uv| \leq n$



$w=abc$

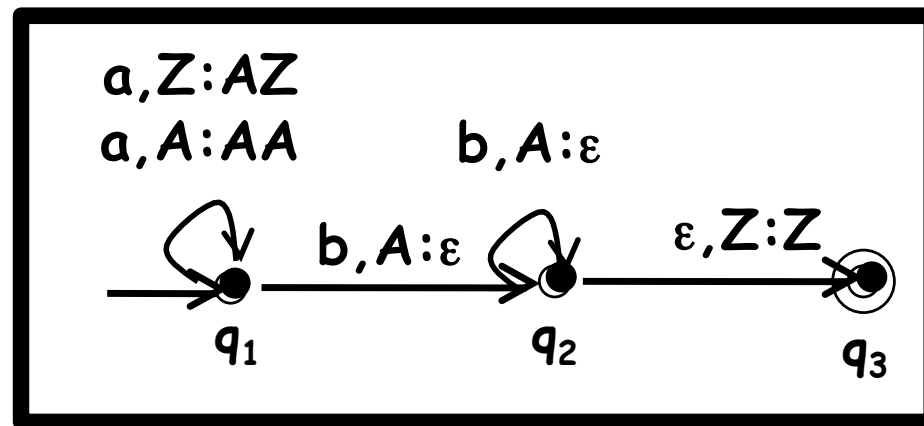
$$L=\{(ab)^mb \mid m \geq 0\}$$

$$L=\{a^mb^m \mid m \geq 0\}$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

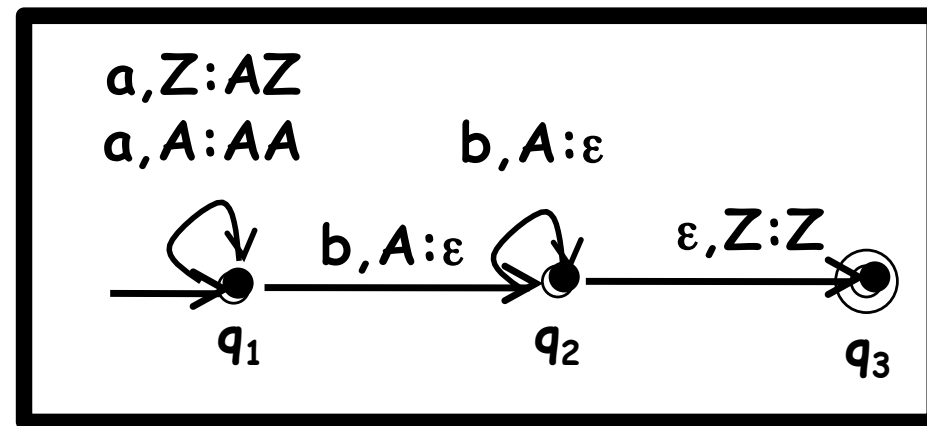
## Lema del bombeo para LIC



# Lenguajes independientes del contexto

---

## Lema del bombeo para LIC



Cómo puede un autómata con 3 estados aceptar cadenas de longitud 200 como  $w = a^{100}b^{100}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Lema del bombeo para LIC

Sea  $L$  un LIC, entonces **existe** una constante  $n$  tal que si  $z$  es cualquier cadena de  $L$ ,  $|z| > n$ , se puede descomponer la cadena  $z = uvwxy$  tal que:

1.  $|vwx| \leq n$
2.  $vx \neq \varepsilon$ ,  $v$  ó  $x$  es distinto de  $\varepsilon$
3. Para todo  $i \geq 0$ , la cadena  $uv^iwx^iy$  son todas cadenas de  $L$

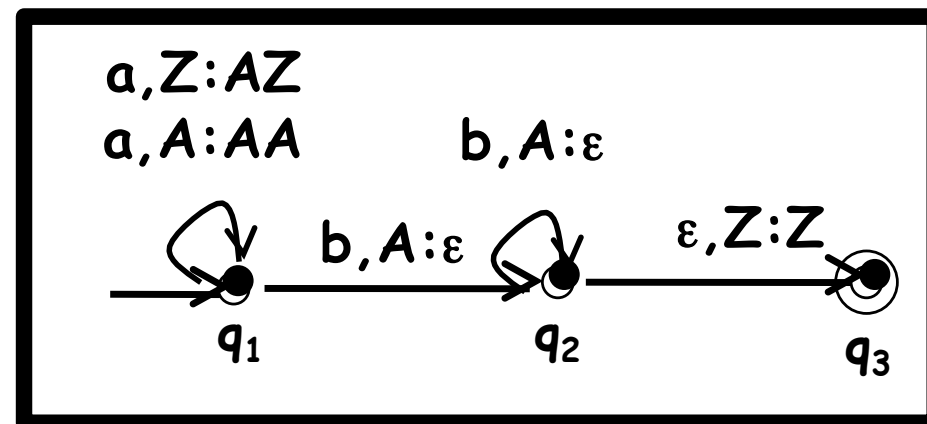


# Lenguajes independientes del contexto

## Lema del bombeo para LIC

Sea  $L$  un LIC, entonces **existe** una constante  $n$  tal que si  $z$  es cualquier cadena de  $L$ ,  $|z| > n$ , se puede descomponer la cadena  $z = uvwxy$  tal que:

1.  $|vwx| \leq n$
2.  $vx \neq \varepsilon$ ,  $v$  ó  $x$  es distinto de  $\varepsilon$
3. Para todo  $i \geq 0$ , la cadena  $uv^iwx^iy$  son todas cadenas de  $L$



$$w = a^{100}b^{100}$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

**Probar que  $L=\{a^n b^n\}$  es LIC**

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L=\{a^n b^n\}$  es LIC

- Sea  $n$  la constante de bombeo
- $z=a^n b^n$ , como  $|z|>n$ , se puede escribir  $z=uvwxy$ , donde:

$$\begin{array}{ccccc} a^{n-1} & a^1 & \varepsilon & b^1 & b^{n-1} \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ u & v & w & x & y \end{array}$$

- Se cumple que la cadena  $uv^iwx^iy$ , o lo que es lo mismo

$$a^{n-1} (a^1)^i \varepsilon (b^1)^i b^{n-1}$$

pertenece a  $L$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{a^n b^n\}$  es LIC

- Sea  $n$  la constante de bombeo
- $z = a^n b^n$ , como  $|z| > n$ , se puede escribir  $z = uvwxy$ , donde:

$$\begin{array}{ccccc} a^{n-2} & a^1 & ab & b^1 & b^{n-2} \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ u & v & w & x & y \end{array}$$

- Se cumple que la cadena  $uv^iwx^iy$ , o lo que es lo mismo

$$a^{n-2} (a^1)^i ab (b^1)^i b^{n-2}$$

pertenece a  $L$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{a^n b^n c^n\}$  no es LIC

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L=\{a^n b^n c^n\}$  no es LIC

- Sea  $n$  la constante de bombeo
- $z=a^n b^n c^n$ , como  $|z|>n$ , se puede escribir  $z=uvwxy$  para los siguientes casos:
  - Si  $v$  y  $x$  están compuestas por solo  $a$ 's, entonces  $uv^iwx^iy \notin L$  porque tendría más  $a$ 's que  $b$ 's y  $c$ 's

$$\begin{array}{ccccc} & (n) & & (n) & & (n) \\ & aa \dots a & & bb \dots b & & cc \dots c \\ & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \\ & uvwx & & & & y \end{array}$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{a^n b^n c^n\}$  no es LIC

- Sea  $n$  la constante de bombeo
- $z = a^n b^n c^n$ , como  $|z| > n$ , se puede escribir  $z = uvwxy$  para los siguientes casos:
  - Si  $v$  y  $x$  están compuestas por solo  $b$ 's, entonces las cadenas  $uv^iwx^iy \notin L$  ya que tienen más  $b$ 's que  $a$ 's y  $c$ 's

$$\begin{array}{ccccccc} & (n) & & (n) & & (n) & \\ & aa \dots a & & bb \dots b & & cc \dots c & \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \\ & u & & vwx & & y & \end{array}$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{a^n b^n c^n\}$  no es LIC

- Sea  $n$  la constante de bombeo
- $z = a^n b^n c^n$ , como  $|z| > n$ , se puede escribir  $z = uvwxy$  para los siguientes casos:
  - Si  $v$  y  $x$  están compuestas por solo  $c$ 's, entonces las cadenas  $uv^iwx^iy \notin L$  ya que tienen más  $c$ 's que  $a$ 's y  $b$ 's

$$\begin{array}{c} \text{(n)} \quad \text{(n)} \quad \text{(n)} \\ aa \dots a \quad bb \dots b \quad cc \dots c \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_u \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{vwxy} \end{array}$$



# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{a^n b^n c^n\}$  no es LIC

- Sea  $n$  la constante de bombeo
- $z = a^n b^n c^n$ , como  $|z| > n$ , se puede escribir  $z = uvwxy$  para los siguientes casos:
  - Si  $v$  está compuesta por  $a$ 's y  $x$  por  $b$ 's, entonces las cadenas  $uv^iwx^iy \notin L$  ya que tienen más  $a$ 's y  $b$ 's que  $c$ 's

$$\begin{array}{ccccc} & (n) & & (n) & & (n) \\ & aa \dots a & & bb \dots b & & cc \dots c \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ & uv & & wx & & y \end{array}$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{a^n b^n c^n\}$  no es LIC

- Sea  $n$  la constante de bombeo
- $z = a^n b^n c^n$ , como  $|z| > n$ , se puede escribir  $z = uvwxy$  para los siguientes casos:
  - Si  $v$  está compuesta por  $b$ 's y  $x$  por  $c$ 's, entonces las cadenas  $uv^iwx^iy \notin L$  ya que tienen más  $b$ 's y  $c$ 's que  $a$ 's

$$\begin{array}{ccccccc} & (n) & & (n) & & (n) & \\ & aa \dots a & bb \dots b & cc \dots c & & & \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & & & \\ & u & & v & & wxy & \end{array}$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L=\{a^n b^n c^n\}$  no es LIC

- Sea  $n$  la constante de bombeo
- $z=a^n b^n c^n$ , como  $|z|>n$ , se puede escribir  $z=uvwxy$  para los siguientes casos:
  - No se puede dar el caso de que  $v$  esté compuesta por  $a$ 's y  $x$  por  $c$ 's porque se debe cumplir que  $|vwx|\leq n$  y hay  $n$   $b$ 's

$$\begin{array}{c} (n) \quad (n) \quad (n) \\ aa \dots aabb \dots bbcc \dots cc \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ uv \quad \quad w \quad \quad xy \end{array}$$

# Lenguajes independientes del contexto

---

**Probar que  $L=\{a^n b^n c^n\}$  no es LIC**

- Sea  $n$  la constante de bombeo
- $z=a^n b^n c^n$ , como  $|z|>n$ , se puede escribir  $z=uvwxy$  para los siguientes casos:
  - No se pueden mezclar símbolos en  $v$  ó  $x$  porque al bombear no serían aceptados por el lenguaje, por ejemplo,  $(ab)^2=abab$

# Lenguajes independientes del contexto

---

**Probar que  $L=\{a^n b^n c^n\}$  no es LIC**

- Sea  $n$  la constante de bombeo
- $z=a^n b^n c^n$ , como  $|z|>n$ , se puede escribir  $z=uvwxy$  para los siguientes casos:
  - No se pueden mezclar símbolos en  $v$  ó  $x$  porque al bombear no serían aceptados por el lenguaje, por ejemplo,  $(ab)^2=abab$
- Como no existe una división  $z=uvwxy$  tal que  $uv^iwx^iy \in L$ , se concluye que  $L$  no es LIC

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{wcw \mid w \in \{a,b\}^*\}$  no es LIC

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{wcw \mid w \in \{a,b\}^*\}$  no es LIC

Sea  $n$  la constante de bombeo

- $z = a^n b^m c a^n b^m$ . como  $|z| > n$ , se puede escribir  $z = uvwxy$  para los siguientes casos:

- Si  $vwx$  tiene solo símbolos  $a$ ,  $uv^iwx^iy \notin L$  porque tendrá mayor cantidad de  $a$ 's antes de la  $c$  que después

$$\begin{array}{ccccccc} & (n) & & (m) & & (n) & & (m) \\ & aa \dots a & & bb \dots b & & caa \dots a & & bbb \dots b \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{10cm}} & & & & & \\ & uvwx & & & & & y & \end{array}$$

# Lenguajes independientes del contexto

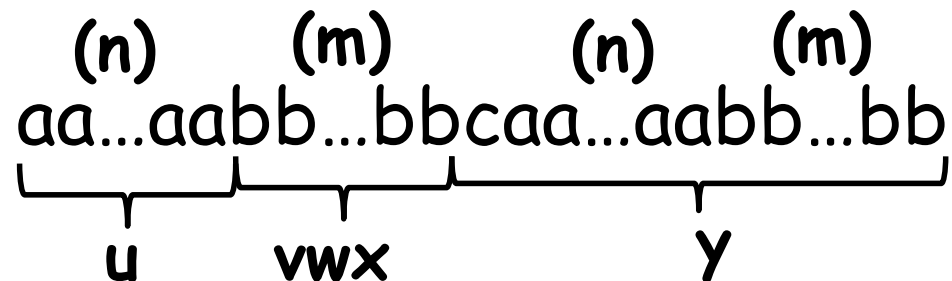
---

Probar que  $L = \{wcw \mid w \in \{a,b\}^*\}$  no es LIC

Sea  $n$  la constante de bombeo

- $z = a^n b^m c a^n b^m$ . como  $|z| > n$ , se puede escribir  $z = uvwxy$  para los siguientes casos:

- Si  $vwx$  tiene solo símbolos  $b$ ,  $uv^iwx^iy \notin L$  porque tendrá mayor cantidad de  $b$ 's antes de la  $c$  que después





# Lenguajes independientes del contexto

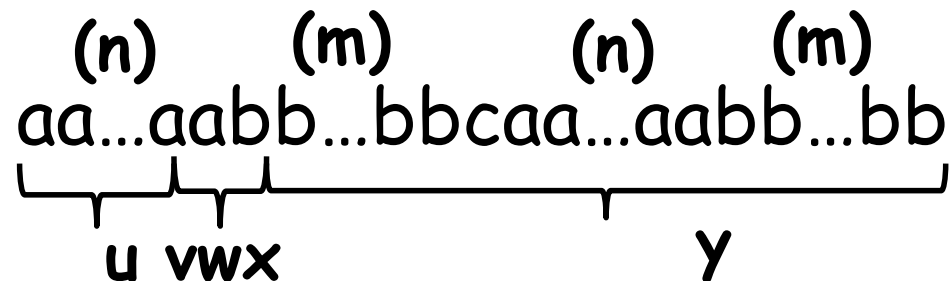
---

Probar que  $L = \{wcw \mid w \in \{a,b\}^*\}$  no es LIC

Sea  $n$  la constante de bombeo

- $z = a^n b^m c a^n b^m$ . como  $|z| > n$ , se puede escribir  $z = uvwxy$  para los siguientes casos:

- Si  $vwx$  tiene símbolos  $a$  y  $b$ ,  $uv^iwx^iy \notin L$  porque no tendrá la misma cantidad de esos símbolos después de la  $c$



# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{wcw \mid w \in \{a,b\}^*\}$  no es LIC

Sea  $n$  la constante de bombeo

- $z = a^n b^m c a^n b^m$ . como  $|z| > n$ , se puede escribir  $z = uvwxy$  para los siguientes casos:

- No se puede dar el caso de que  $u$  tenga  $b$ 's antes de la  $c$  y  $x$  tenga  $b$ 's después porque hay  $n$   $a$ 's y  $|vwx| \leq n$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{wcw \mid w \in \{a,b\}^*\}$  no es LIC

Sea  $n$  la constante de bombeo

- $z = a^n b^m c a^n b^m$ . como  $|z| > n$ , se puede escribir  $z = uvwxy$  para los siguientes casos:

- No se puede dar el caso de que  $u$  tenga  $a$ 's antes de la  $c$  y  $x$  tenga  $a$ 's después porque dependería de la cantidad de  $b$ 's y la demostración debe ser general

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{a^n c a^n\}$  es LIC

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{a^n c a^n\}$  es LIC

- Sea  $n$  la constante de bombeo
- $z = a^n c a^n$ , como  $|z| > n$ , se puede escribir  $z = uvwxy$ , donde:

$$\begin{array}{ccccc} a^{n-1} & a & c & a & a^{n-1} \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ u & v & w & x & y \end{array}$$

- Se cumple que la cadena  $uv^iwx^iy$ , o lo que es lo mismo

$$a^{n-1} (a)^i c (a)^i a^{n-1}$$

pertenece a  $L$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{a^m b^n c^{m+n}\}$  es LIC

# Lenguajes independientes del contexto

---

Probar que  $L = \{a^m b^n c^{m+n}\}$  es LIC

- Sea  $n$  la constante de bombeo
- $z = a^m b^n c^{m+n}$ , como  $|z| > n$ , se puede escribir  $z = uvwxy$ , donde:

$$\begin{array}{ccccccccc} a^m & b^{n-1} & b^1 & \varepsilon & c^1 & c^{m+n-1} \\ \hline \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \\ u & v & w & x & y & \end{array}$$

- Se cumple que la cadena  $uv^2wx^2y$ , o lo que es lo mismo

$$a^m b^{n-1} b^2 \varepsilon c^2 c^{m+n-1} = a^m b^{n-1+2} c^{m+n-1+2} = a^m b^{n+1} c^{m+n+1}$$

pertenece a  $L$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Problemas de decisión para GIC

- **Problema de infinitud.** Dada una gramática  $G$ , resolver la pregunta ¿es  $L(G)$  infinito?



# Lenguajes independientes del contexto

---

## Problemas de decisión para GIC

- **Problema de infinitud.** Dada una gramática  $G$ , resolver la pregunta ¿es  $L(G)$  infinito?

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow BC \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow a$

¿Es  $L(G)$  infinito?

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Problemas de decisión para GIC

- **Problema de infinitud.** Dada una gramática  $G$ , resolver la pregunta ¿es  $L(G)$  infinito?

$$S \rightarrow AB$$
$$A \rightarrow BC \mid a$$
$$B \rightarrow CC \mid b$$
$$C \rightarrow a$$

El lenguaje generado por la gramática es  $\{ab, aaa, bab, baaa, aaab, aaaaa\}$  que es finito

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Problemas de decisión para GIC

- **Problema de infinitud.** Dada una gramática  $G$ , resolver la pregunta ¿es  $L(G)$  infinito?

$$S \rightarrow BA \mid BC$$

$$A \rightarrow SC$$

$$B \rightarrow a$$

$$C \rightarrow b$$

El lenguaje generado por la gramática es infinito

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Problemas de decisión para GIC

- **Problema de infinitud.** Dada una gramática  $G$ , resolver la pregunta ¿es  $L(G)$  infinito?

Si el diagrama de transición tiene un ciclo, el lenguaje es infinito

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Problemas de decisión para GIC

- **Problema de la pertenencia.** Dada una gramática  $G$  y una cadena  $w \in \Sigma^*$ , ¿ $w \in L(G)$ ?

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Problemas de decisión para GIC

- **Problema de la pertenencia.** Dada una gramática  $G$  y una cadena  $w \in \Sigma^*$ , ¿ $w \in L(G)$ ?

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow BC \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow a$

¿La cadena **baaa** se genera por la gramática?

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Problemas de decisión para GIC

- **Problema de la pertenencia.** Dada una gramática  $G$  y una cadena  $w \in \Sigma^*$ , ¿ $w \in L(G)$ ?
  - Buscar en todas las derivaciones posibles de  $G$ . Ineficiente
  - Algoritmo CYK

# Lenguajes independientes del contexto

---

## **Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)**

- Resuelve el problema de la pertenencia utilizando un algoritmo de programación dinámica



# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

- Suponga que  $w = a_1 a_2 \dots a_n$  es la cadena a probar
- Se construye una matriz triangular inferior de  $n \times n$
- La gramática debe estar en FNC

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

...


$a_1$        $a_2$       ...       $a_n$

La matriz es del tamaño de la  
cadena sobre la cual se quiere  
probar pertenencia

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Cada  $X_{ij}$  resuelve un  
subproblema particular

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Resuelve el problema de saber si la subcadena  $a_2..a_4$  es generada por la gramática

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

baaba  
└───  
 $a_2..a_4$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$\{B\}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Partiendo de B se puede generar **aab**  
 $B \rightarrow \underline{C} \underline{C} \rightarrow \underline{C} \underline{A} \underline{B} \rightarrow \underline{C} \underline{A} b \rightarrow a \underline{A} b \rightarrow aab$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

**w=baaba**

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Resuelve el problema de saber si la subcadena  $a_3..a_4$  es generada por la gramática

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \text{baaba}$

baaba  
└─┘  
 $a_3a_4$



# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$\{S, C\}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Partiendo de  $S$  o  $C$  se puede generar  $ab$

$S \rightarrow \underline{A}B \rightarrow a\underline{B} \rightarrow ab$

$C \rightarrow \underline{A}B \rightarrow a\underline{B} \rightarrow ab$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

baaba  
└─  
a<sub>3</sub>a<sub>4</sub>

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
	a	a	b	a

Resuelve el problema de saber si la subcadena  $a_1..a_3$  es generada por la gramática

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$\underbrace{baaba}_{a_1..a_3}$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$\emptyset$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
	a	a	b	a

No hay forma de generar la subcadena **baa**

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \text{baaba}$

baaba  
 $a_1..a_3$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Resuelve el problema de saber si la subcadena  $a_3a_3$ , es decir, el símbolo en la posición 3 se puede generar por la gramática

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \text{baaba}$

baaba  
└  
 $a_3a_3$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$\{A, C\}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Partiendo de  $A$  o  $C$  se puede generar  $a$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

b      a      a      b      a  
¿Qué casilla tiene la solución al  
problema de saber si  $w$  es  
generada por la gramática?

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$



# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$\{S, A, C\}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \text{baaba}$

Partiendo de  $S, A$  o  $C$  se puede generar **baaba**

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$\{S, A, C\}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

**$w = baaba$**

Cuando  $S \in X_{1n}$  se dice que  $w$  se puede generar por la gramática

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \text{baaba}$

Para calcular estas casillas se inspecciona de forma directa sobre la gramática la ocurrencia de cada símbolo

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

b   a   a   b   a  
       └─┘ └─┘  
        $a_2a_2$   $a_3a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$

b   a   a   b   a  
       └─┘ └─┘  
        $a_2a_3$   $a_4a_4$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

b      a      a      b      a

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

→  $a_2a_2$  y  $a_3a_4$   
 $a_2a_3$  y  $a_4a_4$

b   a   a   b   a  
       └─┘ └─┘  
        $a_2a_2$   $a_3a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$

En la tabla, ¿qué casillas representan las cadenas  $a_2a_2$  y  $a_3a_4$ ?

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

$b$        $a$        $a$        $b$        $a$   
 $a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

$b$     $a$     $a$     $b$     $a$   
       $\underbrace{\quad}$   $\underbrace{\quad}$   
       $a_2a_2$   $a_3a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$



# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

b          a          a          b          a

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$   
 $\rightarrow a_2a_3$  y  $a_4a_4$

En la tabla, ¿qué casillas representan las cadenas  $a_2a_3$  y  $a_4a_4$ ?

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$

b    a    a    b    a  
       $\underbrace{\hspace{1cm}}$      $\underbrace{\hspace{1cm}}$   
       $a_2a_3$      $a_4a_4$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

$b$        $a$        $a$        $b$        $a$   
 $a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$

$b$      $a$      $a$      $b$      $a$   
       └──┘    └──┘  
        $a_2a_3$      $a_4a_4$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

b   a   a   b   a  
       └─┘ └─┘  
        $a_2a_2$   $a_3a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$

b   a   a   b   a  
       └─┘ └─┘  
        $a_2a_3$   $a_4a_4$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

b

a

a

b

a

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

b a a b a

└─┘ └─┘

$a_2a_2$   $a_3a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

b

a

a

b

a

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$

$b$     $a$     $a$     $b$     $a$   
                                     
            $a_2a_3$      $a_4a_4$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Liste las posibles formas de generar  $a_2..a_5$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$

$a_2..a_5$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_5$

$a_2a_3$  y  $a_4a_5$

$a_2a_4$  y  $a_5a_5$

b	a	a	b	a	b	a	a	b	a	b	a	a	b	a
	<u>        </u>	<u>        </u>			<u>        </u>	<u>        </u>	<u>        </u>			<u>        </u>	<u>        </u>	<u>        </u>	<u>        </u>	
	$a_2a_2$	$a_3a_5$			$a_2a_3$	$a_4a_5$				$a_2a_4$	$a_5a_5$			

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

b      a      a      b      a

$a_2..a_5$  se puede generar por medio de:

→  $a_2a_2$  y  $a_3a_5$   
 $a_2a_3$  y  $a_4a_5$   
 $a_2a_4$  y  $a_5a_5$

b	a	a	b	a	b	a	a	b	a	b	a	a	b	a
	<u>        </u>	<u>        </u>			<u>        </u>	<u>        </u>				<u>        </u>	<u>        </u>	<u>        </u>	<u>        </u>	
	$a_2a_2$	$a_3a_5$			$a_2a_3$	$a_4a_5$				$a_2a_4$	$a_5a_5$			

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$



# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

b      a      a      b      a

$a_2..a_5$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_5$   
 $\rightarrow a_2a_3$  y  $a_4a_5$   
 $a_2a_4$  y  $a_5a_5$

$\underbrace{b \quad a \quad a \quad b \quad a}_{a_2a_2 \quad a_3a_5} \quad \bigg| \quad \underbrace{b \quad a \quad a \quad b \quad a}_{a_2a_3 \quad a_4a_5} \quad \bigg| \quad \underbrace{b \quad a \quad a \quad b \quad a}_{a_2a_4 \quad a_5a_5}$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

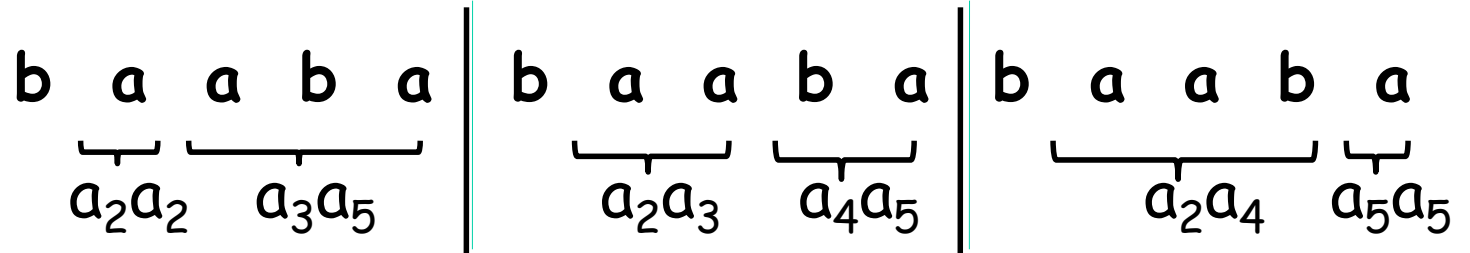
b                      a                      a                      b                      a

$a_2..a_5$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_5$

$a_2a_3$  y  $a_4a_5$

→  $a_2a_4$  y  $a_5a_5$



$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
<b>b</b>	<b>a</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>a</b>

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$a_1$	$a_2$	$\dots$	$a_n$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$X_{ij} = \{A \mid A \rightarrow a_i \text{ está en } G\}$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$X_{ij} = \{A \mid A \rightarrow a_i \text{ está en } G\}$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

Para calcular un valor  $X_{ij}$  se recorre sobre la columna hacia arriba al tiempo que baja en diagonal. Por ejemplo, para calcular  $X_{25}$ , se calcula:  $X_{22}, X_{35}, X_{23}, X_{45}, X_{24}, X_{55}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

El recorrido de la matriz se debe hacer por  
filas, de abajo a arriba



# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$a_1a_2$  se puede generar solo por medio de:  
 $a_1a_1$  y  $a_2a_2$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$

$X_{12} \stackrel{b}{=} X_{11} X_{22} \stackrel{a}{=} \{B\} \{A,C\} = \{BA, BC\}$ . Se  $\stackrel{a}{\text{busca}}$  en  $G$  una producción que genera  $BA$  o  $BC$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \mathbf{baaba}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S, A\}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
b	a	a	b	a

$\{S, A\}$ , esto indica que la cadena ba se puede generar a través de:

$S \rightarrow AB \rightarrow ba$  y  
 $A \rightarrow BA \rightarrow ba$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S, A\}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S, A\}$	$\{B\}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$X_{23} = X_{22}X_{33} = \{A, C\}\{A, C\} = \{AA, AC, CA, CC\}$ . Se busca en  $G$  una producción que genere  $AA, AC, CA$  o  $CC$ .  $\{B\}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S, A\}$	$\{B\}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$X_{34} = X_{33} X_{44} = \{A,C\} \{B\} = \{AB, CB\}$ . Se busca en  $G$  una producción que genere  $AB$  o  $CB$ .  $\{S,C\}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$X_{45} = X_{44} X_{55} = \{B\} \{A,C\} = \{BA, BC\}$ . Se busca en  $G$  una producción que genere  $BA$  o  $BC$ .  $\{S,A\}$



# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$$X_{13} = X_{11}X_{23} \text{ ó } X_{12}X_{33}$$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

**w=baaba**

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$$X_{13} = X_{11}X_{23} \cup X_{12}X_{33} = \{B\}\{B\} \cup \{S,A\}\{A,C\} = \{BB, SA, SC, AA, AC\}$$

Se busca en  $G$  la producción

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$\emptyset$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$$X_{13} = X_{11}X_{23} \cup X_{12}X_{33} = \{B\}\{B\} \cup \{S,A\}\{A,C\} = \{BB, SA, SC, AA, AC\}$$

Se busca en  $G$  la producción.  $\emptyset$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$\emptyset$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S, A\}$	$\{B\}$	$\{S, C\}$	$\{S, A\}$	
$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$\emptyset$	$\{B\}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$$X_{24} = X_{22}X_{34} \cup X_{23}X_{44} = \{A,C\}\{S,C\} \cup \{B\}\{B\} = \{AS, AC, CS, CC, BB\}$$

Se busca en  $G$  la producción.  $\{B\}$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$\emptyset$	$\{B\}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

Complete la matriz

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$\{S, A, C\}$				
$\emptyset$	$\{S, A, C\}$			
$\emptyset$	$\{B\}$	$\{B\}$		
$\{S, A\}$	$\{B\}$	$\{S, C\}$	$\{S, A\}$	
$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes independientes del contexto

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$\{S, A, C\}$				
$\emptyset$	$\{S, A, C\}$			
$\emptyset$	$\{B\}$	$\{B\}$		
$\{S, A\}$	$\{B\}$	$\{S, C\}$	$\{S, A\}$	
$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

Como  $S \in X_{15}$  se dice que  $w \in L$



# Lenguajes independientes del contexto

---

Indique si  $w=abb \in L$

$X_{13}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$
a	b	b

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w=abb$

# Lenguajes independientes del contexto

---

$\emptyset$		
$\{S,C\}$	$\emptyset$	
$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{B\}$
a	b	b

Como  $S \notin X_{13}$  se dice que  $w \notin L$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = abb$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Indique si  $w=aaba \in L$

$X_{14}$			
$X_{13}$	$X_{24}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$
a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w=aaba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

$\{S,C,A\}$			
$\{B\}$	$\{B\}$		
$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

**w = aaba**

# Lenguajes independientes del contexto

---

$\{S,C,A\}$			
$\{B\}$	$\{B\}$		
$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
a	a	b	a

Como  $S \in X_{14}$  se dice que  $w \in L$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = aaba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Indique si  $w = baba \in L$

$X_{14}$			
$X_{13}$	$X_{24}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$
<b>b</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>a</b>

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Indique si  $w = baba \in L$

{B}			
{S,C}	{B}		
{S,A}	{S,C}	{S,A}	
{B}	{A,C}	{B}	{A,C}
b	a	b	a

Como  $S \notin X_{14}$  se dice que  $w \notin L$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baba$

# Lenguajes independientes del contexto

---

Indique si  $w=abaa \in L$

$X_{14}$			
$X_{13}$	$X_{24}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$
<b>a</b>	<b>b</b>	<b>a</b>	<b>a</b>

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w=abaa$



# Lenguajes independientes del contexto

---

$\{S,A\}$			
$\{B\}$	$\emptyset$		
$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	$\{B\}$	
$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$
a	b	a	a

Como  $S \in X_{14}$  se dice que  $w \in L$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = abaa$