

Protokoll

Isentropenindex

Physikalisches Grundpraktikum
Free University Berlin

Christoph Haaf - christoph.haaf@fu-berlin.de
Zacharias V. Fisches - zacharias.vf@gmail.com
Tutor: Dr. Stefan Mebs

2.12.2014

Inhaltsverzeichnis

1	Physikalischer Hintergrund	2
	Wärmekapazität	2
	Adiabengleichung	2
	Kappa & Freiheitsgrade	3
	Clemens-Desormes Methode	3
2	Aufgaben	4
	Aufgabe 1	4
	Aufgabe 2	4
3	Geräteliste	4
4	Nennfehler und Literaturwerte	4
5	Messprotokoll	4
6	Auswertung	4
6.1	Aufgabe 1	4
	Fehlerbetrachtung	5
6.2	Aufgabe 2	5
7	Fazit	5

1 Physikalischer Hintergrund

Wärmekapazität

Die Wärmekapazität eines Körpers ist definiert als die Wärmemenge Q , die der Körper bei einer Temperaturänderung um ΔT aufnimmt oder abgibt:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \quad (1)$$

Diese Formel ist allerdings nur eine Durchschnittsgröße und die Wärmekapazität kann von der Temperatur abhängen, sodass im einzelnen ein Limes benutzt werden muss:

$$C(T) = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{Q}{\Delta T}$$

Außerdem hängt die Energie Q im allgemeinen von Druck und Volumen ab, sodass man C_p und C_V als Wärmekapazität bei konstantem Druck bzw. konstantem Volumen definiert. Bezogen auf die Masse oder die Stoffmenge ergeben sich die *spezifische Wärmekapazität*:

$$c = \frac{C}{m}$$

und mit der Stoffmenge n die *molare Wärmekapazität*:

$$C_{mol} = \frac{C}{n}$$

Analog folgt c_p und c_V und wir definieren das Verhältnis als *Adiabatenexponent*:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} \quad (2)$$

Adiabengleichung

Der *erste Hauptsatz der Thermodynamik* besagt, dass die einem System zugeführte Wärme δQ und Arbeit (hier: Volumenarbeit $dW = -p \cdot dV$) die Zunahme seiner inneren Energie dU ausmacht:

$$dU = \delta Q - p \cdot dV \quad (3)$$

Für einen adiabatischen Prozess ist $\delta Q = 0$ und für ein ideales Gas gilt $dU = C_V dT$ und die *thermische Zustandsgleichung idealer Gase*:

$$p \cdot V = n \cdot R_m \cdot T, \quad (4)$$

wobei n die Stoffmenge und R_m die molare Gaskonstante ist. Durch einsetzen erhält man:

$$\frac{1}{T} dT = -\frac{n R_m}{C_V} \frac{1}{V} dV$$

Aufintegration beider Seiten und einsetzen von $nR_m = C_p - C_V$ liefert sofort:

$$\ln T + \frac{C_p - C_V}{C_V} \ln V = \text{const}$$

und nach Einsetzen von κ :

$$\ln(TV^{\kappa-1}) = \text{const}$$

$$\implies TV^{\kappa-1} = \text{const}$$

Nochmaliges verwenden von (3) liefert die *Poisson Gleichung*:

$$\frac{pV}{nR_m} V^{\kappa-1} = \text{const}$$

$$\implies pV^\kappa = \text{const} \quad (5)$$

Kappa & Freiheitsgrade

Aus dem Äquipartitionstheorem folgt, dass sich die Energie eines Gases gleich auf die Freiheitsgrade verteilt. Für ein einatomiges ideales Gas gilt daher:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

Es kommen also drei Freiheitsgrade pro Atom vor, daher ist die mittlere Energie je Atom:

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2}k_B T$$

Daraus folgt nach Differentiation nach der Temperatur für ein Gas von N Teilchen: $C_V = \frac{3}{2}Nk_B T$ und allgemein pro mol:

$$c_V = \frac{f}{2}N_A k_B \quad (6)$$

Wir verwenden weiterhin $c_p - c_V = R$ und $R = N_A k_B$. Daraus folgt dann für κ :

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{c_p}{c_V} = \frac{R + c_V}{c_V} \\ &= \frac{\frac{f}{2}N_A k_B + N_A k_B}{\frac{f}{2}N_A k_B} = \frac{\frac{f}{2}N_A k_B + \frac{2}{2}N_A k_B}{\frac{f}{2}N_A k_B} \\ \iff \kappa &= \frac{f + 2}{f} \end{aligned} \quad (7)$$

Clemens-Desormes Methode

Die Methode dient der experimentellen Bestimmung von κ eines Gases. Die Idee ist, durch geschicktes Messen des Drucks eines Gases, die schwierige Messung von kleinen Tempera-

turänderungen vermeiden zu können. *Adiabatisch* und *reversible* Zustandsänderungen, d.h. solche, die thermisch isoliert und ohne Erzeugung von Entropie ablaufen werden durch die *Poisson Gleichungen* beschrieben:

$$p \cdot V^\kappa = \text{const} \quad (8)$$

$$p^{1-\kappa} T^\kappa = \text{const} \quad (9)$$

Bei der Methode von Clemens-Desormes wird praktisch ein mit Gas bei einem Druck $p_1 > p_A$ befüllter Behälter auf Zimmertemperatur ins thermische Gleichgewicht gebracht, wobei p_A der Umgebungsdruck ist. Danach wird der Druck durch Öffnen des Behälters schnell auf Außendruck p_A gebracht. Die Temperaturabsenkung wäre schwierig direkt zu messen, darum wird nun der Behälter verschlossen und das Gas bei gleichem Volumen (*isochor*) wieder ins thermische Gleichgewicht gebracht.

2 Aufgaben

Aufgabe 1

Bestimmung des Verhältnisses der spezifischen Wärmen $\frac{c_p}{c_v} = \kappa$ für Luft nach der Methode von *Clemens-Desormes*.

Aufgabe 2

Bestimmung des Wertes κ für ein einatomiges (Argon), ein zweiatomiges (N_2) und ein dreiatomiges Gas (CO_2) durch Messung der Eigenfrequenzen eines Gasoszillators. Vergleich der Ergebnisse untereinander und mit den erwarteten Werten aus der kinetischen Gastheorie für ein ideales Gas.

3 Geräteliste

4 Nennfehler und Literaturwerte

5 Messprotokoll

Please see inserted page.

6 Auswertung

6.1 Aufgabe 1

Drei Höhen wurden im Druckmanometer der Apparatur gemessen. Zunächst wurde der Druck im Volumen der Apparatur erhöht und das Manometer im thermischen Gleichgewicht abgelesen (h_1). Danach wurde das Druck schnell auf einen beliebigen Wert abgelassen und schnell abgelesen (h_2). Nachdem sich das thermische Gleichgewicht wieder eingestellt hatte wurde h_3 abgelesen. zur Auswertung werden nur die relativen Höhen dh_1 und dh_3 benötigt.

Die erhaltenen Größen werden zur Auswertung in die Messgleichung zur Bestimmung von κ eingesetzt:

$$\kappa = \frac{dp_a}{dp_a + dp_i} \approx \frac{dh_1}{dh_1 - dh_3} \quad (10)$$

Dabei bezeichnet dh_i die relativen Messgrößen bezeichnet:

$$dh_1 = h_1 - h_2$$

$$dh_3 = h_3 - h_2$$

Durch bilden des mit den Fehlern gewichteten Mittelwertes der Messreihen ergibt sich κ zu:

$$\kappa = 1,23 \pm 0,02 \quad (11)$$

Fehlerbetrachtung

Wir schätzen Ablesefehler auf der Höhenskala ab mit:

$$\Delta h_1 = \Delta h_3 = 1mm$$

$$\Delta h_2 = 2mm$$

Somit ergeben sich die Fehler der *relativen Höhen* zu:

$$\Delta dh = \Delta dh_1 = \Delta dh_2 = \sqrt{(\Delta h_1)^2 + (\Delta h_2)^2}$$

Der Fehler der Messgleichung ergibt sich nach Gauß zu:

$$\Delta \kappa = \Delta dh \frac{\sqrt{dh_1^2 + dh_3^2}}{(dh_1 - dh_3)^2} \quad (12)$$

Der Fehler für Kappa wurde ebenfalls über die Messreihen gemittelt.

$$\implies \Delta \kappa = 0,2$$

6.2 Aufgabe 2

7 Fazit