

Rotating Wave-Plate Polarimeter

Seminar Photonik/Lasertechnik WS 21/22

H. Aguilera, Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik, 14/01/2022



Inhalt

Polarisation

- Elektromagnetische Wellen
- Jones-Vektoren
- Stokes-Parameter
- Darstellung der Polarisation
- Müller-Matrizen

Aufbau und Funktionsprinzip eines Rotating-Wave-Plate-Polarimeters

Anwendungen

Polarisation



Elektromagnetische Wellen

Beschreibung der elektromagnetischen Welle durch das E-Feld:

$$\vec{E}(z, t) = \hat{E}_x \cos(\omega t - \beta z + \varphi_x) \vec{e}_x + \hat{E}_y \cos(\omega t - \beta z + \varphi_y) \vec{e}_y \quad , \quad (1)$$

mit

- Kreisfrequenz $\omega = \frac{2\pi}{f}$
- Amplituden \hat{E}_x bzw. \hat{E}_y
- Phasenmaß $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$
- Phase φ_x bzw. φ_y
- Einheitsvektoren \vec{e}_x, \vec{e}_y

Wellenlänge: $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{\lambda_0}{n}$

Polarisationszustand

Überlagerung zweier senkrecht zueinander stehender Wellen \rightarrow lineare, zirkulare oder elliptische Polarisation.

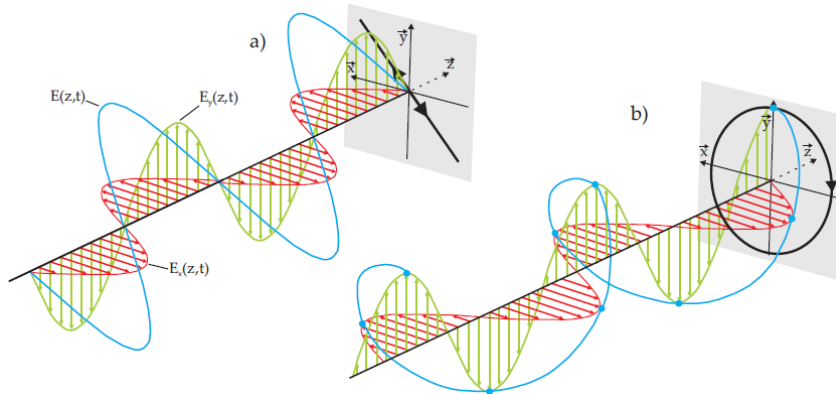


Abbildung: Polarisierte Wellen. Links: $L+45^\circ$, rechts: RZP. Aus [1].

Polarisationszustände

Phasenunterschied:

$$\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$$

Annahme:

$$-\pi < \Delta\varphi \leq \pi$$

1. Lineare Polarisation für $\Delta\varphi = \pm\pi, 0$
Sonderfälle:

- $\hat{E}_y = 0$: linear horizontal
- $\hat{E}_x = 0$: linear vertikal

2. Zirkulare Polarisation für $\hat{E}_x = \hat{E}_y$ **und**

- $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$: rechtsdrehend.
- $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$: linksdrehend.

3. Elliptische Polarisation:

- Für $\Delta\varphi > 0$ rechtsdrehend
- Für $\Delta\varphi < 0$ linksdrehend

Jones-Vektoren

Beschreibung des Polarisationszustandes einer **monofrequenten** Lichtwelle mithilfe des Jones-Vektors:

$$\vec{E}_J = \frac{1}{\sqrt{\hat{E}_x^2 + \hat{E}_y^2}} \begin{pmatrix} \hat{E}_x e^{j\varphi_x} \\ \hat{E}_y e^{j\varphi_y} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Beispiele:

- Linear horizontal: $\vec{E}_J = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- Linear vertikal: $\vec{E}_J = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Linear $\pm 45^\circ$ gedreht $\vec{E}_J = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \end{pmatrix}$
- Rechts- bzw. linksdrehend zirkular $\vec{E}_J = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm j \end{pmatrix}$

Stokes-Parameter

Leistungsbasierte Definition des Polarisationszustandes:

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}, \text{ meist normiert: } \vec{S}_n = \frac{1}{S_0} \begin{bmatrix} 1 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

- S_0 : Gesamtleistung
 - S_1 und S_2 : Leistung linearer Polarisationen.
 - S_3 : Leistung zirkularer Polarisationen.
-
- Für nicht-monochromatisches und nur teilweise polarisiertes Licht.
 - Messung z.B. durch unterschiedliche Filter oder RWPP.

Darstellung der Polarisation: Poincaré-Kugel

- Koordinatenachsen: S_1 , S_2 , und S_3 .
- Länge des Vektors: S_0 .

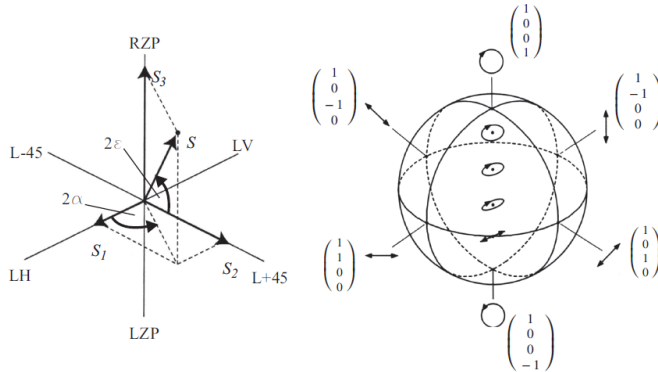


Abbildung: Poincaré-Kugel. Aus [1].

Polarisationsgrad

$$DOP = \frac{P_{\text{polarisiert}}}{P_{\text{polarisiert}} + P_{\text{unpolarisiert}}} \quad (4)$$

Aus (3) und (4):

$$DOP = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \quad (5)$$

Für vollständige Polarisation gilt:

$$S_0 = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \quad (6)$$

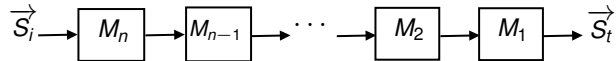
⇒ Punkt liegt auf der Kugeloberfläche.

Müller-Matrizen

- Bestimmung des Polarisationszustands nach einem optischen Element
- Transformation des Stokes-Parameter:

$$\vec{S}_t = M_{n_4 \times 4} \cdot \dots \cdot M_2 \cdot M_1 \cdot \vec{S}_i, \quad (7)$$

wobei \vec{S}_i den Stokes-Vektor vor dem optischen Element darstellt



$\lambda/4$ -Verzögerungsplättchen

- Platte aus doppelbrechendem Material (Glimmer, Quarz, u.a.).
- Unterschiedliche Brechungsindizes in Richtung der Kristallachse und senkrecht dazu.
- Entstehen eines Phasenunterschiedes zwischen den beiden E-Feldkomponenten.

z.B.

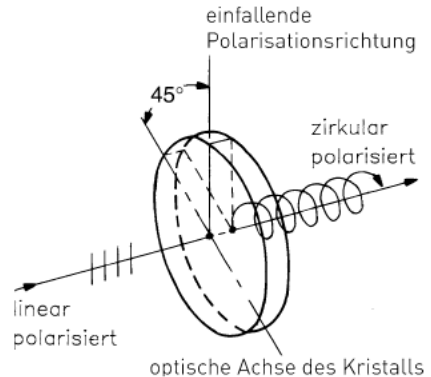


Abbildung: Funktion eines $\lambda/4$ -Verzögerungsplättchens. Aus [2].

Aufbau und Funktionsprinzip eines Rotating-Wave-Plate-Polarimeters



Aufbau

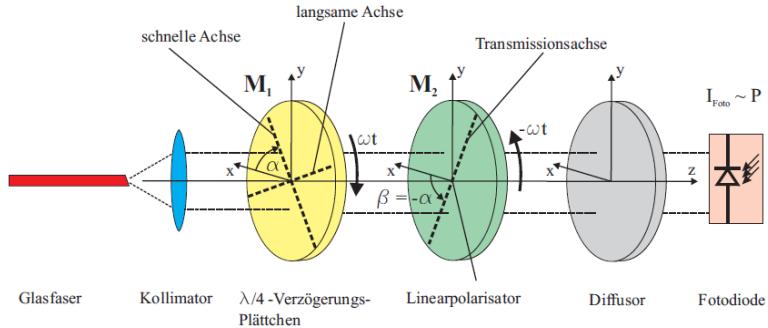


Abbildung: Aufbau der Messmethode. Aus [1].

Rotating wave-plate Polarimeter

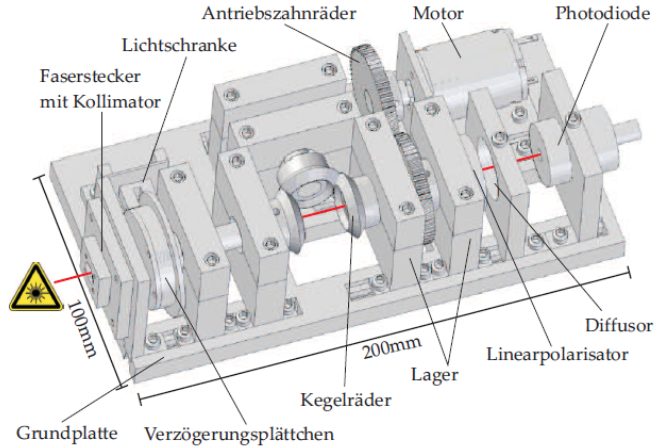


Abbildung: Aufbau eines Messkopfes. Aus [2].

Berechnung der Stokes-Parameter am Photodetektor

- Einfluss der Rotation mittels Rotationsmatrizen:

$$R(\alpha) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\alpha) & \sin(2\alpha) & 0 \\ 0 & -\sin(2\alpha) & \cos(2\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = M_{ges} \cdot \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

mit

$$M_{ges} = M_1 \cdot R(\alpha) \cdot M_2 \cdot R(\beta)$$

Gesamt-Übertragungsmatrix

$$M_{ges} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} d & e & f & g \\ d & e & f & g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$d = 1$$

$$e = \cos(2\alpha - 2\beta) \cdot \cos(2\beta) - \sin(2\alpha - 2\beta) \cdot \cos(\Delta) \cdot \sin(2\beta) \quad (11)$$

$$f = e$$

$$g = \sin(2\alpha - 2\beta) \cdot \sin(\Delta)$$

$$\alpha = \omega t = -\beta$$

Phasenverzögerung $\Delta = \pi/2$

Bestimmung der Stokes-Parameter

Aus Gleichung (7)

$$\vec{S}_{PD} = M_{ges} \cdot \vec{S}_i \quad (12)$$

Multiplikation des Stokes-Vektors mit erster Zeile Übertragungsmatrix (10) mit $\alpha = -\beta = \omega t$ und $\Delta = \pi/2$:

$$I'_{PD} = S'_0 = \frac{1}{2} \cdot [S_0 + \frac{1}{2} S_1 \cos(2\omega t) - \frac{1}{2} S_2 \sin(2\omega t) + \frac{1}{2} S_1 \cos(6\omega t) + \frac{1}{2} S_2 \sin(6\omega t) + S_3 \sin(4\omega t)] \quad (13)$$

Beschreibung der gemessenen Kurve durch eine Fourier-Reihenentwicklung.

Bestimmung der Stokes-Parameter

Beziehung zwischen den Stokes-Parametern und den komplexen Fourier-Koeffizienten:

$$\begin{aligned} F_0 &= \frac{1}{2} S_0 & S_0 &= 2F_0 \\ F_2 &= \frac{1}{8} (S_1 + jS_2) & \Rightarrow S_1 &= 4\operatorname{Re}\{F_2 + F_6\} \\ F_4 &= -j\frac{1}{4} S_3 & S_2 &= 4\operatorname{Im}\{F_2 - F_6\} \\ F_6 &= \frac{1}{8} (S_1 - jS_2) & S_3 &= 4\operatorname{Im}\{F_4\} \end{aligned} \tag{14}$$

Simulation

Beispiel

$$S_{PD} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,636 \\ -0,545 \\ 0,545 \end{bmatrix} \quad (15)$$

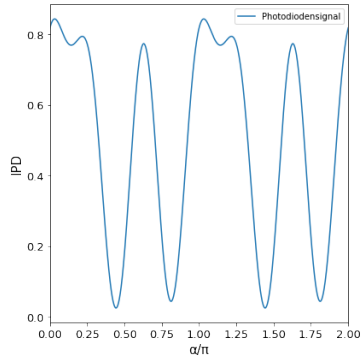


Abbildung: Simulation I_{PD} mit Numpy
($0 < \alpha < 2\pi$).

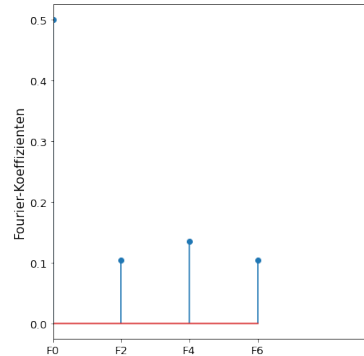


Abbildung: Simulation Fourier-Koeffizienten
mit Numpy.

Simulation

Ergebnis:

$$S_{PD} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,633 \\ -0,551 \\ 0,544 \end{bmatrix} \quad (16)$$

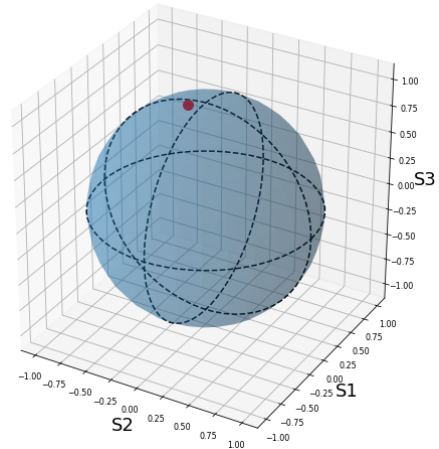
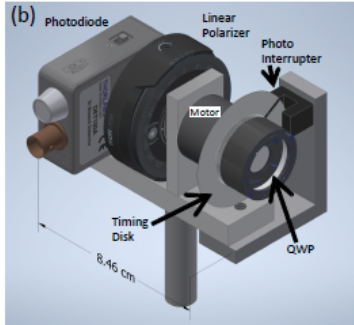
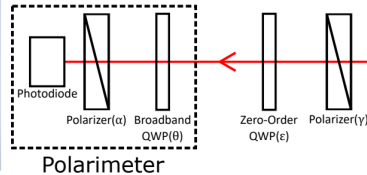


Abbildung: Poincaré-Kugel: Gl. (16).

Portables RWPP



(a) Portables RWPP¹.



(b) Messanordnung zur Messung mit einem portablen RWPP (aus [3]).

¹Wilkinson, Maurer, Flood u. a. [3] : <https://doi.org/10.1063/5.0052835>.

Portables RWPP

- Bereich: 690-1200 nm ($\Delta = \pi/2$ bei $\lambda = 912, 93$ nm).
- Polfilter (γ), $\lambda/4$ -Verzögerungsplättchen (ϵ).

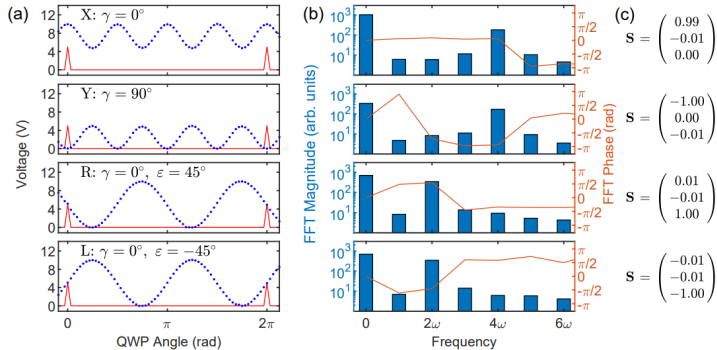


Abbildung: a) Messung Photodiode (gepunktete Linie) und Trigger (rote Linie); b) FFT Magnitude und Phase (aus [3]).

Anwendungen



Anwendungen

Messung von:

- Linearer Doppelbrechung^{2 3} \Rightarrow
- Zirkularer Doppelbrechung⁴
- Polarisationsmodendispersion (PMD)⁵

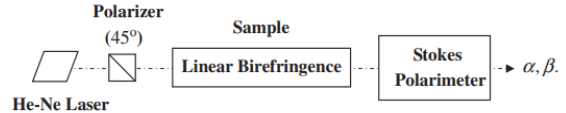


Abbildung: Messanordnung zur Messung der linearen Doppelbrechung, aus [6]

²J.-F. Lin <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2009.09.002>

³Wirthl, Panda, Hess u. a. [4] <https://doi.org/10.1364/OSAC.444102>

⁴Lin, Wu, Huang u. a. [5] <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2009.10.003>

⁵P. Williams, <https://doi.org/10.1364/AO.38.006508>.

Zirkulare Doppelbrechung

- Glukoselösung [5].
- Griseofulvin: Konzentration in Sol-Gel-Samples [5].
- Linear polarisiertes, einfallendes Licht
- Zirkulare Doppelbrechung abh. von der Konzentration (Glukose bzw. Griseofulvin).
- $C_{17}H_{17}ClO_6$: 0,0665g/ml
→ Rotationswinkel = $11,70^\circ$

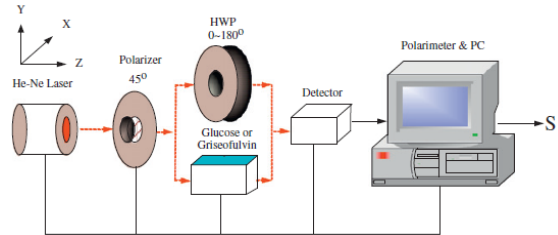


Abbildung: Messanordnung zur Messung der zirkularen Doppelbrechung in einem chiralem Medium mit einem Polarimeter PA510, aus [5]

Thorlabs PA510

- Wellenlängenbereich: 450-700 nm
- Geeignet für: 30 nW - 3 mW.
- Genauigkeit D.O.P.: $\pm 1.0\%$ bis $\pm 1.5\%$.

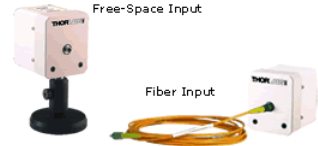


Abbildung: RWPP PA510 Thorlabs⁶.

⁶<https://www.thorlabs.us/thorproduct.cfm?partnumber=PA510>

Thorlabs PAX1000VIS

Drei verschiedene Wellenlängebereiche (abh. von Modell)

- 400 nm - 700 nm
- 600 nm - 1080 nm
- 900 nm - 1700 nm



Abbildung: RWPP PAX1000VIS Thorlabs⁷.

⁷https://www.thorlabs.us/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=1564&pn=PAX1000VIS

Zusammenfassung



Zusammenfassung

- Polarisationszustand kann mittels Stokes-Parameter beschrieben werden.
- Poincaré-Kugel: graphische Darstellung der Stokes-Parameter.
- RWPP zur Charakterisierung und Untersuchung des Polarisationszustandes.
- Einsatz in der Faseroptik, Telekommunikationen, Astronomie, u.a.

Danke für Ihre Aufmerksamkeit!

Quellen



Referenzen I

- [1] M. Villnow, *Optimierung und Systemintegration eines Stokes-Polarimeters mit rotierenden optischen Elementen*, Feb. 2008.
- [2] J. Eichler und H. J. Eichler, „Polarisation,“ in *Laser: Bauformen, Strahlführung, Anwendungen*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015, S. 291–298, ISBN: 978-3-642-41438-1. DOI: 10.1007/978-3-642-41438-1_15. Adresse: https://doi.org/10.1007/978-3-642-41438-1_15.
- [3] T. A. Wilkinson, C. E. Maurer, C. J. Flood, G. Lander, S. Chafin und E. B. Flagg, „Complete Stokes vector analysis with a compact, portable rotating waveplate polarimeter,“ *Review of Scientific Instruments*, Jg. 92, Nr. 9, S. 093 101, 2021. DOI: 10.1063/5.0052835. eprint: <https://doi.org/10.1063/5.0052835>. Adresse: <https://doi.org/10.1063/5.0052835>.
- [4] V. Wirthl, C. D. Panda, P. W. Hess und G. Gabrielse, „Simple self-calibrating polarimeter for measuring the Stokes parameters of light,“ *OSA Continuum*, Jg. 4, Nr. 11, S. 2949–2969, Nov. 2021. DOI: 10.1364/OSAC.444102. Adresse: <http://www.osapublishing.org/osac/abstract.cfm?URI=osac-4-11-2949>.

Referenzen II

- [5] J.-F. Lin, J.-S. Wu, C.-H. Huang, T.-T. Liao und C.-C. Chang, „The application of a rotating-wave-plate stokes polarimeter for measurement of the optical rotation angle,“ *Optik*, Jg. 122, Nr. 1, S. 14–19, 2011, ISSN: 0030-4026. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2009.10.003>.
- [6] J.-F. Lin, „Measurement of linear birefringence using a rotating-wave-plate Stokes polarimeter,“ *Optik*, Jg. 121, Nr. 23, S. 2144–2148, 2010, ISSN: 0030-4026. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2009.09.002>.
- [7] B. Prof. Schmauss, *Folien zur Vorlesung Photonik 2 Sommersemester 2021, Kapitel 2: Grundlegende Messtechnik*. 2021.
- [8] P. Williams, „Rotating-Wave-Plate Stokes Polarimeter for Differential Group Delay Measurements of Polarization-Mode Dispersion,“ *Applied optics*, Jg. 38, S. 6508–15, Dez. 1999. DOI: 10.1364/AO.38.006508.
- [9] C. Flueraru, S. Latoui, J. Besse und P. Legendre, „Error Analysis of a Rotating Quarter-Wave Plate Stokes' Polarimeter,“ *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Jg. 57, Nr. 4, S. 731–735, 2008. DOI: 10.1109/TIM.2007.913752.