Seksjon 9.4

16

a) ✓ d) X

b) X e) ✓

c) ✓ f) X

20

a) $(a,b) \in R^2$ dersom du kan komme deg fra a til b med to flyturer

b) $(a,b) \in R^3$ dersom du kan komme deg fra a til b med tre flyturer

c) $(a,b) \in R^*$ dersom du kan komme deg fra a til b, uavhengig av hvor mange flyturer

24

Nei, for eksempel hvis $R = \{(a,b),(b,a)\}$

$\Rightarrow R^2 = \{(a,a),(b,b)\}$ som er refleksivt

Seksjon 9.5

9 a)

$(x,y) \in R \Leftrightarrow \left(f(x) = f(y) \quad \wedge \quad x \in A, y \in A\right)$

Vi har at $f(x)=f(y)$ hvis $(x,y) \in R$, samtidig vet vi at $f(x) = f(x) \ \forall x$

$\Rightarrow (x,x) \in R$, altså er R refleksiv. (1)

Siden $f(x) = f(y) \Leftrightarrow f(y) = f(x)$

$(x,y) \in R \Leftrightarrow (y,x) \in R$

$xRy \Leftrightarrow yRx$

Altså er relasjonen R symmetrisk (2)

Siden $\left(f(x) = f(y) \ \wedge \ f(y) = f(z)\right) \Leftrightarrow f(x) = f(z)$

$(x,y) \in R \ \wedge \ (y,z) \in R \Leftrightarrow (x,z) \in R$

Dermed er relasjonen R også transitiv. (3)

Når en relasjon er både symmetrisk, refleksiv og transitiv, sier vi at det er en ekvivalensrelasjon.

Altså fra (1), (2) og (3) er relasjonen R en ekvivalensrelasjon.

b)

$$[x] = \{y \in A \mid f(x) = f(y)\}$$

16

$$((a,b),(c,d)) \in R \iff ad = bc$$

Ekvivalensrelasjon hvis (1) symmetrisk
(2) refleksiv
(3) transitiv

(1) $((a,b),(c,d)) \in R \iff ad = bc$
$\iff da = cb$
$\iff cb = da$
$\iff ((c,d),(a,b)) \in R$

Altså er R symmetrisk

(2) Vi har at $ab = ba \iff ((a,b),(a,b)) \in R$

Altså er R refleksiv

(3)

Vi har at $((a,b),(c,d)) \in R \iff ad = bc$

og $((c,d),(e,f)) \in R \iff cf = de$

$$\text{(i) } ad = bc$$
$$\text{(ii) } cf = de$$
$$c = \frac{de}{f}$$

$$\text{(i) } a\cancel{d} = b \cdot \frac{\cancel{d}e}{f}$$
$$af = be$$

$$af = be \iff ((a,b),(e,f)) \in R$$

Dermed er R transitiv

Som en følge av (1), (2) og (3) er altså R en ekvivalensrelasjon.

<u>Seksjon 9.6</u>

<u>9</u>

Vi vet at en partial order relation skal være antisymmetrisk, refleksiv og transitiv.

- R er refleksiv
- R er antisymmetrisk
- R er <u>ikke</u> transitiv, ettersom vi har aRb og bRc men <u>ikke</u> aRc,

dermed er relasjonen <u>ikke</u> partial order / delvis ordning.

18

b)

open, opener, opera, operand, opened

Sortert alfabetisk / lexiografisk får vi:

open, opened, opener, opera, operand.

27

Delvis ordnede par:

(a,a), (a,g), (a,d), (a,e), (a,f), (b,b), (b,g), (b,d), (b,e), (b,f),
(c,c), (c,g), (c,d), (c,e), (c,f), (g,g), (g,d), (g,e), (g,f),
(d,d), (e,e), (f,f)

32

a) l og m er maksimale elementer

b) a, b og c er minimale elementer

c) Nei

d) Nei

e) k, l, m

f) k

g) There are no lower bounds

h) There are no lower bounds