TFY 4125 Øving 11

Denne øvingen omhandler magnetisk induksjon, altså hvordan vi kan få generert elektriske felt fra magnetiske felt. Dette er grunnlaget for så å si all elektrisk energi som blir laget (som du henter ut fra stikkkontakten din). Relatert til induksjon er begrepet induktans som er en egenskap ved en spole. Vil skal også se hvordan en spole påvirker oppførselen til en krets.

1 Les

Pensum er kapittel 29.1-29.5 og 30.1, 30.2, 30.4.

2 Grunnleggende

1. Hva er Faradays lov?

Solution: Faradays induksjonslov sier at et magnetisk felt $\vec{B}$ som varierer med tiden, vil indusere en elektromotorisk spenning $\mathcal{E}$ i en krets. Matematisk kan vi uttrykke dette

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt},$$

hvor Φ_B er den magnetiske fluksen som går gjennom kretsen.

3 Oppgaver

2. Vi har en spole med $N = 200$ vindinger og tverrsnittsareal $A = 12$ cm^2. På 4 sekunder roterer vi spolen fra en posisjon hvor den er vinkelrett på jorden magnetiske felt til en posisjon hvor den er parallell med jordens magnetiske felt. La jordens magnetfelt være $B = 6.0 \cdot 10^{-5}$ T

   (a) Hva er total magnetisk fluks gjennom spolen før og etter rotasjonen?

Solution:

$$|\mathcal{E}| = \left|\frac{d\Phi_B}{dt}\right|,$$

$$\Phi_B = BA\cos\phi.$$

Her er Φ_B fluksen gjennom hver vinding av spolen, og ϕ er vinkelen mellom spolen og jordens magnetfelt. Spolen roteres mellom $\phi_i = 0°$ og $\phi_f = 90°$.
Total fluks før og etter rotasjonen er

$$\Phi_{B,i} = BA\cos 0° = (6.0 \cdot 10^{-5}\text{T})(12 \cdot 10^{-4}\text{m}^2)(1) = 7.2 \cdot 10^{-8}\text{Wb},$$

$$N\Phi_{B,i} = 200 \cdot 7.2 \cdot 10^{-8}\text{Wb} = 1.44 \cdot 10^{-5}\text{Wb}.$$

$$\Phi_{B,f} = BA\cos 90° = 0.$$

(b) Hva er gjennomsnittlig emf som induseres i spolen?

Solution:

$$|\mathcal{E}_{\text{av}}| = \left|\frac{N\Phi_i - N\Phi_f}{\Delta t}\right| = \frac{1.44 \cdot 10^{-5}\text{Wb}}{0.040\text{s}} = \underline{0.36\text{mV}}.$$

3. En måte å måle det magnetiske feltet er å bruke en liten spole som plasseres i feltet og deretter enten dreies 90 grader om en diameter, eller fjernes raskt fra feltet.

(a) Finn et uttrykk for den totale ladningen som strømmer gjennom spolen når fluksen gjennom spolen går fra sin maksimale verdi til null i løpet av tiden Δt. Anta at spolen har N vindinger, areal A. Motstanden i spoler er R. (Den totale ladningen er $Q = I\Delta t$ hvor I er gjennomsnittlig strøm generert i spolen).

Solution: Vi kan bruke Faradays lov til å finne gjennomsnittlig indusert spenning, og gå derfra til gjennomsnittlig strøm og total ladningsbevegelse via Ohms lov.

$$|\mathcal{E}_{\text{av}}| = N\left|\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\right| = N\left|\frac{\Phi_{Bf} - \Phi_{Bi}}{\Delta t}\right| = \frac{NBA}{\Delta t}.$$

Gjennomsnittlig strøm er

$$I = \frac{|\mathcal{E}_{\text{av}}|}{R} = \frac{NBA}{R\Delta t},$$

og dette gir da en total ladningsflyt

$$Q = I\Delta t = \frac{NBA}{R\Delta t}\Delta t = \frac{NBA}{R}.$$

Vi ser at den totale ladningen er proporsjonal med magnetfeltet, men ikke på tiden Δt.

(b) I en kredittkortleser hvor man drar magnetstripen på et kredittkort gjennom, har en spole som leser styrken på magnetfeltet langs magnetstripen. Forklar hvordan maskinen kan dekode informasjon som ligger i det magnetiske mønsteret langs stripen

Solution: Den magnetiske stripen består av et mønster av magnetiske felt. Dette mønsteret leses av spoler i kortterminaler, ved at det induseres en ladning i spolene tilsvarende mønsteret.

4. Det går en strøm i lederen AB i retningen som er indikert på figur 1 og strømmen øker med en rate di/dt.

(a) Finn et uttrykk for det magnetiske feltet $\mathbf{B}$ (størrelse og retning) en avstand r fra lederen.

Solution: Det magnetiske feltet rundt en lang rett leder, en distanse r fra lederen, er gitt av

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

der retningen til B er gitt ved høyrehåndsregelen. I dette tilfellet setter vi $I = i$ og retningen til feltet på høyre side av lederen på figuren er innover i papirplanet.

(b) Hva er fluksen $d\Theta_B$ gjennom det smale skraverte ommrådet i sløyfen som har en bredde dr?

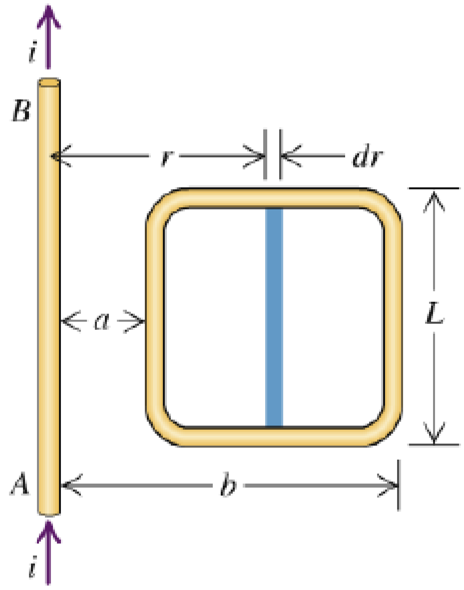


Figure 1: Oppgave 4

Solution:

$$d\Phi_B = BdA = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} L dr.$$

(c) Hva er den totale fluksen gjennom sløyfen?

Solution: Integrerer over r:

$$\Phi_B = \int_a^b d\Phi_b = \frac{\mu_0 i L}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i L}{2\pi} \ln(b/a).$$

(d) Hva er den induserte spenningen i sløyfen?

Solution: Bruker Faradays lov med uttrykket for den totale fluksen fra forrige deloppgave. Her kommer tidsvariasjonen inn ved at strømmen i lederen endres.

$$|\mathcal{E}| = \frac{d\Phi_b}{dt} = \frac{\mu_0 L}{2\pi} \ln(b/a) \frac{di}{dt}.$$

(e) Evaluer emf numerisk for a = 12 cm, b = 36 cm, L = 24 cm, di/dt = 9.6 A/s.

Solution:

$$|\mathcal{E}| = \frac{\mu_0 (0.24\text{m})}{2\pi} \ln(0.36/0.12)(9.6\text{A/s}) = \underline{5.1 \cdot 10^{-7}\text{V}}.$$

5. En sirkelformet leder med raidus $r = 0.0480$ m og motstand $R = 0.160\ \Omega$ er i et område med et uniform magnetisk felt som vist i figur 2. Det magnetiske ut av papiret. Det magnetiske starter på $B = 8.00$ T og minker med en rate $dB/dt = 0.680 T/s$.

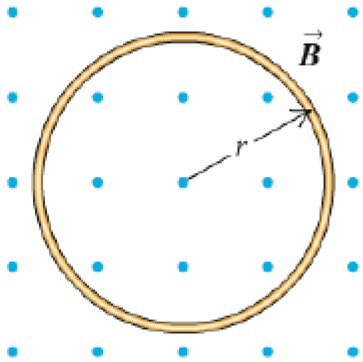


Figure 2: Oppgave 5

(a) Går den induserte strømmen med eller mot klokken?

Solution: $\vec{B}$ peker ut av siden og Φ_B minker, dette resulterer i en indusert strøm i ringen som går mot klokken.

(b) Med hvilken effekt dissiperes energi av motstanden i kretsen?

Solution: Størrelsen til den induserte spenningen er

$$|\mathcal{E}| = \left|\frac{d\Phi_B}{dt}\right| = \pi r^2 \left|\frac{dB}{dt}\right|.$$

Dette resulterer i strømmen

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{\pi r^2}{R}\left|\frac{dB}{dt}\right| = \frac{\pi r^2}{R}\left|\frac{dB}{dt}\right|,$$

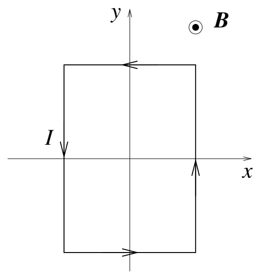
som resulterer i effekten

$$\begin{aligned} P = I^2 R &= \frac{(\pi r^2)^2}{R}\left|\frac{dB}{dt}\right|^2 \\ &= \frac{(\pi (0.0480\text{m})^2)^2}{0.160\Omega}(0.680\text{T/s})^2 = \underline{1.51 \cdot 10^{-4}\text{W}}. \end{aligned}$$

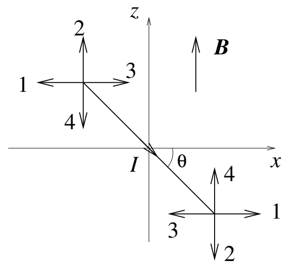
4 Repetisjon

6. (a) Ei kvadratisk ledersløyfe fører en strøm I og kan rotere omkring y-aksen. Den er plassert i et uniformt magnetfelt $\mathbf{B}$ rettet langs z-aksen. I figurene nedenfor betrakter vi ledersløyfa i henholdsvis xy-planet (til venstre) og xz-planet (til høyre). Ledersløyfas plan danner en vinkel θ med xy-planet, som vist i figuren til høyre. Hvilket av kraftparene nummerert fra 1 til 4 i figuren til høyre virker da på de to lengdene av ledersløyfa som ligger parallelt med y-aksen?

A 1
B 2
C 3
D 4



(z–aksen ut av planet)



(y–aksen inn i planet)

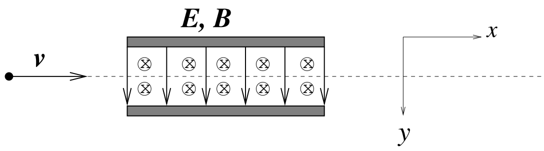
Solution: *A.*

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B},$$

slik at kraftparet nummerert med 1 blir korrekt.

(b) Partikler, alle med ladning forskjellig fra null, med ulike masser og hastigheter (men alle med hastighet i positiv x-retning) kommer inn i et område der det elektriske feltet er $\mathbf{E} = E_0\ \hat{y}$ (nedover i figuren) mens magnetfeltet er $\mathbf{B} = B_0\ \hat{z}$ (inn i planet).
Hvis $E_0 = 10$ kV/m og $B_0 = 50$ mT, må de partiklene som passerer gjennom området med elektrisk felt og magnetfelt *uten å avbøyes*

A være elektroner.
B være protoner.
C ha hastighet 500 m/s.
D ha hastighet 200 km/s.



Solution: *D.* Magnetisk kraft og elektrisk kraft vil her virke i motsatt retning, enten partiklene har negativ eller positiv ladning. A og B kan dermed ikke være riktige. Med null kraft totalt (ingen avbøyning) er $qE = qvB$, dvs. $v = E/B = 10^4/50 \cdot 10^{-3}\text{m/s} = 2 \cdot 10^5\text{m/s} = 200\text{km/s}$.

(c) Et elektron med masse m_e og ladning $-e$ befinner seg i et uniformt magnetfelt $\mathbf{B} = B_0\ \hat{z}$. Ved tidspunktet $t = 0$ har elektronet hastighet $\mathbf{v} = v_0\ \hat{x} + v_0\ \hat{y}$. Hva slags bevegelse får elektronet?

A Sirkelbevegelse med radius $m_e v_0/eB_0$
B Sirkelbevegelse med radius $\sqrt{2}m_e v_0/eB_0$
C Sirkelbevegelse med radius $\sqrt{2}eB_0/m_e$
D Sirkelbevegelse med radius eB_0/m_e

Solution: *B.* Elektronets hastighet er (i absoluttverdi) $v = \sqrt{v_0^2 + v_0^2} = \sqrt{2}v_0$. Sirkelbanens radius blir derfor $r = mv/qB_0 = \sqrt{2}m_e v_0/eB_0$.

(d) Hva er magnetisk feltstyrke inne i en luftfylt spole med lengde 31.42 cm, 2000 viklinger, spolestrøm 2.0 A og tverrsnitt 1 cm^2?

A 16 μT B 16 mT
C 16 T D 16 kT

Solution: *B.*

$$B = \mu_0 n I = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (2000/0.3142) \cdot 2\text{T} = 16\text{mT}.$$

(e) Hva er magnetisk dipolmoment for en ledersløyfe formet som en regulær sekskant med sidekanter 1.0 cm og strømstyrke 1.0 A i ledertråden?

A	0.2 Acm^2	B	1.4 Acm^2
C	2.6 Acm^2	D	3.8 Acm^2

Solution: *C*. En regulær sekskant med sidekanter 1 cm har areal $1.5 \cdot \sqrt{3} \simeq 2.6 \text{cm}^2$, som multiplisert med en strøm 1.0 A gir magnetisk dipolmoment 2.6 A cm^2.