TFY 4125 Øving 10

Denne øvingen omhandler **magnetiske felt**

1 Les

Pensum er kapittel 28.1-28.5 og 28.8

2 Se

3 Grunnleggende

1. Positive punktladninger $q = 8\ \mu$C og $q = 3\ \mu$C beveger seg relativt til et referansepunkt P som vist i figuren. $d = 0.120$ m, $v = 4.5 \cdot 10^6$ m/s og $v' = 9 \cdot 10^6$m/s.

   (a) Når de er rett overfor hverandre hva blir netto magnetisk felt i P?

   Solution: Magnetisk felt fra partikkel i bevegelse er gitt av:

   $$\vec{B} = \frac{\mu_0 q}{4\pi}\frac{\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}.$$

   Her har vi to partikler som beveger seg i motsatt retning på hver sin side av punktet der vi vil finne magnetfeltet. I begge tilfellene er $r = d$ og $\vec{r} \perp \vec{v}$. Dette gir oss $\frac{|\vec{v}\times\vec{r}|}{r^3} = \frac{v}{d^2}$. Om vi bruker dette i uttrykket for magnetfeltet over, og legger sammen effekten for de to partiklene finner vi:

   $$\begin{aligned} B_{\text{tot}} = B + B' &= \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{qv}{d^2} + \frac{q'v'}{d^2}\right) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{8\ \mu\text{C} \cdot 4.5 \cdot 10^6\ \text{m/s}}{(0.120\ \text{m})^2} + \frac{3\ \mu\text{C} \cdot 9 \cdot 10^6\ \text{m/s}}{(0.120\ \text{m})^2}\right) = \underline{4.38 \cdot 10^{-4}\text{T}}. \end{aligned}$$

   $\vec{B}$ peker innover i siden.

   (b) Hva er retning og størrelse på de magnetisk og elektriske kreftene som hver av partikelen påvirker hverandre med?

   Solution: Den magnetiske kraften mellom ladningene finner vi på tilsvarende måte som i Eksempel 28.1:

   $$F_B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qq'vv'}{r^2} = (10^{-7}\text{T}\cdot\text{m/A})\frac{(8\ \mu\text{C})(3\ \mu\text{C})(4.5\cdot 10^6\ \text{m/s})(9.0\cdot 10^6\ \text{m/s})}{(0.240\ \text{m})^2} = \underline{1.69\cdot 10^{-3}\text{N}}.$$

   Kraften peker oppover på den øvre partikkelen og nedover på den nedre.
   De elektriske Coulomb-kreftene mellom partiklene er gitt av:

   $$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq'}{r^2} = (8.99\cdot 10^9\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)\frac{(8\ \mu\text{C})(3\ \mu\text{C})}{(0.240\ \text{m})^2} = \underline{3.75\text{N}}.$$

   Denne kraften peker også oppover på den øvre partikkelen og nedover på den nedre.

(c) Hva er forholdet mellom de magnetiske og elektriske kreftene?

Solution: Forholdet mellom de magnetiske og elektriske kreftene er:

$$\frac{F_C}{F_B} = \frac{c^2}{v_1 v_2} = \frac{3.75\text{N}}{1.69 \times 10^{-3}\text{N}} = \underline{2.22 \cdot 10^5}.$$

Coulomb-kreftene er mye større enn de magnetiske.

(d) Dersom partiklene beveger seg i samme retning, hva blir da de magnetiske kreftene?

Solution: De magnetiske kreftene endrer retning dersom en av partiklene endrer retning, og går derfra fra å være repulsive til å bli attraktive.

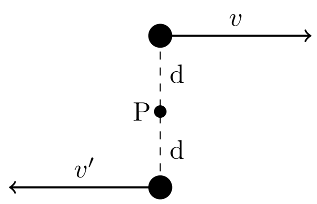


Figure 1: Oppgave 1

2. Noen bakterie svømmer i retning av jordens magnetfelt fordi de inneholder partikler, kalt magnetosomer, som er følsome for magnetfelt. Hvis det ligger en 100 A strømledning på havebunnen, hvor langt fra denne vil bakteriene kunne påvirkes (Anta at om feltet blir mindre enn 5% av jordfeltet har det lite effekt, jordens magnetfelt er omtrent $5 \cdot 10^{-5}$ T)? (Se bort fra evt. effekter av havvannet.)

Solution:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$
$$r = \frac{\mu_0 I}{2\pi B} = \underline{8\text{m}}.$$

Her har vi funnet avstanden fra kabelen der feltet er sunket til omtrent 5% av jordfeltet.

3. Høyspentledninger sender kan ha strøm på 100 A. Hva blir magnetfeltet 8 m under en slik mast på grunn av strømmen. Sammenlikn verdien med jordens magnetfelt. (Noen er redd for eletromagnetisk felt i nærheten av høyspentmaster. Ble du mer eller mindre redd nå? Hva er en viktig ting vi ikke har tatt hensyn til her som kan spille inn?)

Solution: Se forrige oppgave. 8m fra en kabel som fører 100A vil vi ha et felt lik 5% av jordens magnetfelt.

4. En sløyfe med diameter 4 cm og 600 vindinger bærer en strøm på 0.500 A. Hva er det magnetiske feltet

(a) i senter av sløyfen

Solution: Det magnetiske feltet langs aksen i sentrum av en strømsløyfe er gitt ved:

$$B(x) = \frac{\mu_0 N I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}.$$

Ved sentrum er $x = 0$, og vi får det magnetiske feltet:

$$B_{\text{center}} = \frac{\mu_0 N I}{2a} = \frac{\mu_0 (600)(0.500\text{A})}{2(0.020\text{m})} = \underline{9.42 \cdot 10^{-3}\text{T}}.$$

(b) på et punkt på symmetri-aksen (aksen gjennom midten av sløyfen, vinkelrett på sløyfe-planet) som er 8 cm fra planet til sløyfen?

Solution:

$$B(0.08\text{m}) = \frac{\mu_0 (600)(0.500\text{A})(0.020\text{m})^2}{2((0.080\text{m})^2 + (0.020\text{m})^2)^{3/2}} = \underline{1.34 \cdot 10^{-4}\text{T}}.$$

5. En spole (solenoid) er designet for å lage et magnetisk felt $\mathbf{B} = 0.0270$ T i senter. Spolen har radius $R = 1.4$ cm og lengde $l = 40$ cm. og kan ha maksimalt en strøm på $I = 12$ A. Hvor mange vindinger per lengde må spolen ha?

Solution: Det magnetiske feltet nær sentrum av en lang spole er gitt ved

$$B = \mu_0 n I,$$

der n er antall vindinger per lengde.

$$n = \frac{B}{\mu_0 I} = \frac{0.0270 \text{ T}}{\mu_0 \cdot 12 \text{ A}} = \underline{1790 \text{ turns/m}}.$$

4 Oppgaver

6. To lange parallelle ledere med en avstand $d = 40$ cm har en strøm på henholdsvis $I_1 = 25$ A og $I_2 = 75$ A. Finn alle punkter hvor magnetfeltet er null når

(a) Strømmen går i samme retning.

Solution: Når strømmen går i samme retning i de to lederne, vil magnetfeltet være null et sted mellom lederne. Vi summerer de motsatte feltene fra de to lederne og finner ut hvor det totale feltet er lik null. Setter origo ved leder 1.

$$
\begin{aligned}
B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-r)} &= 0 \\
\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} &= \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-r)} \\
\frac{I_1}{r} &= \frac{I_2}{(d-r)} \\
r &= d\frac{I_1}{I_1 + I_2} = \underline{0.1\text{m}}.
\end{aligned}
$$

(b) Strømmen går i motsatt retning.

Solution: Når strømmen går i motsatt retning i de to lederne, vil magnetfeltet være null utenfor lederne. Vi summerer feltene fra de to lederne og finner ut hvor det totale feltet er lik null. Setter origo ved leder 1.

$$
\begin{aligned}
B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-r)} &= 0 \\
\frac{I_1}{r} &= -\frac{I_2}{(d-r)} = \frac{I_2}{(r-d)} \\
r &= d\frac{I_1}{I_1 - I_2} = \underline{-0.2\text{m}}.
\end{aligned}
$$

7. En lang leder orientert langs z-aksen har en symmetrisk strømtetthet $\vec{J}$ gitt ved

$$
\vec{J} = \begin{cases} \left(\frac{b}{r}\right) e^{(r-a)/\delta}\hat{k} & \text{for } r \le a \\ 0 & \text{for } r > a \end{cases},
$$

der radiusen til sylinderen $a = 5.00$ cm, r er den radielle distansen fra sylinderaksen, b er en konstant lik 600 A/m og δ er en konstant lik 2.50 cm.

(a) La I_0 være total strøm gjennom lederen. Lag et uttrykk for I_0 som funksjon av b, δ og a. Sett inn tallverdier og finn en numerisk verdi for I_0.

Solution: Vi bruker størmtettheten J for å finne strømmen dI gjennom en konsentrisk ring om senter av lederen, og integrerer over tverrsnittet til lederen.
Om vi deler tverrsnittet i konsentriske ringer blir strømmen gjennom hver ring

$$
dI = J\ dA = J 2\pi r\ dr.
$$

Integrert over alle ringene finner vi

$$
\begin{aligned}
I_0 &= \int dI = \int J\ dA \\
&= 2\pi \int_0^a \left(\frac{b}{r}\right) e^{(r-a)/\delta} r\ dr \\
&= 2\pi b \int_0^a e^{(r-a)/\delta}\ dr \\
&= 2\pi b\delta e^{(r-a)/\delta}\Big|_0^a \\
&= 2\pi b\delta \left(1 - e^{-a/\delta}\right).
\end{aligned}
$$

Med de oppgitte verdiene finner vi $I_0 = 81.5$ A.

(b) Finn et uttrykk for magnetfeltet $\vec{B}$ i regionen $r \geq a$ ved å bruke Amperes lov. Uttrykk svaret med I_0.

Solution: For $r \geq a$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B 2\pi r = \mu_0 \cdot I_0$$
$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}.$$

(c) Finn et uttrykk for strømmen I gjennom et sirkulært utsnitt av kabelen der $r \leq a$. Uttrykk svaret med I_0.

Solution: For $r \leq a$

$$\begin{aligned} I(r) &= \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \\ &= \int \left(\frac{b}{r'} e^{(r'-a)/\delta} \right) r' dr' d\theta \\ &= 2\pi b \int_0^r e^{(r'-a)/\delta} dr' \\ &= 2\pi b \delta e^{(r'-a)/\delta} \Big|_0^r \\ &= 2\pi b \delta (e^{(r-a)/\delta} - e^{-a/\delta}) \\ &= 2\pi b \delta e^{-a/\delta} (e^{r/\delta} - 1) \\ &= I_0 \frac{(e^{r/\delta} - 1)}{(e^{a/\delta} - 1)}. \end{aligned}$$

(d) Bruk Amperes lov til å finne et uttrykk for magnetfeltet $\vec{B}$ i regionen $r \leq a$.

Solution: For $r \leq a$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(r) 2\pi r = \mu_0 \cdot I$$
$$= \mu_0 \cdot I_0 \frac{(e^{r/\delta} - 1)}{(e^{a/\delta} - 1)}$$
$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \frac{(e^{r/\delta} - 1)}{(e^{a/\delta} - 1)}.$$

(e) Finn størrelsen til det magnetiske feltet ved $r = \delta$, $r = a$ og $r = 2a$.

Solution:

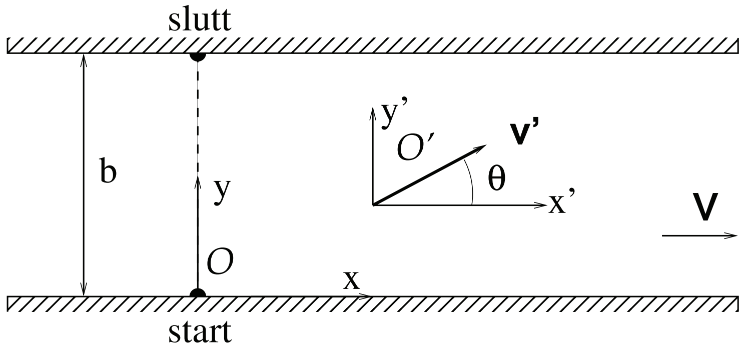
- $r = \delta = 0.025\text{m}$, $B(\delta) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi\delta} \frac{(e-1)}{(e^{a/\delta}-1)} = \frac{\mu_0 (81.5\text{A})}{2\pi(0.025\text{m})} \frac{(e-1)}{(e^{0.050/0.025}-1)} = \underline{1.75 \cdot 10^{-4}\text{T}}$.
- $r = a = 0.050\text{m}$, $B(\delta) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi a} \frac{(e^{a/\delta}-1)}{(e^{a/\delta}-1)} = \frac{\mu_0 (81.5\text{A})}{2\pi(0.050\text{m})} = \underline{3.26 \cdot 10^{-4}\text{T}}$.
- $r = 2a = 0.100\text{m}$, $B(\delta) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} = \frac{\mu_0 (81.5\text{A})}{2\pi(0.100\text{m})} = \underline{1.63 \cdot 10^{-4}\text{T}}$.

5 Repetisjon

8. En mann skal krysse ei elv med bredde b, og vil på kortest mulig tid komme seg over elva til punktet tvers over, i forhold til startpunktet. Vi antar at vannets hastighet $\mathbf{V}$ er konstant, uavhengig av avstanden fra elvebreddene. Mannen har tilgjengelig en robåt, og kan ro med en fart $\mathbf{v}'$ relativt vannet, og med en hvilken som helst vinkel θ i forhold til $\mathbf{V}$. Når båten har kommet til motsatt side, går mannen til det ønskede punktet på elvebredden med marsjfarten v_{g} langs bredden.

   (a) Tegn figur, og finn uttrykk for båtens hastighetskomponenter v'_x og v'_y relativt vannet i elva, samt hastighetskomponentene v_x og v_y relativt et landfast koordinatsystem.

Solution:



Legger inn et koordinatsystem med x langs elvebredden og y på tvers. I figuren til venstre er referansesystemet fas i elvebredden betegnet O, mens referansesystemet som følger elvestrømmen er betegnet O'.

Vannets hastighet $\vec{V} = V\hat{x}$ er gitt i system O. Båtens hastighet i system O' er som oppgitt

$$\vec{v'} = v'_x\hat{x} + v'_y\hat{y} = v'\cos\theta\hat{x} + v'\sin\theta\hat{y}$$

og båtens hastighet i system O er

$$\vec{v} = \vec{v'} + \vec{V} = (v'_x + V)\hat{x} + v'_y\hat{y} = (v'\cos\theta + V)\hat{x} + v'\sin\theta\hat{y}.$$

Hastighetskomponentene er altså

$$v_x = v'\cos\theta + V,$$
$$v_y = v'\sin\theta.$$

   (b) Finn et uttrykk for tida det totalt tar (roing pluss gange) for å komme til det ønskede punktet, som funksjon av vinkelen θ.

Solution: Tiden det tar å ro til den andre elvebredden er gitt av y-hastigheten : $t_r = \frac{b}{v_y} = \frac{b}{v'\sin\theta}$. På denne tiden vil båtens forskyvning langs elvebredden være gitt av hastigheten v_x:

$$x_l = v_x t_r = (v'\cos\theta + V)\frac{b}{v'\sin\theta.} \tag{1}$$

Tiden det tar å gå tilbake til punktet rett overfor startpunktet er $t_g = x_l/v_g$, vi har da (fornuftig nok) antatt $x_l \geq 0$, dvs. båten har drevet litt med elvestrømmen, evt. treffer rett på. (Dersom $x_l < 0$ vil $t_g = -x_1/v_g$.)

Til sammen blir dette

$$t(\theta) = t_r + t_g = \underline{\frac{b}{v' \sin\theta}\left[1 + \frac{v'}{v_g} \cdot \cos\theta + \frac{V}{v_g}\right]}. \qquad (2)$$

(c) Finn et uttrykk for den vinkelen, θ_{min}, som minimaliserer tida. Bestem θ_{min} for det tilfellet at $b = 150\,\text{m}$, $|\mathbf{v}'| = 3.0\,\text{km/h}$, $|\mathbf{V}| = 2.0\,\text{km/h}$, og $v_{\text{g}} = 5.0\,\text{km/h}$.

Solution: Vi minimerer totaltiden med hensyn på roretningen:

$$\begin{aligned}\frac{dt(\theta)}{d\theta} &= \frac{-b\cos\theta}{v'\sin^2\theta}[\ldots] + \frac{b}{v'\sin\theta} \cdot \frac{v'(-\sin\theta)}{v_g} \\ &= \frac{-b}{v'\sin^2\theta} \cdot \left[\left(1 + \frac{V}{v_g}\right)\cos\theta + \frac{v'}{v_g}(\cos^2\theta + \sin^2\theta)\right] = 0.\end{aligned}$$

Av dette følger det at vinkelen som minimaliserer reisetiden er gitt som

$$\cos\theta_{\text{min}} = -\frac{v'/v_g}{1 + V/v_g} = \underline{-\frac{v'}{V + v_g}}. \qquad (3)$$

Med de oppgitte tallverdiene får en $\cos\theta_{\text{min}} = -3/(2+5)$ som gir $\theta_{\text{min}} = 115°$. Et ikke urimelig resultat!

(d) Men: Kan uttrykket du fant under pkt. c ha generell gyldighet? Sjekk svaret uttrykket gir for θ_{min} når du setter $V = 0$. Kan dette være riktig? Den fullstendige løsning av dette minimeringsproblemet er en utfordring til de ambisiøse!

Solution: Men dersom vi setter $V = 0$, gir uttrykket $\cos\theta_{\text{min}} = -v'/v_{\text{g}}$. Dette kan umulig være riktig! Dersom elva stopper opp (dersom vi rett og slett skal krysse stillestående vann) må det raskeste være å ro rett over! Altså: I dette tilfellet burde $\theta_{\text{min}} = 90°$ og $\cos\theta_{\text{min}} = 0$. Men hvor resonnerte vi feil i pkt **b** eller **c**?

Problemet ligger i forutsetningen $x_{\text{l}} > 0$. Vi ser fra lign. (1) at dette gjelder bare dersom $v'\cos\theta + V > 0$ (siden b, v' og $\sin\theta$ alle er positive). Vi forutsetter altså $\cos\theta > -(V/v')$. Minimumsverdien $\cos\theta_{\text{min}}$ i (3) er derfor bare gyldig dersom

$$-\frac{v'}{V + v_{\text{g}}} > -\frac{V}{v'} \qquad \Rightarrow \qquad v'^2 < V(V + v_{\text{g}}).$$

Hva skjer så dersom denne ulikheten for de oppgitte størrelsene ikke er oppfylt? For å forstå dette må vi gå tilbake til funksjonen $t(\theta)$ og ta høyde for at dette faktisk er *to* funksjoner. Den vi allerede har funnet, (2), er korrekt dersom vi lander *nedenfor* målpunktet, slik at $x_{\text{l}} > 0$. Denne funksjonen kaller vi heretter $t^+(\theta)$.

Men vi trenger også $t^-(\theta)$, som svarer til at båten lander *ovenfor* det endelige målet tvers over elva. Da er som nevnt ovenfor $t_{\text{g}} = -x_{\text{l}}/v_{\text{g}}$ og $t^+(\theta)$ i lign. (2) blir erstattet av

$$t^-(\theta) = t_{\text{r}} + t_{\text{g}} = \frac{b}{v'\sin\theta} - \frac{x_{\text{l}}}{v_{\text{g}}} = \frac{b}{v'\sin\theta}\left[1 - \frac{v'}{v_{\text{g}}} \cdot \cos\theta - \frac{V}{v_{\text{g}}}\right]. \qquad (4)$$

De to funksjonene møtes der $x_{\text{l}} = 0$, dvs for vinkelen θ_s gitt av $v'\cos\theta_s + V = 0$, altså for vinkelen

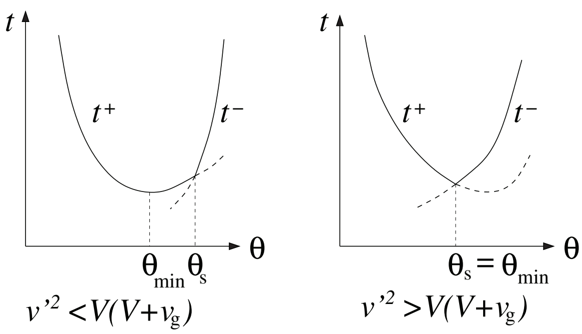
$$\cos\theta_s = -V/v'. \qquad (5)$$

Skal dette ha mening, må $V < v'$. Dette har en åpenbar fysisk tolkning: Det er ikke mulig å havne rett over elva med en rofart som er mindre enn elvas strømningshastighet!

Figurene til høyre viser hva som skjer i de to parameterområdene.

Dersom $x_1 > 0$ og $v'^2 < V(V + v_g)$, er minimumstida gitt av minimum i funksjonen $t^+(\theta)$, med resultatet $\cos\theta_{\min} = -v'/(V + v_g)$ og $\theta_{\min} < \theta_s$. Minimum finnes på den konvensjonelle måten, ved å sette den deriverte lik null.

I parameterområdet der $v'^2 > V(V + v_g)$ er situasjonen kvalitativt annerledes. Der gir minimering av $t^+(\theta)$ et ufysikalsk resultat. Minimumstida er $t(\theta_s)$ der $t^+ = t^-$. Ingen av de to funksjonene som møtes i minimumspunktet har derivert lik null der.



Den fysikalske tolkningen av dette er at i *hele* parameterområdet $v'^2 > V(V + v_g)$ lønner det seg å ro rett over elva, direkte til målet, med vinkelen θ_s gitt av (5) mellom roretning og elvas strømretning.

Eksemplet viser at minimering kan være en mer sammensatt prosess enn den konvensjonelle. Det gjelder å bruke hodet, og sjekke resultatene mot sunn fornuft. Om det kan være til noen trøst: Flere årskull studenter og lærere overså fullstendig det vi her har diskutert, og tok for gitt at resultatet under pkt **c** var *hele* svaret. Men den enkle sjekken vi foretok avslørte umiddelbart at det ikke kunne være tilfelle.

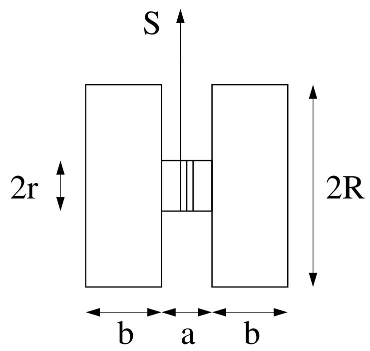


Figure 2: En jojo!

9. Figur 2 viser en jojo som er satt sammen av tre kompakte skiver, to med radius R og tykkelse b og en (”akslingen”) med radius $r \leq R$ og tykkelse a. Jojoen har uniform massetetthet og total masse M.

   (a) Vis at jojoens treghetsmoment om symmetriaksen er $I_0 = c \cdot MR^2/2$, med $c = (2\alpha + \beta^4)/(2\alpha + \beta^2)$. Her er $\alpha = b/a$ ”tykkelsesforholdet” og $\beta = r/R$ ”radiusforholdet”. Er uttrykket for c rimelig i de tre spesialtilfellene $\beta = 1$, $a = 0$ og $b = 0$? (Oppgitt: Treghetsmoment om symmetriaksen for skive med masse m og radius ρ er $m\rho^2/2$.)

Solution: Jojoens volum er

$$V = 2b \cdot \pi R^2 + a \cdot \pi r^2,$$

og dens masse pr. volumenhet er $\mu = M/V$. Jojoens treghetsmoment er dermed

$$\begin{aligned}
I_0 &= 2 \cdot \frac{1}{2}\mu \cdot b\pi R^2 \cdot R^2 + \frac{1}{2}\mu \cdot a\pi r^2 \cdot r^2 \\
&= \frac{M(b\pi R^4 + a\pi r^4/2)}{2b\pi R^2 + a\pi r^2} \\
&= \frac{1}{2}\frac{MaR^4(2b/a + r^4/R^4)}{aR^2(2b/a + r^2/R^2)} \\
&= \underline{\frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{2\alpha + \beta^4}{2\alpha + \beta^2}}.
\end{aligned}$$

Spesialtilfeller:

- $\beta = 1$: Da er $c = 1$ og $I_0 = MR^2/2$ som det skal være for en kompakt sylinger med masse M og radius R.
- $a = 0$: Da vil $\alpha \to \infty$ og igjen er $c = 1$ og $I_0 = MR^2/2$. Ok, fortsatt kompakt sylinder med masse M og radius R.
- $b = 0$: Da er $\alpha = 0$, og $c = \beta^2 = r^2/R^2$, slik at $I_0 = Mr^2/2$. Ok, denne gang har vi en kompakt sylinder med radius r og masse M.

(b) Ei tynn snor er viklet rundt akslingen som vist i figuren. Jojoen slippes fra en høyde h med null starthastighet og faller mens snora vikles av. Hvor lang tid tar det for jojoen å nå gulvet dersom $h = 1$ m, $R = 32$ mm, og $r = a = b = 4$ mm?

Solution: N2 for vertikal translasjon:

$$Mg - S = MA.$$

N2 for rotasjon om jojoens symmetriakse:

$$Sr = I_0\dot{\omega} = I_0 A/r.$$

Siste ligning gir

$$S = I_0 A/r^2,$$

som innsatt i første ligning gir

$$\begin{aligned}
Mg - I_0 A/r^2 &= MA \\
A(M + I_0/r^2) &= Mg \\
A &= \frac{g}{1 + I_0/Mr^2}
\end{aligned}$$

for jojoens akselerasjon. Innsetting av dette uttrykket for A gir snordraget,

$$S = I_0 A/r^2 = \frac{Mg}{1 + Mr^2/I_0},$$

uten at vi vel var bedt spesifikt om å regne ut dette. Tallverdi for koeffisienten c med oppgitte dimensjoner:

$$c = \frac{2\alpha + \beta^4}{2\alpha + \beta^2} = \frac{2 + 1/8^4}{2 + 1/8^2} \simeq 1.$$

Videre er

$$\frac{I_0}{Mr^2} \simeq \frac{R^2}{2r^2} = \frac{1}{2\beta^2} = 32,$$

slik at

$$A \simeq g/33 \simeq 0.30 \mathrm{m/s}^2.$$

Det betyr at jojoen bruker ca. 2.6s på å falle 1m, dersom den starter med null hastighet. ($h = At^2/2$)