1 Sistemi di Controllo

1.1 Retroazione sullo Stato

- Uscita controllore
$$u(t) = Hy^0(t) - Fx(t)$$
- Sistema in ciclo chiuso
$$\mathcal{P}^* = \begin{cases} \dot{x}(t) & = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) & = Cx(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}(t) & = Ax(t) + B(Hy^0(t) - Fx(t)) \\ y(t) & = Cx(t) \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}(t) & = (A - BF)x(t) + BHy^0 \\ y(t) & = Cx(t) \end{cases} = \begin{cases} \dot{x}(t) & = A^*x(t) + B^*y^0(t) \\ y(t) & = Cx(t) \end{cases}$$
- Polinomio caratteristico in ciclo chiuso
$$\varphi^*(s) = \det(sI - A) = \det(sI - A + BF)$$
- Funzione di trasferimento in ciclo chiuso
$$G^*_{y^0y}(s) = \frac{r(s)}{\varphi^*(s)}$$
con
$$r(s) = CAdj(sI - A)B$$
nominatore della funzione di trasferimento di $\mathcal{P}$ normale

1.2 Retroazione sul'Uscita

1.2.1 Retroazione Algebrica sull'Uscita

è una retorazinoe algebrica sullo stato ma F può solo essere $K \times C$ con $K \in \mathbb{R}$

- Uscita controllore
$$\begin{aligned} u(t) &= -Ky(t) + Hy^0(t) \\ &= -KCx(t) + Hy^0(t) \end{aligned}$$
- Sistema in ciclo chiuso
$$\mathcal{P}^* = \begin{cases} \dot{x}(t) & = (A - BKC)x(t) + BHy^0(t) \\ y(t) & = Cx(t) \end{cases}$$

- Funzione di Trasferimento in Ciclo Chiuso

$$G^*_{y^0y}(s) = \frac{G(s)}{1+KG(s)}\mathbf{H}$$

Se fai

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$$

Ottieni

$$G^*_{y^0y}(s) = \frac{G(s)}{1+KG(s)}\mathbf{H} = \frac{\frac{b(s)}{a(s)}}{\frac{a(s)+Kb(s)}{a(s)}}\mathbf{H} = \frac{b(s)}{a(s)+Kb(s)}\mathbf{H} = \frac{b(s)}{a^*(s)}\mathbf{H}$$

vede solo l'uscita, non modifica gli autovalori nascosti $\varphi^*(s) = \varphi_{normale}(s)$

- Polinomio caratteristico in ciclo chiuso

$$\varphi^*(s) = \varphi_h(s)a^*(s) = \varphi^*(s)(a(s)+Kb(s))$$

1.2.2 Retroazione Dinamica sull'Uscita

ora con K e H pari a $K(s)$ e $H(s)$ Scelta tipica $H(s) = H_f(s)K(s)$, spesso con $H_f(s) = costante \in \mathbb{R}$, cose non segnate non cambiano dall'algebrica

- Funzione di trasferimento in ciclo chiuso

$$\begin{aligned} G^*_{y^0y}(s) &= \frac{G(s)}{1+KG(s)}\mathbf{H(s)} \\ &= \frac{G(s)K(s)\mathbf{H_f}}{1+K(s)G(s)} \end{aligned}$$

Mettendo **non solum** $G(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ **sed etiam** $K(s) = \frac{q(s)}{p(s)}$ si ottiene

$$G(s) = \frac{b(s)q(s)}{a(s)b(s)+b(s)q(s)}\mathbf{H_f} = \frac{b^*(s)}{a^*(s)}\mathbf{H_f}$$

anche questa retroazione, agendo sull'uscita, non tocca gli autovalori nascosti $\varphi^*(s) = \varphi_{normale}(s)$

- Polinomio caratteristico in ciclo chiuso

$$\varphi^*(s) = \varphi_h(s)a^*(s) = \varphi_h(s)a(s)b(s) + b(s)q(s)$$

1.2.3 Regolatore

Se si riesce ad approssimare lo stato da fuori non dobbiamo preoccuparci dei limiti della retroazione sull'uscita

- Osservatore di Luenberger

$$\begin{aligned}\mathcal{O}: \frac{d\hat{x}}{dt} &= A\hat{x} + B\hat{x} + L(y - C\hat{x}) \\ &= A\hat{x} + B\hat{x} + L(C(x - \hat{x}))\end{aligned}$$

- Evoluzione dell'errore (errore si chiama ϵ, e sarebbe ambiguo)

$$\begin{aligned}\epsilon(t) &= (x(t) - \hat{x}(t)) \\ \frac{d\epsilon(t)}{dt} &= \frac{d(x(t) - \hat{x}(t))}{dt} = \text{roba} = (A - LC)(\epsilon(t))\end{aligned}$$

si considera l'errore $\epsilon(t)$ come parte dello stato del sistema con l'osservatore in ciclo chiuso, quindi

- Uscita della retroazione sullo stato approssimato

$$u(t) = -F\hat{x}(t) + Hy^0(t) = -F(x(t) - \epsilon(t)) + Hy^0(t)$$

- Stato ed evoluzione completa del sistema in ciclo chiuso

$$\begin{cases}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\dot{x}(t) &= Ax(t) - BF(x(t) - \epsilon(t)) + BHy^0(t) \\ \dot{\epsilon}(t) &= (A - LC)\epsilon(t) \\ y &= Cx\end{cases}$$

per "comodità" si riscrive $\dot{x}(t)$ come:

$$\dot{x}(t) = (A - BF)x(t) + BF(\epsilon(t)) + BHy^0(t) = \begin{bmatrix}(A - BF) & BF\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t) \\ \epsilon(t)\end{bmatrix}$$

Prendendo ora un "superstato" fatto da $\begin{bmatrix}x(t) \\ \epsilon(t)\end{bmatrix}$ si ottiene

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\dot{x}(t) \\ \dot{\epsilon}(t)\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}(A - BF) & BF \\ 0 & (A - LC)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t) \\ \epsilon(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}BH \\ 0\end{bmatrix} y^0 \\ y(t) &= \begin{bmatrix}C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t) \\ \epsilon(t)\end{bmatrix}\end{cases}$$

quell'abominio di matrice è come lo stato fa la derivata di se stesso, nota a noi ipse-dixitiani come la **matrice della dinamica** in ciclo chiuso, $\varphi(s)$ di un sistema di solito è il determinante della matrice della dinamica, quindi

- Polinomio caratteristico in ciclo chiuso Quell'affare di matricione è **quadrato a blocchi**, quindi il determinante/ polinomio caratteristico sarà

$$\varphi^*(s) = \det(sI - A + BF)\det(sI - A + LC)$$