

## Contents

<b>1</b>	<b>Regine</b>	<b>1</b>
1.1	Visto come problema di ricerca locale . . . . .	1
1.2	Visto come problema di ricerca globale . . . . .	1
1.2.1	Backtracking . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Declarative motherfucker</b>	<b>2</b>
2.1	Definizioni . . . . .	2
2.2	8 regine, alla declarative motherfucker . . . . .	3
2.2.1	E i vincoli? . . . . .	3
2.2.2	Vincoli implicati . . . . .	3
2.2.3	Constraint propagation . . . . .	3
2.3	Rete dei vincoli . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Arc Consistency</b>	<b>3</b>
3.1	Ipergrafi . . . . .	4
3.2	Esempio (negativo) . . . . .	4
3.3	Algoritmo AC-3 . . . . .	4

## 1 Regine

### 1.1 Visto come problema di ricerca locale

### 1.2 Visto come problema di ricerca globale

questioni di ottimalità definite come il costo della sequenza di azioni ci interessano il giusto

il numero di scelte possibili sono  $\binom{64}{8}$

altrimenti, sapendo che per le regole del gioco ci sarà una e una sola regina per riga, posso rappresentare lo stato come una tupla di 8 elementi, ognuno dei quali rappresenta una riga della scacchiera

in questo i possibili stati sono  $8^8$

quante sono le foglie di questo albero di ricerca?

#### 1.2.1 Backtracking

il backtracking è una sorta di dfs che cerca di evitare lavori inutili, se un sottoalbero è maledetto, il sottoalbero non viene esplorato<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>si richiede comunque che il problema abbia una struttura tale da determinare "ma sto sottoalbero è tutto fottuto?"

è adatto per problemi cosiddetti di *soddisfacimento di vincoli*, o CSP (Constraint Solving Problem), o CP<sup>2</sup> (Constraint Programming)

## 2 Declarative motherfucker

cos'è una soluzione, una soluzione può avere un costo

### 2.1 Definizioni

**set of variables**  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \dots, x_n\}$

**set of domains**  $D = \{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, \dots, d_n\}$

- qui  $d_i$  è il dominio su cui è definita la variabile  $x_i$

**set of constraints**  $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, \dots, c_n\}$

come definisco un constraint? Posso avere una funzione che  $f : X \rightarrow \{0, 1\}$ , questa sarebbe un po' un puttananio

uno strumento matematico utilizzabile potrebbe essere la *relazione* (la stessa di basi dati)

$$c_i := (\text{scope}, \text{rel})$$

dove *scope* è un sottoinsieme delle variabili, e *rel* è i valori validi per quella tupla

è simile all'idea di avere una funzione  $f : X \rightarrow \{0, 1\}$ , ma non è definita su tutto  $X$ , la definisci su una *proiezione* di  $X$

- una **soluzione** è un assegnamento completo delle variabili  $x_1, \dots, x_n$  che soddisfa tutti i vincoli

quindi se per ogni vincolo faccio la proiezione e poi ho la soluzione nella relazione, allora ok, altrimenti sticazzi (le relazioni possono essere scritte come tabelle(metterle tutte), o come funzione(scrivo il check per cui questa sta nella relazione))

i problemi di soddisfacimento di vincoli sono *NP-Completo*, vale a dire, so' cazzi (in genere, molte sottoistanze anche utili sono parecchio trattabili)

le regine ammettono soluzioni polinomiali, ma il caso generico di problema di soddisfacimento di vincoli, vale a dire il "ecco sti vincoli, risolvi il problema", non è risolvibile in tempo polinomiale

---

<sup>2</sup>non quello illegale

## 2.2 8 regine, alla declarative motherfucker

**variabili** gli indici delle regine nelle singole colonne

**dominii**  $\{1, \dots, n\} \forall \text{ colonna}$

### 2.2.1 E i vincoli?

- non ce ne sono due uguali, quindi  $\forall i, j \ x_i \neq x_j$ , noto anche come vincolo di *AllDifferent*( $x_1, \dots, x_n$ ), è uno dei vincoli standard
- non toccarsi in diagonale

il vincolo delle colonne è implicito nella modellazione del problema come vettore delle posizioni sulle colonne

### 2.2.2 Vincoli implicati

sono un po' un'alchimia aggiungere vincoli implicati o ridondanti alla specifica di un problema può far andare più veloce il solver

Si potrebbero aggiungere delle variabili utilizzate per definire vincoli con queste, e boh.

### 2.2.3 Constraint propagation

con gli assegnamenti i domini si riducono, posso propagare e introdurre nuovi vincoli

la propagazione semplifica il problema, ma non lo risolve

## 2.3 Rete dei vincoli

grafo con

**nodi** variabili

**archi** se entrambe le variabili partecipano a un vincolo

## 3 Arc Consistency

$X_i$  AC wrt  $X_j$  ovvero " $X_i$  è Arc Consistent rispetto a (With Respect To)  $X_j$ " se  $\forall$  valore  $v_i \in D_i \ \exists$  valore  $v_j \in D_j$  tale che la coppia  $(v_i, v_j)$  soddisfa il constraint **BINARIO** sull'arco  $(X_i, X_j)$ , l'arco è orientato la relazione è asimmetrica, è un  $\forall \in D_i \exists \in D_j$

### 3.1 Ipergrafi

sono tipo grafi, ma gli archi possono avere  $1, 2, \dots, n$  archi detta alla cazzo, hai dei nodi, e hai dei sottinsiemi dei nodi, questi sottinsiemi sono gli archi, è un grafo generalizzato più di quanto il creatore avrebbe voluto  
sono isomofri (vale a dire uguali) a database relazionali

### 3.2 Esempio (negativo)

- prendiamo 2 variabili,  $X$  e  $Y$
- entrambi con dominio  $\{0, \dots, 9\}$
- prendiamo un solo constraint  $Y = X^2$

è arc consistent? No ad esempio, per  $X = 4$  non abbiamo valori di  $Y$  che soddisfano il constraint binario  $Y = X^2$

se tutti gli archi nella rete sono consistenti, allora la rete è consistente

ok, mettiamo  $D_x = \{0, 1, 2, 3\}$ , la rete è consistente? Aspetta  $Y$  no! dobbiamo cambiare  $D_y$  per avere solo quadrati perfetti, ora la rete è consistente, le inconsistenze sono state abbattute, lunga vita alla consistenza, lunga vita al partito, amen

### 3.3 Algoritmo AC-3

AC sta per Arc Consistency<sup>3</sup>, questo è il terzo

```
def ac_3(csp:Problem):
    arcs = Set(csp.get_all_arcs())
    while not arcs.is_empty():
        arc = q.extract()
        xi = arc.source()
        xj = arc.target()
        if revise(csp, xi, xj) == 'crossout done':
            if xi.get_domain().is_empty():
                return
            """
                ok, fanculo tutto, abbiamo ridotto Di
            all'insieme vuoto,
            questo problema non è risolubile
            ferma tutto, ferma tutto, MAYDAY! MAYDAY!!
            """
        else:
            # ora che ho fatto il crossout devo rivedere potenziali
```

---

<sup>3</sup>di AC3 preferivo armoured core a dirla tutta

```

        # archi eliminati dal crossout che ho appena fatto
    for xk in csp.neighbours(xi):
        if xk is xj:
            # xj non ci interessa rimetterlo
            continue
        else:
            arcs.insert(Arc(src=xi, dest=xk))

    return 'ok'

def revise(cps:Problem, xi:ProblemVar, xj:ProblemVar) -> bool:
    revised = False
    for x in xi.get_domain():
        if boh:
            """
                if non c'è nessun y in xj.dominio() tale che
                tutti i
                constraint binari tra x_j e x_j sono
                soddisfatti
            """
            xi.get_domain().remove(x)
            revised = True

    return revised

```

l'assunzione di base è che i domini siano finiti, se i domini sono infiniti allora so' cazzi, l'assunzione è perchè un `for x in xi.get_domain():` non può operare su un dominio finito, questo algoritmo si addice maggiormente per solver di tipo Finite Domain Solvers