

Probabilitas

Bayes and Redipils

20XX:00:00

Contents

1	Altri libri consigliati	1
2	Boh	1
2.1	Belief, odds, &Co.	1
2.2	Assiomi	2
2.3	Approccio soggettivo alla probabilità	2
2.3.1	Dutch book	2
2.3.2	Teorema	2
2.3.3	Esercizietto	2
2.4	Indipendenza condizionata	2
2.5	Cosa ci interessa calcolare	3
2.5.1	Prior	3
2.5.2	Altri dati	4
3	It's grafo time	5

1 Altri libri consigliati

David Barber, roba bayesiana e probaiblosa pdf online legale
molto sintetico, molto compatto, buon complemento al Russel Norvig

2 Boh

2.1 Belief, odds, &Co.

$$Bel(E) \triangleq \frac{1}{1+m} odds$$

2.2 Assiomi

il tizio che inizia con la K

2.3 Approccio soggettivo alla probabilità

2.3.1 Dutch book

un libro olandese qualcosa con delle scommesse

qualcosa che ... vinci(o era perdi) indipendentemente da come scommetti, e mi sa che c'è qualcosa che non va

caso "degenere" dovuto al mancato rispetto del cazzo che me ne frega

questo dutch book è un sistema di scommesse inconsistente, si scopre che la cosa è dovuta al "non vale il principio di unione esclusione"

2.3.2 Teorema

un sistema di scommesse è consistente **SE E SOLO SE**, leggendo i *belief* come probabilità, questi rispettano gli assiomi (de Kolmocazzov)

- se non valgono gli assiomi c'è un dutch book
- se valgono gli assiomi non c'è un dutch book

ora possiamo ragionare sui *belief* come se fossero probabilità, basta che siano consistenti con gli assiomi

2.3.3 Esercizietto

due variabili sono indipendenti quando la congiunta è il prodotto

2.4 Indipendenza condizionata

abemus 3 variabili

- patologie
- cause
- sintomi

gruppi di variabili che vanno da causa ad effetto¹

¹la nozione di causalità è molto complicata e "insert berserk reference"

prendiamo come esempio molto allegro della malattia della mucca pazza
prendiamo

$$\mathbb{P}(H|MC) = 0.9$$

dove $\mathbb{P}(H|MC)$ è la probabilità di H (Hamburger) dato che MC (Mad Cow)
nella base di conoscenza abbiamo anche

$$\mathbb{P}(H) = 0.5$$

questa non è metà della popolazione italiana, è la metà della gente che è
entrata in ospedale per qualche motivo
si ricorda che

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)}$$

2.5 Cosa ci interessa calcolare

di solito ci interessa calcolare una cosa tipo

$$\mathbb{P}(Query \mid Evidence)$$

dove

Query è una variabile aleatoria

Evidence è un insieme di osservazioni su altre variabili aleatorie

si pensi alla procedura per pronto soccorso per dolore toracico quando
arriva un tizio con dolore toracico bisogna vedere "ok, e che cazzo succede?"
tipo i dottori per pronto soccorso hanno dati per pazienti entrati per dolore
toracico

poi devi fare decisioni tipo "conviene fargli la scintigrafia² a questo paziente?"

2.5.1 Prior

si parte da $\mathbb{P}(MC) = 0.9$ come credenza iniziale sapendo che ha mangiato
un hamburger, abbiamo

$$\mathbb{P}(MC|H) = \frac{\mathbb{P}(H|MC)MC}{H} = \frac{0.9 \times 10^{-5}}{0.5} = 1.8 \times 10^{-5}$$

poi abbiamo la verosimiglianza, la verosimiglianza (o likelihood) è la
probabilità dei dati sapendo l'ambiente quindi in questo caso la verosimiglianza
è $\mathbb{P}(H|MC)$

²un fottio di radiografie

serviva $\mathbb{P}(H)$? a dire il vero no, quello è un fattore di normalizzazione, è quello che garantisce che la somma faccia 1
 tanto si sa che $\mathbb{P}(\text{malattia}) + \mathbb{P}(\text{non malattia}) = 1$, e boh
 abemus formuletta informale

$$\text{Posterior} \propto \text{Likelihood} \times \text{Prior}$$

dove \propto vuol dire "è proporzionale a"

2.5.2 Altri dati

- si raccolgono altri dati, un altro sintomo della mucca pazza è M , perdita di memoria, possiamo aggiungere alla base di conoscenza a cui chiedere "oh, ma mucca?"

condizioniamo a due

$$\mathbb{P}(MC|H, M) = \frac{\mathbb{P}(M|MC, H)\mathbb{P}(MC|H)}{\mathbb{P}(M|H)}$$

possiamo ancora applicare bayes

qui si usa il vecchio posterior come nuovo prior e quello per cui lo moltiplicassi è di nuovo una verosimiglianza, la verosimiglianza della variabile osservata data le due variabili aleatorie precedentemente osservate

il fatto che ho mangiato l'hamburger, se ho perso la memoria, è diventato irrilevante la memoria l'ho persa per la malattia, indipendentemente dall'hamburger

si ha quindi che

$$\mathbb{P}(M|MC, H) \text{ è abbastanza uguale a } \mathbb{P}(M|MC)$$

si legge che

$$M \perp H | MC$$

quindi " M condizionatamente indipendente da H dato che MC ", detto formale

indipendenza normale $\mathbb{P}(A, B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$

indipendenza condizionata $\mathbb{P}(A, B|C) = \mathbb{P}(A|C)\mathbb{P}(B|C)$

3 It's grafo time

PORCO DIO! – Germano Mosconi

- i **NODI** sono le **VARIABILI ALEATORIE** (*r.v.*, random variables), tipo così

$$H \rightarrow MC \rightarrow M$$

e gli archi? Guardando questa cosa si potrebbe dire che gli archi collegano cause ad effetti, in modo più formale qui si dice che

- la **MANCANZA DI ARCHI** rappresenta un'indipendenza (\pm condizionata)