

Theorem Proving

Sellone Ciompi

YYYY:MM:DD

Contents

1	Notazione a cazzo	1
2	Wumpus	2
3	And one rule to rule them all	2
4	Sound	3
4.1	Ground resolution theorem	4
4.1.1	il teorema	4
4.1.2	dimostrazione	4
5	Restringere	4
5.1	Definizioni	4
5.2	Chaining	5

1 Notazione a cazzo

si usa la notazione

$$\frac{x \text{ cosa che sapevo da prima}}{y \text{ cosa che so visto che so } x}$$

quindi possiamo dire, ad esempio

modus ponens $\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \alpha}{\beta}$

contraposition $\frac{\alpha \Rightarrow \beta}{\neg \beta \Rightarrow \neg \alpha}$

modus tollens¹ $\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \neg \beta}{\neg \alpha}$

¹cugino figo della contraposition

And elimination $\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha}$, oppure $\frac{\alpha \wedge \beta}{\beta}$

biconditional elimination $\frac{\alpha \iff \beta}{\beta \Rightarrow \alpha, \alpha \Rightarrow \beta}$

2 Wumpus

le regole del gioco si possono scrivere come, boh

$R_1 \neg Pit_{1,1}$ (che altrimenti sarei caduto)

$R_2 Breeze_{1,1} \iff Pit_{1,2} \vee Pit_{2,1}$

$R_3 Breeze_{2,1} \iff Pit_{2,2} \vee Pit_{3,1}$

&Co.

poi faccio delle query ai sensori dell'agente, boh

la successione di questi passaggi diventa poi la dimostrazione del passaggio dopo, boh

perchè funziona questa dimostrazione ricavata? Perchè l'ha trovata il prof da prima. Come la faccio fare a un computer? Non in modo efficiente.

3 And one rule to rule them all

invece di fare tutto sto lavoro basta una singola regola

ecco l'unica regola che ci serve, la *risoluzione* la risoluzione lavora solo su clausole, ma non ci fa paura visto che ogni formula può essere convertita in cnf

ecco il caso più facile possibile

$$\frac{A \wedge B, \neg A}{B}$$

se ho un insieme Φ di letterali, visto che tanto una clausola è equivalente a un insieme di letterali

siano

- l un letterale
- $l \in \Phi$
- Ψ un insieme di letterali, con $l \notin \Psi$

allora

$$\frac{\Phi, \Psi}{(\Phi \setminus \{l\}) \cup (\Psi \setminus \{\neg l\})}$$

la si può pensare come un

$$\frac{A \vee \mathcal{B} \vee C, \neg \mathcal{B}, \vee D \vee E}{A \vee C \vee D \vee E}$$

4 Sound

regole di inferenza sound

$\alpha \vdash \beta$ vuol dire che β è derivato con α da un certo algoritmo

con un algoritmo sound $\alpha \vdash \beta$ allora $\alpha \models \beta$

con un algoritmo completo $\alpha \models \beta$ allora $\alpha \vdash \beta$

soundness vuol dire

completezza vuol dire che posso dimostrare tutte le formule vere², questa dipende da

- il modello su cui sto lavorando
- l'algoritmo che sto usando

per trovare che una cnf è insoddisfacibile si può fare vedendo che una delle clausole è logicamente equivalente a false una clausola equivalente a false è la clausola vuota³

vale a dire generi clausole dalle clausole presenti, ottenendo nuove clausole che non modificano comunque la semantica del problema se a furia di generare clausole del genere si ottiene che si aggiunge una clausola vuota, e se si sa che l'aggiunta di questa non dovrebbe cambiare la semantica del problema, allora il problema è equivalente al problema $\wedge false$, vale a dire, è falso⁴

comunque questo coso fa vedere i passaggi, dpll non fa vedere i passaggi

²Goedel momento

³ $\bigwedge_{i \in \emptyset} i = true$ e $\bigvee_{i \in \emptyset} i = false$, visto che altrimenti non torna

⁴che cazzo ho scritto lo sa solo Dio, e si spera anche il lettore

4.1 Ground resolution theorem

ground è una keyword anch'essa abbastanza stronza della logica

- la logica proposizionale è al piano terra
- la logica del prim'ordine è al primo piano

quando siamo in logica del prim'ordine, ground vuol dire che sta nella logica proposizionale, vale a dire è il punto di partenza, credo

4.1.1 il teorema

se S è un insieme di clausole non soddisfacibile, allora, l'applicazione ripetuta di resolution è garantita trovare la clausola vuota, IN TEMPO FINITO. Credo.

scritta in matematiche ancora più matematiche si dice che

$$Closure_{Resolution}(S) \ni \{\}$$

(la chiusura di S rispetto a *Resolution* contiene la clausola vuota)

4.1.2 dimostrazione

la dimostrazione è un po' curiosa, un po' pedante è per contraddizione, si dimostra che se non contenesse l'insieme vuoto allora sarebbe soddisfacibile

la fai sul libro perchè al frasca manca solo un quarto d'ora quindi mi spiace, nada

5 Restringere

si può restringere la logica proposizionale, rendendola un po' meno espressiva, ma si guadagnano "assunzioni extra sui dati" che permettono di fare roba nuova e/o roba in maniera più efficiente

5.1 Definizioni

clausola definita una clausola si dice clausola definita se ha al più un letterale positivo

clausola di horn una clausola si dice di horn se ha UNO E UN SOLO letterale positivo

a cazzo mi serve?

- pensa a de morgan
- pensa all'implicazione
- pensa a PROLOG

come si riscrive come implicazione qualcosa come $A \vee \neg B \vee \neg C$?, facciamo $A \vee \neg(B \wedge C)$, e visto che $x \Rightarrow y$ equivale a $\neg x \vee y$
allora $A \vee \text{neg}(B \wedge C)$ paro paro a $A \Leftarrow (B \wedge C)$

5.2 Chaining

esistono algoritmi che possono fare reasoning in tempo estremamente rapido, ma solo su clausole di questo tipo, due di questi sono

- forward chaining
- backward chaining