Introduzione

Codesto è un ripasso di trigonometria e di formule trigonometriche volto a facilitare la comprensione di queste, già che le dobbiamo abusare per tutto il programma di segnali e analisi, e non voglio impazzire.
Dopo faccio una versione ridotta a mo' formulario perché mi diverto male oggi

Somme

Dando per scontato queste due:

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

Passiamo al caso particolare a=b.

Per il seno abbiamo:

$$\sin(2\alpha) = \sin(\alpha+\alpha) = \sin(\alpha)\cos(\alpha) + \cos(\alpha)\sin(\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$$

Quindi, in caso si trovi qualcosa nella forma $\sin(\alpha)\cos(\alpha)$, torna spesso utile ricordarsi che

$$\sin(\alpha)\cos(\alpha) = \frac{1}{2}\sin(2\alpha)$$

Per evitare il macello che accade nel gestire sta forma in altri modi.

Per il coseno abbiamo:

$$\cos(2\alpha) = \cos(\alpha+\alpha) = \cos(\alpha)\cos(\alpha) - \sin(\alpha)\sin(\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$$

Che contiene quadrati sia di seno che di coseno di α, grazie all'amatissimo $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$ queste due quantità amano ammazzarsi a vicenda, lasciandoci formule molto più gestibili.
Purtroppo in questa formula il $\sin^2(\alpha)$ e $\cos^2(\alpha)$ hanno segni diversi, ma sono entrambi lì al quadrato hai tanta di quella voglia di ammazzarne uno...
Come in tutti casi in cui sei a un passettino dal far esplodere tutto a forza di semplificazioni, anche qui si va giù di "aggiungi e togli lo stesso coso e poi accade un miracolo".

Possiamo sbarazzarci del coseno aggiungendo e togliendo $sin^2(\alpha)$

$$\begin{aligned}
&\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) + (\sin^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)) = \\
&(\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha)) - \sin^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) = \\
&1 - 2\sin^2(\alpha)
\end{aligned}$$

Il che ci porta alla formula

$$\sin^2(\alpha) = \frac{1-\cos(2\alpha)}{2}$$

Molto utile qualora non si volesse gestire un seno al quadrato

Per “neutralizzare” il $-\sin^2(\alpha)$ torna invece utile togliere e aggiungere $\cos^2(\alpha)$.

$$\begin{aligned}
&\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) - \cos^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = \\
&\cos^2(\alpha) - 1 + \cos^2(\alpha) = \\
&2\cos^2(\alpha) - 1
\end{aligned}$$

Da cui si ricava

$$\cos^2(\alpha) = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$$

Utile anch'essa per non dover gestire quadrati di coseno