

18 fantastici e dove trovarli

Sto Cazzo

Dipartimento di Matematica, Università della Vita

December 18, 2022

C'HA LA MAMMA PUTTANA
Rodolfo "Rodman" Boccia, de Poggilinis

SEMBRA UNO DI QUEI DOCUMENTI TRISTI DA CUI STUDI
Mia sorella, prima reazione a questo pdf

Contents

1	coefficienti binomiali	3
2	condizionate	3
3	distribuzioni	3
3.1	discrete	3
3.2	continue	4
3.3	modifiche di va	5
4	stronzate varie	6
4.1	manca di memoria	6
5	sono solo formulette	6
6	procedure esercizi	6
6.1	urne e dadi	7
6.1.1	con un solo colore	7
6.1.2	con più colori	7
6.1.3	al contrario	7
6.2	marginalizzazione	8

1 coefficienti binomiali

- **Formula:**

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- **Casi particolari:**

$$\begin{aligned}\binom{n}{k} &= \binom{n}{n-k} \\ \binom{n}{n} &= \binom{n}{0} = 1 \\ \binom{n}{n-1} &= \binom{n}{1} = n\end{aligned}$$

2 condizionate

- **Formula:** mettiamo A e B due eventi

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- **Bayes:**

$$P(B|A) = P(A|B) \frac{P(B)}{P(A)}$$

- **L'altro:**

$$P(A, B) = P(A|B)P(B)$$

- **Con cui marginalizza così:** (quando fai le bernoulli condizionate)

$$P(A) = \sum_b P(A, B=b) = \sum_b P(A|B=b)P(B=b)$$

3 distribuzioni

3.1 discrete

descritte da $\mathbb{P}(X=k)$

- Bernoulli, lancio una moneta, 1 se testa, 0 se croce
 - **Parametri:** p , la probabilità che esce testa
 - **Formula:**

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X=1) &= p \\ \mathbb{P}(X=0) &= 1-p\end{aligned}$$

- Binomiale, lancio n bernoulli *i.i.d.* con lo stesso parametro, conta le teste
 - **Parametri:** n , il numero di bernoulli che lancio; p , il parametro delle bernoulli
 - **Formula:**

$$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

- Geometrica, lancio bernoulli costantemente finchè una non fa 1, la prima era la k -esima per quale k ?
 - **Parametri:** p , il parametro della bernoulli sottostante
 - **Formula:**

$$\mathbb{P}(X = k) = p(1-p)^{k-1}$$

- Geometrica Modificata, stessa cosa della geometrica ma parto da 0 e non da 1
 - **Parametri:** p , il parametro della bernoulli sottostante
 - **Formula:**

$$\mathbb{P}(X = k) = p(1-p)^k$$

- Poisson
 - **Parametri:** λ (tasso¹)
 - **Formula:**

$$\mathbb{P}(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

3.2 continue

descritte da

- **Legge:** $F_X(t) := \mathbb{P}(X \leq t)$
- **Densità:** $f_X(t) := \frac{d}{dt} F_X(t)$

di queste abbiamo

- Uniforme
 - **Parametri:** a , inizio intervallo; b , fine intervallo
 - **Densità:**

$$f_X(t) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{se } t \in (a, b) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

¹wikipedia ipse dixit

– **Legge:**

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t \leq a \\ \frac{t-a}{b-a} & \text{se } t \in (a, b) \\ 1 & \text{se } t \geq b \end{cases}$$

- Esponenziale

– **Parametri:** λ , la lambda

– **Densità:**

$$f_X(t) = e^{-\lambda x}$$

– **Legge:**

$$F_X(t) = 1 - e^{-\lambda x}$$

- Gaussiana

– **Parametri:** μ , la media; σ^2 , la varianza

– **Densità:**

$$f_X(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu-t}{\sigma}\right)^2}$$

che nel caso standard ($\sigma = 1, \mu = 0$), fa

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$$

– **Legge:** Lasciata come esercizio al lettore

- varie stronzate della Gaussiana includono

– Gaussiana non standard in funzione di $N(0, 1)$ (traslazione affine)

$$\alpha N(0, 1) + \beta = N(\beta, \alpha^2)$$

– Quella standard ($N(0, 1)$) è pari, quindi, detta Φ , la sua distribuzione/legge

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x) \text{ (questa è ovunque)}$$

3.3 modifiche di va

- Affine (*el Formulino*)

$$Y = \alpha X + \beta$$

$$f_Y = \frac{1}{|\alpha|} f_x\left(\frac{x - \beta}{\alpha}\right)$$

- Quadrato (*el Formulero*)

$$Y = X^2$$

$$f_Y = \frac{1}{2\sqrt{x}} (f(\sqrt{x}) + f(-\sqrt{x}))$$

4 stronzate varie

4.1 mancanza di memoria

una va è senza memoria quando il comportamento passato di questa può essere bellamente ignorato nel determinare il suo comportamento futuro

la formula è che, (con $\alpha \geq \beta$, di solito)

$$\mathbb{P}(X > \alpha | X > \beta) = \mathbb{P}(X > (\alpha - \beta))$$

$$\mathbb{P}(X = \alpha | X > \beta) = \mathbb{P}(X = (\alpha - \beta))$$

$$\mathbb{P}(X < \alpha | X > \beta) = \mathbb{P}(X < (\alpha - \beta))$$

godono di questa proprietà le distribuzioni

- Esponenziale
- Geometrica
- Geometrica modificata

5 sono solo formulette

- **Valore atteso:**

- Variabili aleatorie discrete

$$\mathbb{E}[X] = \sum_{x \in \{\text{valori assumibili da } X\}} x \mathbb{P}(X = x)$$

- Variabili aleatorie continue

$$\mathbb{E}[X] = \int_{x \in \{\text{valori assumibili da } X\}} x f_X(x) dx$$

- **Varianza:**

$$\text{Var}[X] = \mathbb{E}[X^2] - (\mathbb{E}[X])^2$$

6 procedure esercizi

QUESTA È UNA PROCEDURA DEL TUTTO SISTEMATICA
San Giovanni Battistelli

EH, MICA TANTO
Rodolfo “Rodman” Boccia

6.1 urne e dadi

$$\begin{aligned} P(\text{quella faccia}) \times P(\text{estrazione data quella faccia}) \\ P(\text{altra faccia}) \times P(\text{estrazione data altra faccia}) \end{aligned}$$

per la probabilità dell'estrazione fai

6.1.1 con un solo colore

- Senza reimbussolamento

$$\frac{\text{casi possibili}}{\text{casi totali}} = \frac{\binom{n. \text{ quel colore}}{n. \text{ estratte}}}{\binom{\text{tutta urna}}{n. \text{ estratte}}}$$

- Con reimbussolamento

$$P(\text{viene quella})^{\text{volte che estrai}}$$

6.1.2 con più colori

- Senza reimbussolamento

$$\frac{\text{casi possibili}}{\text{casi totali}} = \frac{\binom{n. \text{ quel colore}}{n. \text{ estratte quel colore}} \binom{n. \text{ altro colore}}{n. \text{ estratte altro colore}} \binom{n. \text{ altro colore ancora}}{n. \text{ estratte altro colore ancora}} \cdots}{\binom{\text{tutta urna}}{n. \text{ estratte}}}$$

- Con reimbussolamento

$$\left(\prod_i P(\text{viene colore}_i)^{\text{volte che estrai colore}_i} \right) \times \text{binomiale per far tornare}$$

il binomiale è per mettere tutti gli ordini in cui possono uscirli i colori, se hai due colori, estratti a e b volte, allora il binomiale viene

$$\binom{a+b}{b}$$

se hai tre colori estratti a , b , e c volte, allora il binomiale viene

$$\binom{a+b+c}{c} \binom{a+b}{b}$$

6.1.3 al contrario

fai con le condizionate, vaffanculo

$$P(\text{testa}|\text{estrazione}) = \frac{P(\text{testa e estrazione})}{P(\text{dell'intero esperimento})^2}$$

6.2 marginalizzazione

se ho

$$P(X, Y) = < \text{qualche funzione di } X, Y >$$

allora

$$P(X) = \int_y P(X, Y) dy$$

$$P(Y) = \int_x P(X, Y) dx$$