# Contents

# 1 Analisi 2

### 1.1 Non ricordo

- forma quadratica, perché è imporante la matrice simmetrica?
- importanza delle matrici simmetriche (se la cosa non riguardava Schwarz)

### 1.2 Limiti

- teorema di permanenza del segno
- lemma di collegamento
  - per evitare le cazzate tipo quelle che fai col seno e i limiti
  - $\lim_{x\to x_0} f(x) = L \iff$  per ogni successione  $a_k \to x_0 \lim_{x\to x_0} f(a_k) = L$

in poggiolinese

$$\begin{aligned} \mathbf{ipotesi} & -E \subseteq \mathbb{R}^n, f: E \to \mathbb{R} \\ & -x_0 \in E \\ & -L \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

allora

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = L \iff \forall (a_k)_{k\in\mathbb{N}} \text{ con } a_k \in E \forall k \text{ e } \lim_{k\to\infty} a_k = x_0 \text{ allora } \lim_{k\to\infty} f(a_k) = L$$

## 1.3 Curve

- cosa si intende per curva parametrica
- cos'è  $\gamma'(t_0)$  (derivata di una curva parametrica)
- definire la lunghezza di una curva
- limite di curva
- parametrizzare la circonferenza interna
- lunghezza di un arco di curva
- parametro d'arco

- equivalenza di due curve
- integrale di linea

## 1.3.1 Curve regolari

- definizione curva regolare
- definizione di curva, tutte le proprietà di continuità e regolarità di una curva

#### 1.4 Massimi e minimi

- studio dei massimi e minimi assoluti di una funzione
- data una  $f: (A \subseteq \mathbb{R}^2) \to \mathbb{R}$ , cosa vuol dire che  $x_0$  è un punto di massimo locale?
- teorema di Fermat, dimostrazione
- Se f derivabile infinite volte, come faccio a trovare i candidati a essere massimi/minimi locali (vedi punti critici, Fermat)
- $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ , come trovo massimi e minimi assoluti di f in E?

#### 1.5 Cazzate di funzione

• se ho una funzione misurabile non negativa, posso scriverla sempre come liimite di una seccessione di funzioni più semplici?

#### 1.6 Derivate

- definizione di derivata parziale
  - fissi tutte le variabili apparte quella e fai il limite al tendere di quella
- come si garantisce la continuità?
  - derivabile può non essere continua, ma puoi garantirlo se è differenziabile
- derivata di  $(f \circ \gamma)(t)$  (credo che  $f: \mathbb{R}^{\times} \to \mathbb{R}$  e  $\gamma: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ )
- $\gamma(t) = \{x = t, y = t^3\}, \text{ trova } \gamma'$

- derivata direzionale e formula del gradiente
- teorema di Shwartz

- cambiando l'ordine delle variabili la derivata non cambia

ipotesi \* A aperto  $\subseteq \mathbb{R}^n$ , e  $x_0 \in A$ 

 $* f: A \to \mathbb{R}$ 

\*  $i \neq j$  e  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$  esistono continue in un intorno/palla di  $x_0$  con raggio > 0

allora

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\frac{\partial f}{\partial x_i}$$

- importanza delle matrici simmetriche (Shwartz, fai metà della fatica? Resto boh)
- definizione matrice hessiana (quella con tutte le derivate seconde)

### 1.6.1 Derivabilità

- esempio di funzione derivabile ma non continua
- $\bullet$  data  $f:(A\subseteq\mathbb{R}^2)\to\mathbb{R},$  concetto di derivabilità e gradiente
- $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ , cosa vuol dire che f derivabile in  $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$

## 1.6.2 Punti critici

- definizione punto critico, perchè sono importanti
- punto di sella?

#### 1.7 Differenziale & Co.

- definizione di differenziabile
  puoi usare il gradiente per fare Taylor e funziona effettivamente come
  approssimazione quindi localmente è piatta e si comporta bene, vale a
  dire che non tende a 20 valori contemporaneamente, in poggioninese
- $\bullet$  dimostrare che se f differenziabile allora f continua
- $\bullet$  dimostrare che se f differenziabile allora f derivabile
- $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ , cosa vuol dire che f differenziabile in  $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$
- condizioni sufficienti per la differenziabilità

# 1.8 Coordinate polari

- $C = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \le 4$ , scrivi in forma polare
- $\bullet\,$ dato C della domanda di sopra, impostare  $\int_C \sqrt{x^2+y^2}$
- $E = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | y > x-1, 1 \le (x-1)^2 + y^2 \le 4$  riscrivilo in coordinate polari<sup>1</sup>, e imposta di una generica funzione, dare una caratterizzazione dell'insieme E

# 1.9 Lesbegue

- definizione di funzione semplice
- definizione integrale di Lesbegue
- funzione misurabile secondo Lesbegue
- continuità della misura, con dimostrazione
- n-intervallo, volume, e misura esterna
- proprietà della misura esterna
- proprietà degli insiemi misurabili secondo Lesbegue
- proprietà delle funzioni misurabili
- fetta di un insieme, teorema di Fubini
- Beppo Levi, con dimostrazione

#### 1.10 Puta madre

- $E = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 < 4, x^2 (y 1)^2 > 1$  disegnarlo e studiarlo
- $E = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | y \le x, (x-1)^2 + y^2 \le 1$  disegnarlo e farci integrale
- $E = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | y \ge x, 1 \le x^2 + y^2 \le 4$  disegnarlo
- $E=(x,y)\in\mathbb{R}^2|x^2-y\leq 4,(x-1)^2+y^2\leq 4$  disegna questa merda e imposta un integrale su E

# 2 Probabilità

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>poi riscrivilo in rust