

Contents

1 Analisi 2

1.1 Non ricordo

- forma quadratica, perché è importante la matrice simmetrica?
- importanza delle matrici simmetriche (se la cosa non riguardava Schwarz)

1.2 Limiti

- teorema di permanenza del segno
- lemma di collegamento
 - per evitare le cazzate tipo quelle che fai col seno e i limiti
 - $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff$ per ogni successione $a_k \rightarrow x_0$ $\lim_{k \rightarrow \infty} f(a_k) = L$

in poggiolesino

ipotesi – $E \subseteq \mathbb{R}^n, f : E \rightarrow \mathbb{R}$

– $x_0 \in E$

– $L \in \mathbb{R}$

allora

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff \forall (a_k)_{k \in \mathbb{N}} \text{ con } a_k \in E \forall k \text{ e } \lim_{k \rightarrow \infty} a_k = x_0 \text{ allora } \lim_{k \rightarrow \infty} f(a_k) = L$$

1.3 Curve

- cosa si intende per curva parametrica
- cos'è $\gamma'(t_0)$ (derivata di una curva parametrica)
- definire la lunghezza di una curva
- limite di curva
- parametrizzare la circonferenza interna
- lunghezza di un arco di curva
- parametro d'arco

- equivalenza di due curve
- integrale di linea

1.3.1 Curve regolari

- definizione curva regolare
- definizione di curva, tutte le proprietà di continuità e regolarità di una curva

1.4 Massimi e minimi

- studio dei massimi e minimi assoluti di una funzione
- data una $f : (A \subseteq \mathbb{R}^2) \rightarrow \mathbb{R}$, cosa vuol dire che x_0 è un punto di massimo locale?
- teorema di Fermat, dimostrazione
- Se f derivabile infinite volte, come faccio a trovare i candidati a essere massimi/minimi locali (vedi punti critici, Fermat)
- $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, come trovo massimi e minimi assoluti di f in E ?

1.5 Cazzate di funzione

- se ho una funzione misurabile non negativa, posso scriverla sempre come limite di una successione di funzioni più semplici?

1.6 Derivate

- definizione di derivata parziale
 - fissi tutte le variabili apparte *quella* e fai il limite al tendere di *quella*
- come si garantisce la continuità?
 - derivabile può non essere continua, ma puoi garantirlo se è differenziabile
- derivata di $(f \circ \gamma)(t)$ (credo che $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ e $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$)
- $\gamma(t) = \{x = t, y = t^3\}$, trova γ'

- derivata direzionale e formula del gradiente
- teorema di Shwarz

– cambiando l'ordine delle variabili la derivata non cambia

ipotesi * A aperto $\subseteq \mathbb{R}^n$, e $x_0 \in A$
 * $f : A \rightarrow \mathbb{R}$
 * $i \neq j$ e $\frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j}, \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial f}{\partial x_i}$ esistono continue in un intorno/palla di x_0 con raggio > 0

allora

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

- importanza delle matrici simmetriche (Shwartz, fai metà della fatica? Resto boh)
- definizione matrice hessiana (quella con tutte le derivate seconde)

1.6.1 Derivabilità

- esempio di funzione derivabile ma non continua
- data $f : (A \subseteq \mathbb{R}^2) \rightarrow \mathbb{R}$, concetto di derivabilità e gradiente
- $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, cosa vuol dire che f derivabile in $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$

1.6.2 Punti critici

- definizione punto critico, perchè sono importanti
- punto di sella?

1.7 Differenziale & Co.

- definizione di differenziabile
 puoi usare il gradiente per fare Taylor e funziona effettivamente come approssimazione quindi localmente è piatta e si comporta bene, vale a dire che non tende a 20 valori contemporaneamente, in poggioninese
- dimostrare che se f differenziabile allora f continua
- dimostrare che se f differenziabile allora f derivabile
- $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, cosa vuol dire che f differenziabile in $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$
- condizioni sufficienti per la differenziabilità

1.8 Coordinate polari

- $C = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 4$, scrivi in forma polare
- dato C della domanda di sopra, impostare $\int_C \sqrt{x^2 + y^2}$
- $E = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y > x - 1, 1 \leq (x - 1)^2 + y^2 \leq 4$ riscrivilo in coordinate polari¹, e imposta di una generica funzione, dare una caratterizzazione dell'insieme E

1.9 Lesbegue

- definizione di funzione semplice (una combinazione lineare finita di altipiani, se fai infiniti altipiani puoi far tendere altre funzioni)
- definizione integrale di Lesbegue
- funzione misurabile secondo Lesbegue
- continuità della misura, con dimostrazione
- n-intervallo, volume, e misura esterna
- proprietà della misura esterna
- proprietà degli insiemi misurabili secondo Lesbegue
- proprietà delle funzioni misurabili
- fetta di un insieme, teorema di Fubini
- Beppo Levi, con dimostrazione

1.10 Puta madre

- $E = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 < 4, x^2 - (y - 1)^2 > 1$ disegnarlo e studiarlo
- $E = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \leq x, (x - 1)^2 + y^2 \leq 1$ disegnarlo e farci integrale
- $E = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \geq x, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ disegnarlo
- $E = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 - y \leq 4, (x - 1)^2 + y^2 \leq 4$ disegna questa merda e imposta un integrale su E

2 Probabilità

¹poi riscrivilo in rust