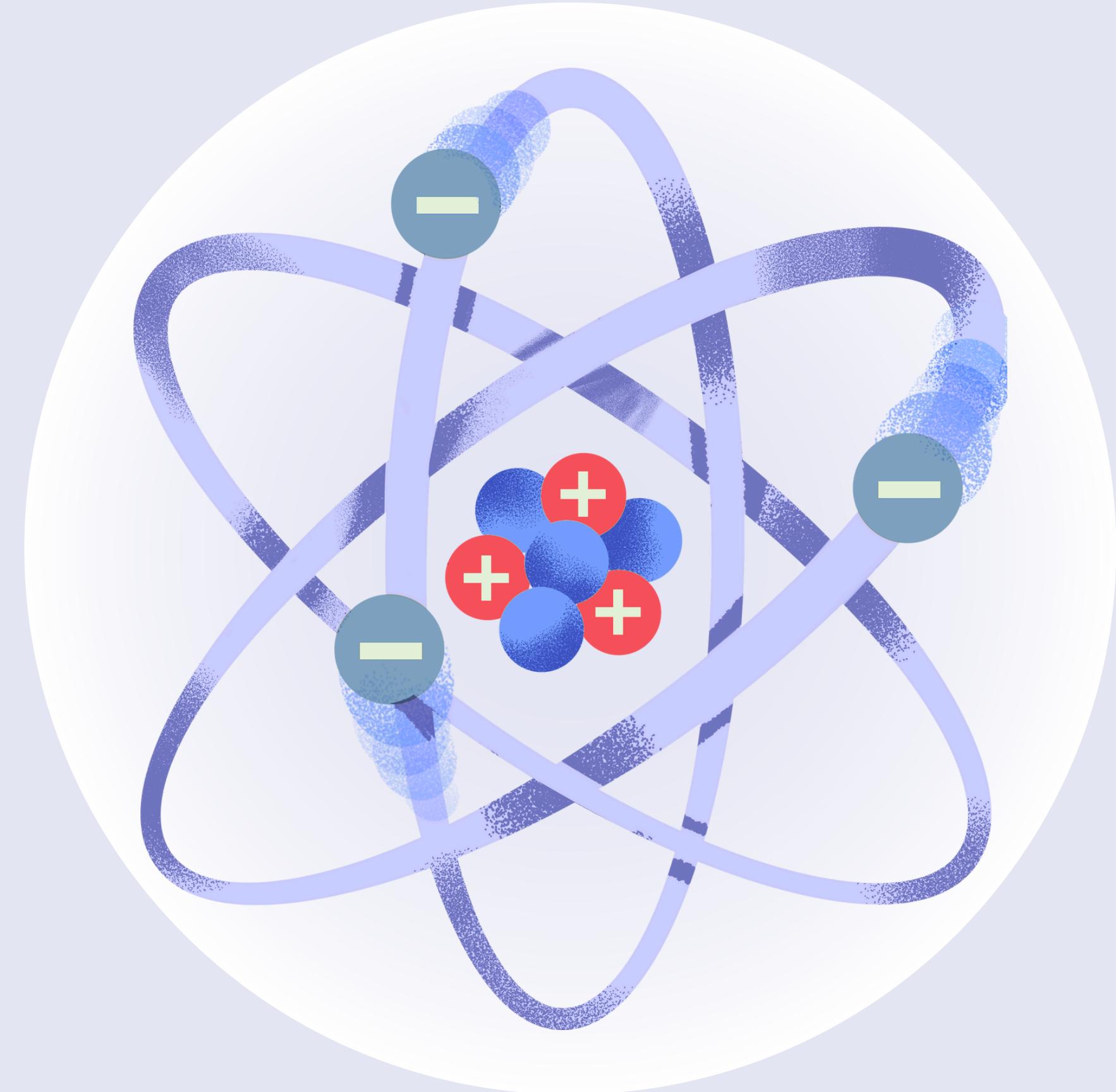


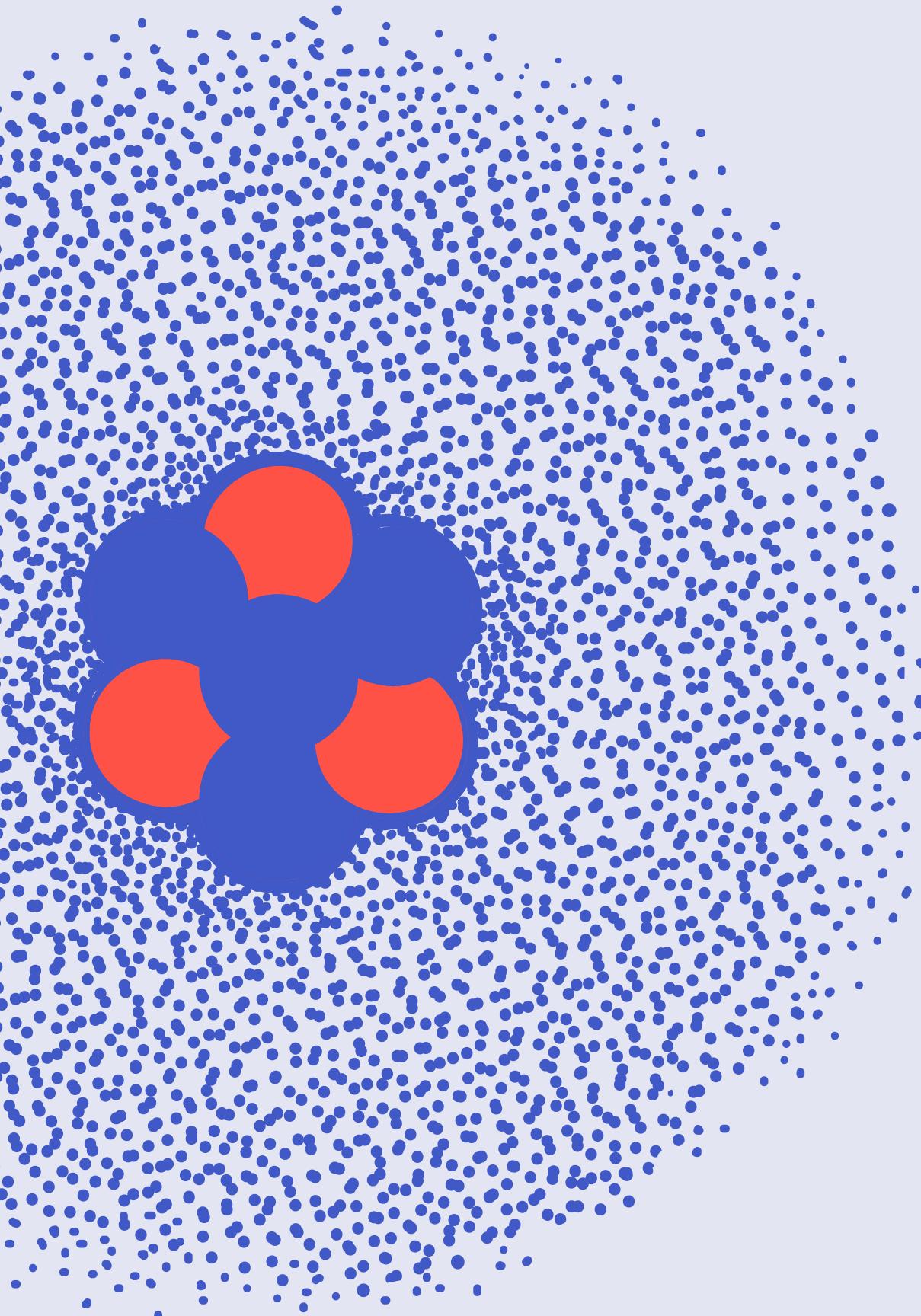
# L'Effet Ramsauer— Townsend

Pré-ing 2 MI2-2D  
JEYARASA Habilan  
BOYER Lucien  
OWONA ASSOUMOU Jude  
PINEAU Adam



Physique Moderne  
2024-2025

# SOMMAIRE



|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| <b>01</b> | <b>Contexte.....</b>   | <b>p1</b>  |
| <b>02</b> | <b>Problématique.....</b>  | <b>p2</b>  |
| <b>03</b> | <b>Résolution analytique de l'équation de Schrödinger<br/>indépendante du temps.....</b> | <b>p4</b>  |
| <b>04</b> | <b>L'algorithme des états stationnaires.....</b>   | <b>p9</b>  |
| <b>05</b> | <b>Le réalisme de nos prédictions avec les mesures<br/>expérimentales.....</b>           | <b>p16</b> |
| <b>06</b> | <b>Résolution analytique du paquet d'onde.....</b>                                       | <b>p18</b> |
| <b>07</b> | <b>Simulation numérique du paquet d'onde.....</b>  | <b>p21</b> |
| <b>08</b> | <b>Limites du modèle du puits unidimensionnel.....</b>                                   | <b>p30</b> |
| <b>09</b> | <b>Présentation d'un modèle de potentiel plus réaliste...p31</b>                         |            |
| <b>10</b> | <b>Conclusion et perspectives.....</b>   | <b>p32</b> |
| <b>11</b> | <b>Bibliographie.....</b>  | <b>p33</b> |



**Carl  
Ramsauer**



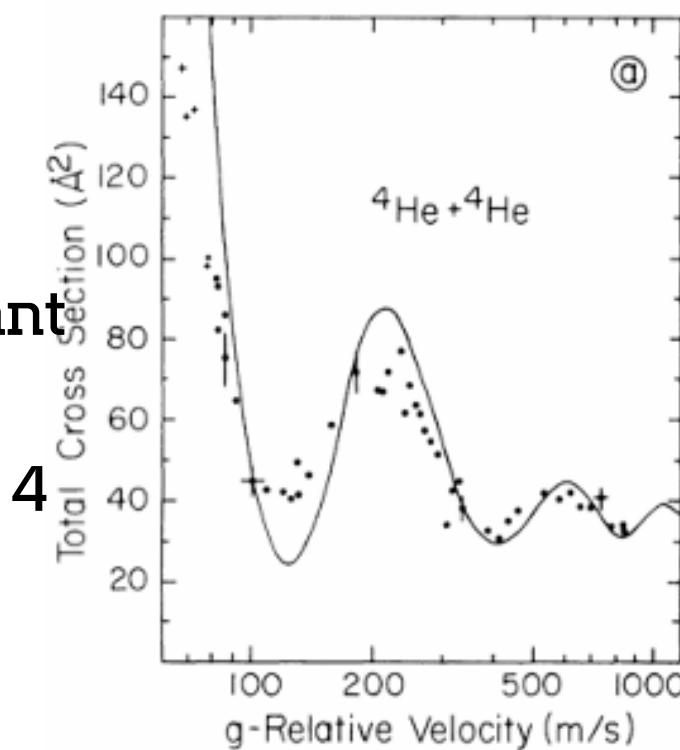
**John  
Townsend**

**L'effet Ramsauer-Townsend est un phénomène physique qui provoque la diffusion des électrons de faibles énergies par les atomes d'un gaz noble.**

## 1) Contexte

Effet Ramsauer-Townsend :

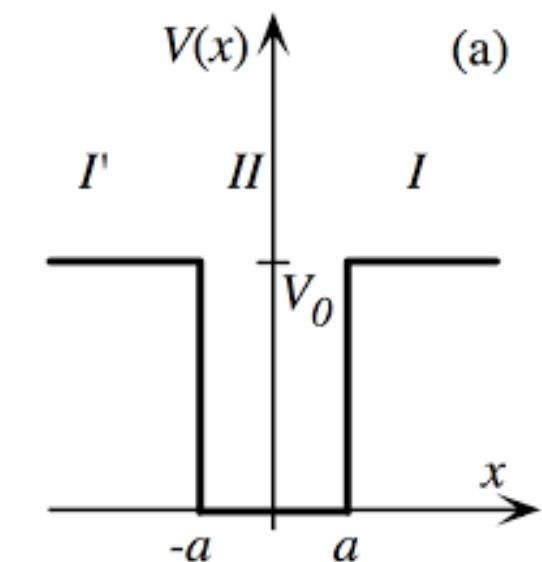
- Notion de section efficace : aire virtuelle mesurant la probabilité de diffusion à l'énergie
- Des expériences avec le cas de l'atome d'hélium 4

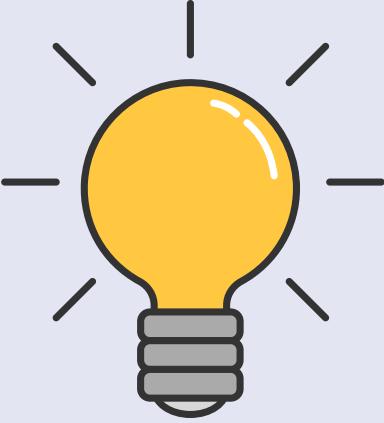


Objectif :

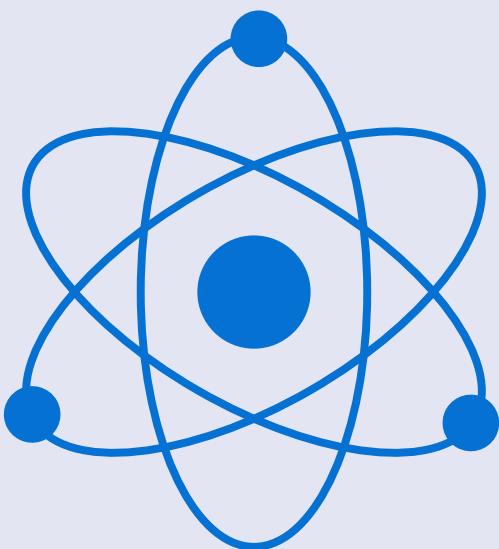
Expliquer ce phénomène d'annulation quantique à l'aide d'un modèle simple : un puits de potentiel unidimensionnel de profondeur finie.

-V0.





Comment un modèle unidimensionnel de puits de potentiel fini permet-il d'expliquer l'annulation de la section efficace de diffusion d'un électron par un atome d'un gaz noble ?



### 3) Résolution analytique de l'équation de Schrödinger indépendante du temps

- a)** Équation de Schrödinger, régions, vecteurs d'ondes
- b)** La continuité au point  $-a$  et  $a$
- c)** La détermination des coefficients de réflexion et transmission :  $R$  et  $T$
- d)** Les différents niveaux d'énergie

### 3) a) Equation de Schrödinger, régions, vecteurs d'ondes

#### 1. Résolution dans chaque zone

On résout l'équation de Schrödinger indépendante du temps :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi = E\psi$$

dans les **trois régions** définies par le potentiel :

- $V(x) = 0$  si  $x < -a$  ou  $x > a$
- $V(x) = -V_0$  si  $-a \leq x \leq a$

#### ◆ Région II : $-a < x < a$

Ici,  $V(x) = -V_0$ , donc :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + q^2\psi = 0, \quad \text{avec } q = \sqrt{\frac{2m(E + V_0)}{\hbar^2}}$$

Solution générale :

$$\psi_{II}(x) = Be^{iqx} + Ce^{-iqx}$$

#### ◆ Région III : $x > a$

Ici,  $V(x) = 0$  à nouveau :

$$\psi_{III}(x) = De^{ikx}$$

Car on suppose qu'il n'y a pas de flux incident venant de  $+\infty$  (condition physique).

$$\psi_I(x) = e^{ikx} + Ae^{-ikx}$$

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad q^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} + \frac{2mV_0}{\hbar^2} = k^2 + \frac{2mV_0}{\hbar^2} \rightarrow q = \sqrt{k^2 + \frac{2mV_0}{\hbar^2}}$$

### 3) b) La continuité au point -a et a

1. Continuité de  $\psi$  en  $x = -a$ .

$$\psi_I(-a) = \psi_{II}(-a) \implies e^{ik(-a)} + A e^{-ik(-a)} = B e^{iq(-a)} + C e^{-iq(-a)}.$$

Comme  $e^{ik(-a)} = e^{-ika}$  et  $e^{-ik(-a)} = e^{ika}$ , et de même  $e^{iq(-a)} = e^{-iq a}$ , on réécrit

$$e^{-ika} + A e^{ika} = B e^{-iq a} + C e^{iq a} \quad (\text{équation (1)}).$$

2. Continuité de  $\psi'$  en  $x = -a$ .

- Dérivée de  $\psi_I(x)$ :

$$\psi'_I(x) = ik e^{ikx} - ik A e^{-ikx}.$$

En  $x = -a$ ,  $\psi'_I(-a) = ik e^{-ika} - ik A e^{ika}$ .

- Dérivée de  $\psi_{II}(x)$ :

$$\psi'_{II}(x) = iq B e^{iqx} - iq C e^{-iqx}.$$

$$\rightarrow k(e^{-ika} - A e^{ika}) = q(B e^{-iq a} - C e^{iq a}) \quad (\text{équation (2)}).$$

3. Continuité de  $\psi$  en  $x = +a$ .

$$\psi_{II}(+a) = \psi_{III}(+a) \implies B e^{iq a} + C e^{-iq a} = D e^{ika}.$$

D'où

$$B e^{iq a} + C e^{-iq a} = D e^{ika} \quad (\text{équation (3)}).$$

4. Continuité de  $\psi'$  en  $x = +a$ .

- $\psi'_{II}(+a) = iq B e^{iq a} - iq C e^{-iq a}$ .
- $\psi'_{III}(+a) = ik D e^{ika}$ .

D'où

$$iq B e^{iq a} - iq C e^{-iq a} = ik D e^{ika}.$$

On simplifie encore le facteur  $i$ :

$$q(B e^{iq a} - C e^{-iq a}) = k D e^{ika} \quad (\text{équation (4)}).$$

$$\begin{cases} (1) : e^{-ika} + A e^{ika} = B e^{-iq a} + C e^{iq a}, \\ (2) : k(e^{-ika} - A e^{ika}) = q(B e^{-iq a} - C e^{iq a}), \\ (3) : B e^{iq a} + C e^{-iq a} = D e^{ika}, \\ (4) : q(B e^{iq a} - C e^{-iq a}) = k D e^{ika}. \end{cases}$$

### 3) c) La détermination des coefficients de réflexion et transmission : R et T

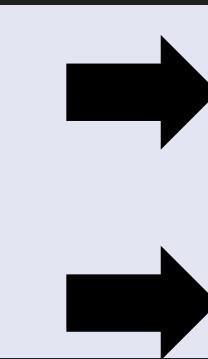
#### 2.1 Obtenir $B$ en combinant $q \times (1) - (2)$



$$(q - k)e^{-ika} + (q + k)Ae^{ika} = 2\alpha Be^{-iqa}. \quad (\text{on appelle ceci l'équation (5)})$$

$$B e^{-iqa} = \frac{(q - k)e^{-ika} + (q + k)Ae^{ika}}{2q}. \quad (5)$$

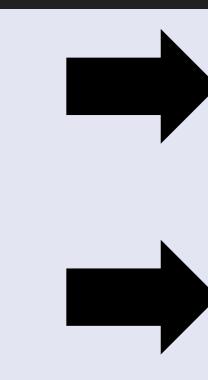
#### 2.2 Obtenir $C$ en combinant $q \times (1) + (2)$



$$(q + k)e^{-ika} + (q - k)Ae^{ika} = 2qCe^{iqa}. \quad (\text{on appelle ceci l'équation (6)})$$

$$C e^{iqa} = \frac{(q + k)e^{-ika} + (q - k)Ae^{ika}}{2q}. \quad (6)$$

#### 3.1 Obtenir $B$ en combinant $q \times (3) + (4)$



$$2qBe^{iqa} = (q + k)De^{ika}. \quad (\text{on appelle ceci l'équation (7)})$$

$$B e^{iqa} = \frac{(q + k)De^{ika}}{2q}. \quad (7)$$

#### 3.2 Obtenir $C$ en combinant $q \times (3) - (4)$



$$C e^{-iqa} = \frac{(q - k)De^{ika}}{2q}. \quad (8)$$

### 3) c) La détermination des coefficients de réflexion et transmission : R et T

D'où :

$$\frac{B}{C} e^{-2iq a} = \frac{(q - k) e^{-ika} + (q + k) A e^{ika}}{(q + k) e^{-ika} + (q - k) A e^{ika}}. \quad (\text{relation (5)/(6)})$$

$$\frac{C}{B} e^{-2iq a} = \frac{q - k}{q + k}. \quad (\text{relation (8)/(7)})$$

$$\frac{B}{C} = \left[ \underbrace{\frac{(q - k) e^{-ika} + (q + k) A e^{ika}}{(q + k) e^{-ika} + (q - k) A e^{ika}}}_{(5)/(6)} \right] e^{2iq a} = \frac{q + k}{q - k} e^{-2iq a}.$$

$$A = \frac{e^{-ika} [e^{-4iq a} (q + k) - (q - k)]}{e^{ika} [(q + k) - e^{-4iq a} (q - k)]}.$$

$$R = \frac{(q^2 - k^2)^2 \sin^2(2 q a)}{4 q^2 k^2 + (q^2 - k^2)^2 \sin^2(2 q a)},$$

$$T = |D|^2 = \frac{4 q^2 k^2}{4 q^2 k^2 + (q^2 - k^2)^2 \sin^2(2 q a)}.$$

### 3) d) Les différents niveaux d'énergies

On voit immédiatement dans l'expression de  $T$ , que  
 **$T = 1$  si et seulement si**

$$T = 1 \Rightarrow \sin^2(2qa) = 0 \Rightarrow \sin(2qa) = 0 \Rightarrow 2qa = n\pi \quad \text{avec } n \in \mathbb{Z} \Rightarrow q = \frac{n\pi}{2a}$$

$$T = |D|^2 = \frac{4q^2k^2}{4q^2k^2 + (q^2 - k^2)^2 \sin^2(2qa)}.$$

☞ **Rappel :  $q$  dépend de  $E + V_0$**

$$q = \sqrt{\frac{2m(E + V_0)}{\hbar^2}}$$

On remplace dans  $q = \frac{n\pi}{2a}$  :

$$\sqrt{\frac{2m(E + V_0)}{\hbar^2}} = \frac{n\pi}{2a}$$

On élève au carré des deux côtés :

$$\frac{2m(E + V_0)}{\hbar^2} = \frac{n^2\pi^2}{4a^2} \Rightarrow E + V_0 = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{8ma^2}$$

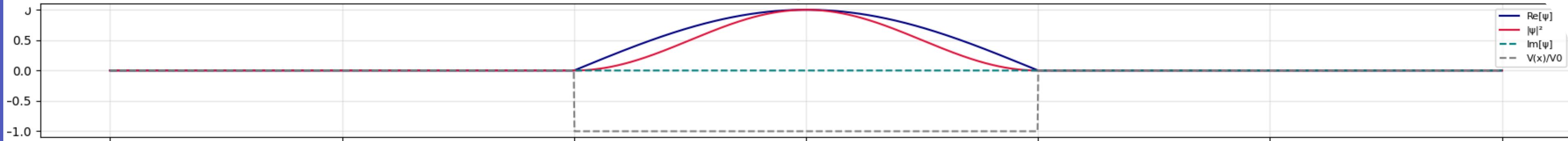
$$\Rightarrow \boxed{E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{8ma^2} - V_0.}$$

## 4) L'algorithme des états stationnaires

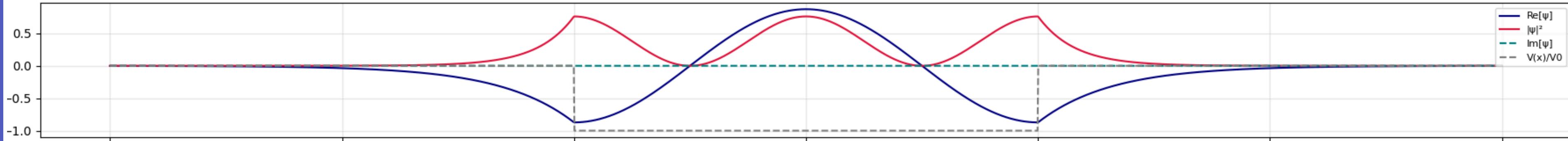
- a)** Les 5 niveaux d'énergie
- b)** Les états liés
- c)** Les états de diffusions
- d)** Les taux de transmission et réflexion

# 4) a) Les 5 niveaux d'énergies

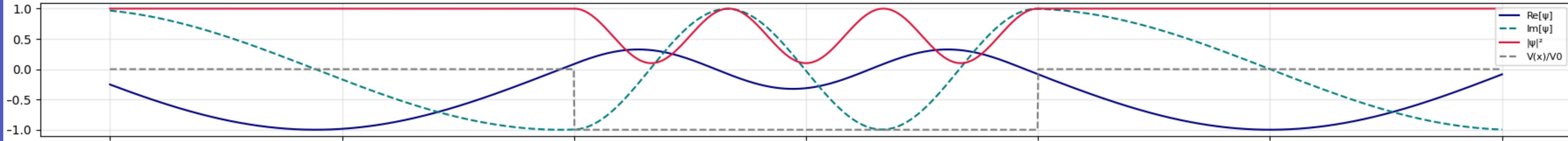
$n=1, E=-1.630e-22 J \approx -1.017e-03 \text{ eV (lié)}$



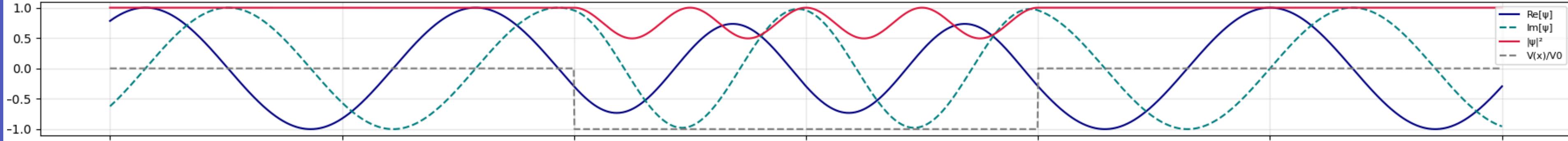
$n=2, E=-9.417e-23 J \approx -5.878e-04 \text{ eV (lié)}$



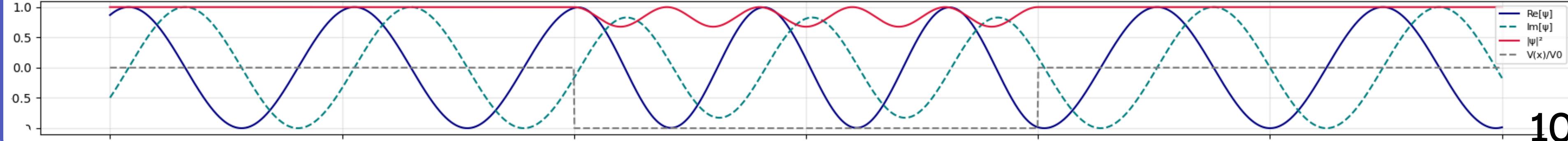
$n=3, E=2.051e-23 J \approx 1.280e-04 \text{ eV (continuum)}$



$n=4, E=1.811e-22 J \approx 1.130e-03 \text{ eV (continuum)}$



$n=5, E=3.875e-22 J \approx 2.419e-03 \text{ eV (continuum)}$



## b) Les états liés

Source de vérification pour les états liés :

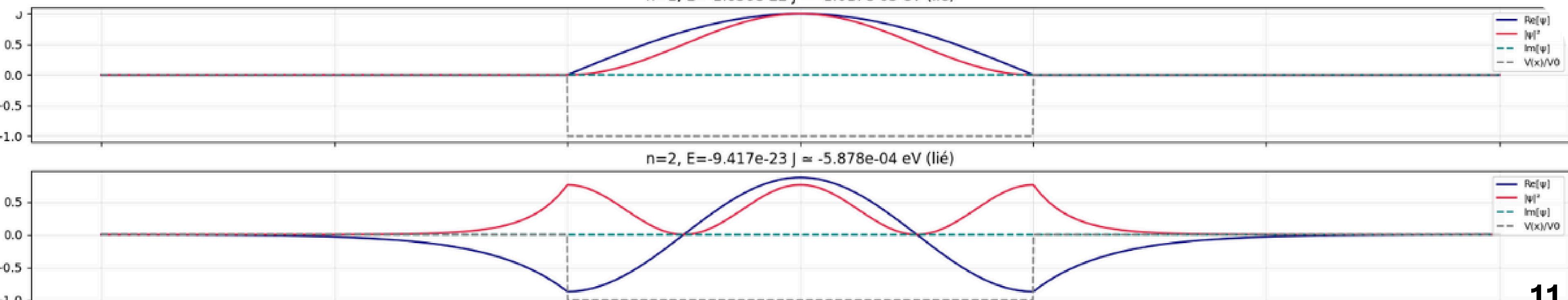
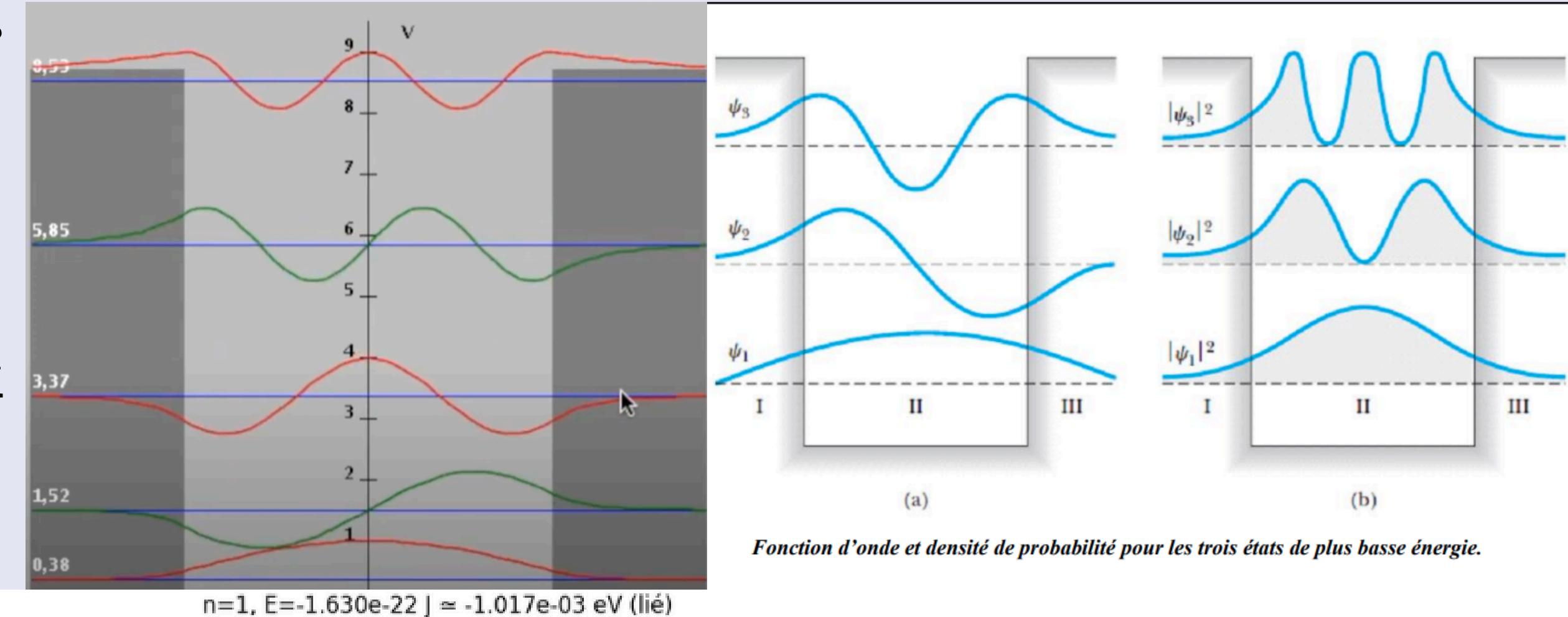
Quand  $E < 0$ , c'est un état de lié.

Particule confinée dans le puits.

Pas d'onde incidente, ni réfléchie à l'infini. Solution normalisable

Décroissance exponentielle à l'infini

$$(\psi \propto e^{-\kappa|x|}, \kappa = \sqrt{-E})^n$$



c)

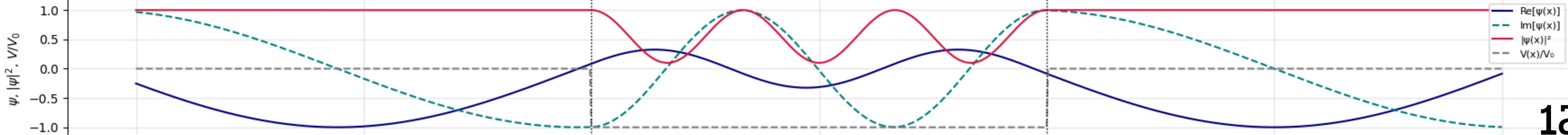
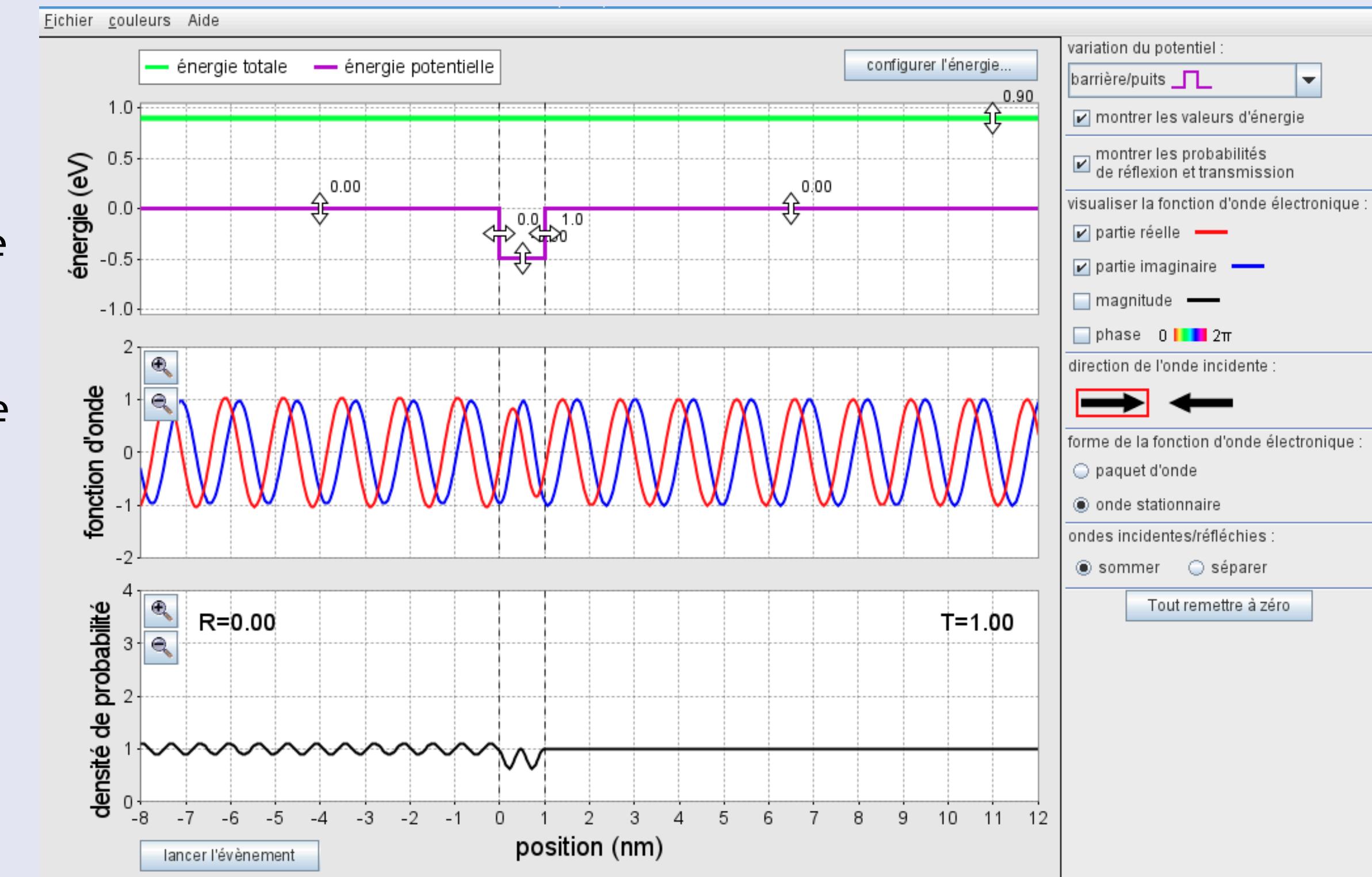
## Les états de diffusions

**Source de vérification pour les états de diffusion :**

Quand  $E > 0$ , c'est un état de diffusion  
La particule traverse (en partie) dans le puits.

Oscillation dans les trois régions

$$k = \sqrt{E}, q = \sqrt{E + V_0}.$$



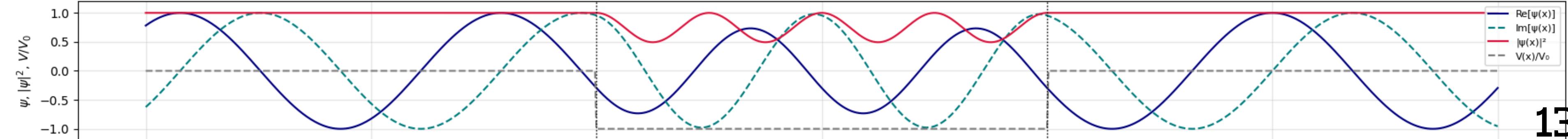
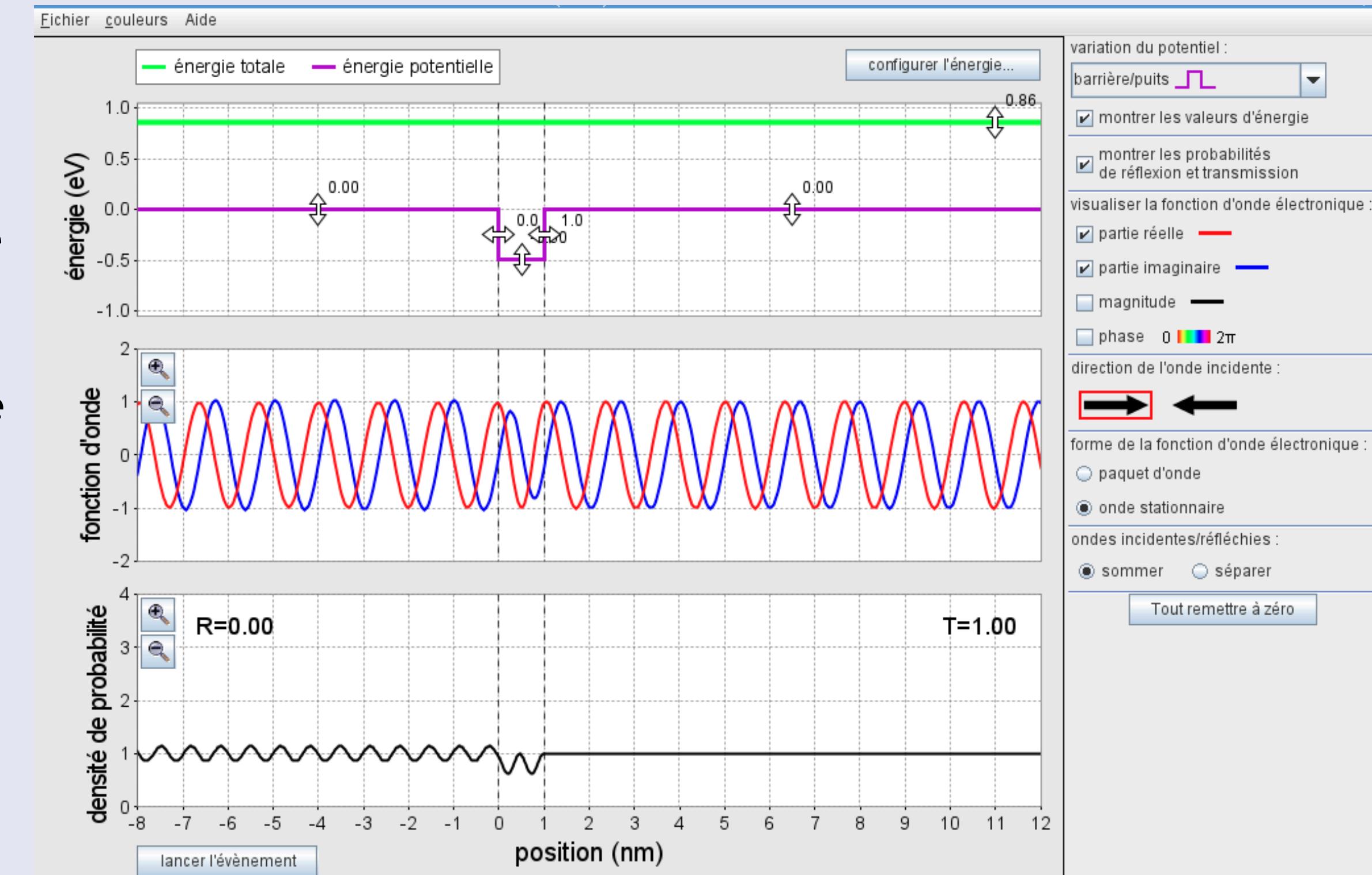
# c) Les états de diffusions

**Source de vérification pour les états de diffusion :**

Quand  $E > 0$ , c'est un état de diffusion  
La particule traverse (en partie) dans le puits.

Oscillation dans les trois régions

$$k = \sqrt{E}, q = \sqrt{E + V_0}.$$



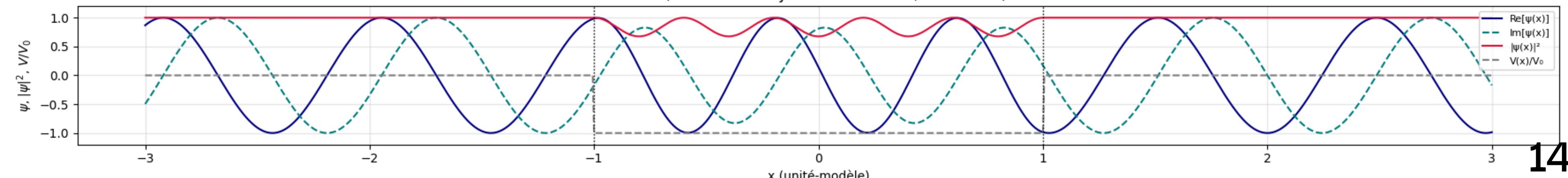
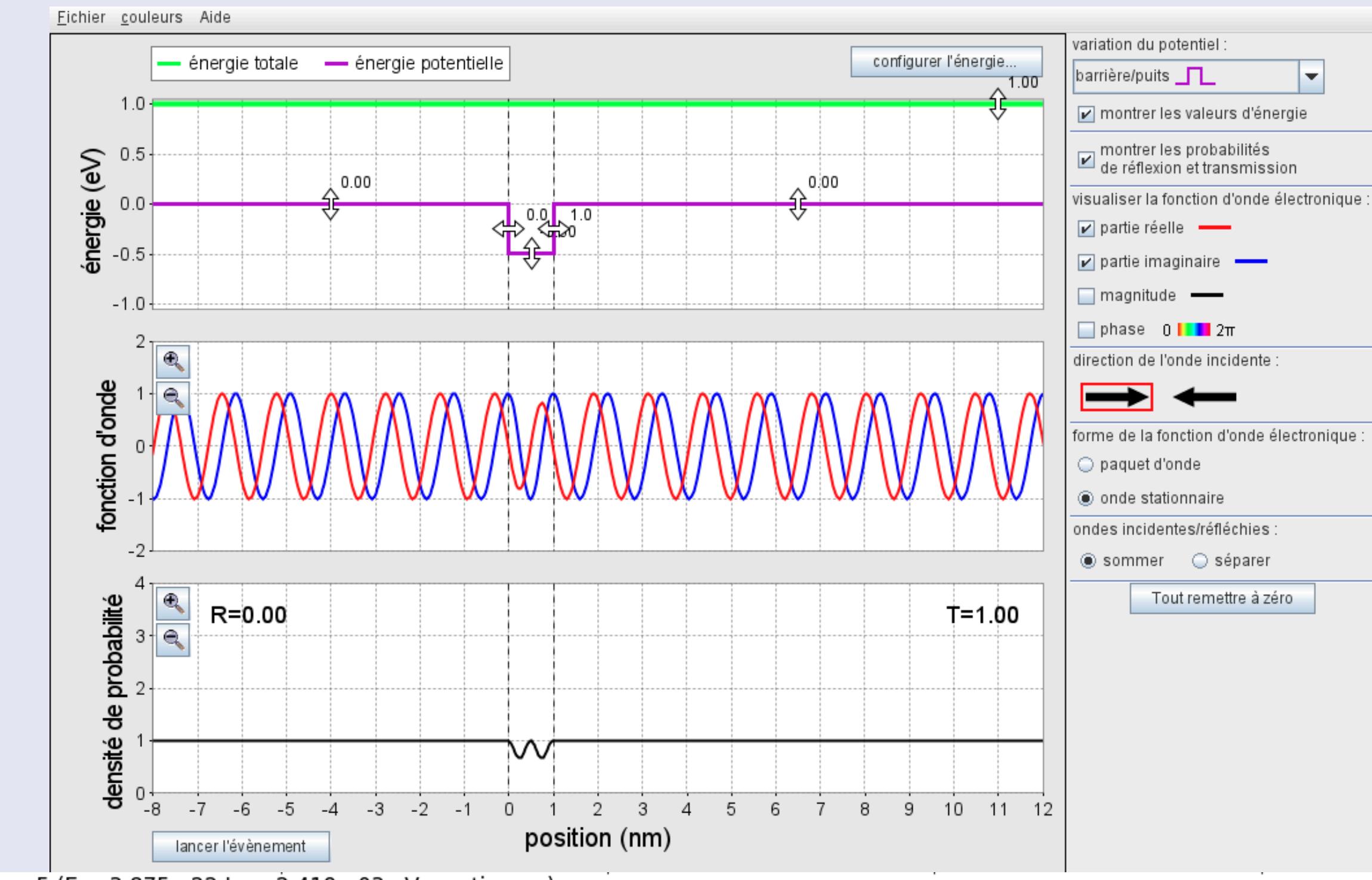
# c) Les états de diffusions

Source de vérification pour les états de diffusion :

Quand  $E > 0$ , c'est un état de diffusion  
La particule traverse (en partie) dans le puits.

Oscillation dans les trois régions

$$k = \sqrt{E}, q = \sqrt{E + V_0}.$$

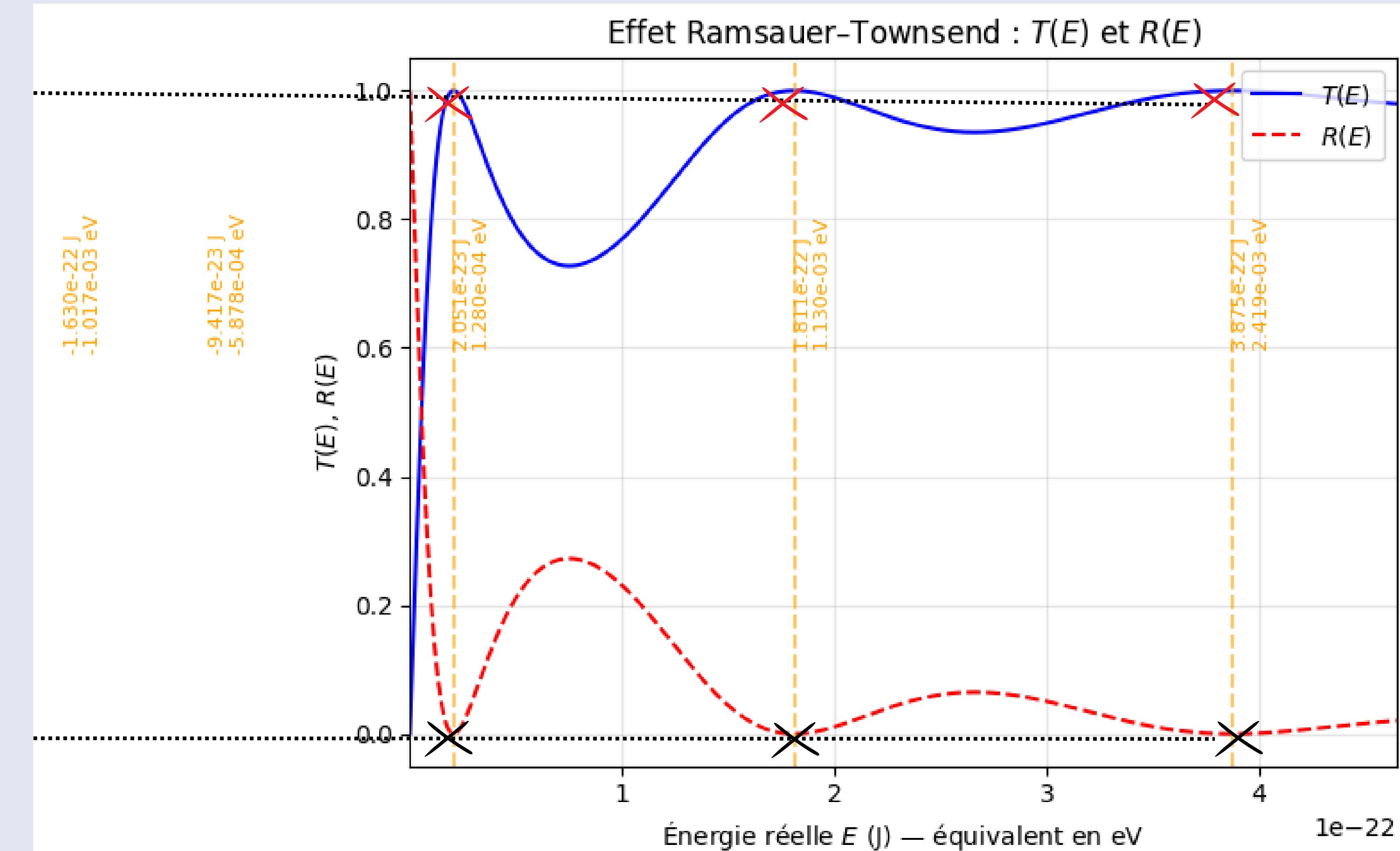


**d) Les taux de transmission et réflexion**

$T = 1$ ,  
transmission totale

L'onde incidente traverse totalement le puits  
= transparence quantique

$R = 0$ , aucune réflexion



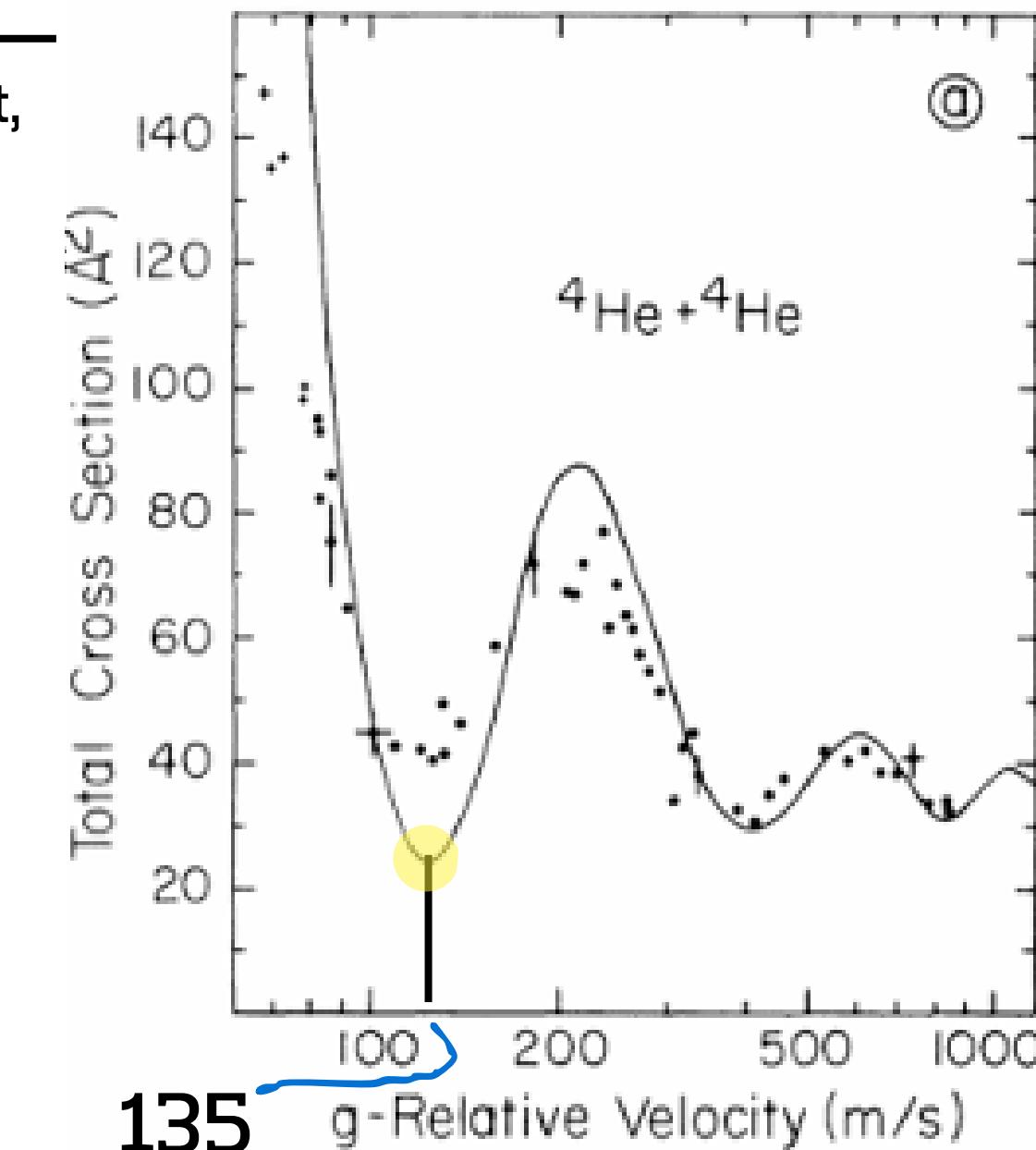
## 5) Le réalisme de nos prédictions avec les mesures expérimentales

| Transmission | Section efficace       | Interprétation   |
|--------------|------------------------|--|
| $T = 1$      | $\sigma = 0$ (environ) | Onde incidente pas librement,<br>pas de dispersion = Pic de<br>transmission  |
| $T = 0$      | $\sigma$ maximale      | Toute la particule est déviée<br>= Forte réflexion   |
| $0 < T < 1$  | $\sigma$ moyenne       | Fraction partielle transmise<br>Énergie intermédiaire<br>“ordinaire”<br><br>Pour ${}^3\text{He} + {}^3\text{He}$<br>un état virtuel à<br>135 m/sec est<br>résolu et certains<br><i>p</i> des déphasages<br>sont obtenus. |

Avec la masse réduite  
 $\mu = \frac{m_{\text{He}}}{2} = 3,323 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,  
la relation cinétique

$$E = \frac{1}{2} \mu v^2 \implies v = \sqrt{\frac{2E}{\mu}}$$

permet de convertir chaque énergie  $E_n$  en vitesse relative  $v_n$ .



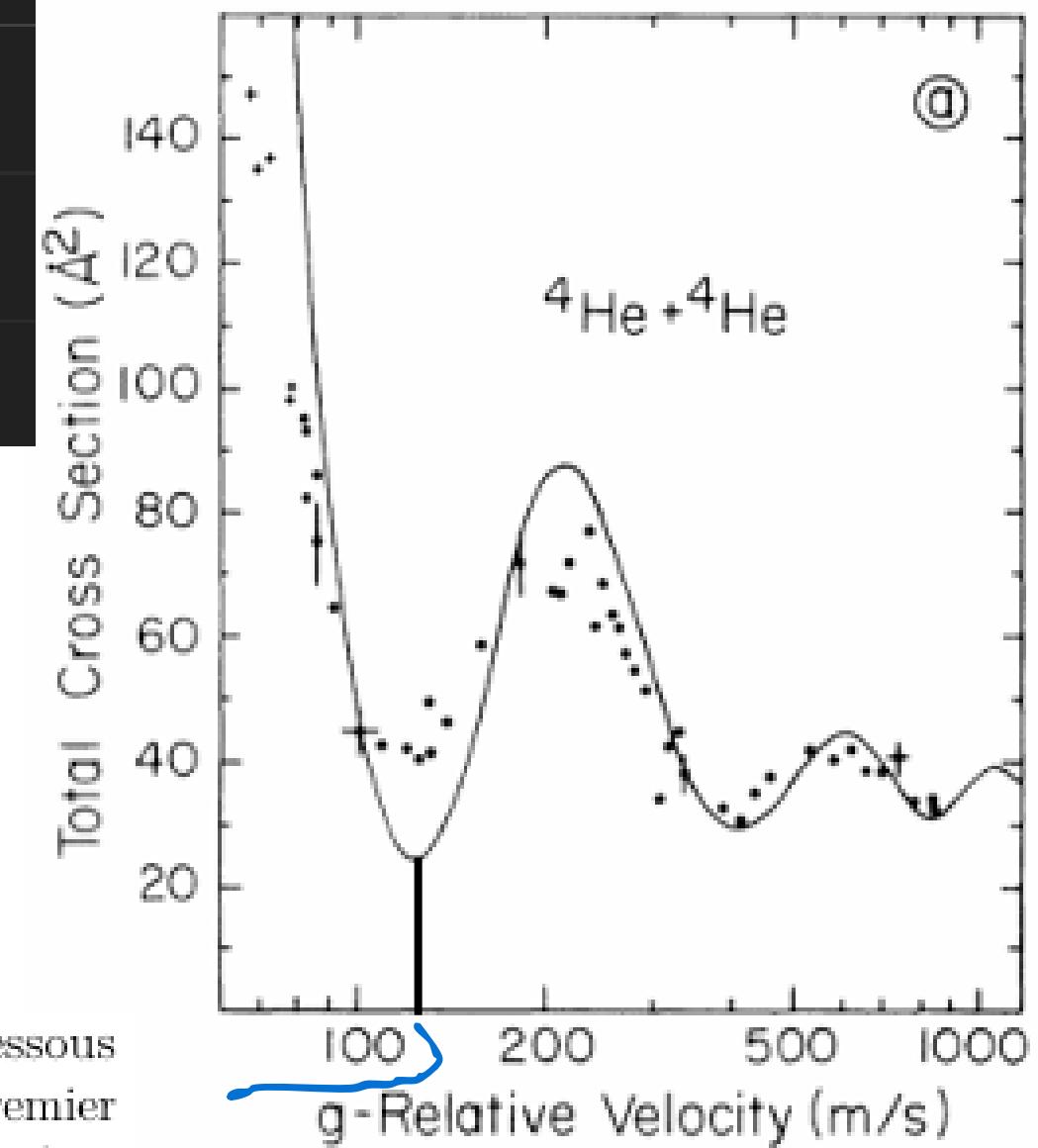
## 5) Le réalisme de nos prédictions avec les mesures expérimentales

| Niveau $n$ | $E_n$ (J)              | $v_n$ (m/s)   |
|------------|------------------------|---------------|
| 3          | $2,05 \times 10^{-23}$ | $\approx 110$ |
| 4          | $1,81 \times 10^{-22}$ | $\approx 330$ |
| 5          | $3,87 \times 10^{-22}$ | $\approx 480$ |



- Il prédit un **minimum de diffusion** à  $E_3 \approx 2 \times 10^{-23}$  J soit  $v_3 \approx 110$  m/s, en **excellente cohérence** avec la valeur expérimentale 100–150 m/s.
- Les pics supérieurs sont moins marqués *in vivo*, mais leur position théorique reste compatible qualitativement.
- ⇒ L'accord théorie/expérience valide la description quantique de l'effet Ramsauer–Townsend à l'aide d'un puits de potentiel fini.

**Remarque :** section efficace de diffusion d'un atome d'hélium 4 avec un autre. La figure ci-dessous présente un des résultats où l'on observe bien que la section efficace passe par un premier minimum lorsque la vitesse relative des deux atomes augmente. Pour des vitesses relatives supérieures à  $200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , les variations de section efficace ne sont pas une manifestation de l'effet Ramsauer–Townsend.



135

# 6) Résolution analytique du paquet d'onde

## 1. Transformées de Fourier

- Décomposition en impulsions (« spectre »)

$$\psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(k) e^{i(kx - \omega(k)t)} dk$$

- Spectre à  $t = 0$

$$A(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, 0) e^{-ikx} dx$$

## 2. Relation de dispersion (particule libre)

$$\omega(k) = \frac{\hbar k^2}{2m}$$

- Vitesse de phase

$$v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar k}{2m}$$

- Vitesse de groupe

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\hbar k}{m}$$

## 3. Incertitudes / dispersion

- Principe d'incertitude

$$\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{2} \implies \Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

- Paquet gaussien (spectre)

$$A(k) = \frac{1}{(2\pi\sigma_k^2)^{1/4}} \exp\left[-\frac{(k - k_0)^2}{4\sigma_k^2}\right]$$

→ largeur initiale en  $x$ :  $\sigma_x(0) = 1/(2\sigma_k)$ .

## 4. Évolution d'un paquet gaussien

Pour un paquet initial centré en  $x_0$  et  $k_0$ ,

$$\langle x \rangle(t) = x_0 + \frac{\hbar k_0}{m} t, \quad \langle p \rangle(t) = \hbar k_0$$

La largeur spatiale évolue selon

$$\sigma_x(t) = \sigma_x(0) \sqrt{1 + \left(\frac{\hbar t}{2m\sigma_x(0)^2}\right)^2}.$$

# 6) Résolution analytique du paquet d'onde

## 1. Décomposition initiale du paquet d'ondes

Soit la fonction d'onde initiale (à  $t = 0$ ) un paquet gaussien centré en  $x_0$  et autour du vecteur d'onde moyen  $k_0$  :

$$\psi(x, 0) = \frac{1}{(2\pi\sigma_x^2)^{1/4}} \exp\left[-\frac{(x - x_0)^2}{4\sigma_x^2} + i k_0(x - x_0)\right].$$

Son spectre en impulsion s'obtient par transformée de Fourier :

$$A(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, 0) e^{-ikx} dx = \frac{1}{(2\pi\sigma_k^2)^{1/4}} \exp\left[-\frac{(k - k_0)^2}{4\sigma_k^2} - i k x_0\right],$$

avec

$\sigma_k = 1/(2\sigma_x)$  et  $\Delta x \Delta k = 1/2$ .

## 2. Solutions stationnaires & coefficients de diffusion

Pour un puits de potentiel unidimensionnel de profondeur  $V_0$  et largeur  $L$ , la résolution de l'équation de Schrödinger indépendante du temps :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u_k(x)}{dx^2} + V(x) u_k(x) = E u_k(x), \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m},$$

amène à des fonctions

$$u_k(x) = \begin{cases} e^{ikx} + r(k) e^{-ikx}, & x < 0, \\ A e^{iqx} + B e^{-iqx}, & 0 < x < L, \\ t(k) e^{ikx}, & x > L, \end{cases}$$

où  $q = \sqrt{2m(E + V_0)}/\hbar$ .

En imposant continuité de  $u_k$  et de sa dérivée en  $x = 0$  et  $x = L$ , on déduit les coefficients de réflexion  $r(k)$  et de transmission  $t(k)$  (expressions explicites dans tout manuel de MQ).

## 3. Reconstruction de la solution temporelle

La solution générale de la TDSE s'écrit par superposition des états stationnaires échelonnés :

$$\psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(k) u_k(x) e^{-i\omega(k)t} dk, \quad \omega(k) = \frac{\hbar k^2}{2m}.$$

On sépare naturellement :

$$\psi(x, t) = \psi_{\text{in}}(x, t) + \psi_{\text{refl}}(x, t) + \psi_{\text{trans}}(x, t),$$

avec pour  $x > L$  (zone transmise)

$$\psi_{\text{trans}}(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int A(k) t(k) e^{i(kx - \omega t)} dk,$$

et pour  $x < 0$  (zone réfléchie)

$$\psi_{\text{refl}}(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int A(k) r(k) e^{i(-kx - \omega t)} dk.$$

L'onde incidente  $\psi_{\text{in}}$  en  $x < 0$  est simplement la partie sans  $r, t$ .

## 4. Probabilités de transmission et réflexion

Les probabilités globales s'obtiennent par :

$$T_{\text{paquet}} = \int_{-\infty}^{+\infty} |A(k)|^2 |t(k)|^2 dk, \quad R_{\text{paquet}} = \int_{-\infty}^{+\infty} |A(k)|^2 |r(k)|^2 dk,$$

et naturellement  $T_{\text{paquet}} + R_{\text{paquet}} = 1$ .

Pour un paquet suffisamment étroit en  $k$  autour de  $k_0$ , on peut approximer

$T_{\text{paquet}} \approx |t(k_0)|^2$ , ce qui relie l'effet Ramsauer–Townsend sur un faisceau monoénergétique à la diffusion d'un paquet.

# 6) Résolution analytique du paquet d'onde

## 1. Solution transmise ( $x > L$ )

$$\psi_{\text{trans}}(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int A(k) t(k) e^{i(kx - \omega(k)t)} dk.$$

Dès lors

$$\rho_{\text{trans}}(x, t) = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int A(k) t(k) e^{i(kx - \omega(k)t)} dk \right|^2.$$

## 2. Approximation gaussienne

Pour un paquet assez étroit autour de  $k_0$ , on peut poser

$$t(k) \approx t(k_0) \quad \text{et} \quad A(k) = \frac{1}{(2\pi\sigma_k^2)^{1/4}} \exp\left[-\frac{(k-k_0)^2}{4\sigma_k^2}\right].$$

L'intégrale reste alors gaussienne et on trouve un paquet translété et dilaté :

$$\psi_{\text{trans}}(x, t) \simeq t(k_0) \frac{1}{[2\pi\sigma_x(t)^2]^{1/4}} \exp\left[-\frac{(x - x_0 - v_g t)^2}{4\sigma_x(t)^2} + i k_0(x - v_g t) - i \frac{\omega(k_0)t}{2}\right],$$

avec

$$\sigma_x(t) = \sigma_x(0) \sqrt{1 + \left(\frac{\hbar t}{2m\sigma_x(0)^2}\right)^2} \quad \text{et}$$

$$v_g = \hbar k_0 / m.$$

On en déduit immédiatement la densité :

$$\rho_{\text{trans}}(x, t) \simeq |t(k_0)|^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x(t)} \exp\left[-\frac{(x - x_0 - v_g t)^2}{2\sigma_x(t)^2}\right].$$

## 3. Transmis global

En intégrant cette densité sur  $x > L$  à grand  $t$ , on retrouve

$$T_{\text{paquet}} \approx |t(k_0)|^2.$$

## 7) Simulation numérique du paquet d'onde

- a)** L'explication du code
- b)** Explication du graphique
- c)** Vérification via une source

## 7) a) L'explication du code

```
dt=1E-7  
dx=0.001  
nx=int(1/dx)**2  
nt=58000 #valeur default 90000 # En fonction du potentiel  
nd=int(nt/1000)+1#nombre d image dans notre animation  
n_frame = nd  
s=dt/(dx**2)
```

- Définition du maillage spatial et temporel.
- On détermine la durée de la simulation (à adapter selon le potentiel).
- Stabilité assurée si  $dt/dx^2$  est bien choisi.

## 7) a) L'explication du code

```
o = np.linspace(0, (nx - 1) * dx, nx)
V = np.zeros(nx)
V[(o >= 0.8) & (o <= 0.9)] = v0
```

- Potentiel  $V(x)$  modélisé comme une marche entre 0,8 et 0,9..
- Peut-être modifié en puits fini en mettant  $V_0 < 0$ .
- Utilisé pour observer réflexion, transmission ou piégeage du paquet d'onde.

## 7) a) L'explication du code

```
cpt = A * np.exp(1j * k * o - ((o - xc) ** 2) / (2 * (sigma ** 2)))
```



- Paquet d'onde gaussien initial, centré en  $xc = 0,6$ .
- Comporte une impulsion : mouvement vers la droite.
- Sert à simuler le comportement d'une particule quantique mobile.

## 7) a) L'explication du code

```
for i in range(1, nt):
    if i % 2 != 0:
        ...
    else:
        ...
```

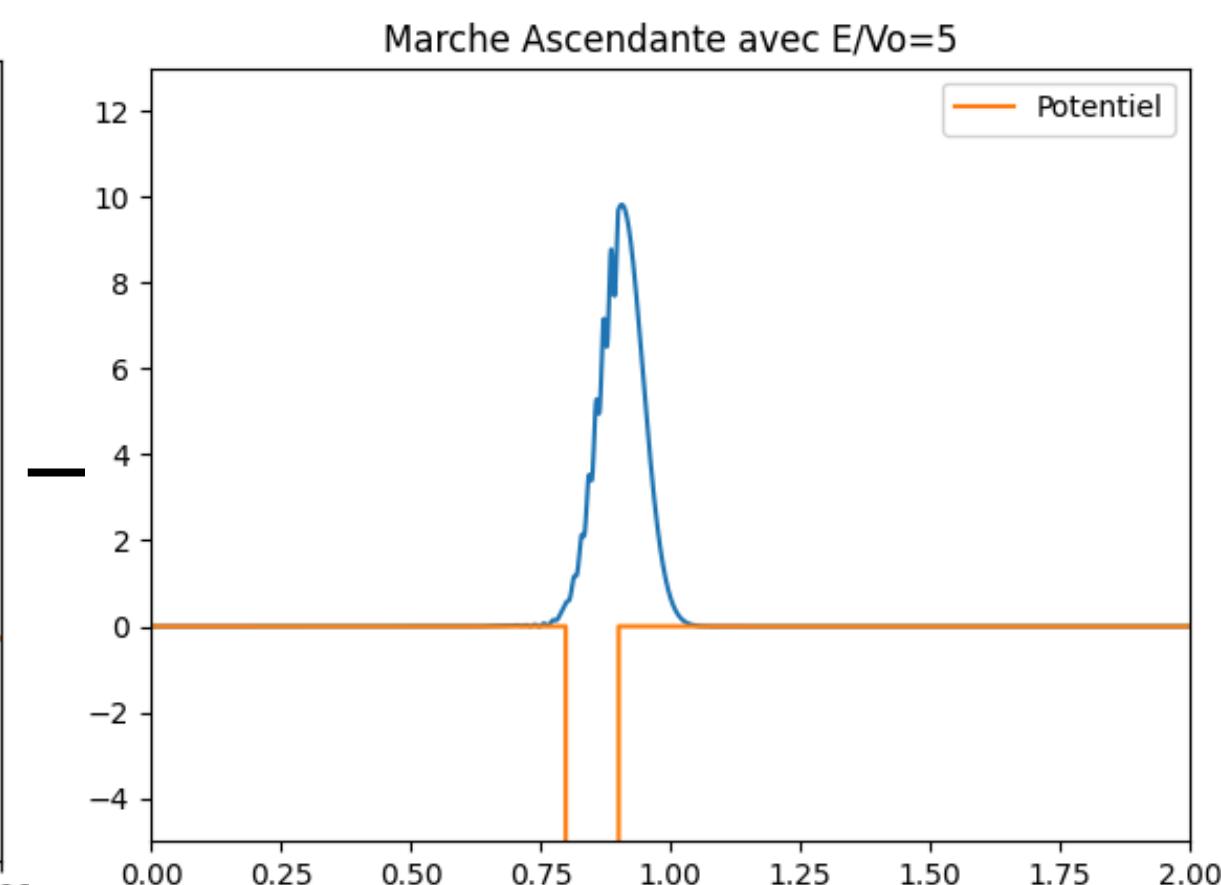
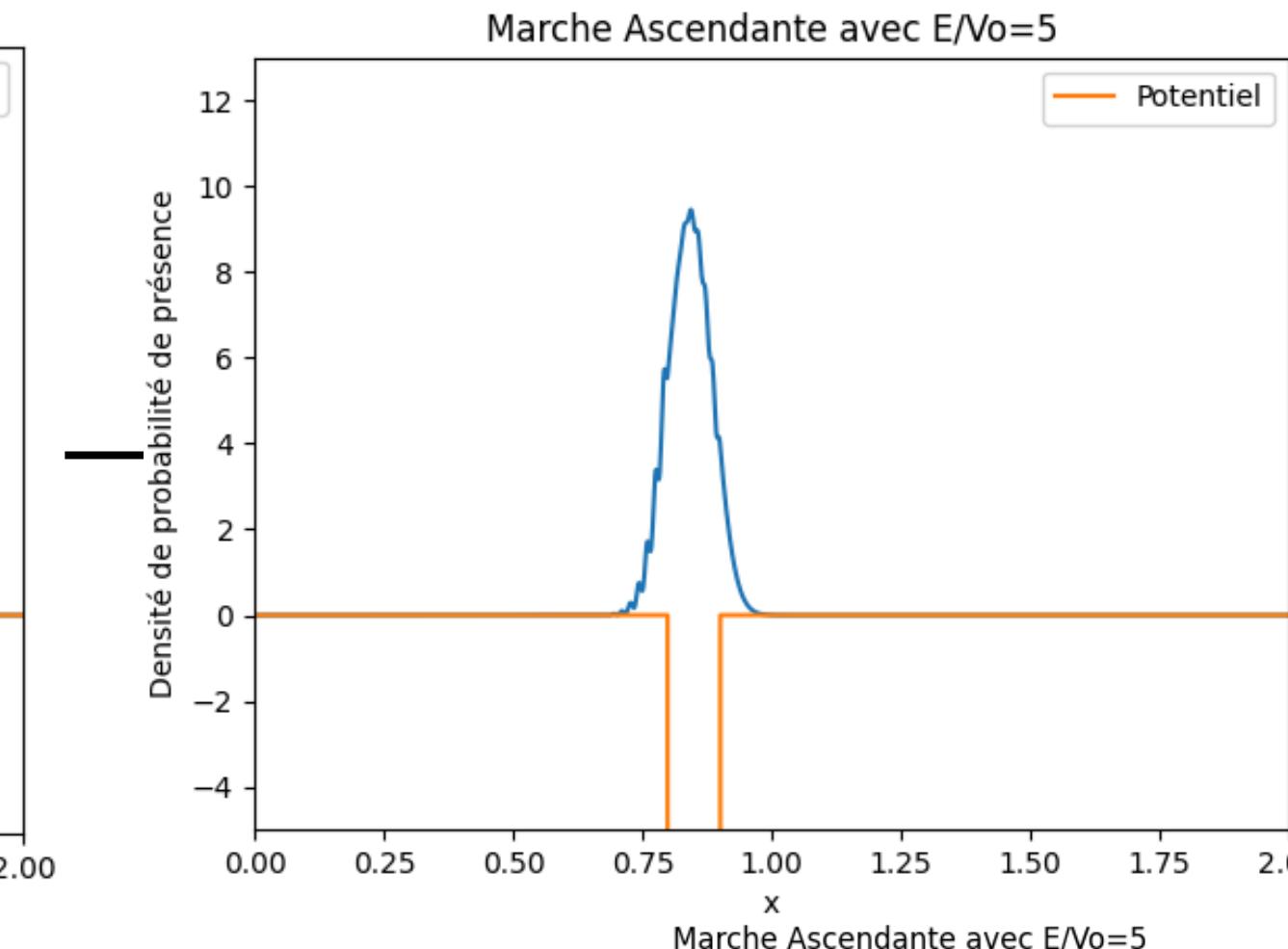
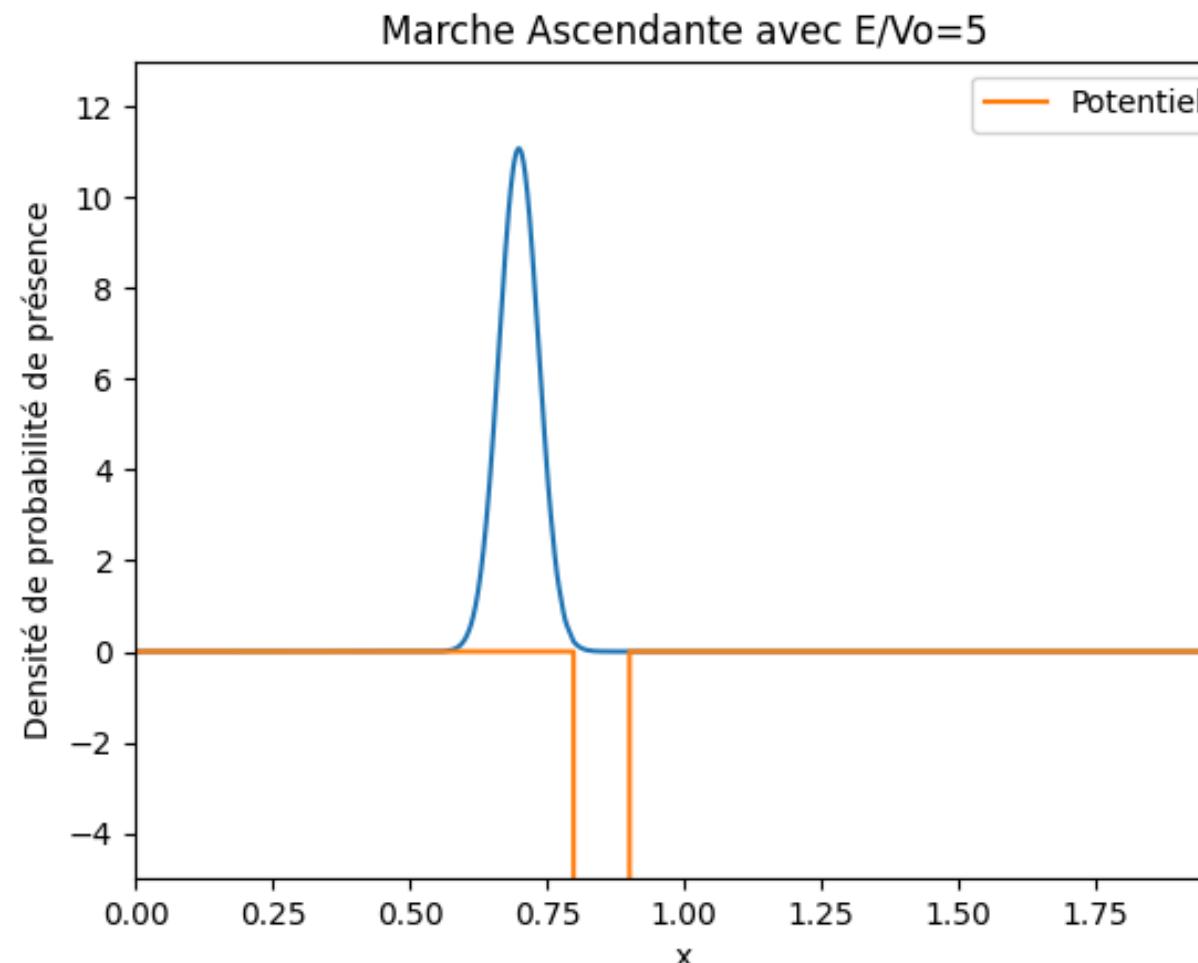
- Méthode numérique alternée (réel / imaginaire) pour approximer Schrödinger.
- On met à jour  $\text{Re}(\psi)$  et  $\text{Im}(\psi)$  à chaque itération.
- La densité  $|\psi|^2$  est extraite pour l'animation

## 7) a) L'explication du code

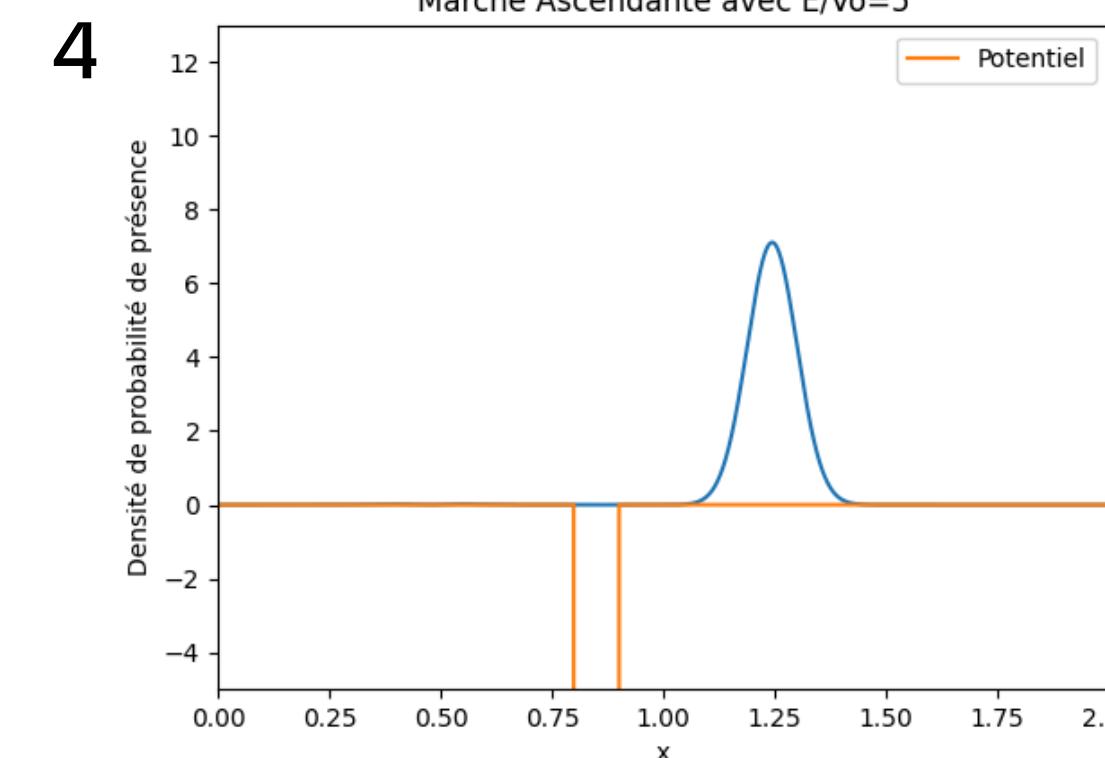
```
ani = animation.FuncAnimation(...)  
plt.show()
```

- Animation montrant l'évolution de la densité de probabilité.
- Permet de visualiser l'interaction onde/potentiel : réflexion, transmission ou piégeage.

## 7) b) Explication du graphique

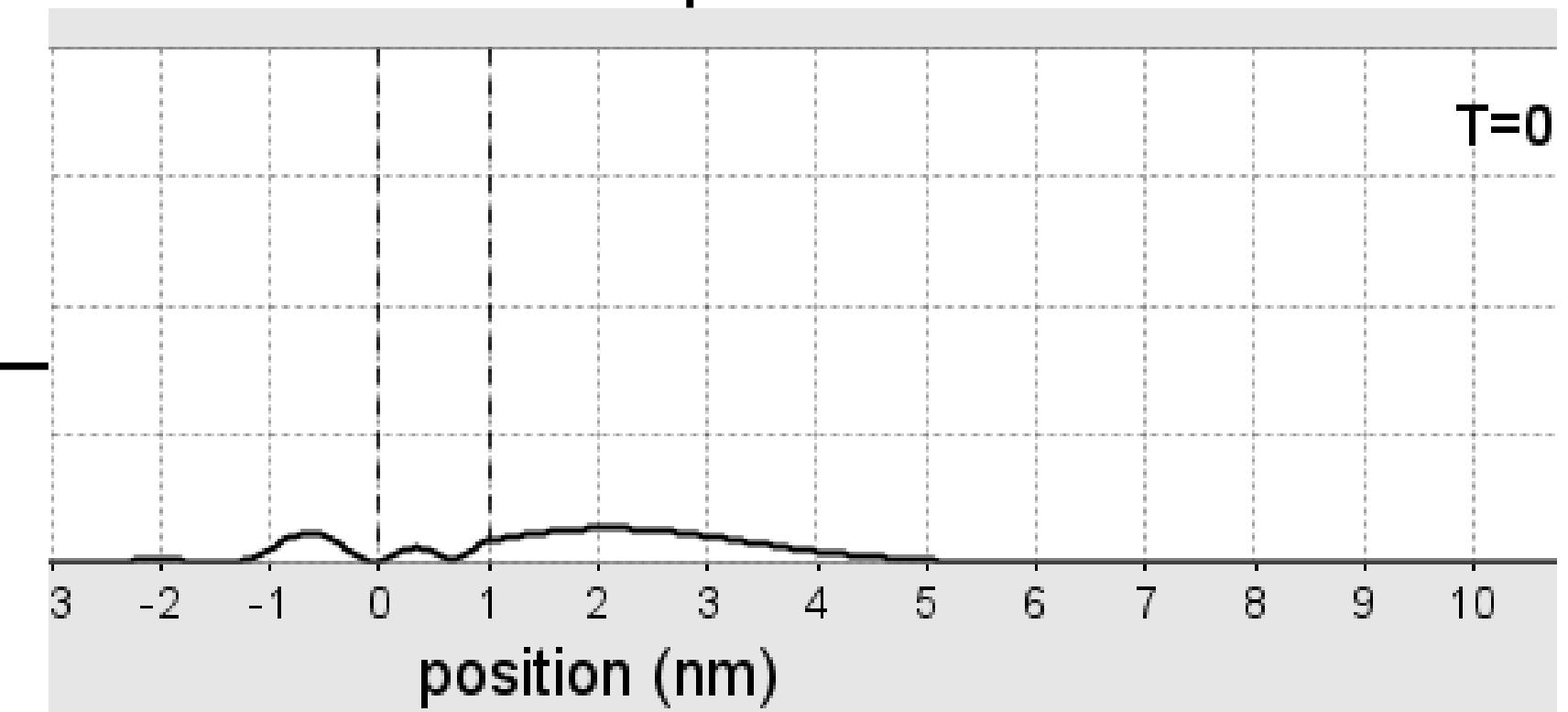
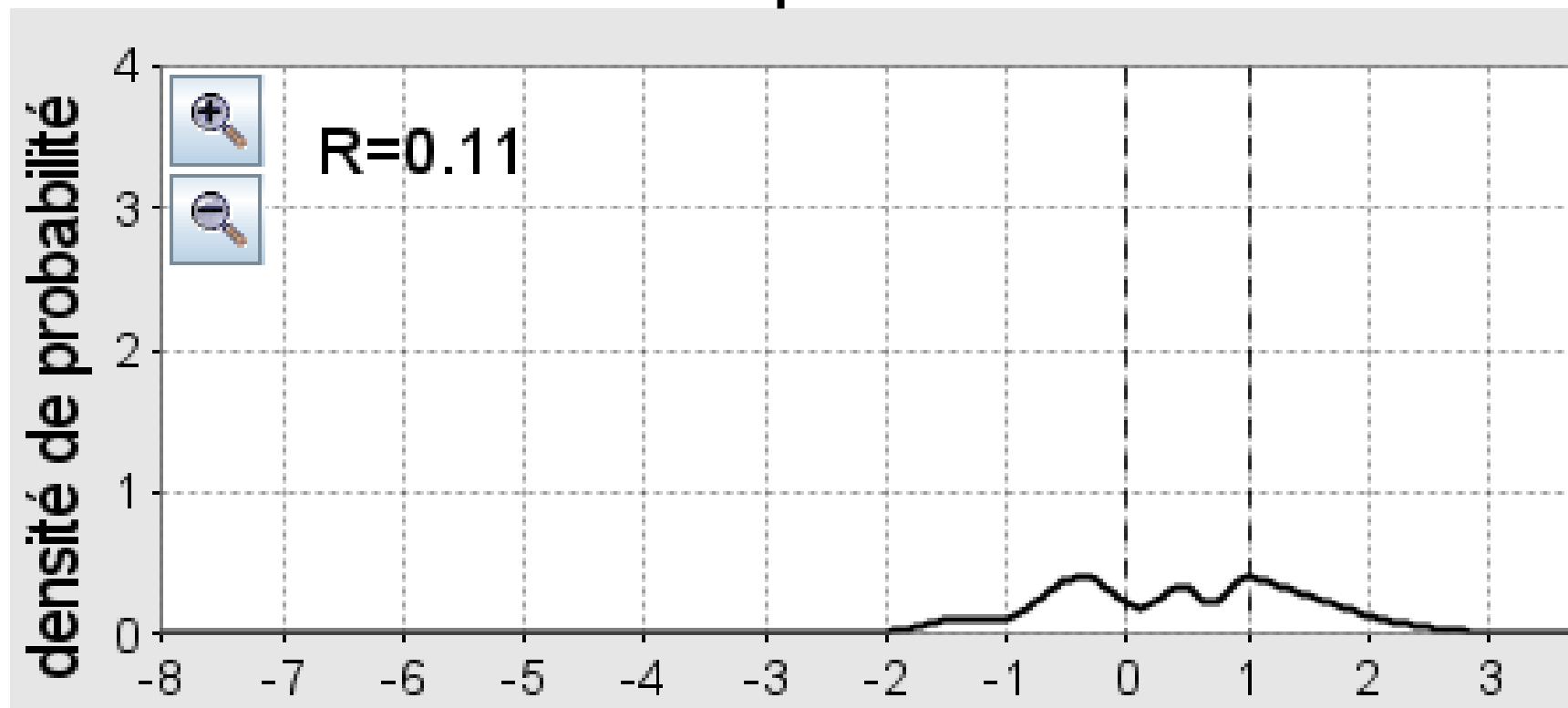
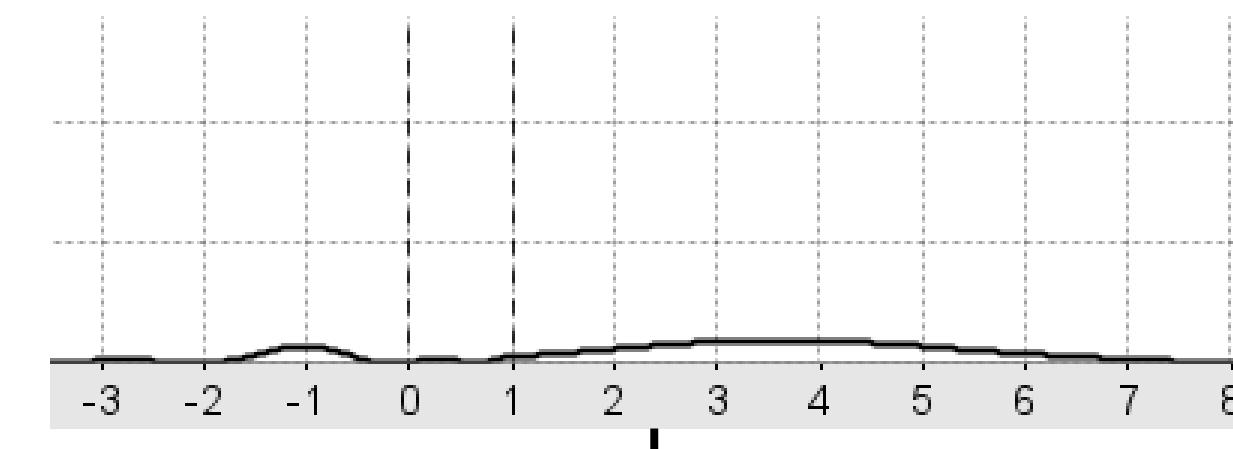
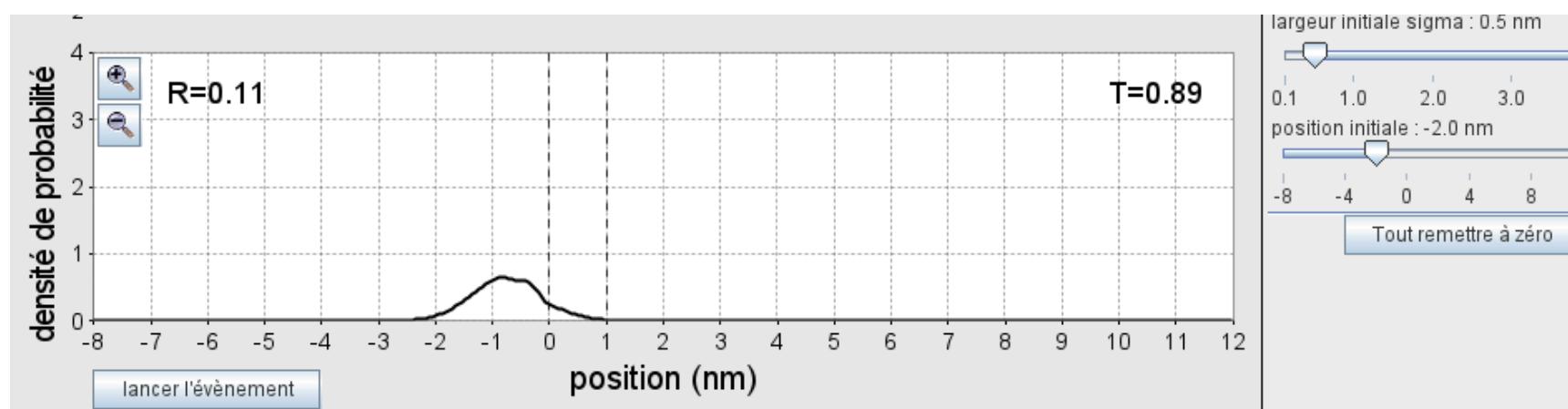


$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x) \psi$$



## 7) c) Vérification via une source

Cohérent !



## 8) Limites du modèle du puit unidimensionnel



- Une dimension trop restrictive
- Absence d'effets majeurs :
  1. Polarisation du nuage électronique de la cible
  2. Canaux inélastiques (excitation, ionisation, etc.)
  3. Diffusion angulaire (modes p, d, ...)

# 9) Présentation d'un modèle de potentiel plus réaliste

## Modèle de Woods-Saxon en 3D sphérique

### Woods-Saxon potential

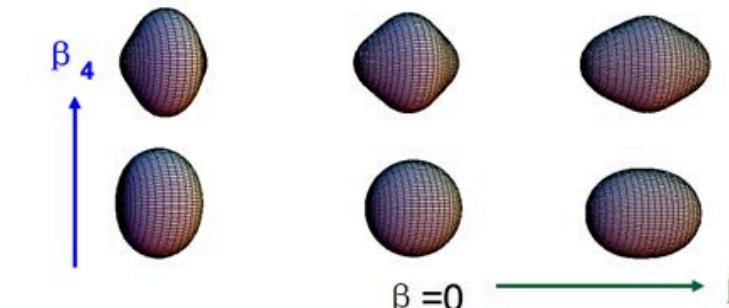
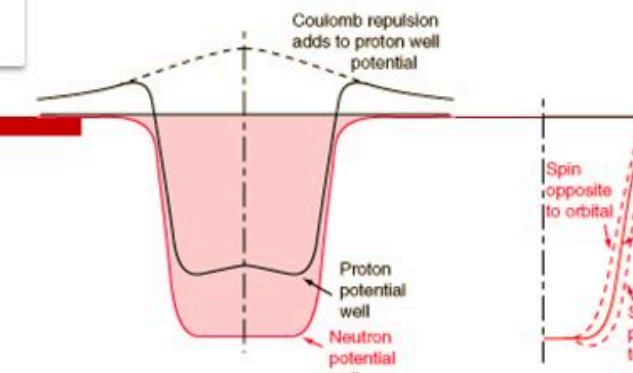
$$H = T + V + V_{\text{s.o.}}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{V_q}{1 + \exp\left(\frac{\vec{r} - \mathcal{R}(\theta)}{a}\right)} \quad \mathcal{R}(\theta) = c_0 R [1 + \beta_2 Y_{20}(\theta) + \beta_4 Y_{40}(\theta) \dots]$$

$$V_q = V_0 \pm V_s I$$

**symmetry potential**

Cwoik, Dudek, et al., Comput. Phys. Commun. **46** (1987) 379



### Apports et avantages :

- Ramsauer et Townsend ont mesuré l'annulation quasi-totale de diffusion en 3D sphérique. => Leur modèle de mesure
- Bords diffus → meilleure continuité de  $\Psi$
- Polarisation du nuage électrique
- Canaux inélastiques (excitation, ionisation)
- Diffusion angulaire



# CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Modèle réaliste via le puit fini de potentiel de profondeur -Vo :

- Section efficace s'annule pour les énergies caractéristiques
- Assez bonne reproduction des particularités de l'effet Ramsauer-Townsend



Perspectives d'amélioration :

- Modèle de Woods-Saxon en 3D sphérique incluant de la polarisation pour mieux reproduire la décroissance de la section efficace.

3D

# Bibliographie

- PHYSIQUE UNICE, « Évolution des états quantiques », Cours en ligne, 2015, Disponible en ligne sur : <http://physique.unice.fr/sem6/2015-2016/PagesWeb/PT/Mecanique/images/Evolution.pdf>
- GUICHARD, Pierre, TD1 – Quantum Mechanics Introduction, PDF, Disponible en ligne sur : [https://pierreguichard.fr/documents/QMI/TD1\\_QMI.pdf](https://pierreguichard.fr/documents/QMI/TD1_QMI.pdf)
- POLYTECHNIQUE, Mécanique quantique L3 – polytechnique 2020-2021, PDF, Disponible en ligne sur :  
[https://www.lpp.polytechnique.fr/IMG/pdf/mq\\_l3\\_2020\\_2021.pdf](https://www.lpp.polytechnique.fr/IMG/pdf/mq_l3_2020_2021.pdf)
- PHET Interactive Simulations, Quantum Tunneling and Wave Packets, simulation en ligne, Disponible en ligne sur :  
<https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/quantum-tunneling/latest/quantum-tunneling.html?simulation=quantum-tunneling&locale=fr>
- PSYCHAANALYSE, Mécanique quantique – Cours École polytechnique 2002, PDF, Disponible en ligne sur :  
[https://psychaanalyse.com/pdf/MECANIQUE%20QUANTIQUE%20-%20COURS%20DE%20L%20ECOLE%20POLYTECHNIQUE%202002%20\(%20516%20Pages%20-%207,4%20Mo\).pdf](https://psychaanalyse.com/pdf/MECANIQUE%20QUANTIQUE%20-%20COURS%20DE%20L%20ECOLE%20POLYTECHNIQUE%202002%20(%20516%20Pages%20-%207,4%20Mo).pdf)
- UNIV-DBKM DZKM, Structure nucléaire II – Chapitre 1, PDF, Disponible en ligne sur : <https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/quantum-tunneling/latest/quantum-tunneling.html?simulation=quantum-tunneling&locale=fr>
- WIKIPÉDIA, Potentiel de Woods-Saxon, article en ligne, Disponible en ligne sur : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Potentiel\\_de\\_Woods-Saxon](https://fr.wikipedia.org/wiki/Potentiel_de_Woods-Saxon)
- DJANGO.GROUP, Gilles, Physique quantique : puits de potentiel, PDF, Disponible en ligne sur :  
[http://gilles.djangoproject.group/static/fichiers/Physique\\_quantique\\_puits.pdf](http://gilles.djangoproject.group/static/fichiers/Physique_quantique_puits.pdf)

# Bibliographie

- CPGE-PARADISE, TD11 Mécanique quantique, PDF, Disponible en ligne sur : <https://cpge-paradise.com/MP4Phys/TD/TD11%20meca%20q.pdf>
- UNIV-LE MANS, La quantification du puits, page pédagogique en ligne, Disponible en ligne sur : <https://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/divers/qpuits.html>
- HABIJEY, Modern-Physical-Project, code source GitHub, Disponible en ligne sur : <https://cpge-paradise.com/MP4Phys/TD/TD11%20meca%20q.pdf>
- YOUTUBE, Quantum Tunneling and Bound States, vidéo, Disponible en ligne sur : <https://www.youtube.com/watch?v=O8dIF7wM5hg>
- YOUTUBE, Effet Ramsauer-Townsend expliqué, vidéo, Disponible en ligne sur : <https://www.youtube.com/watch?v=tUv8GUOKNNk>