

怎樣解題

作者：1509班46號鄭恆安

原始問題：

氣象預報，某颱風於某日下午2時的中心位置在鵝鑾鼻燈塔正南方300公里處，暴風半徑250公里，以每小時50公里的速率朝「北30°西」等速直線前進。設此颱風的速度方向及暴風半徑都不變，求燈塔在此暴風圈內前後共計有多少小時？

了解問題：

已知，颱風(A)距離燈塔(B)300km、半徑 $r=250\text{km}$ 、速度 $v=50\text{km}$ 往「北30°西」。

擬訂計畫：

重新敘述問題：有兩點A及B，B距離A 300，B在一條與Y軸夾30度的斜直線，求當A B距離小於250時共多久。因為要算距離，所以應該可用距離公式或畫弧求交點。

執行計畫：

解一：

三角函數

先以A點為圓心，以 $r/50=250/50=5$ 為半徑畫圓，交於D、E兩點，如右圖

令角A D E = x

依正弦定理， $\sin 30^\circ : \sin(x) = AD : AB = 5 : 6$

$\Rightarrow \sin(x) = \frac{5}{6} \Rightarrow \cos(x) = \frac{5}{6}$

在依正弦定理， $\sin(x) : \sin(180-2x)$

$$= \sin(x) : \sin(2x)$$

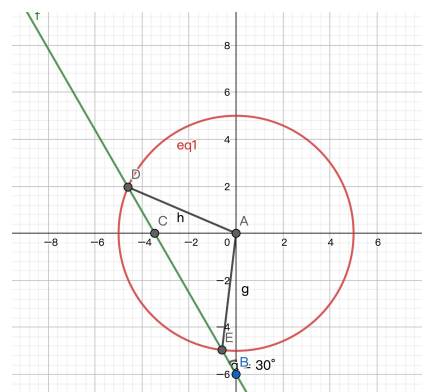
$$= \sin(x) : 2\sin(x)\cos(x)$$

$$= 1 : 2\cos(x)$$

$$= 1 : 2 \cdot \frac{5}{6}$$

$$= 5 : DE$$

$\Rightarrow DE=8$



解二：

距離公式

將問題座標化並將50km(因為最後要除速度50)定為

1單位 A(0,0)、B(0,-6)

因為角CBA為 30° 又AB=6, 所以AC=2 $\sqrt{3}$ 、C(-2 $\sqrt{3}$,0)

線BC : $y = -(\sqrt{3})x - 6$, 且令一動點K(t, $-(\sqrt{3})t - 6$)

帶距離公式 $\{(t-0)^2 + [-(\sqrt{3})t - 6 - 0]^2\}^{1/2} = 5$

$\{t^2 + 3t^2 + 36 + 12\sqrt{3}(t)\} = 25$

$4t^2 + 12\sqrt{3}(t) + 11 = 0$

$t = \frac{-3\sqrt{3} + 4}{2}$ or $\frac{-3\sqrt{3} - 4}{2}$

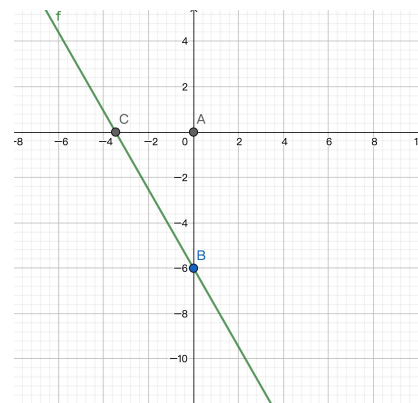
將兩個值各自帶回 K(t, $-(\sqrt{3})t - 6$)

得K1、K2

且因為當B點在K1、K2間都在此暴風圈內

所以線段K1K2長, 即為所求

K1K2長=8



解三(驗算)：

畫弧求交點

用國中方法, 畢氏定理

以A點為圓心, 以 $r/50 = 250/50 = 5$ 為半徑畫圓

, 交於D、E兩點, 如右圖

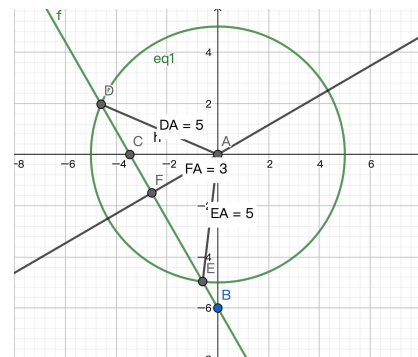
連接AD、AE= $r/50 = 5$

做D、E中垂線交於F點

AF=三角形CBA的高= $(2\sqrt{3}) \cdot 6 / (4\sqrt{3}) = 3$

畢氏定理得DF=FE=4

故DE=8



Answer : 8hr