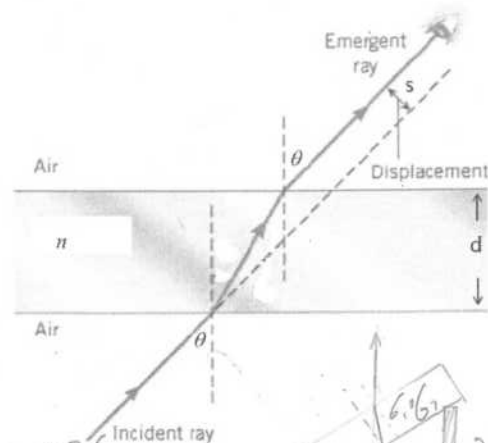


# 109 學年度師大附中物理科能力競賽實驗培訓

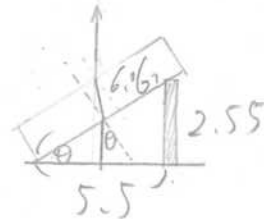
班級：1509 姓名：鄭建宏 座號：27 日期：\_\_\_\_\_

## 小試身手 1：利用方格紙測量壓克力磚的折射率

壓克力磚厚度  $d = 1.92 \text{ cm}$   
 $\theta = 24.87^\circ$   
 壓克力磚傾斜角  $\sin \theta = 0.42$   
 $\cos \theta = 0.91$   
 刻度線的橫向位移  $s = 0.3 \text{ cm}$



壓克力磚折射率  $n = \sqrt{\sin^2 \theta + \left(\frac{\cos \theta}{1 - \frac{s}{d \sin \theta}}\right)^2} = 1.576$



$$\frac{p+q}{pq}$$

$$p = 37.2$$

$$q = 8$$

## 小試身手 2：利用造鏡者公式測量平凸透鏡的折射率

平凸透鏡寬度  $2r = 41.70 \text{ mm}$

平凸透鏡厚度  $d = 6.50 \text{ mm}$

平凸透鏡凸面的曲率半徑  $R = 3.6$

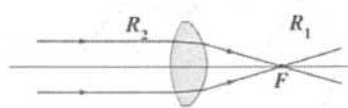
平凸透鏡焦距  $f = 8 \text{ cm}$

平凸透鏡折射率  $n = 1.4$

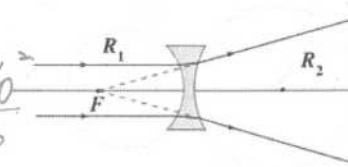
Lens-Maker's Equation

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$f$  = focal length (1/2 C)  
 $n$  = refractive index  
 $R$  = radius of curvature



Positive (Converging) Lens  
 $R_1$  - positive  
 $R_2$  - negative  
 $F$  - positive



Negative (Diverging) Lens  
 $R_1$  - negative  
 $R_2$  - positive  
 $F$  - negative

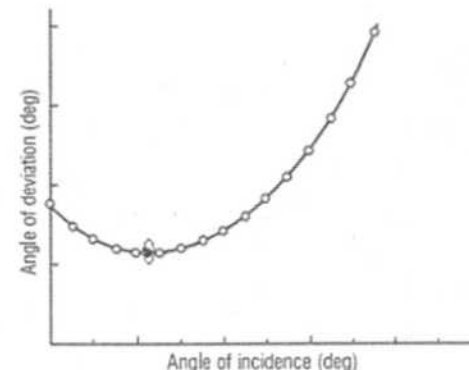
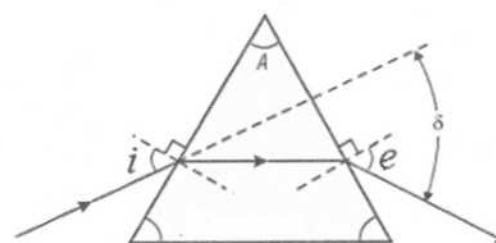
$$R - (R - x) = y$$

$$(2R - x)(x) = y^2$$

$$2Rx = x^2 + y^2$$

## 小試身手 3：利用最小偏向角測量稜鏡折射率

稜鏡夾角  $A = 60^\circ$   
 最小偏向角  $\delta = 36.25^\circ$   
 稜鏡折射率  $n = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)} = 1.49$

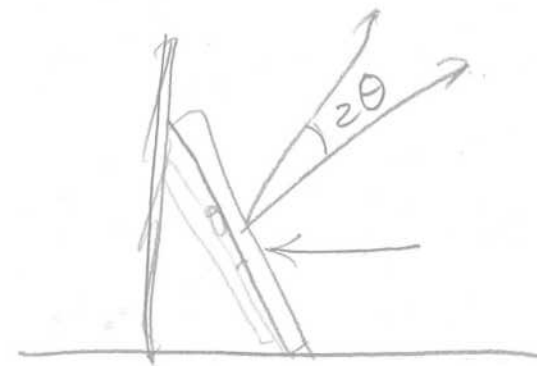


## 小試身手 4：利用平面鏡測量一張紙的厚度

鏡子到屏幕的距離 = 114.9 cm

抽離紙張時，屏幕上雷射光點偏移距離 = 0.6 cm

紙張厚度 = 0.2 mm



## 實驗試題

(一) 實驗題目：利用光速測量水的折射率

(二) 試題說明

雷射測距儀 (laser distance meter, LDM) 由一個發射器和接收器所組成。發射器是一個雷射發光二極體，發射波長為 635nm 的雷射脈衝光束，其雷射脈衝以非常高的發射頻率射出。當雷射脈衝擊中物體時，光線會從擊中點向各個方向反射，其中一些光線會返回到緊鄰發射器的接收器，接收器上的光學透鏡系統會聚焦返回的光線，測距儀的電子設備會測量接收與發射光訊號的時間差，這延遲的時間差就是光從發射器傳播到接收器所花費的時間，然後將測得的時間  $t$  轉換為一個值：

$$y = \frac{1}{2}ct + k$$

$y$  是儀器上所顯示的距離數值。 $c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$ ，即光速。常數  $k$  取決於儀器的設置。

雷射測距儀的測量起點可能是儀器頂端或底端，某些型號的雷射測距儀可以進行模式切換。打開本實驗的雷射測距儀時，其默認的設定是從儀器底端為測量的起點，在所有測量期間均應保持該設定。雷射測距儀無法測量任何小於 15cm 的距離，可以測量的最大距離約為 25 m，根據廠商對儀器測定的結果，儀器的不確定度為  $\pm 2\text{mm}$ 。

在此實驗的準確性水平上，無需區分真空和空氣中的光速，因為壓力、溫度在一般狀態下，乾燥大氣的折射率  $n_{\text{air}} = 1.00029 \approx 1.000$

(三) 實驗目的：利用光速在介質中的速率差異，測量水的折射率。

(四) 實驗器材

- 雷射測距儀  $\times 1$
- C 型夾  $\times 1$
- 矩形水槽  $\times 1$
- 量筒  $\times 1$
- 直尺  $\times 1$
- 椅子  $\times 1$  (僅用作支撐用)

備註：(1) 所提供之器材並非全為必需品。

(2) 請勿毀損雷射測距儀(摔落或浸水)，儀器若損毀需照價賠償。

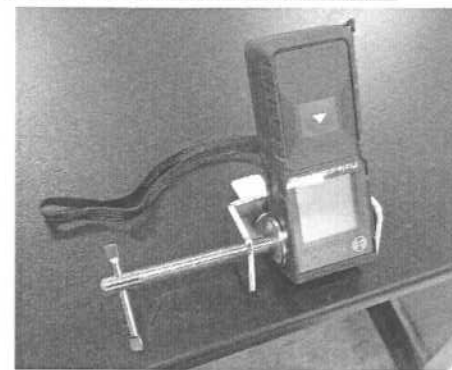
(五) 實驗試題

(1) 使用 LDM 測量從桌子頂部到地板的距離  $H$ ，並寫下不確定度  $\Delta H$ 。用草圖顯示如何執行此測量。

$$0.950 + 0.007 \text{ m}$$

將 LDM 用 C 型夾固定，如下圖所示，雷射光將與垂直方向夾一個傾斜角  $\theta_1$ 。這個角度在整個實驗過程中都必須相同，現在必須確定此角度的大小。

注意：C 型夾切勿夾得太緊，導致 LDM 的外殼變形受損。

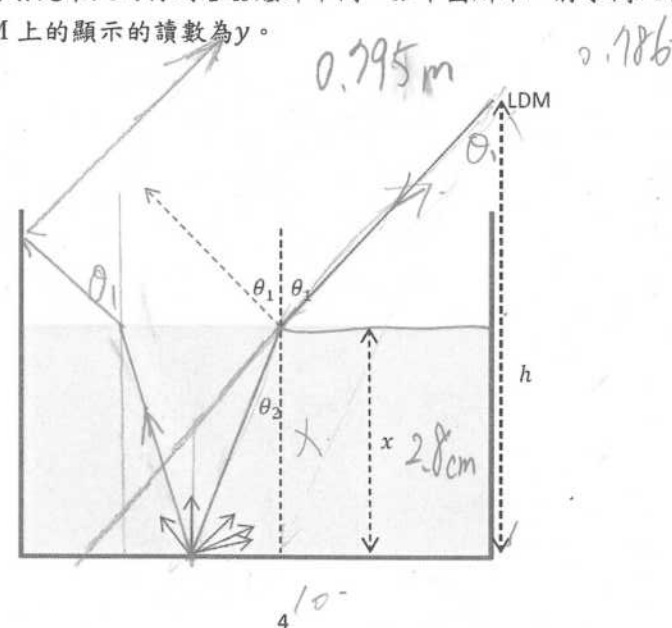


$$y = 5.024 \times 10^{-3} + 0.7706$$

(2) 將 LDM 墊高(利用給定的實驗器材)，測量雷射光點打到桌面的距離  $y_1$ 。然後，再水平移動 LDM(連同墊高 LDM 的物體)，直到雷射光打到地板，測量雷射光點打到地板的距離  $y_2$ 。請寫出  $y_1$ 、 $y_2$  的測量值與不確定度。

(3) 僅利用  $y_1$ 、 $y_2$  和  $H$ ，計算出  $\theta_1$ ，並計算其不確定度  $\Delta\theta_1$ 。

放置矩形水槽，以使雷射光束大約打到容器底部中間，如下圖所示。將水倒入容器中，水面的高度是  $x$ ，此時 LDM 上的顯示的讀數為  $y$ 。



(4) 測量  $x$  和  $y$  的對應值，不得少於八組數據。製作一個表格呈現你的測量數據。根據你的實驗數據，繪製一個  $y$  對  $x$  的函數圖於方格紙上，將方格紙裁切黏貼於作答卷上。

(5) 利用物理方程式，從理論上解釋， $x$  和  $y$  函數圖形應呈現何種變化趨勢。

(6) 利用你所到的實驗數據圖，確定水的折射率  $n_w$ 。

題號	配分	得分
(1)	3	
(2)	2	
(3)	3	
(4)	12	
(5)	10	
(6)	10	
總分	40	

550  $\rightarrow$  28x A  
300  $\rightarrow$   
400  
950  
950

# ◎ 不確定度公式

加減法  $f(U, V) = U \pm V \Rightarrow \Delta f = \sqrt{\delta_U^2 + \delta_V^2}$

乘法  $f(U, V) = UV \Rightarrow \Delta f = UV \cdot \sqrt{\left(\frac{\delta_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\delta_V}{V}\right)^2}$

除法  $f(U, V) = \frac{U}{V} \Rightarrow \Delta f = \frac{U}{V} \cdot \sqrt{\left(\frac{\delta_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\delta_V}{V}\right)^2}$

利用偏微分求得的不確定度的一般式

$$f(U, V, W \dots) \Rightarrow \Delta f = \sqrt{\left(\delta_U \cdot \frac{\partial f}{\partial U}\right)^2 + \left(\delta_V \cdot \frac{\partial f}{\partial V}\right)^2 + \left(\delta_W \cdot \frac{\partial f}{\partial W}\right)^2 + \dots}$$

# ◎ 物奧培訓營提供的不確定度計算方式

利用最小平方法求出最佳擬合直線  $y = mx + b$

$$m = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{N \sum x^2 - (\sum x)^2}, \quad b = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{N \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$N$ ：實驗數據數量

斜率不準量： $\Delta m = \sqrt{\frac{N \sigma^2}{N \sum x^2 - (\sum x)^2}}$

截距不準量： $\Delta b = \sqrt{\frac{\sigma^2 \sum x^2}{N \sum x^2 - (\sum x)^2}}$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-2} \sum (y - mx - b)^2$$

參考資料：

「Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences」, McGraw-Hill, 1969

# ◎ 2005 國際物理奧林匹亞(西班牙) 大會公布之實驗數據不準量計算方式

利用最小平方法求出最佳擬合直線  $y = mx + b$

$$m = \frac{\sum x \sum y - n \sum xy}{(\sum x)^2 - n \sum x^2}, \quad b = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$n$ ：實驗數據數量

斜率不準量： $\Delta m = \sqrt{\frac{n \sigma^2}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}}$

斜率不準量： $\Delta b = \sqrt{\frac{\sigma^2 \sum x^2}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}}$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_y^2 + m^2 \sigma_x^2}$$

其中  $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (\Delta x)^2}{n}}$  ;  $\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (\Delta y)^2}{n}}$

$\Delta x$ 、 $\Delta y$ ：各別數據的量測之不準量



11)

此测距仪是以底端为测量起点。此表为0.1m

$$H = 0.857m$$

$$\Delta H = \pm 2mm$$

12)

$$y_1 = 0.239 + 0.1 = 0.139m \pm 2mm$$

$$y_2 = 1.330 + 0.1 = 1.230m \pm 2mm$$

$$H = 0.857m \pm 2mm$$

13)

$$\theta_1 = \cos^{-1} \left( \frac{0.857}{1.230 - 0.139} \right) = -38.23^\circ$$

$$\Delta \theta_1 = \frac{0.857 \pm 2mm}{1.091 \pm 2.83} = \frac{0.857}{1.091} \sqrt{\left( \frac{2.83 \times 10^{-3}}{0.857} \right)^2 + \left( \frac{2.83 \times 10^{-3}}{1.091} \right)^2} = 0.016^\circ$$

14)

X/mm	1.02	1.53	2.04	3.81	4.84	5.85	6.87	7.89
y/mm	0.716	0.789	0.792	0.796	0.799	0.801	0.803	0.806

$$1.54996$$

15)

$$t = \left( \frac{x}{\frac{c}{n}} + \frac{h-x}{\frac{c}{n}} \right)^2 y^2 = k + \frac{1}{2} ct = \frac{1}{2} \left( \frac{nx}{\cos \theta_2} + \frac{h-x}{\cos \theta_1} \right) + k$$

$$1/\sin \theta_1 = n/\sin \theta_2$$

$$\cos \theta_1 = 0.7855$$

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_1}$$

$$\sin \theta_2 = \frac{1}{n} \times 0.6188$$

$$= \sqrt{1 - \frac{0.3829}{n^2}} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 0.3829}$$

$$\frac{n}{\cos \theta_2} + \frac{-1}{\cos \theta_1} = 0.024$$

$$1.9970$$

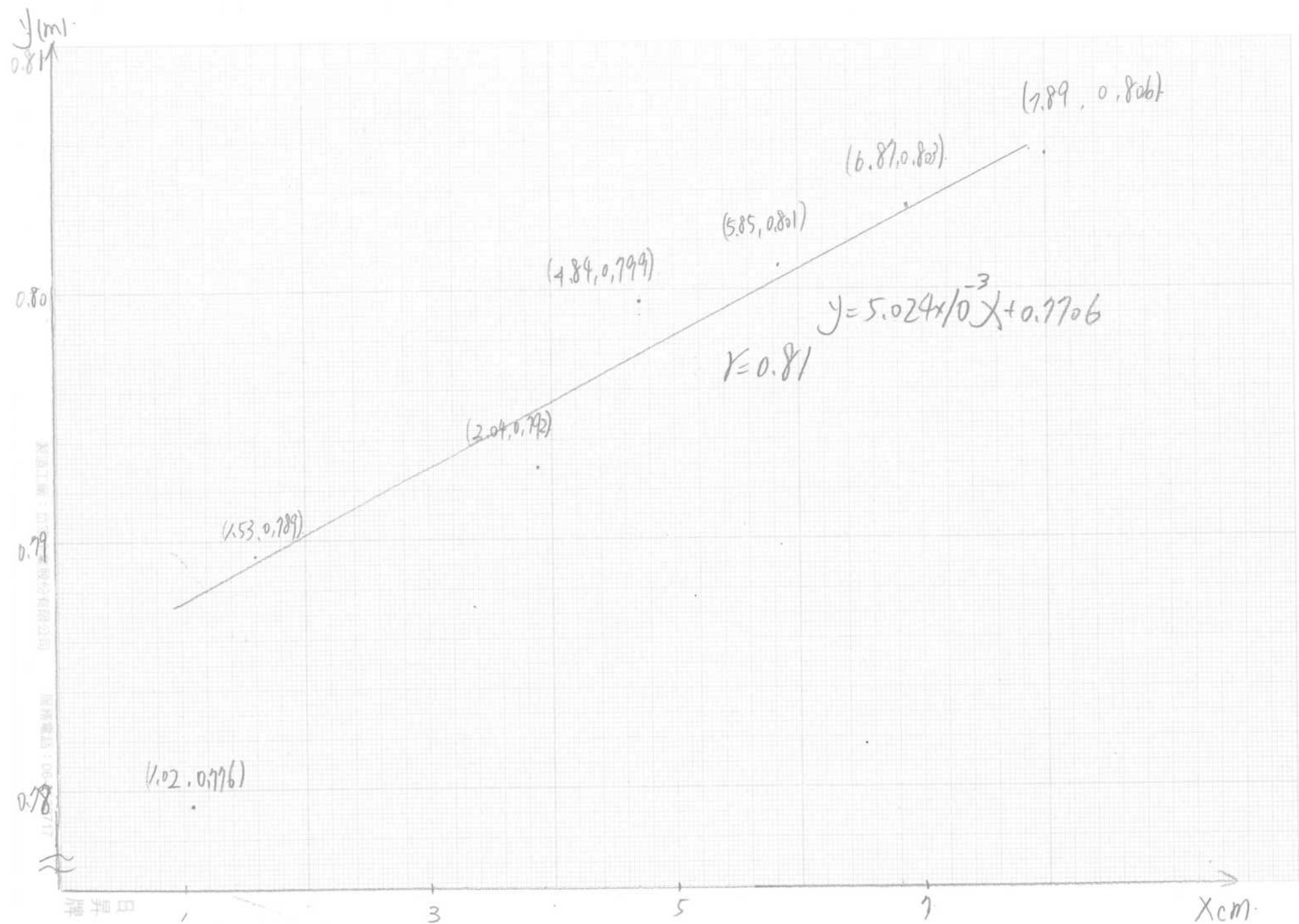
$$\frac{n^2}{1 - \frac{0.3829}{n^2}} = k$$

$$n^2 = k - \frac{0.3829}{n^2}$$

$$n^4 - n^2 k + 0.3829 = 0 \quad n^2$$

$$n^2 = \frac{k \pm \sqrt{k^2 - 4 \times 0.3829}}{2 \times 1}$$

$$16) \quad n = 1.245$$



## 延伸閱讀：光柵

本章中我們討論了單狹縫繞射與雙狹縫干涉實驗，如果狹縫的數目持續增加，並且狹縫的間距保持一定，例如在玻璃板或是塑膠片上刻下許多平行且等寬、等距的狹縫，便形成光柵 (grating)。在單狹縫繞射的討論中，我們把單一狹縫分區並想像成是由許多點光源組成，發出的光波互相干涉而在遠方屏幕上呈現亮暗條紋；雙狹縫干涉實驗則想像成是由兩個相同強度的點光源組成；光柵繞射的討論中，可以想像成是由許多強度相同的點光源，相隔極小但有限的距離，發出的光波繞射的結果。

圖 5-15(a) 為光柵繞射討論示意圖，若單色光源波長為  $\lambda$ ，狹縫間的距離為  $d$ ，其中自點 1 與點 2 發出的光線可視為互相平行，若這兩道光線到屏幕的光程差恰為  $\lambda$  時，產生完全建設性干涉，這一條件對於由點 2 與點 3 發出的光線依然成立，也就是波長  $\lambda$  的整數倍的光程差都會產生完全建設性干涉，由於相鄰的狹縫發出光線的光程差  $\Delta \ell = d \sin \theta$ ，因此屏幕上發生最亮部分（稱為主極大，principal maximum）的位置在：

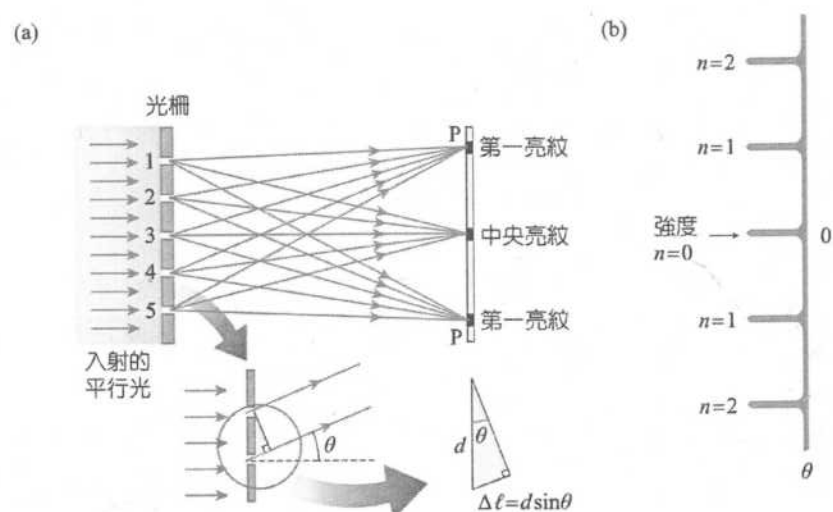


圖 5-15 (a) 光柵繞射討論示意圖，(b) 屏幕上發生的各級主極大。

主極大  $d \sin \theta = n\lambda$ ， $n = 0, 1, 2, \dots$ ，

如圖 5-15(b) 所示。

常用的光柵其狹縫常有幾百、幾千條，甚至可高達十萬條狹縫。傳統光柵是用刻線機刻的，除了要求每條刻痕要很直，刻痕的間隔、深度與剖面形狀都須一致，因此其製造過程繁複。現今常使用以微影術刻好的光柵作成的模型，在其上注入一層薄膠棉溶液，待溶液凝固後取下這層膠棉膜，並固定於兩玻片中間，便可製成透射光柵；若將取下的膠膜固定在金屬表面上，則形成反射光柵，CD 片即為一種現今隨手可得的反射式光柵。

光柵在原子、分子光譜分析上極為重要，當低密度氣體中放電時，所輻射出的不是連續光譜，而是一系列不連續光譜，稱為特徵光譜，當它們通過分析光柵後以線光譜形式出現，光柵作用原理與三稜鏡色散的分光原理類似，但是光柵對於不同波長的光的分光能力遠超過三稜鏡，即光柵分光鑑別度較三稜鏡高。正因夫朗和斐在西元 1823 年研究如何製造精細的光柵，科學家才有能力精確測定各種原子、分子光譜，其中氫原子光譜的測定，在近代物理中量子論的確立上，更有重要的貢獻。

# 109 年物理光學實驗培訓

## 試題一：

### 利用障礙物繞射測定光波長

## 試題二：

### 光碟片軌道溝槽的間距量測

班級：1509

座號：27

姓名：鄭恆安



# 物理光學實驗培訓第一題：利用障礙物繞射測定光波長

2020.10.16

一、實驗目的：利用障礙物繞射測定光波長。

二、實驗儀器：

- 1、干涉與繞射實驗組：綠光雷射、雙狹縫、單狹縫、白紙、直尺、捲尺。
- 2、金屬導線、游標尺。
- 3、剪刀、棉線、膠帶(可至公用桌拿取)。

三、實驗說明：請依照下列的方法進行實驗。

- 1、利用游標尺測量金屬導線的直徑  $10^{-4} = 10 \text{ cm} = \text{mm}$

(提醒：游標尺請勿夾太緊，有接觸到金屬導線即可)。

- 2、將金屬導線擋在綠光雷射的中央，則雷射光由金屬導線兩端通過，此情況下兩端通過的綠光亦會在光屏上形成亮暗條紋，利用此方法測量綠光雷射的波長。問距  $\Delta y = 0.4 \text{ cm}$

(註一：此種繞射稱為障礙物繞射，其繞射條紋類似單狹縫的繞射條紋)

(註二：可與綠光雷射波長的理論值  $\lambda = 532 \text{ nm}$  比較)

- 3、已知雷射光波長，利用雙狹縫干涉實驗測量雙狹縫的間距。
- 4、已知雷射光波長，利用單狹縫繞射實驗測量單狹縫的寬度。
- 5、將步驟2中的金屬導線換成頭髮，即可利用繞射條紋實驗測量頭髮的直徑。

四、注意事項：

- 1、本實驗中由於金屬直徑與頭髮直徑寬度較大，根據單狹縫繞射的公式  $\Delta y = \frac{r\lambda}{d}$ ，若  $r$  較小則  $\Delta y$  過小，實驗結果不易觀測，可試著將  $r$  稍微取大一些，會方便實驗結果的觀察。
- 2、使用雷射時務必小心，請勿直射自己或其他人的眼睛，也不要直視反射光點過久。
- 3、實驗說明中第1點、第3點、第4點、第5點寫出實驗結果即可，實驗說明中第2點請寫出實驗設計(含裝置圖)、實驗步驟(請列點說明)、實驗數據、實驗結果、討論。
- 4、請將答案填寫在答案卷上。

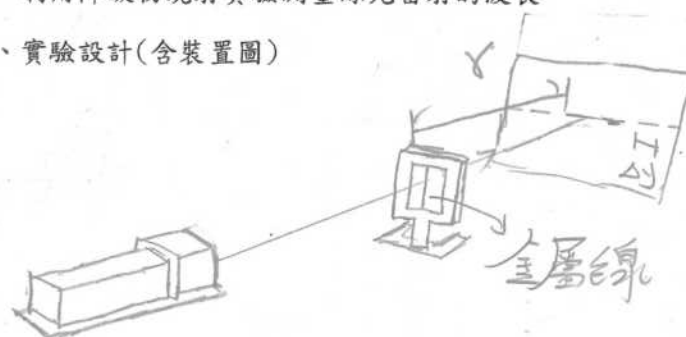
# 物理光學實驗培訓第一題：利用障礙物繞射測定光波長答案卷

一、測量結果整理(請注意有效數字與單位)

- 1、利用游標尺測量金屬導線的直徑  $d = 0.40 \text{ mm}$  ✓
- 2、利用障礙物繞射實驗測量綠光雷射的波長  $\lambda = 442.9 \text{ nm}$  ✓
- 3、利用干涉實驗測量雙狹縫的間距  $d_1 = 0.036 \text{ cm}$  ✓
- 4、利用繞射實驗測量單狹縫的寬度  $d_2 = 0.012 \text{ cm}$  ✓
- 5、利用繞射實驗測量頭髮的直徑  $d_3 = 0.014 \text{ cm}$  ✓

二、利用障礙物繞射實驗測量綠光雷射的波長

1、實驗設計(含裝置圖)



2、實驗步驟(請列點說明)

- 1、將測量過寬度的金屬導線，黏在鐵架中間
- 2、將雷射光照射在金屬導線上，在紙上產生繞射條紋
- 3、量取兩暗紋間的長度  $\Delta y$ ，導線到紙張距離  $r$
- 4、利用  $\Delta y = \frac{\lambda r}{d}$  求出  $\lambda$  建議取多組暗紋間距。

### 3、實驗數據

	①	②	③	④	⑤
$r(\text{cm})$	X	361	369	369	373
$\Delta y(\text{cm})$	X	0.4	0.55	1.6	1.45
$d(\text{mm})$	0.40mm	0.40mm	X	X	X
$\lambda(\text{nm})$	X	X	532	532	532

### 4、實驗結果(依據實驗數據算出綠光雷射的波長)

$$\textcircled{2} \lambda = \frac{\Delta y \cdot d}{r} = 442.9 \text{ nm}$$

### 5、討論(不確定度的主要來源、如何改進實驗)

1. 測量  $\Delta y$  的誤差  $\Rightarrow$  取較長寬度作平均

2.  $\Delta y$  過小  $\Rightarrow$  加大

用文字說明較好.

## 物理光學實驗培訓第二題：光碟片軌道溝槽的間距量測

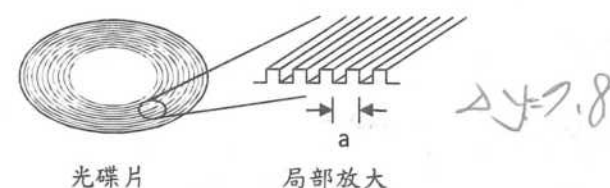
[092 學年度高級中學自然學科競賽台南區複賽物理科實驗試題]

2020.10.16

### 一、題目：

請利用以下所列器材，設計實驗求光碟片軌道溝槽的間距(如下圖所示)。

【提示：應用光繞射原理】



### 二、實驗器材：

[請清點下列器材，如有短缺請立即報告補齊。]

名稱	規格	數量
光碟片		2 片
綠光雷射	雷射中心波長：532nm	1 台
方格紙	A4, 1mm	4 張
棉線		1 捲
小刀		1 把
膠帶		1 捲
直尺		1 支
捲尺		1 支

[以上儀器不一定全部需要用到。]

### 三、說明：

- 點亮雷射時務必小心，避免射到自己或他人眼睛。
- 實驗報告請撰寫於答案卷上，內容包含實驗設計、實驗步驟、數據紀錄、作圖、計算結果及討論等。
- 實驗操作過程之評審，主要依據實驗報告，所以務必在報告中詳細記載。
- 實驗完畢後，請將所有器材還原。
- 題目隨卷繳交。



# 物理光學實驗培訓第二題：光碟片軌道溝槽的間距量測答案卷

## 一、實驗設計(不用寫原理，畫出實驗裝置圖即可)



## 二、實驗步驟(請列點說明)

1. 將雷射光源傾斜  $\theta_1$  入射 CD 片
2. 在屏上產出若干個光點  $\alpha, \beta$  要有較說明
3. 計算每個光點與水平面的夾角  $\alpha, \beta$
4. 因為光點產生處為建設性干涉，故差  $n\lambda$
5. 藉由光程差求生軌距  $d$  good

## 三、數據紀錄

$$\lambda = 532 \text{ nm}$$

$$\tan \theta_1 = \frac{10}{22.5} \Rightarrow \theta_1 = 23.96^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{9.4}{17.5} \Rightarrow \alpha = 22.36^\circ$$

$$\tan \beta = \frac{24.2}{17.5} \Rightarrow \beta = 54.13^\circ$$

## 四、計算結果



$$d \sin(90^\circ - \theta) - d \sin \alpha = n\lambda$$

$$d \sin(90^\circ - \theta) - d \sin \beta = (n+1)\lambda$$

$$d(\sin \beta - \sin \alpha) = \lambda$$

$$d = 1.24 \mu\text{m} \quad \checkmark$$

## 五、討論

1. 測量高度時可能影響到  $\alpha, \beta$  角度

(10月19日)

## 一、器材：

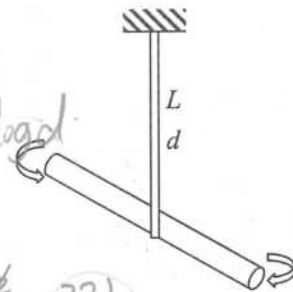
支架	1 組	漆包線(可剪短)	1 條	碼表	1 個
一字鐵片	1 片	銅線(粗, 不可剪短)	1 條	螺絲螺母	2 組
T 字鐵片	1 片	銅線(中, 不可剪短)	1 條	電子秤(共用)	1 台
金屬棒	1 支	銅線(細, 不可剪短)	1 條	老虎鉗(共用)	數支
100cm 木尺	1 支	游標尺	1 支	十字起子(共用)	數支

## 二、實驗內容：

如圖所示，棒狀物體以其中心點懸吊於金屬線下端。將棒狀物體水平旋轉一小角度後釋放，使其作週期性振盪。若此振盪週期可表示為

$$T = C \times L^x \times d^y \quad (1)$$

其中  $L$  為金屬線長度， $d$  為金屬線直徑。



1. 試測量並計算棒狀物的轉動慣量。

2. 固定  $d$ ，改變  $L$ ，試以實驗方法求得  $x$  之值。

3. 固定  $L$ ，改變  $d$ ，試以實驗方法求得  $y$  之值。

4. 已知金屬線扭轉  $\theta$  時，恢復力矩為  $\tau = \frac{\pi S d^4}{32L} \theta$ ，其中  $S$  為剪變模數， $d$  為金屬線直徑， $L$

為金屬線長度，試以上述兩種方法分別求出金屬線的「剪變模數」(Shear modulus)。

5. 已知公認值： $S_{Cu} = 44.7 \text{ GPa}$ ， $S_{Al} = 25.5 \text{ GPa}$ ， $S_{鐵} = 52.5 \text{ GPa}$ ， $S_{鋼} = 79.3 \text{ GPa}$ 。試比較上題中兩種不同方法所求出的剪變模數  $S$ ，何者較準確？並討論其理由。

參考資料：93 年度全國賽實驗試題

提醒：目的、原理、器材、裝置、步驟、結果、計算、誤差分析、討論。

提醒

(1) 當理論式是  $y = ax^n$ ， $\log y = \log a + n \log x$  時，應避免使用此方法求截距  $\log a$ 。

(2) 若無可避免地必須用截距  $\log a$  來推算實驗所求物理量時，也要讓  $\log x$  盡量分佈在原點附近，以增加  $\log a$  的準確度。

[建議作答格式]

1. 試測量並計算棒狀物的轉動慣量。

(1) 金屬棒長度 = 75cm (2) 金屬棒質量 = 432.0g  
(3) 轉動慣量(計算過程) =  $\frac{1}{12}ML^2 = 0.02025$

2. 固定  $d$ ，改變  $L$ ，試以實驗方法求得  $x$  之值。

(1) 金屬線直徑  $d =$  0.13cm

(2) 測量並記錄(單位)

$L(\text{cm})$	$10T(\text{s})$	$T(\text{s})$	$\log L$	$\log T$
27	47.5	4.75	1.4313	0.6748
23.5	43.5	4.35	1.3719	0.6374
21.5	42.2	4.22	1.3324	0.6253

(3) 回歸，以 AA 對 BB 作圖，以最小平方方法回歸直線，得到  $x =$  0.511  
 $S = 33.5 \text{ GPa}$

3. 固定  $L$ ，改變  $d$ ，試以實驗方法求得  $y$  之值。

(1) 金屬線長度  $L =$  24cm

(2) 測量並記錄(單位)

$d(\text{cm})$	$10T(\text{s})$	$T(\text{s})$	$\log d$	$\log T$
0.1	61.91	6.191	-1	0.7919
0.15	28.8	2.88	-0.823	0.4593
0.2	16.82	1.682	-0.698	0.2250

(3) 回歸，以 AA 對 BB 作圖，以最小平方方法回歸直線，得到  $y =$  -1.88  
 $S = 51.8 \text{ GPa}$

4. 試以上述兩種方法分別求出金屬線的「剪變模數」(Shear modulus)。

請分別求出，若可以，試著算出標準差。

5. 已知公認值： $S_{Cu} = 44.7 \text{ GPa}$ ， $S_{Al} = 25.5 \text{ GPa}$ ， $S_{鐵} = 52.5 \text{ GPa}$ ， $S_{鋼} = 79.3 \text{ GPa}$ 。試比較上題中兩種不同方法所求出的剪變模數  $S$ ，何者較準確？並討論其理由。

[基礎]

計算測量值與公認值的百分誤差，看誰準。

[進階]

(1) 比較  $\frac{\text{標準差}}{\text{測量值}} \times 100\%$ ，看誰比較小。

(2) 檢查公認值是否有在標準差的範圍內。

[討論]

(1) 列出各測量值的  $\frac{\text{誤差值}}{\text{測量值}} \times 100\%$ ，討論其重要性。

(2) 討論若某測量值不小心量高或量低時，對最後結果的影響。

## 一、題目：銅的剪變模數之量測。

## 二、預備知識：固體的彈性剪切形變(elastic shear deformation)，簡稱「彈性剪變」，以及剪變模數(shear modulus)之認識與應用。

在日常生活中，我們用螺絲起子鬆開或鎖緊螺絲。若遇到生鏽且久未鬆開過的螺絲，又碰巧使用一品質不佳的螺絲起子來鬆此螺絲時，往往在用力扭轉螺絲的過程中，起子刀口將永久變形或扭斷。此乃由於起子的金屬材質之剪變模數不夠高之故。通常「剪變模數」也稱為「剛性模數」(modulus of rigidity)  $S$ ，定義為一固體承受一「剪應力」(shear stress)  $\tau$  對所造成之彈性剪變的「剪應變量」(shear strain)  $\gamma$  之比值，即  $S = \tau / \gamma$ 。而  $S$  與固體的彈性壓縮-伸張形變之「楊氏模數」(Young's modulus)  $Y$  同為彈性體力學之最基本且重要的物性常數。由下圖所示之固體的彈性剪變示意圖，我們定義了  $\tau = F/A$ ， $\gamma = \tan \alpha = x/h$ 。其中  $F$  為施於固體頂面的外力，而  $-F$  為施於固體底面的外力， $A$  為固體施力面(即頂面及底面)的面積， $\alpha$  為彈性剪變角度， $x$  為固體彈性剪變後之頂面對底面的位移， $h$  為固體的高度。由圖可以看出，若固體的形變是彈性形變，則當解除

外力時，固體將會完全恢復未形變前之形狀。通常  $\tau$  的單位是 Newton / m<sup>2</sup> 即「Pascal」(簡寫為 Pa)，而  $\gamma$  是無單位的，

因此  $S$  的單位亦是 Pa (又  $10^6 \text{ Pa} = \text{MPa}$ ， $10^9 \text{ Pa} = \text{GPa}$ )。特別要留意的是  $S$  與  $Y$  只有在固體的彈性形變範圍內才有實質意義，而且對同種物質在相同溫度條件下， $S$  與  $Y$  必定都是常數，此即一般所謂的「虎克定律」(Hooke's law)。然而當固體受到過大的應力時，將進行「非彈性形變」，或稱為「塑性形變」(plastic deformation)，即俗稱的「永久變形」，此時  $S$  與  $Y$  便完全失去意義。

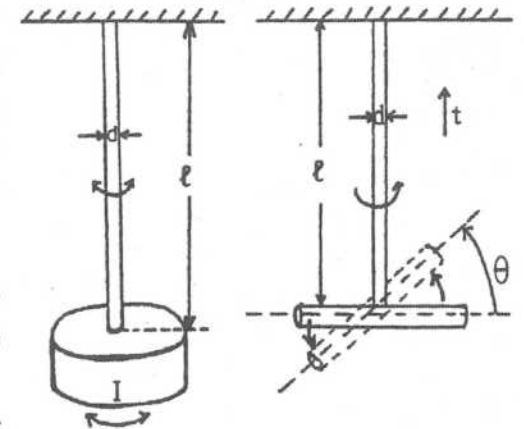
$$Y = \frac{FA}{\Delta L} \quad S = \frac{FA}{\Delta x}$$

彈性剪變與剪變模數之應用甚多，例如聲波若在固體中傳播時，除了縱波外，也會有橫波存在。此橫波又稱為「剪力波」(shear waves)，其速度為  $V_s = (S/\rho)^{1/2}$ ， $\rho$  為固體密度，因此  $S = \rho V_s^2$ 。此外有趣的是通常一螺線管彈簧之彈性壓縮與伸張，其彈簧力常數  $k$  竟然與  $S$  成正比，而不是與  $Y$  成正比，亦即彈簧之彈性壓縮與伸張並非由於螺旋金屬線之實質彈性壓縮與伸張，而

是由於螺旋金屬線之彈性剪變所導致之外觀上的壓縮與伸張現象。因此彈簧力常數  $k$  根本就不是一物性常數， $S$  才是該螺旋金屬線的一個最相關的物性常數， $k$  的數值大小尚與彈簧的螺管直徑  $D$ ，螺線總圈數  $N$ ，及螺旋金屬線粗細(直徑  $d$ ) 等幾何參數有關，即  $k = Sd^4 N^3 / 8D^3$ ，其中指數  $\alpha$  與  $\beta$  均為整數。

通常測量  $S$  值的方法可分動態與靜態兩種。動態方法即是扭擺測量法，如左圖所示，將一均勻的待測材料細線(直徑  $d$ ，長度  $\ell$ ) 垂直懸吊，上端完全固定，下端則固定於一質量甚大的擺錘上，並使擺錘以細線為固定轉軸做左右彈性旋扭之週期運動。設此時擺錘之轉動慣量為  $I$ ，細線做彈性旋扭之力常數為  $k_t$ ，則其左右旋扭週期為  $T = 2\pi(I/k_t)^{1/2}$ ，而  $k_t = \pi S d^4 / 32 \ell$ ，因此即可求得  $S = 128 \pi I \ell / T^2 d^4$ 。

靜態方法如上右圖所示，也是將一均勻的待測材料細線(直徑  $d$ ，長度  $\ell$ ) 垂直懸吊，上端完全固定，下端則固定於一支與細線相垂直之細直柄上。今對細直柄施加一平行於細線的力矩  $t$ ，在彈性範圍內，使柄扭轉  $\theta$  角度，如此即可求得  $S = 32 \ell t / \pi \theta d^4$ 。

三、問題說明：根據以上之預備知識及以下之實驗器材，並評估實驗完成時間，設計出一套在所有可能的方案中誤差最小的實驗方法來測量銅的剪變模數  $S$  值。

## 四、實驗器材：裸銅線 5 條(均 1m 長)、10cm 長細直管 3 支、砝碼 1 盒、鐵架附鐵夾及鐵夾固定夾 1 套、碼錶 1 個、螺旋測微器 1 支、游標尺 1 支、30cm 直尺 1 支、銅線剪 1 把、剪刀 1 把、透明膠帶 1 卷、縫衣線一卷、方格紙及 A-4 白紙各五張。

## 五、實驗內容：實驗過程與實驗結果之撰寫務必包含以下各項。

(60 分)

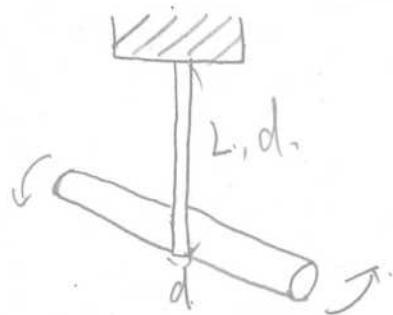
1. 實驗設計與裝置圖。
2. 實驗方法與基本原理。
3. 相關量測數據表。
4. 每項量測必重覆多次以求其平均值及標準差。
5. 數據關聯圖繪製，每個圖至少包含 5 個數據點，並求得其最佳符合曲線。

實驗目的：藉測量金屬線作角簡諧運動的週期，推算其剪變模數 $\chi$ 。

實驗原理：因為作角簡諧運動，滿足  $\tau = k\theta = \frac{\pi \chi d^4}{32L} \theta$   
又其週期  $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}$   $\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{32LI}{\pi \chi d^4}}$   
 $= C \times L^x \times d^y$

實驗器材：銅金屬線，支架，一字，T字鐵片，碼表，螺絲母，金屬棒，木尺，游標尺。

實驗裝置：



- 實驗步驟：
1. 試測量並計算棒狀物的轉動慣量。
  2. 固定  $d$  改變  $L$ ，試以實驗方法求  $x$  之值。
  3. 固定  $L$ ，改變  $d$ ，試以實驗方法求  $y$  之值。
  4. 試以上述兩種方法分別求出金屬線的剪變模數 $\chi$ 。

實驗結果：金屬棒質量：432.0g，長度 95.0cm

①  $\rightarrow T = ??$

$L_{cm}$	$10T(s)$	$T(s)$	$\log L$	$\log T$	$d$
27	47.3	4.73	1.4313	0.6748	
23.5	43.4	4.34	1.3710	0.6374	0.13cm
21.5	42.2	4.22	1.3324	0.6253	

②

$d_{cm}$	$10T(s)$	$T(s)$	$\log d$	$\log T$	$L$
0.1	61.91	6.191	-1	0.7917	
0.15	28.8	2.88	-0.823	0.4593	24cm
0.2	16.82	1.682	-0.698	0.2258	

計算與推導：

圖在哪??

$$T = C \cdot L^x \cdot d^y \Rightarrow \log T = \log C + x \log L + y \log d$$

經由①的實驗結果以  $\log T$  對  $\log L$  以迴歸得  $x \pm 0.511$

經由②的實驗結果以  $\log T$  對  $\log d$  以迴歸得  $y \pm -1.88$

而經由  $T = 2\pi \sqrt{\frac{32LI}{\pi \cdot S \cdot d^4}} = C \cdot L^x \cdot d^y \Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad y = -2$  (符合實驗)

∴ 以  $T$  對  $L$  及  $T^2$  對  $d^{-4}$  作圖求  $S$

(圖一)

(圖二)

由斜率  $\rightarrow S = ??$   
如何求?

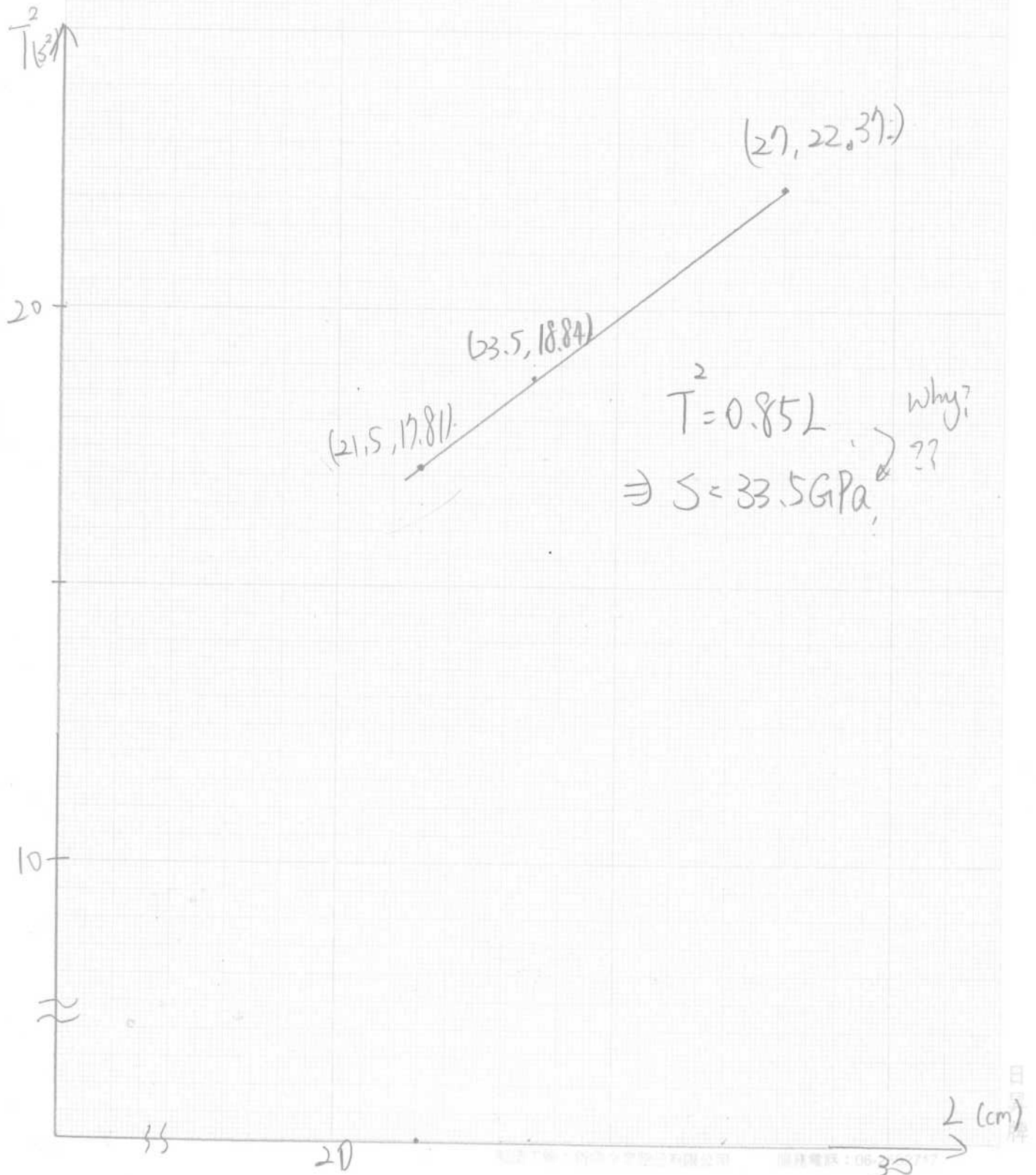
討論：

由①, ②實驗推得的  $S$  的誤差偏大，可能因素有

1. 測量長度  $L$  時的百分誤差約為  $\frac{5mm}{300} \div 1.67\%$

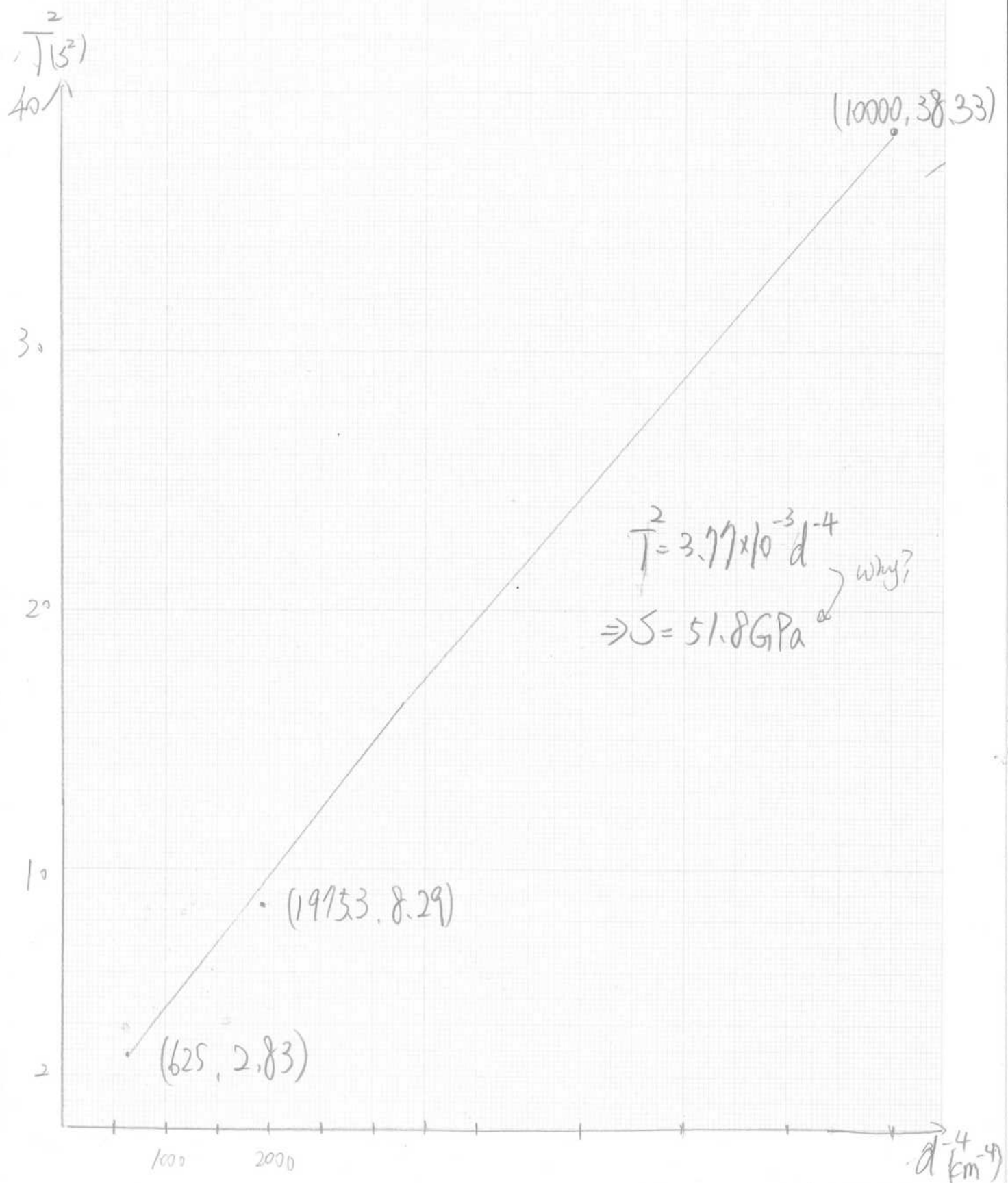
2. 測量週期  $T$  時的百分誤差約為  $\frac{0.5}{40} \div 1.25\%$

3. 測量  $d$  時的百分誤差  $\frac{0.01}{0.15} \div 6.67\%$  (為主要誤差來源)





$$\frac{b}{a} =$$



## 一、題目：磁力

請利用未知重量的金屬球，設計實驗測出兩塊相同強力磁鐵之間斥力隨距離變化的關係。

## 二、實驗器材

名稱	規格	每組數量	備註	
圓柱形磁鐵	直徑 1 cm、高度 1 cm	2 塊		
圓形吸管(珍奶)	直徑 1.2 cm、高度 20 cm	2 支		
矩形磁鐵(綠色)	5 cm×6 cm	1 片		
金屬球	直徑 1 cm	10 個		
方格紙		2 張		
剪刀		1 支		
厚雙面膠帶		1 塊		
塑膠吸管		1 支		
計算機		1		
量筒	100cc	1 個		
竹筷		2 支		
膠台			一台	

## 三、實驗報告

包括實驗目的、實驗器材、實驗設計原理、實驗步驟、實驗記錄、作圖、結果與討論、誤差分析

(1)測出金屬球、強力磁鐵質量(若時間不足時，提供天平測量質量)(用方格紙取代直尺)

(2)強力磁鐵間的斥力與距離的關係。

1.加法與減法： $(\bar{x} \pm \sigma_x) + (\bar{y} \pm \sigma_y) = (\bar{x} + \bar{y}) \pm \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$        $(\bar{x} \pm \sigma_x) - (\bar{y} \pm \sigma_y) = (\bar{x} - \bar{y}) \pm \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$

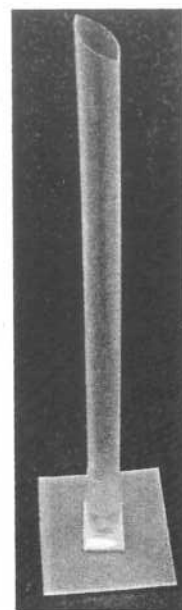
2.乘法與除法： $(\bar{x} \pm \sigma_x) \times (\bar{y} \pm \sigma_y) = (\bar{x} \cdot \bar{y}) \pm \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{\bar{x}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{\bar{y}}\right)^2}$

$$(\bar{x} \pm \sigma_x) \div (\bar{y} \pm \sigma_y) = \frac{\bar{x}}{\bar{y}} \pm \frac{\bar{x}}{\bar{y}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{\bar{x}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{\bar{y}}\right)^2}$$

3.乘方的誤差傳播： $(x \pm \sigma_x)^n = x^n \pm x^n \cdot n \cdot \left(\frac{\sigma_x}{x}\right) = x^n \pm nx^{n-1} \cdot \sigma_x$

4.指數的誤差傳播： $a^{(x \pm \sigma_x)} = a^x \pm a^x \cdot \ln(a) \cdot \sigma_x$        $e^{(x \pm \sigma_x)} = e^x \pm e^x \cdot \sigma_x$

5.對數的誤差傳播： $\log_a(x \pm \sigma_x) = \log_a x \pm \frac{\sigma_x}{x \cdot \ln(a)}$        $\ln(x \pm \sigma_x) = \ln x \pm \frac{\sigma_x}{x}$



(若時間不足時，提供天平測量質量)

### 磁力實驗表格 (提供天平)

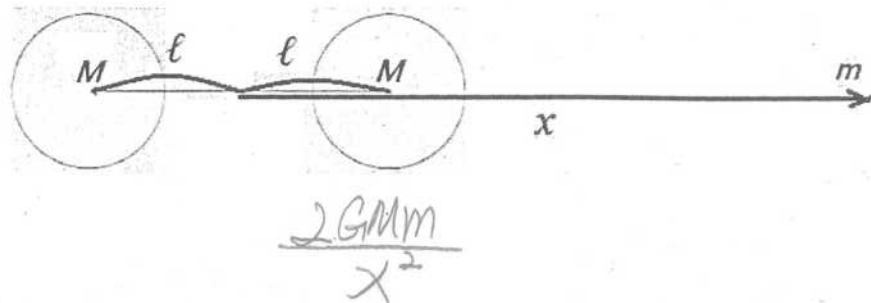
	力 F(gw)	距離 r (cm)	Log(F)	Log(r)	
強力磁鐵質量 m <sub>1</sub>	5.9	4.5	0.7708	0.6532	
強力磁鐵+1 鋼珠質量 m <sub>2</sub>	10.2	3.3	1.0086	0.5185	
強力磁鐵+2 鋼珠質量 m <sub>3</sub>	14.5	2.9	1.1613	0.4623	
強力磁鐵+3 鋼珠質量 m <sub>4</sub>	18.8	2.7	1.2741	0.4313	
強力磁鐵+4 鋼珠質量 m <sub>5</sub>	23.1	2.55	1.3636	0.4065	
強力磁鐵+5 鋼珠質量 m <sub>6</sub>	27.4	2.4	1.4377	0.3802	
強力磁鐵+6 鋼珠質量 m <sub>7</sub>	31.7	2.25	1.501	0.3521	
強力磁鐵+7 鋼珠質量 m <sub>8</sub>	36	2.2	1.5563	0.3424	
強力磁鐵+8 鋼珠質量 m <sub>9</sub>	40.3	2.15	1.6053	0.3324	

以 log(F) 為縱座標、以 log(r) 為橫座標作圖，寫出直線關係式與相對誤差

$$\log(F) = 2.437 - 2.644 \log(r)$$

$$R^2 = 0.9782$$

(4) 兩個星球  $M$  與  $M$  相距  $2\ell$ ，在兩星球連線的延長線上有一個位置距二者連線中點為  $x$ ，該位置有個質量為  $m$  的質點，若  $x$  遠大於  $\ell$  時，則  $m$  所受的重力  $F$  與  $x$  的次方關係為何？



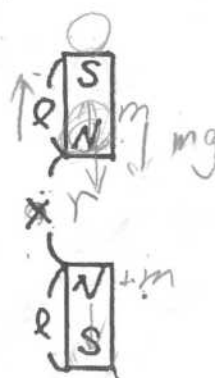
(5) 兩點電荷  $+q$  與  $-q$  相距  $2\ell$ ，在兩電荷連線的延長線上有一個位置距二者連線中點為  $x$ ，該位置有個正電荷  $Q$ ，若  $x$  遠大於  $\ell$  時，則  $Q$  所受的電力  $F$  與  $x$  的次方關係為何？

$$F = \frac{-kQq}{(x-l)^2} + \frac{kQq}{(x+l)^2} = kQq \cdot \frac{(x+l)^2 - (x-l)^2}{(x-l)^2(x+l)^2} = \frac{-4l \cdot kQq}{x^3}$$

$-2 - \frac{4l}{x} + 1$   
 $-1 + \frac{4l}{x}$

(6) 兩相同理想磁鐵，設兩磁極強度為  $m$ 、兩極間距為  $\ell$ 。在右圖中磁鐵鉛直放在水平的地面上，另一磁鐵在空中呈平衡狀態，若磁極間的磁力也類似庫倫定律的關係。則平衡時兩磁鐵間距為  $x$ ，當  $x$  遠大於  $\ell$  時，磁鐵間磁力  $F$  與間距  $x$  的次方關係為何？

$$F = \frac{km^2}{x^2} + \frac{km^2}{\ell^2} - \frac{km^2}{(\ell+x)^2} = km^2 \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{\ell^2} - \frac{1}{(\ell+x)^2} \right)$$



實：  
理：

$f$  is continuous at  $(a,b)$  and differentiable at  $(a,b)$   
 if  $f(a) = f(b)$ ,  $a \neq b$   
 $\exists c \in (a,b) \ni f'(c) = 0$  or  $f'(c)$  undefined.

LM

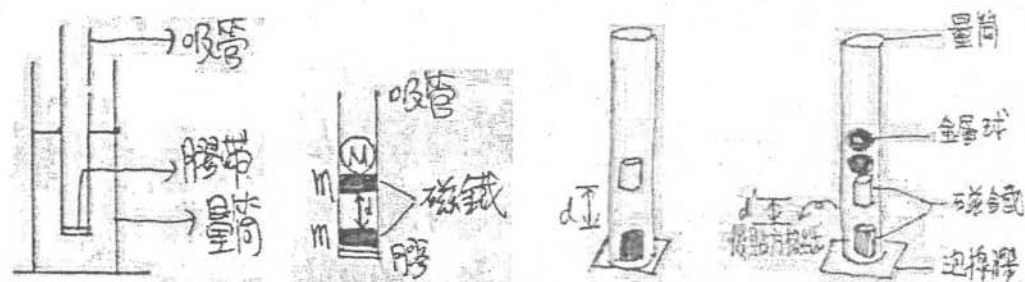
$$\exists c \in (a,b) \ni f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

IV

實驗原理：

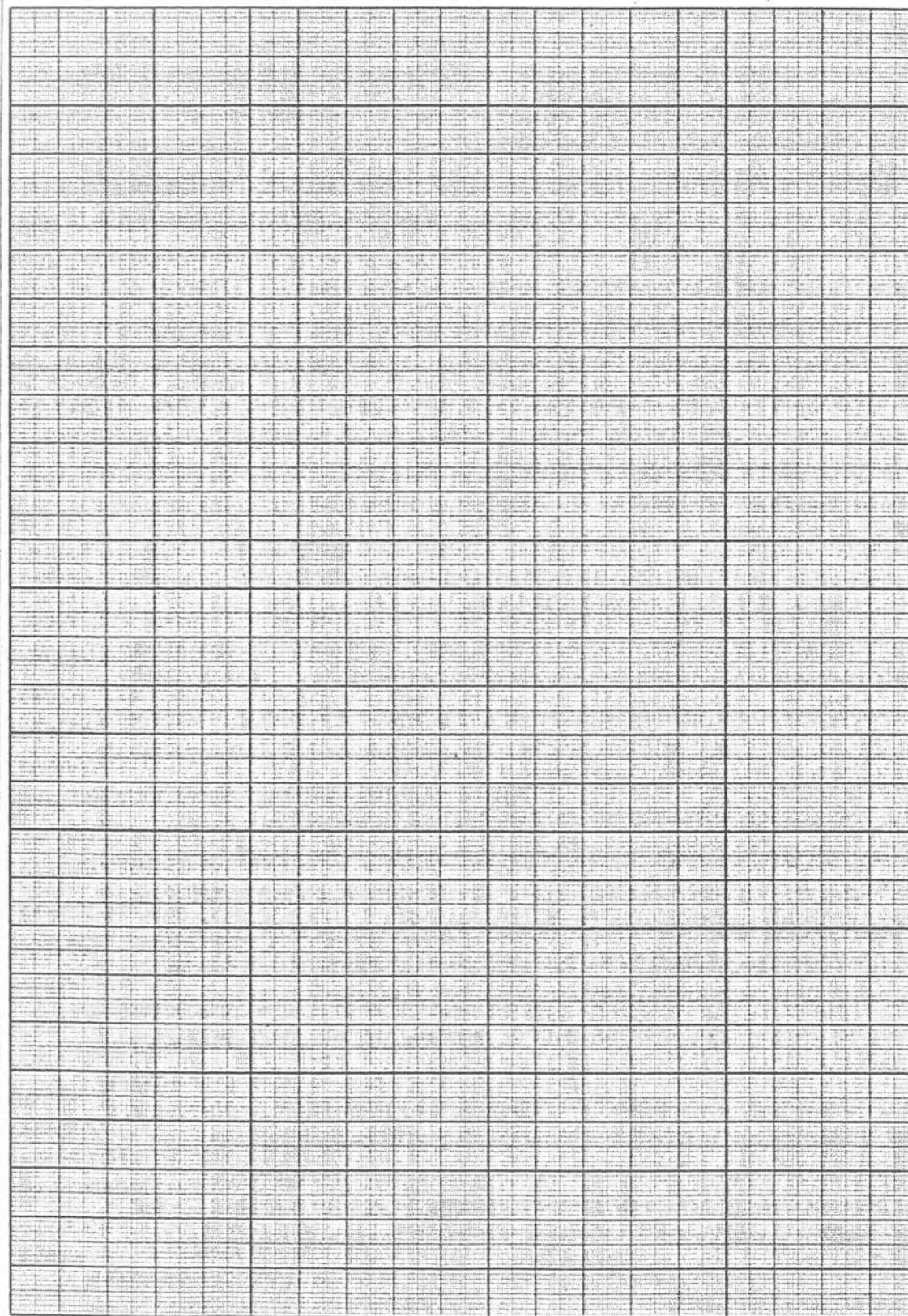
(一)量測磁鐵、金屬球密度：

利用浮體浮力等於浮體的重量，先用膠帶將吸管一端封住，置入裝水的量筒中，再分別將磁鐵或金屬球置入吸管中形成浮體，利用置入前後量筒內水面高度的變化即為排開水的體積，因為水的密度約為 1，所以排開水的體積恰為浮體的重量。若將磁鐵或金屬球單獨置入裝水的量筒中，可以得到磁鐵或金屬球的體積。

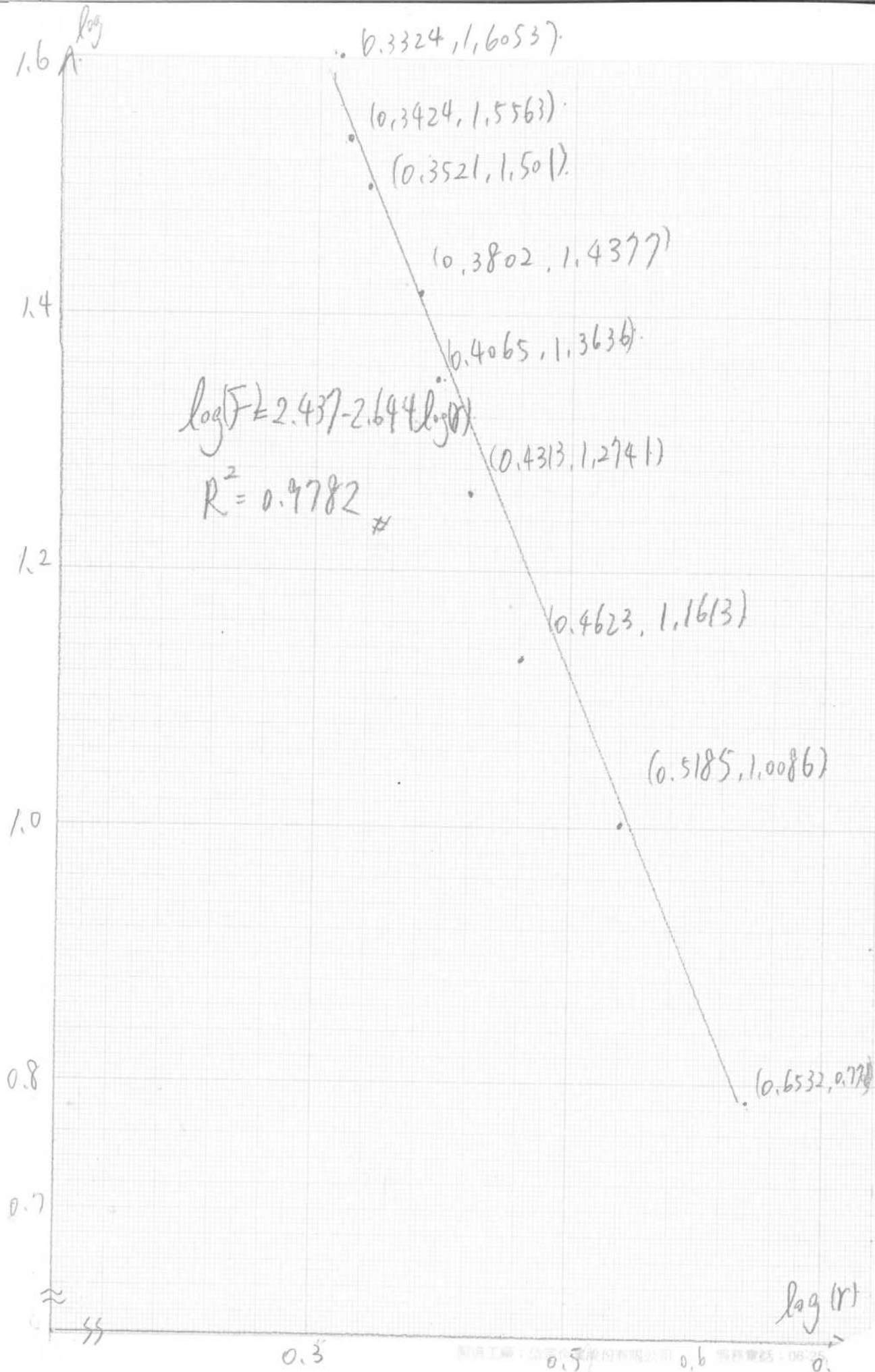


(二)量測兩磁鐵間斥力與距離的關係：

剪下一直條方格紙黏在粗吸管上作為刻度，由於兩磁鐵間斥力  $F$  等於上方磁鐵與鋼珠的重力  $W$ ，改變不同的鋼珠數量並測量兩磁鐵間的距離  $x$ ，設計表格並將實驗數據紀錄在表格中，在方格紙上描出數據，嘗試畫出  $F$ (克重)與  $x$ (公分)的關係圖形。







一、目的：利用複擺測重力加速度

1509 27 鄭煥安

## 二、原理與裝置圖

原理推導：1.  $\tau = I\alpha \Rightarrow -mgL\sin\theta = I\alpha = I\ddot{\theta}$

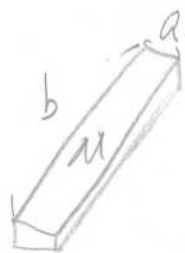
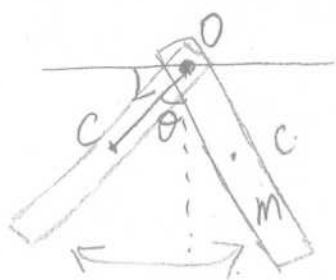
2.  $\because \theta \rightarrow 0 : \sin\theta \approx \theta \Rightarrow -mgL\theta = I\ddot{\theta}$

3.  $\ddot{\theta} = -\omega^2\theta \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{I}{mgL}}$

4.  $I = I_c + mL^2 \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{I_c + mL^2}{mgL}}$

5.  $T^2L = \frac{4\pi^2}{g}L^2 + \frac{4\pi^2}{mg}I_c \quad (Y = MX + K)$

裝置圖：



$$I_c = \frac{M}{12}(a^2 + b^2)$$

C: 質心

O: 旋轉點

L:  $\overline{OC}$

$I$ : 對 O 點的轉動慣量

$I_c$ : 對質心的轉動慣量

m: 物體質量

g: 重力加速度

$\theta$ : OC 連線與鉛垂線的夾角

## 三、步驟

1. 將迴紋針板直並穿入壓克力板

2. 將(1)用砝碼壓在桌面上，使壓克力板能穩定擺動

3. 將壓克力板提至一高度使擺角  $< 5^\circ$  開始進行擺動

4. 測量來回 10 次週期所花費時間，重複數次，具體次數

5. 將 1~4 重複數次，並改變針穿入的洞對應的 L



#### 四. 數據整理與分析

L	0.29	0.28	0.27	0.26	0.25 (m)
1st	8.74	8.62	8.58	8.37	8.38
2nd	8.71	8.61	8.52	8.42	8.32
3rd	8.72	8.61	8.57	8.45	8.42
平均 (10T)	8.72	8.61	8.56	8.41	8.37
(T)	0.872	0.861	0.856	0.841	0.837

標準差:  $\sigma$   
不確定度:  $\mu$

L	0.19	0.18	0.17	0.16	0.15 (m)
1st	7.19	7.10	6.97	6.89	6.91
2nd	7.36	7.10	6.95	6.95	6.96
3rd	7.24	7.15	6.98	6.97	6.93
平均 (10T)	7.26	7.11	6.97	6.94	6.93
(T)	0.726	0.711	0.697	0.694	0.693

時間夠要寫

$L^2 (m^2)$	0.0225	0.0256	0.0289	0.0324	0.0361
$T^2 (s^2)$	0.0720	0.0770	0.0825	0.0910	0.1001
$L (m)$	0.0625	0.0676	0.0729	0.0784	0.0841
$T^2 (s^2)$	0.1751	0.1839	0.1974	0.2076	0.2205

$$\Rightarrow T^2 = 0.0120 + 2.521 L^2 = \frac{4\pi^2}{mg} I_c + \frac{4\pi^2}{g} L^2 \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{2.521} \approx 15.66 \text{ m/s}^2$$

( $r = 0.999$ )

#### 討論與結論

本次實驗精密度高但準確度低，應該是因為在測量週期時造成的 T 的誤差。

怎樣的誤差使 T 太大 or 太小，導致怎樣的結果，彼此的因果關係是否合理。

$\frac{2}{TL}$   
( $10^{-4} \cdot s \cdot m$ )

2000

1500

1000

500

250

$$\frac{2}{TL} = 0.0120 + 2.5(2L)$$

$r = \underline{\hspace{2cm}}$

625.729  
625.729

625.729

(289.825)

624.910

(361.1001)

(616, 1839)

(229, 1978)

(184, 2076)

(841, 2205)

製造工場：500 630 630 電話：08-750-17

$L^2$  ( $10^{-4} m^2$ )

日昇牌