



Capítulo 7

Recursão e Iteração

1. Considere a seguinte função:

```
def misterio(x, n):  
    if n == 0:  
        return 0  
    else:  
        return x * n + misterio(x, n - 1)
```

- (a) Explique o que é calculado pela função `misterio`. 
 - (b) Mostre a evolução do processo gerado pela avaliação de `misterio(2, 3)`.
 - (c) De que tipo é o processo gerado pela função apresentada? Justifique. 
 - (d) Se a função apresentada for recursiva de cauda, defina uma nova função recursiva por transformação da primeira de modo a deixar operações adiadas; se for uma função recursiva com operações adiadas, defina uma função recursiva de cauda.
2. Suponha que as operações de multiplicação (*) e potência (**) não existiam em Python e que pretende calcular o quadrado de um número natural. O quadrado de um número natural pode ser calculado como a soma de todos os números ímpares inferiores ao dobro do número

$$n^2 = \sum_{i=1}^n (2i - 1)$$

Note que o dobro de um número também não pode ser calculado recorrendo à operação de multiplicação. Escreva uma função que calcula o quadrado de um número natural utilizando o método descrito.

- (a) Usando recursão com operações adiadas.
- (b) Usando recursão de cauda.

(c) Usando um processo iterativo.

3. Escreva a função `numero_digitos` que recebe um número inteiro positivo n , e devolve o número de dígitos de n . O seu programa não deve recorrer a cadeias de caracteres. Por exemplo,

```
>>> numero_digitos(9)
1
>>> numero_digitos(1012)
4
```

- (a) Usando recursão com operações adiadas.
- (b) Usando recursão de cauda.
- (c) Usando um processo iterativo.

4. Um número é uma capicua se se lê igualmente da esquerda para a direita e vice-versa. Escreva a função recursiva de cauda `e_capicua`, que recebe um número inteiro positivo n , e devolve verdadeiro se o número for uma capicua e falso caso contrário. A sua função deve utilizar a função `numero_digitos` do exercício anterior. Por exemplo,

```
>>> capicua(12321)
True
>>> capicua(1221)
True
>>> capicua(123210)
False
```

5. O espelho de um número inteiro positivo é o resultado de inverter a ordem de todos os seus algarismos. Escreva a função recursiva de cauda `espelho`, que recebe um número inteiro positivo n , não divisível por 10, e devolve o seu espelho. Por exemplo,

```
>>> espelho(391)
193
>>> espelho(45679)
97654
```

6. Escreva uma função recursiva, chamada `maior_inteiro`, que recebe um inteiro positivo, `limite`, e que devolve o maior inteiro (n) tal que $1 + 2 + \dots + n \leq \text{limite}$. Por exemplo,

```
>>> maior_inteiro(6)
3
>>> maior_inteiro(20)
5
```

7. Um número d é divisor de n se o resto da divisão de n por d for 0. Escreva uma função recursiva com operações adiadas, chamada `num_divisores` que recebe um número inteiro positivo n , e tem como valor o número de divisores de n . No caso de n ser 0, a sua função deverá devolver 0. Por exemplo,

```
>>> num_divisores(20)
6
>>> num_divisores(13)
2
```

8. Usando recursão de cauda, escreva a função `soma_divisores` que recebe um número inteiro positivo n , e que devolve a soma de todos os divisores de n .
9. Um número diz-se perfeito se for igual à soma dos seus divisores (não contando o próprio número). Por exemplo, 6 é perfeito porque $1+2+3 = 6$.

(a) Usando recursão de cauda, escreva a função `perfeito` que recebe como argumento um número inteiro e tem o valor `True` se o seu argumento for um número perfeito e `False` em caso contrário. Não é necessário validar os dados de entrada.

(b) Usando recursão com operações adiadas e a função `perfeito` da alínea anterior, escreva a função `perfeitos_entre` que recebe dois inteiros positivos e devolve a lista dos números perfeitos entre os seus argumentos, incluindo os seus argumentos. Não é necessário validar os dados de entrada. Por exemplo:

```
>>> perfeitos_entre(6, 30)
[6, 28]
```

10. Um método de ordenação muito eficiente, chamado *quick sort*, consiste em considerar um dos elementos a ordenar (em geral, o primeiro elemento da lista), e dividir os restantes em dois grupos, um deles com os elementos menores e o outro com os elementos maiores que o elemento considerado. Este é colocado entre os dois grupos, que são por sua vez ordenados utilizando o *quick sort*. Por exemplo, os passos apresentados na Figura 7.1 correspondem à ordenação da lista

6	2	3	1	8	4	7	5
---	---	---	---	---	---	---	---

utilizando o *quick sort*. Nesta figura, o elemento escolhido em cada lista representa-se a carregado e os elementos que já se encontram na posição correta não são representados dentro de um quadrado.

Escreva uma função em Python para efetuar a ordenação de uma lista utilizando *quick sort*.

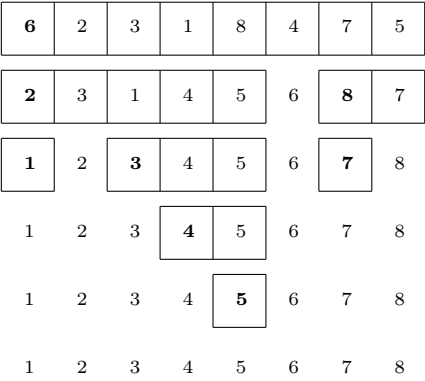


Figura 7.1: Passos seguidos no *quick sort*.