

## Série d'exercices 4

### Restauration

Février 2021

#### Exercice 1 Convolution with a Gaussian kernel

On considère deux fonctions  $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  où  $g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$ , et  $f_\sigma = f * g$ .

1. Montrer que :

$$\frac{\partial g_\sigma}{\partial \sigma} = \sigma \Delta g_\sigma, \quad g_{\sigma_1} * g_{\sigma_2} = g_{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(f * g_\sigma)(x, y) = \left( \frac{\partial f}{\partial x} * g_\sigma \right)(x, y) = \left( f * \frac{\partial g_\sigma}{\partial x} \right)(x, y)$$

2. Montrer la dernière propriété pour n'importe quelle fonction  $g$ .

#### Exercice 2 Filtres de dérivation

Montrer que le filtre suivant réalise un lissage suivi d'une dérivation.

1	0	-1
2	0	-2
1	0	-1

#### Exercice 3 Détection des contours

Soit une image  $7 \times 7$  :

3	3	1	3	3	3	4
0	3	3	3	3	3	3
3	3	3	2	3	3	12
12	3	3	3	3	12	12
10	12	2	3	3	12	12
12	14	12	12	12	12	11
11	12	12	12	10	12	12

1. Utiliser le filtre de Prewitt pour calculer le gradient de cette image.
2. Déterminer les contours de cette images comme pixels dont le gradient est supérieur à un seuil  $T = 22$  (Ne traiter pas les pixels du bord).

#### Exercice 4 Filtres de Sobel et LoG

Déterminer l'image filtrée et les contours de l'image obtenu par application d'un filtre LoG  $5 \times 5$ , avec  $\sigma = 1$ . Le seuil est 0.75 fois la moyenne de l'image filtrée. Les bords sont dupliqués.

$$I =$$

147	163	179	186	191	194	197	157
160	175	182	184	184	186	162	50
141	163	170	175	174	133	38	3
91	127	135	124	85	16	0	7
113	126	121	117	18	0	1	10
136	135	125	151	99	54	8	9
148	150	159	161	149	106	89	20
142	164	178	181	168	113	120	91

Répondre aux mêmes questions pour un filtre de Sobel  $3 \times 3$  et un seuil de 1.2.

#### Exercice 5 Méthode de moyenne

En utilisant la méthode de moyennage, déterminer le seuil de l'image 8-bit  $I$ . La valeur initiale est la moyenne de  $I$ . On s'arrête lorsque la différence entre deux seuils successifs est inférieure à 0.5.

$$I =$$

184	188	72	2
188	163	22	5
191	102	1	7
182	45	2	6

#### Exercice 6 Division-Fusion

En utilisant la 8-connectivité avec l'algorithme de division-fusion, segmenter l'image  $I$  tel que la variance au sein de chaque région est inférieure à 20.

$$I =$$

184	188	72	2
188	163	22	5
191	102	1	7
182	45	2	6

#### Exercice 7 Méthode d'Otsu

Appliquer la méthode d'Otsu à l'image suivante :

2	7	6	6
5	6	5	5
6	5	5	6
7	6	4	5