# Zusammenfassung
# Numerik III

30. November 2012

# Inhaltsverzeichnis



# 1 Einführung

## 1.1 Klassifikation von partiellen DGLs

**Definition (Partielle DGL).**

Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen. Eine *partielle DGL* $k$-ter Ordnung hat die Form

$$F(x, u, \mathrm{D}\, u, \mathrm{D}^2 u, \dots, \mathrm{D}^k u) = 0\,, \tag{PDE (*)}$$

wobei

$$F : \Omega \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \cdots \times \mathbb{R}^{n^k} \to \mathbb{R}$$

gegeben und $u : \Omega \to \mathbb{R}$ gesucht.

**Definition (Klassifikation PDEs).**

1. PDE $(*)$ heißt *linear*, wenn sie die Form

$$\sum_{|\alpha| \le k} a_\alpha(x)\, \mathrm{D}^\alpha u = f(x)$$

hat, wobei $a_\alpha : \Omega \to \mathbb{R}$, $f : \Omega \to \mathbb{R}$ gegeben.

2. PDE $(*)$ heißt *semilinear*, wenn sie die Form

$$\sum_{|\alpha| = k} a_\alpha(x)\, \mathrm{D}^\alpha u + a_0(x, u, \mathrm{D}\, u, \dots, \mathrm{D}^{k-1} u) = 0$$

hat, wobei $a_\alpha : \Omega \to \mathbb{R}$,$a_0 : \Omega \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \cdots \times \mathbb{R}^{n^{k-1}} \to \mathbb{R}$ gegeben.

3. PDE $(*)$ heißt *quasilinear*, wenn sie die Form

$$\sum_{|\alpha| = k} a_\alpha(x, u, \mathrm{D}\, u, \dots, \mathrm{D}^{k-1} u)\, \mathrm{D}^\alpha u + a_0(x, u, \mathrm{D}\, u, \dots, \mathrm{D}^{k-1} u) = 0$$

hat, wobei$a_\alpha, a_0 : \Omega \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \cdots \times \mathbb{R}^{n^{k-1}} \to \mathbb{R}$ gegeben.

4. PDE $(*)$ heißt *nichtlinear*, wenn sie nicht von Typ 1. - 3. ist.