

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Факультет компьютерных систем и сетей
Кафедра информатики
Дисциплина «Методы численного анализа»

ОТЧЕТ

к лабораторной работе №12
на тему:

**«РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ РАЗНОСТНЫХ
АППРОКСИМАЦИЙ.»**
БГУИР 1-40 04 01

Выполнил студент группы 253505
Сенько Никита Святославович

Проверил доцент кафедры
информатики
АНИСИМОВ Владимир Яковлевич

Минск 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1.Цель

2. Программная реализация

3. Тестовые примеры

3. Задание

4. Вывод

Цель:

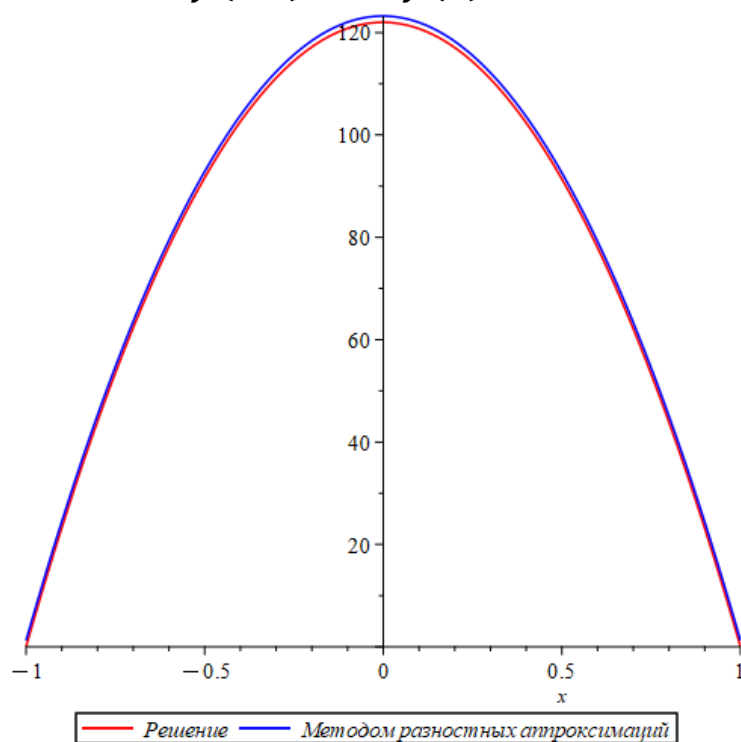
1. Изучить метод разностных аппроксимаций, составить алгоритм метода и программу их реализации, получить численное решение заданной краевой задачи
2. Составить алгоритм решения краевых задач указанными методами, применимыми для организации вычислений в СКА Maple
3. Составить программу решения краевых задач по разработанному алгоритму
4. Выполнить тестовые примеры и проверить правильность работы программ

Тестовые примеры

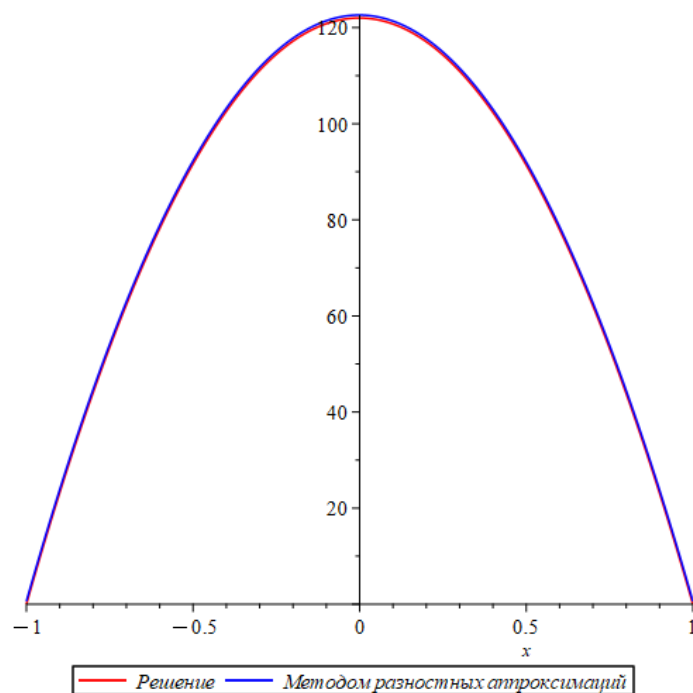
Тест 1

$$y''(x) = 2x - 244, x \in (-1, 1)$$

$$y(-1) = 0, y(1) = 0$$



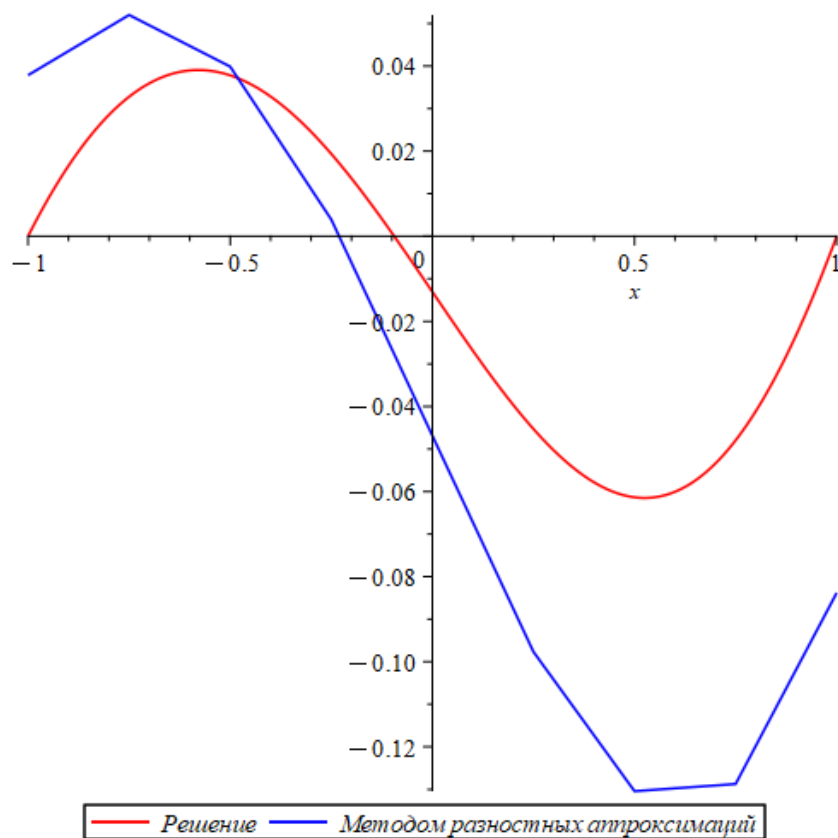
шаг $h = 0.005$, норма Чебышева = 1.226391530



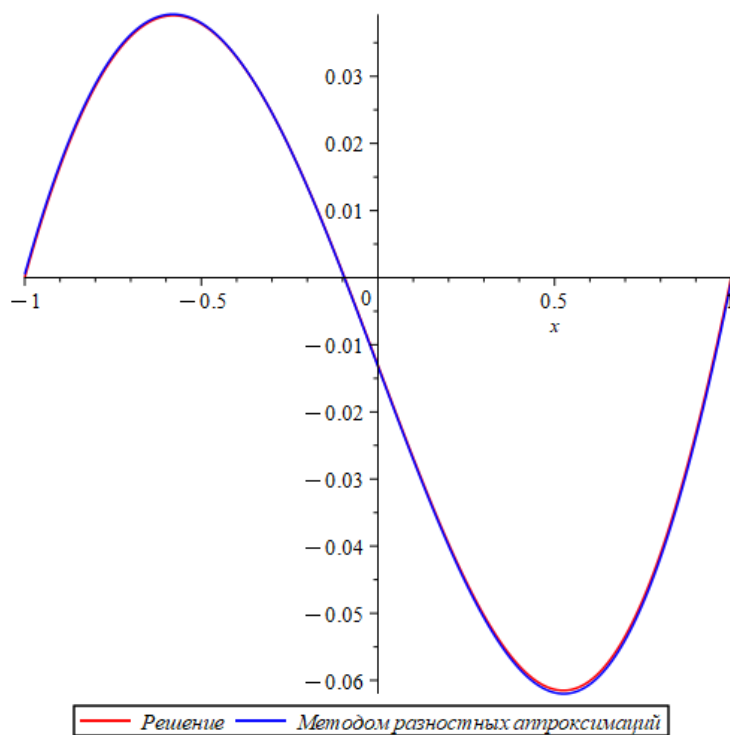
шаг $h = 0.0025$, норма Чебышева = 0.6124307055

Тест 2

$$y''(x) + y(x) * 2x = \sin(x) * \cos(x), x \in (-1,1)$$
$$y(-1) = 0, y(1) = 0$$



шаг $h = 0.25$, норма Чебышева = 1.226391530

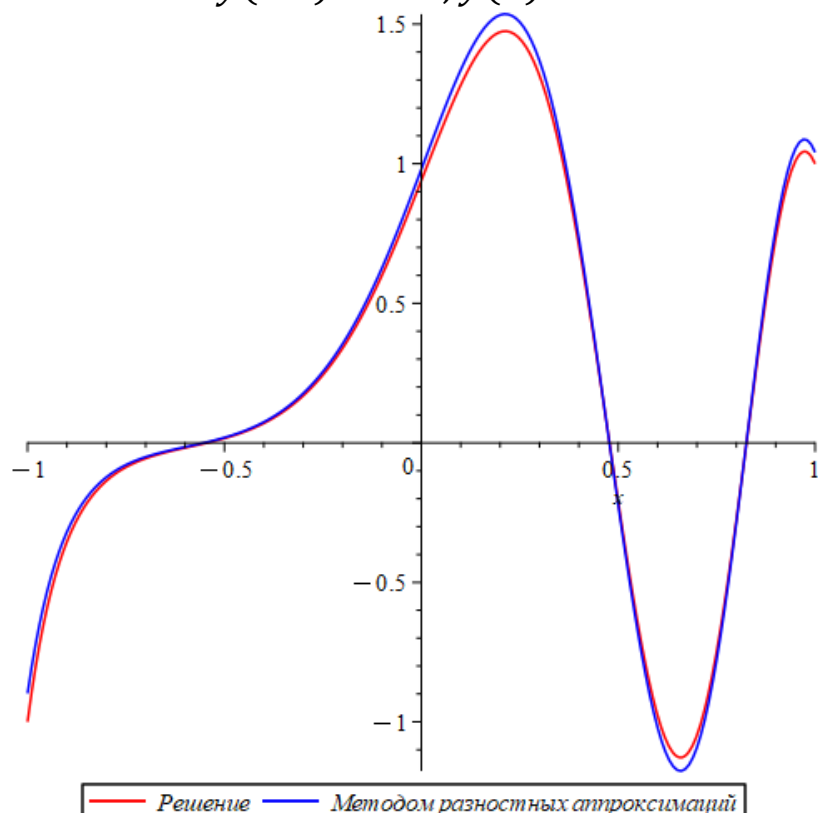


шаг $h = 0.0025$, норма Чебышева = 0.6124307055

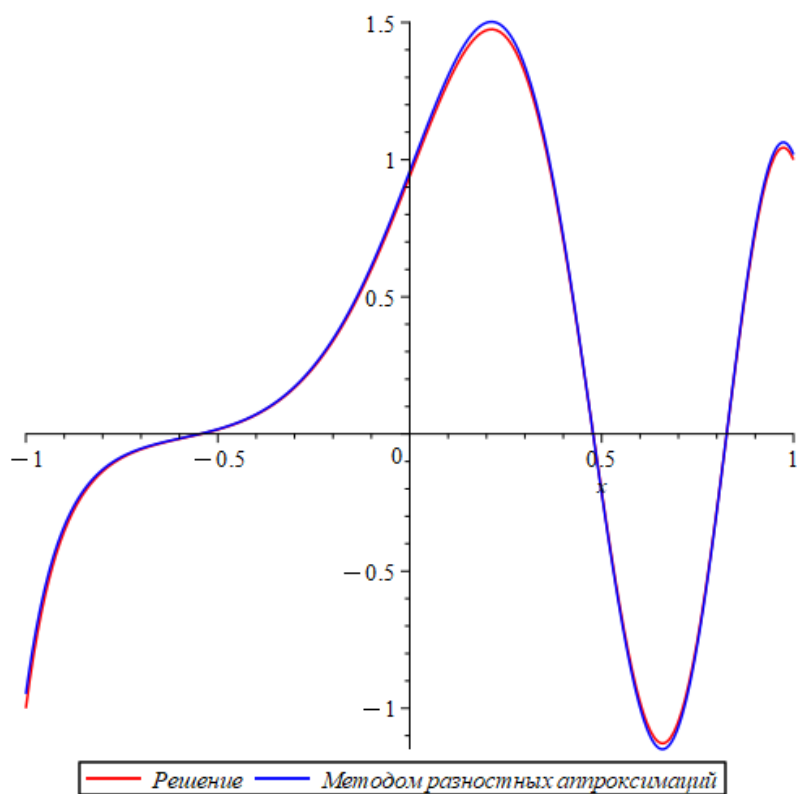
Тест 3

$$y''(x) + 123 * x * y(x) = 1, x \in (-1,1)$$

$$y(-1) = -1, y(1) = 1$$



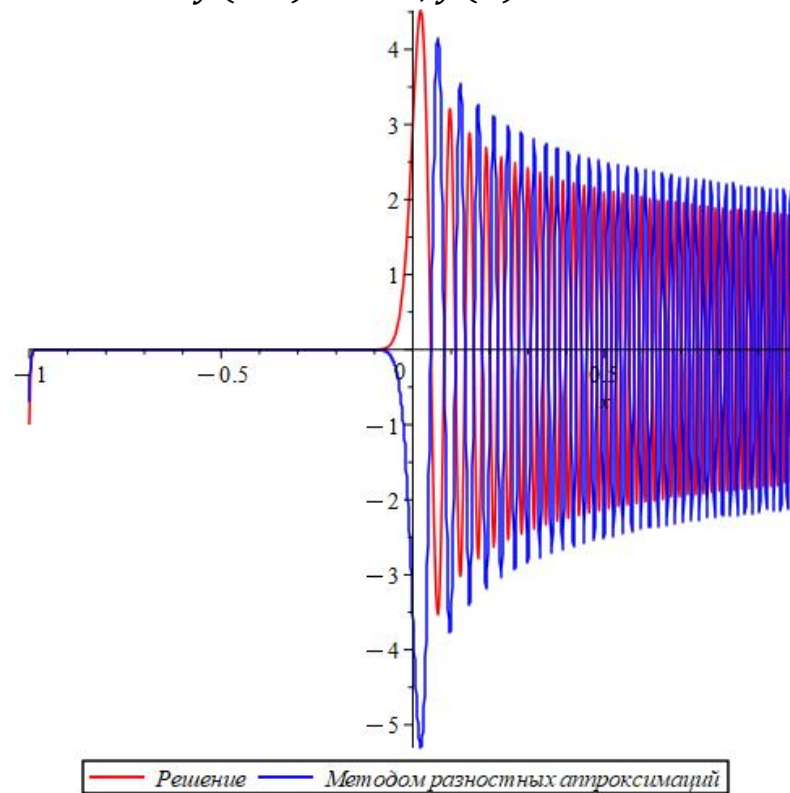
шаг $h = 0.01$, норма Чебышева = 0.1019248299



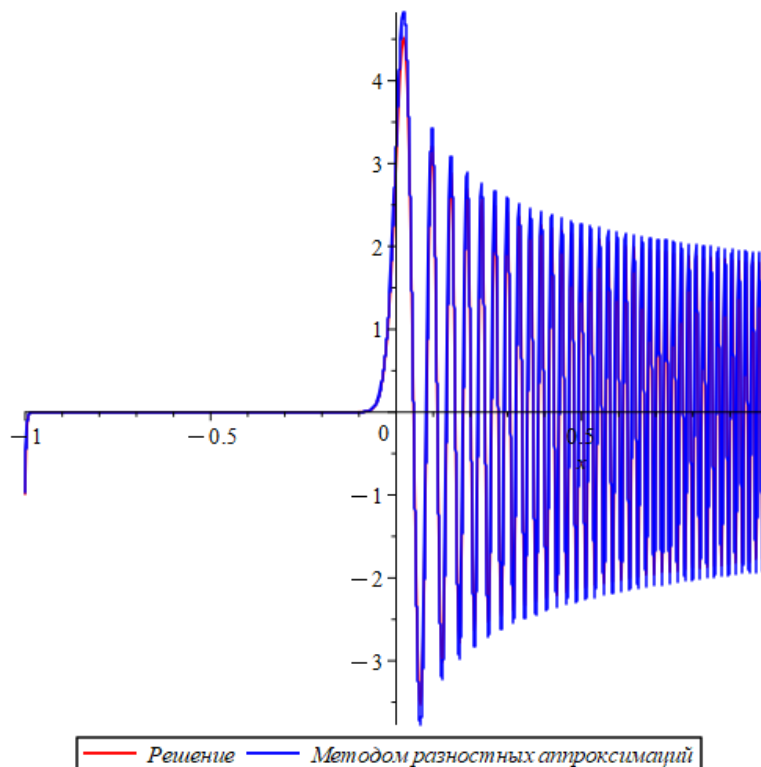
шаг $h = 0.005$, норма Чебышева = 0.0522972133

Тест 4

$$y''(x) + 123456 * x * y(x) = 0, x \in (-1,1)$$
$$y(-1) = -1, y(1) = 1$$



шаг $h = 0.01$, норма Чебышева = 9.822009063



шаг $h = 0.001$, норма Чебышева = 0.307841827

Программная реализация

Метод разностных аппроксимаций $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$

difference_method := **proc**(*p, q, f, h, l, r, L, R*)

local *a, b, c, d, i, n, x_arr, xk*;

a := *Array*([]);

b := *Array*([]);

c := *Array*([]);

d := *Array*([]);

x_arr := *Array*([]);

n := floor($\frac{r-l}{h}$);

xk := *l*;

for *i* **from** 1 **to** *n* + 1 **do**

ArrayTools:-*Append*(*a*, $1 - \frac{p(xk)}{2} \cdot h$);

ArrayTools:-*Append*(*b*, $-2 + q(xk) \cdot h^2$);

ArrayTools:-*Append*(*c*, $1 + \frac{p(xk)}{2} \cdot h$);

ArrayTools:-*Append*(*d*, $f(xk) \cdot h^2$);

ArrayTools:-*Append*(*x_arr*, *xk*);

xk := *xk* + *h*;

end do;

return [*x_arr*, *running*(*a, b, c, d, L, R*)]

end proc;

алгоритм Томаса

```
running := proc(a, b, c, f, L, R)  
local i, n, x_arr, x, alpha_arr, beta_arr;  
n := numelems(a);  
alpha_arr := Array( $\left[ -\frac{c[1]}{b[1]} \right]$ );  
beta_arr := Array( $\left[ \frac{f[1]}{b[1]} \right]$ );  
f[1] := f[1] − a[1] · L;  
f[n] := f[n] − c[n] · R;  
a[1] := 0;  
c[n] := 0;  
for i from 2 to n do  
  ArrayTools:-Append(alpha_arr,  $-\frac{c[i-1]}{a[i-1] \cdot \textit{alpha\_arr}[i-1] + b[i-1]}$ );  
  ArrayTools:-Append(beta_arr,  $\frac{f[i-1] - a[i-1] \cdot \textit{beta\_arr}[i-1]}{a[i-1] \cdot \textit{alpha\_arr}[i-1] + b[i-1]}$ );  
end do;  
x_arr := Array([ ]);  
for i from 1 to n do  
  ArrayTools:-Append(x_arr, cat(x, i));  
end do;  
x_arr[n] :=  $\frac{-a[n] \cdot \textit{beta\_arr}[n] + f[n]}{a[n] \cdot \textit{alpha\_arr}[n] + b[n]}$ ;  
for i from n − 1 to 1 by − 1 do  
  x_arr[i] := alpha_arr[i + 1] · x_arr[i + 1] + beta_arr[i + 1];  
end do;  
return x_arr  
end proc;
```

```
chebyshev_norm := proc(x_arr,y_arr,func)  
  local res, i, temp;  
  res := 0;  
  for i from 1 to numelems(x_arr) do  
    temp := abs(y_arr[i] − rhs(evalf(subs(x=x_arr[i],sol))) );  
    if temp > res then  
      res := temp;  
    end if  
  end do;  
  return res;  
end proc;
```

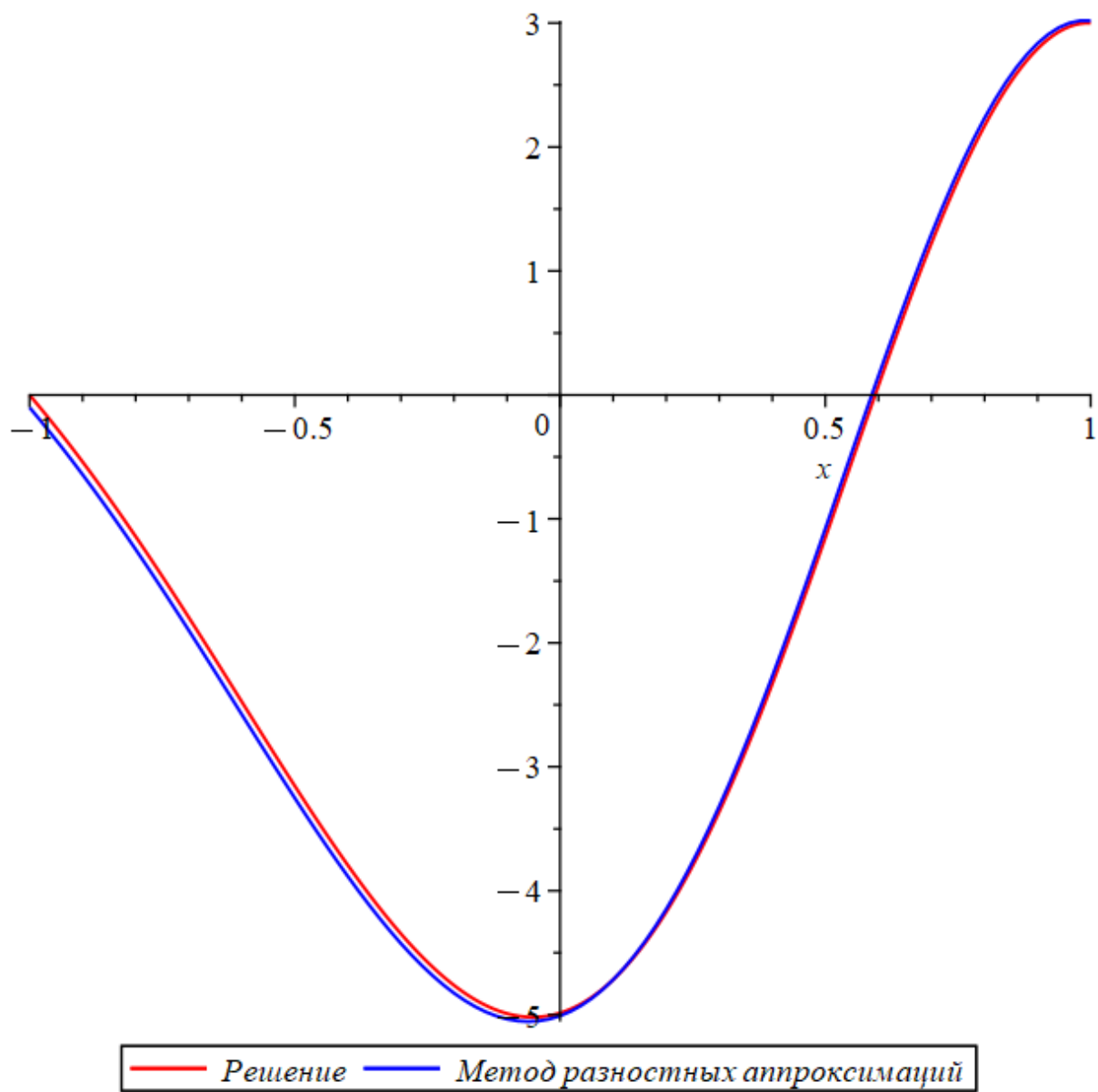
Задание Вариант 19

Задача №1

$$y''(x) + \frac{(1 + \cos(19)) * y(x)}{\sin(19)} = \frac{-1}{\sin(19)}, -1 \leq x \leq 1$$

$$y(-1) = 0$$

$$y(1) = 0$$



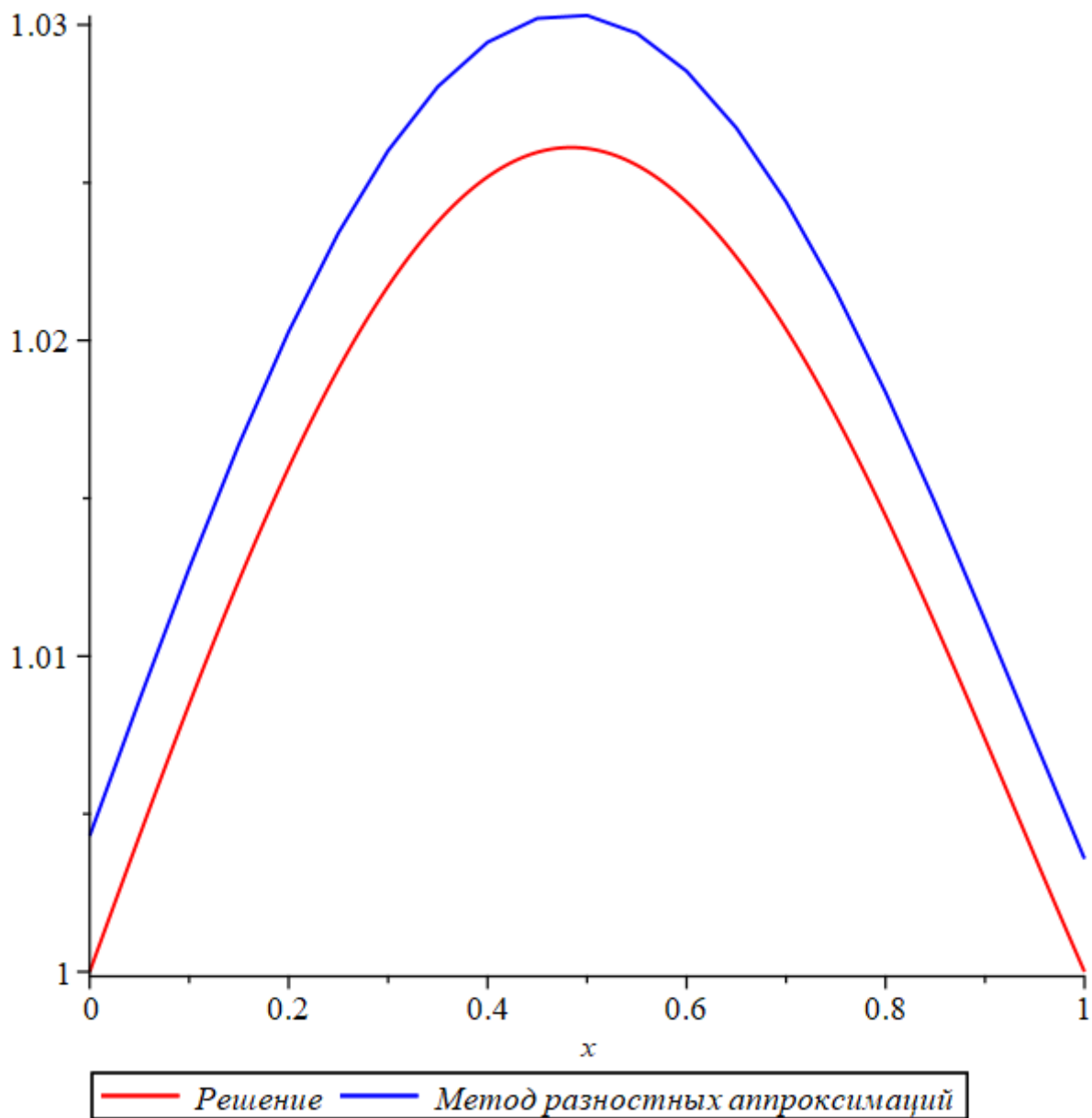
шаг $h = 0.02$

норма Чебышева = 0.104694423

Задача №2

$$u''(x) + x * u'(x) + x * u(x) = x^2, x \in (0,1)$$
$$u(0) = 1, u(1) = 1$$

Требуемая точность = 0.1

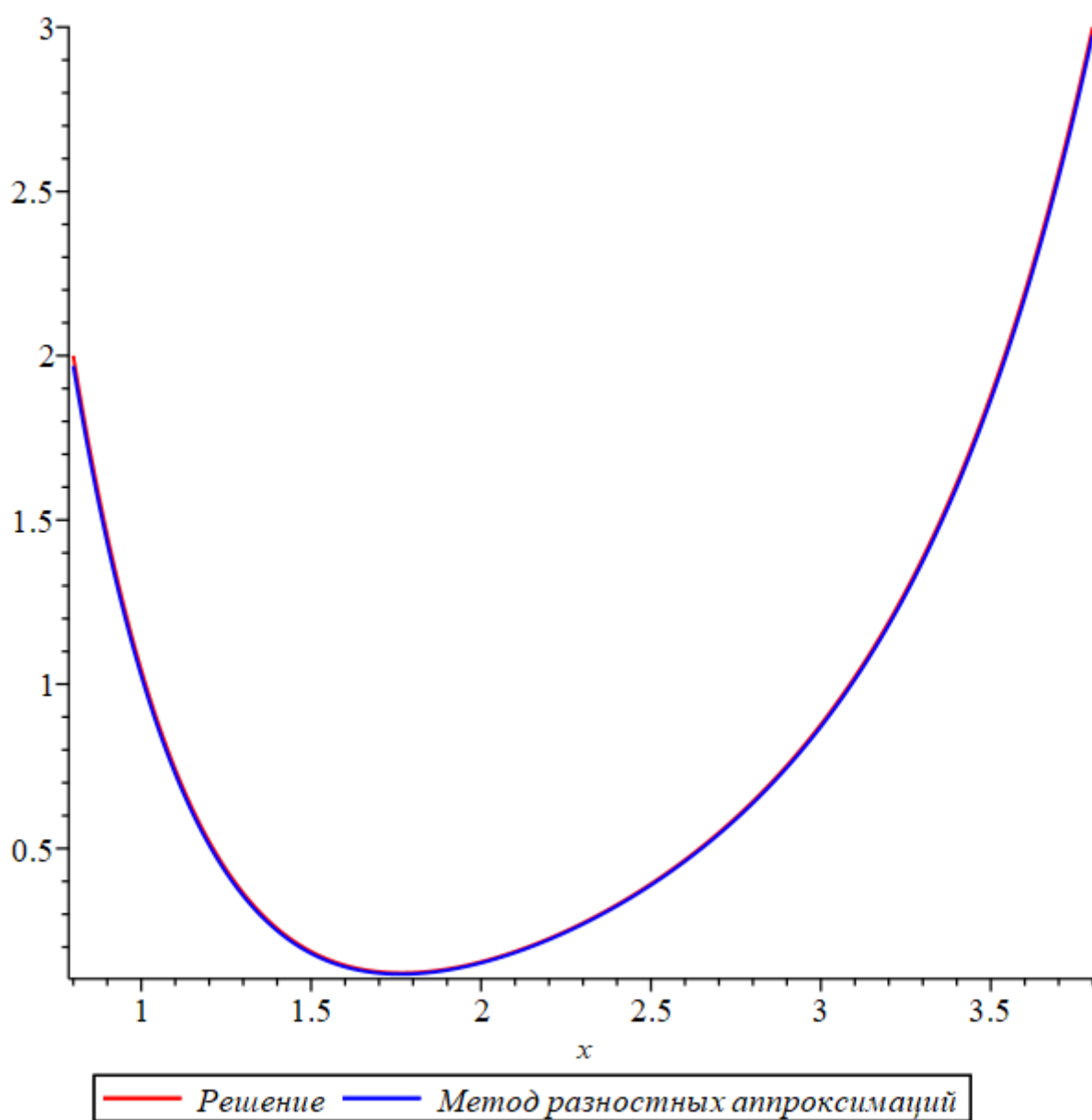


шаг $h = 0.05$

норма Чебышева = 0.004311752

Задача №3

$$u''(x) + 2u'(x) - 1.5xu(x) = \frac{2}{x}, x \in (0.8, 3.8)$$
$$u(0.8) = 5, u(3.8) = 10$$

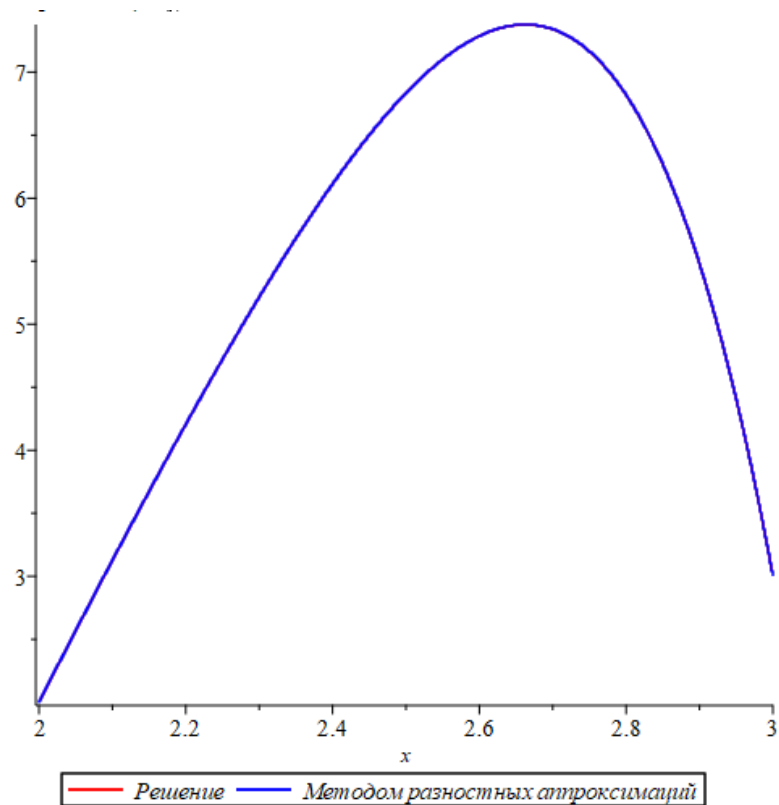


шаг $h = 0.005$

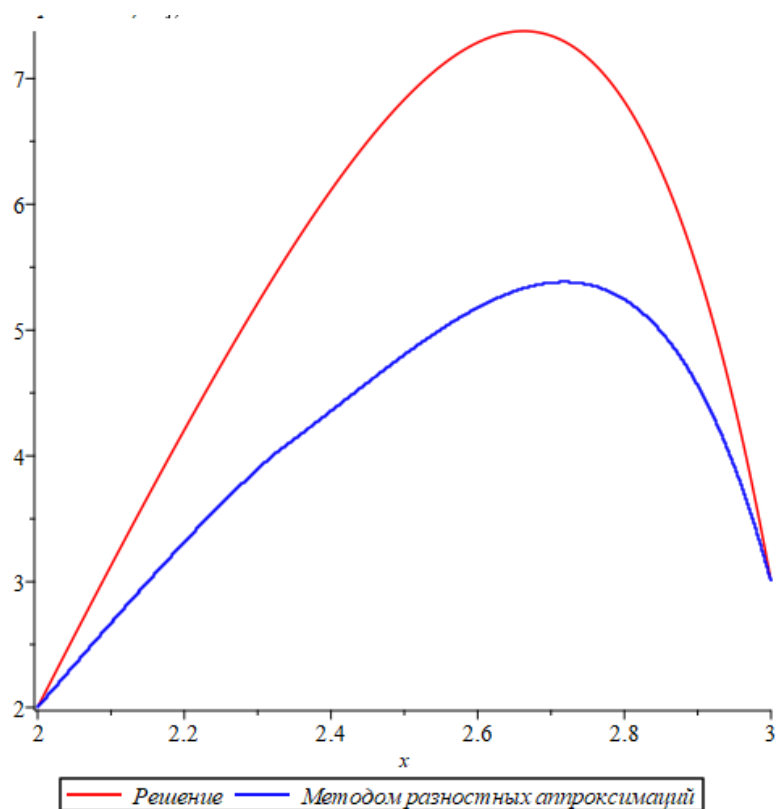
норма Чебышева = 0. 0.0196612242

Задача №4

$$u''(x) - 8u(x) = 20x(1.5 - 0.5x^2), x \in (2,3)$$
$$u(2) = 5, u(3) = 10$$



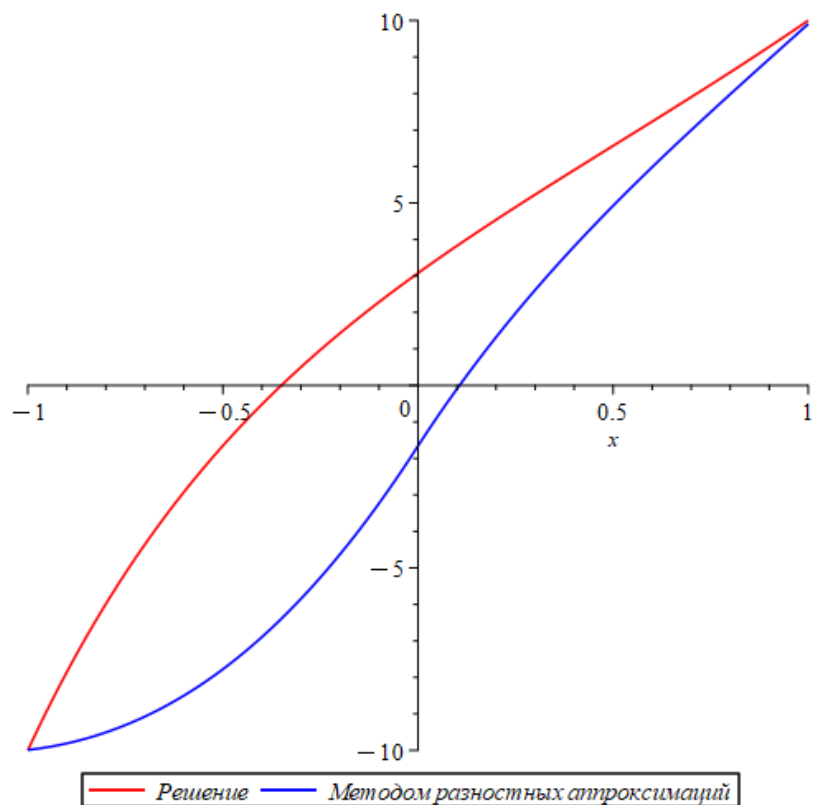
$h = 0.0001$ норма Чебышева = 0.003181148



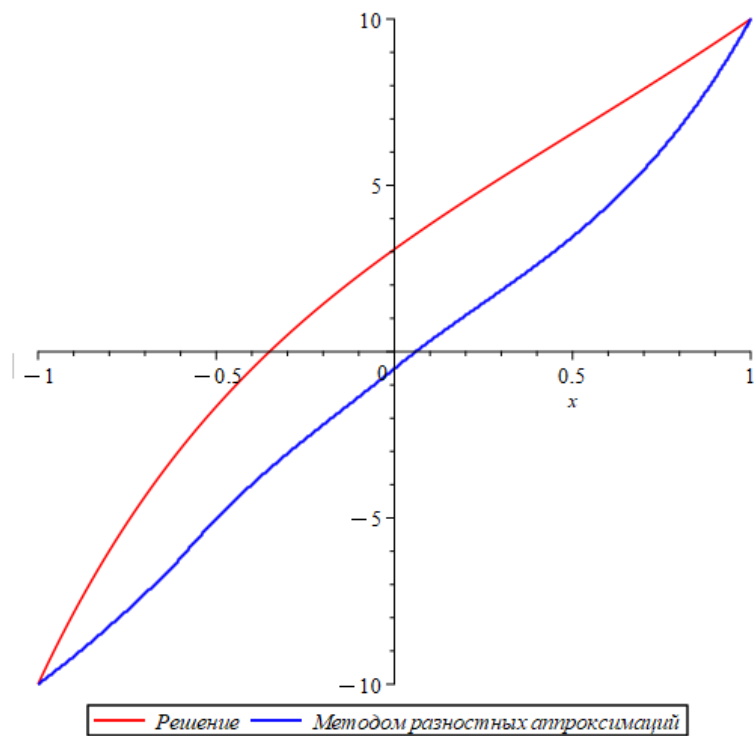
$h = 0.00001$, норма Чебышева = 2.109081910

Задача №5

$$y''(x) + \operatorname{sgn}(x)y'(x) + \operatorname{sgn}(-x)y(x) = 0, x \in (-1, 1)$$
$$y(-1) = -10, y(1) = 10$$



$h = 0.01$, норма Чебышева = 6.396853795



$h = 0.000015$, норма Чебышева = 3.648654868

Вывод

В ходе лабораторной работы был изучен метод решения краевых задач с использованием разностных аппроксимаций. Для реализации данного метода была составлена программа на СКА Maple. Как видно из тестовых примеров и заданий, метод доказал свою эффективность. Он имеет явные преимущества перед методами Галеркина, МНК и коллокаций, так как не требует выбора базисных функций и точек, как в методе коллокаций и дискретном МНК. Однако, при использовании данного метода, результатом является численный ответ в виде таблицы, а не функции, как в предыдущих методах, что часто является недостатком. С другой стороны, можно уменьшать шаг для получения более точных значений, хотя иногда это может привести к потере точности.