

Ряды Тейлора

1. Разложите функцию в ряд Маклорена и укажите промежуток сходимости полученного ряда:

1.1. $f(x) = e^{-x^2}$; 1.2. $f(x) = \operatorname{ch}(2x)$; 1.3. $f(x) = x \sin x$;

1.4. $f(x) = \frac{x}{4+x^2}$; 1.5. $f(x) = \frac{3x-5}{x^2-4x+3}$; 1.6. $f(x) = \ln(2+x)$;

1.7. $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$; 1.8. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}$; 1.9. $f(x) = \sqrt[3]{8+x}$;

1.10. $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$; 1.11. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$; 1.12. $f(x) = \frac{x^6}{1-x}$;

1.13. $f(x) = x \cos^2 x$; 1.14. $f(x) = x^2 e^{2x}$; 1.15. $f(x) = \arcsin x$;

1.16. $f(x) = \arccos x$; 1.17. $f(x) = \operatorname{arctg} x$; 1.18. $f(x) = \operatorname{arctg} x$;

1.19. $f(x) = x \sqrt[5]{1+x}$; 1.20. $f(x) = \frac{\sin x}{x}$; 1.21. $f(x) = \frac{x^2}{(1+x)^2}$;

1.22. $f(x) = \frac{1}{(1-x^3)^2}$; 1.23. $f(x) = (1-x^2)^{3/2}$; 1.24. $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{1-2x}}$;

1.25. $f(x) = \frac{1}{2x^2+5x-3}$; 1.26. $f(x) = \frac{x}{(x+1)(x^2-1)}$;

1.27. $f(x) = \frac{1}{3x^4+10x^2+3}$; 1.28. $f(x) = \ln(12-x-x^2)$;

1.29. $f(x) = \ln \frac{2x+1}{x^2-4x+4}$; 1.30. $f(x) = \sin 3x \sin 5x$;

1.31. $f(x) = x \sin 2x \cos 3x$; 1.32. $f(x) = x \cos^3 2x$.

2. Разложите функцию в ряд Тейлора в окрестности точки x_0 и укажите промежуток сходимости полученного ряда:

2.1. $f(x) = e^x, x_0 = -2$; 2.2. $f(x) = e^{3x}, x_0 = 1$;

2.3. $f(x) = \cos x, x_0 = \frac{\pi}{2}$; 2.4. $f(x) = \sqrt{x}, x_0 = 4$;

2.5. $f(x) = \cos^2 x, x_0 = \frac{\pi}{4}$; 2.6. $f(x) = \operatorname{sh} x, x_0 = 1$;

2.7. $f(x) = \frac{1}{1+x}, x_0 = 2$; 2.8. $f(x) = \frac{x}{3-x}, x_0 = 1$;

2.9. $f(x) = \ln(x+1), x_0 = 2$; 2.10. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, x_0 = 2$;

2.11. $f(x) = (x-1)\sqrt{x-1}, x_0 = 2$; 2.12. $f(x) = \frac{1}{x^2-5x+6}, x_0 = 1$;

2.13. $f(x) = \frac{1}{(x^2-2x+3)^2}, x_0 = 1$; 2.14. $f(x) = \frac{x^3-3x^2+4x-1}{x^2-2x+2}, x_0 = 1$;

2.15. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-12x+40}}, x_0 = 6$; 2.16. $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2-8x+24}}, x_0 = 4$;

2.17. $f(x) = \sin^3 x, x_0 = \frac{\pi}{4}$; 2.18. $f(x) = \ln(x^2+2x+2), x_0 = -1$;

2.19. $f(x) = \ln(x^2-10x+30), x_0 = 5$; 2.20. $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x}, x_0 = 0$.

3. Вычислите с точностью до 10^{-3} следующие значения функций:

3.1. e^{-1} ; 3.2. $\frac{1}{\sqrt[4]{e}}$; 3.3. $\sqrt[3]{130}$; 1.4. $\sqrt[5]{250}$; 1.5. $\ln 5$; 1.6. $\ln 3$; 1.7. $\arcsin \frac{1}{3}$;

1.8. e^2 ; 1.9. \sqrt{e} ; 1.10. $\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}}$.

4. Вычислите интеграл с точностью до 10^{-3} :

4.1. $\int_0^{0,3} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$; 4.2. $\int_0^{0,2} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$; 4.3. $\int_0^{1/4} e^{-x^2} dx$; 4.4. $\int_0^{0,6} \sqrt[3]{1+x^2} dx$;

4.5. $\int_0^{0,8} \frac{dx}{1+x^5}$; 4.6. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$; 4.7. $\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$; 4.8. $\int_{0,1}^1 \frac{e^x}{x} dx$; 4.9. $\int_{0,1}^{0,2} \frac{e^{-x}}{x^3} dx$;

4.10. $\int_5^{10} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx$; 4.11. $\int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^2}}$; 4.12. $\int_0^{1/2} \frac{\arcsin x}{x} dx$; 4.13. $\int_{0,1}^{0,2} \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx$.