

# **Контрольная работа**

**Записывайте, пожалуйста, решения  
на листах А4 «в клетку», сложенных  
пополам горизонтально**

**Группа**\_\_\_\_\_

**Фамилия**\_\_\_\_\_ **Имя**\_\_\_\_\_

**Вариант**\_\_\_\_\_

## Вариант 1

# Задача 1

## Вариант 2

На вход задачи поступает  $n$  натуральных чисел, не превосходящих  $2^{64}$ .

Определите максимальное значение  $n$  в случае, если на ввод зарезервировано  $2^{10}$  бита.

Сколько потребуется бит для ввода 100 таких чисел?

На вход задачи поступает 32 натуральных числа.

Определите максимально возможное значение этих чисел в случае, если на ввод зарезервировано  $2^{10}$  бита.

Сколько потребуется бит для ввода 100 таких чисел?

# Задача 2

Вариант 1

Чему равно значение

$$\log_2^* 1050 \quad ?$$

**Обоснуйте** свой ответ!

Вариант 2

Чему равно значение

$$\log_2^* 1040 \quad ?$$

**Обоснуйте** свой ответ!

# Задача 3

- **Вариант 1**

- **Вариант 2**

Какую функцию можно взять за  $g(n)$ , чтобы выполнялось соотношение

$$f(n) = \Theta(g(n)), f(n) = \sum_{k=0}^{n-1} a^k, a > 0?$$

**Обоснуйте свой ответ!**

Вариант 1

## Задача 4

Вариант 2

Поставьте вместо букв

$A, B, C$  все допустимые знаки  
асимптотик для указания  
отношения между  
функциями на  
бесконечности:

$$n^2 \ln^{100} n = A(n^3), \quad 2^n = B(n^{100}),$$

$$1000n^2 + 15n\sqrt{n} = C(n^2)$$

• **Обоснуйте** свои ответы!

Поставьте вместо букв

$A, B, C$  все допустимые  
знаки асимптотик для  
указания отношения  
между функциями  
на бесконечности:

$$n \ln^{200} n = A(n^2), \quad 3^n = B(n^{100}),$$

$$1000n^3 + 15n^2\sqrt{n} = C(n^3)$$

**Обоснуйте** свои ответы!

# Задача 5

Расположите, обосновав, функции

$$n^2, \lg^{100} n, 2^n, n, n \lg n, \lg \lg n, 1, (\lg 10^n)!$$

в порядке асимптотического роста

$$n \rightarrow \infty$$

Вариант 1

## Задача 6

Вариант 2

Решите рекуррентное  
соотношение с помощью  
**характеристического  
многочлена:**

$$\begin{cases} T(n+1) = T(n) + n - 1, n \geq 1, \\ T(1) = 3 \end{cases}$$

Решите рекуррентное  
соотношение с помощью  
**характеристического  
многочлена**

$$\begin{cases} T(n+1) = T(n) + n + 1, n \geq 1, \\ T(1) = 2 \end{cases}$$

Вариант 1

# Задача 7

Вариант 2

Составьте **однородное**  
линейное рекуррентное  
соотношение для  
арифметической  
прогрессии

2, 6, ...,

Сделайте проверку,  
решив его

Составьте **однородное**  
линейное рекуррентное  
соотношение для  
арифметической  
прогрессии

3, 5, ...,

Сделайте проверку,  
решив его



## Вариант 1

# Задача 8

## Вариант 2

Подберите

**мажоранту** для  $T(n)$  и  
проверьте ответ с помощью  
**метода итераций**:

$$\begin{cases} T(n) = 3T(n/2) + 5, & n = 2^k, k \geq 1, \\ T(1) = 5 \end{cases}$$

Найдите асимптотическую  
оценку своего решения.

Совпадает ли она с  
результатом основной  
теоремы?

Подберите

**мажоранту** для  $T(n)$  и  
проверьте ответ с помощью  
**метода итераций**:

$$\begin{cases} T(n) = 5T(n/2) + 2, & n = 2^k, k \geq 1, \\ T(1) = 4 \end{cases}$$

Найдите асимптотическую  
оценку своего решения.

Совпадает ли она с  
результатом основной  
теоремы?

Вариант 1

## Задача 9

Вариант 2

С помощью  
**производящей функции**  
решите рекуррентное  
уравнение

$$\begin{cases} T(n) = -T(n-1) + 2T(n-2), n \geq 2, \\ T(0) = 1, T(1) = 2 \end{cases}$$

Проверьте свой ответ,  
используя  
характеристический  
многочлен

С помощью  
**производящей функции**  
решите рекуррентное  
уравнение

$$\begin{cases} T(n) = 2T(n-1) + 3T(n-2), n \geq 2, \\ T(0) = 1, T(1) = 2 \end{cases}$$

Проверьте свой ответ,  
используя  
характеристический  
многочлен

Вариант 1

## Задача 10

Вариант 2

Является ли  
полиномиально  
ограниченной функция

$$\lceil \log_2 n \rceil! ?$$

**Обоснуйте** свой  
ответ!

Является ли  
полиномиально  
ограниченной функция

$$\lceil \log_2 \log_2 n \rceil! ?$$

**Обоснуйте** свой  
ответ!

# Задача 11

Сравните

$$\log(\log^* n) \text{ и } \log^*(\log n)$$