

## Teorija tankih aeroprofila

U prethodnim razmatranjima, nastanak uzgona na aeroprofilu objašnjen je shodno teoremi Kelvina. Po tim modelu, nakon odvajanja **startnog vrtloga** sa izlazne ivice aeroprofila, na njemu se uspostavlja cirkulacija  $\Gamma$  od **vezanog vrtloga**, koji prema teoremi Kuta-Žukovski, stvara uzgonsku silu po jedinici razmaha:

$$R_Z = \rho_0 V_0 \Gamma \quad [\text{N/m}]$$

uz uslov da pri datom napadnom uglu vazдушna struja glatko napušta izlaznu ivicu - ovaj uslov poznat je kao *uslov Kuta-Žukovski*.

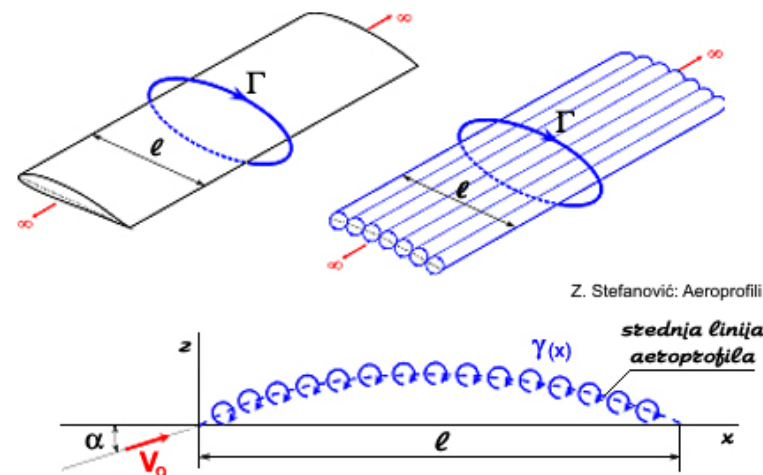
Predstavljjanje aeroprofila jednim vezanim vrtlogom ima smisla kada nas interesuju globalne uzgonske karakteristike. Međutim, ovaj pristup ne omogućava detaljniju analizu uticaja oblika aeroprofila na njegove aerodinamičke karakteristike. Pri tome ne treba zaboraviti da je ceo proračunski model baziran na pretpostavci o vazduhu kao idealnom gasu, pa se proračun otpora aeroprofila ne može vršiti, jer su i otpor oblika i otpor trenja posledica viskoznosti vazduha, što ovaj model isključuje; znači razmatraju se samo uzgon i moment. Teorija "tankih aeroprofila" omogućava relativno jednostavnu procenu ovih aerodinamičkih karakteristika, zavisno od geometrije konkretnog aeroprofila. U njoj se pretpostavlja:

- da su razmatrani napadni uglovi dovoljno mali
- da je relativna debljina mala, pa se njen uticaj može zanemariti
- da se aeroprofil može reprezentovati samo svojom srednjom linijom (shodno prethodnoj pretpostavci).

U tom smislu se, umesto jednim vezanim vrtlogom, aeroprofil reprezentuje sistemom vrtložnih vlakana beskonačnog razmaha i infinitezimalne cirkulacije  $\gamma(x)$ , raspoređenih po srednjoj liniji (slika 1). Tako će sada cirkulacija biti:

$$\Gamma = \int_0^l \gamma(x) dx$$

pri čemu raspodela intenziteta  $\gamma(x)$  u pravcu tetive mora da zadovolji uslov Kuta-Žukovski za izlaznu ivicu  $\gamma(l) = 0$ , kao i uslov tangenosti rezultujuće brzine duž cele srednje linije aeroprofila (uslov neprodornosti).



Slika 1. Raspodela cirkulacije po srednjoj liniji

Posmatrajmo aeroprofil reprezentovan svojom srednjom linijom  $z = z(x)$  koji se nalazi u vazdušnoj struji brzine  $V_0$  pod napadnim uglom  $\alpha$  (slika 2). Po zakonu Bio-Savara, proizvoljno izabrani elementarni vrtlog (vrtložno vlakno) na rastojanju  $x$  od napadne ivice, stvaraće na mestu  $x_1$  na srednjoj liniji, elementarnu indukovanu brzinu čiji je intenzitet (izvođenje se može naći u literaturi: Z. Stefanović - Aeroprofil, M. Nenadović - Osnovi aerodinamičkih konstrukcija, ... itd.):

$$dw(x) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma(x) dx}{x - x_1}$$

pri čemu se, radi jednostavnosti, može usvojiti da je vektor  $dw(x)$  u svim tačkama srednje linije upravan na *tetivu* srednje linije (krivine tankih aeroprofila su takođe male). Ukupna indukovana brzina od svih elementarnih vrtloga u tački  $x_1$  na srednjoj liniji biće:

$$w(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^l \frac{\gamma(x) dx}{x - x_1} \quad (1)$$

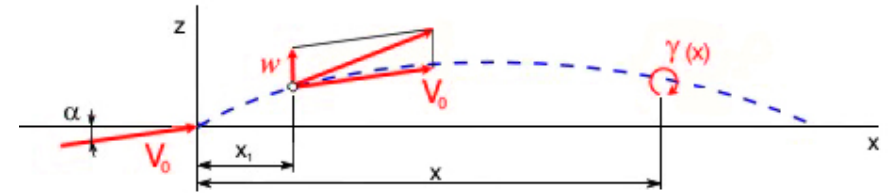
Iz uslova tangentnosti brzine na srednju liniju u svakoj njenoj tački, dobija se integro-diferencijalna jednačina:

$$\boxed{\frac{dz}{dx} = \alpha + \frac{w}{V_0} = \alpha + \frac{1}{2\pi V_0} \int_0^l \frac{\gamma(x) dx}{x - x_1}} \quad (2)$$

Ovo je osnovna jednačina teorije tankih aeroprofila, koja povezuje geometriju aeroprofila (oblik srednje linije), uslove strujanja (brzinu i napadni ugao) i rezultujuće aerodinamičke karakteristike. Za poznatu geometriju srednje linije, brzinu i napadni ugao, iz (2) možemo odrediti odgovarajuću raspodelu  $\gamma(x)$ .

Elementarna aerodinamička sila koja deluje na nekom proizvoljnom mestu na srednjoj liniji je  $dR_Z = \rho_0 V_0 \gamma(x) dx$ , dok će rezultujući pritisak  $p = p_d - p_g = dR_Z / dS = dR_Z / (dx \cdot 1)$  biti:

$$p = \rho_0 V_0 \gamma(x)$$



Slika 2. Rezultujuća brzina na srednjoj liniji

Ako razmatramo **redukovani koeficijent pritiska**  $C_P = C_{pd} - C_{pg}$ , koji predstavlja razliku koeficijenata pritiska na donjaci i gornjaci

na nekom rastojanju od napadne ivice, možemo ga izraziti kao:  $C_P = \frac{p_d - p_0}{q_0} - \frac{p_g - p_0}{q_0} = \frac{p_d - p_g}{q_0} = \frac{p}{1/2 \cdot \rho_0 V_0^2} = \frac{\rho_0 V_0 \gamma(x)}{1/2 \cdot \rho_0 V_0^2}$ .

Nakon sređivanja, redukovani koeficijent pritiska  $C_P$  i opterećenje po tetivi  $P$  biće:

$$\boxed{C_P = \frac{2}{V_0} \gamma(x)} \quad \text{i} \quad P = q_0 \cdot C_P \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (3)$$

Na osnovu ovoga koeficijent uzgona može se izračunati kao:

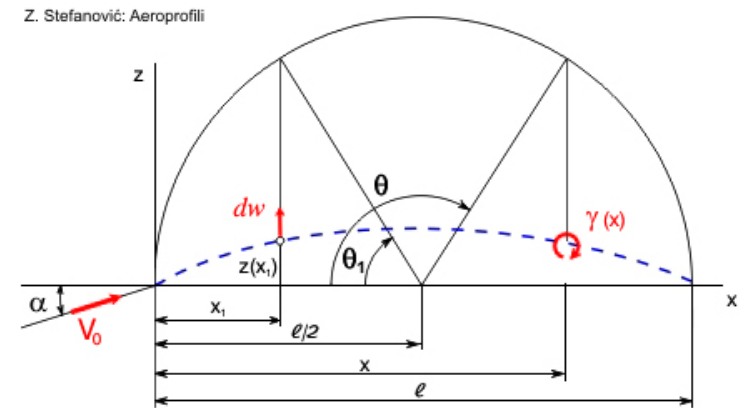
$$C_Z = \frac{1}{l} \int_0^l C_P(x) dx = \frac{2}{V_0 l} \int_0^l \gamma(x) dx \quad (4)$$

dok će koeficijent momenta oko napadne ivice biti (predznak sledi iz konvencije o momentu - pozitivan u smeru kazaljke na satu):

$$C_M = -\frac{1}{l^2} \int_0^l C_P(x) x dx = -\frac{2}{V_0 l^2} \int_0^l \gamma(x) x dx \quad (5)$$

Ovo je takozvani **direktni pristup** ili rešavanje direktnog problema, kada iz poznate geometrije i uslova strujanja određujemo aerodinamičke karakteristike. S druge strane, moguće je zadati neku željenu (optimalnu) raspodelu cirkulacije, tj opterećenja po tetivi (3), a iz nje izračunati onaj oblik srednje linije koji će je ostvariti - to je tzv. **inverzni pristup**. Po Glauertu (Herman Glauert), pri rešavanju integro-diferencijalne jednačine (2) treba preći na polarne koordinate (slika 3) zamenom domena:

$$0 \leq x \leq l \Rightarrow 0 \leq \theta \leq \pi \quad \text{pa je:} \quad \boxed{\cos \theta = 1 - 2 \frac{x}{l}} \quad (6)$$



Slika 3. Definisanje polarnih koordinata

$$\text{dok se rešenje za cirkulaciju pretpostavlja u obliku Furijeovog reda:} \quad \gamma(\theta) = 2V_0 \left[ A_0 \cot \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \right] \quad (7)$$

Jednačina (7) zadovoljava uslov Kuta-Žukovski za izlaznu ivicu  $\gamma(\pi) = 0$ , pošto se oba člana u zagradi anuliraju za slučaj  $\theta = \pi$ .

Unošenjem izraza (7) u jednačinu za indukovanu brzinu (1) i uvođenjem smene  $[\cos(n-1)\theta - \cos(n+1)\theta] = 2\sin\theta\sin n\theta$  dobija se izraz za raspodelu lokalne indukovane brzine  $w(\theta_1)$  po tetivi aeroprofila u obliku:

$$\frac{w(\theta_1)}{V_0} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left[ \frac{2A_0(1+\cos\theta)}{\cos\theta - \cos\theta_1} + \sum_1^\infty \frac{A_n[\cos(n-1)\theta - \cos(n+1)\theta]}{\cos\theta - \cos\theta_1} \right] d\theta \quad (8)$$

Uvođenjem standardnog rešenja integrala tipa:

$$\int_0^\pi \frac{\cos n\theta d\theta}{\cos\theta - \cos\theta_1} = \frac{\pi \sin n\theta_1}{\sin\theta_1} \quad \text{za } n = 0, 1, 2 \dots$$

izraz (8) postaje isključivo funkcija tekuće koordinate  $\theta_1$  (detalji izvođenja mogu se naći u ranije pomenutoj literaturi). Zato se, radi jednostavnosti, indeks "1" izostavlja i izraz za indukovanu brzinu (8) na mestu definisanom koordinatom  $\theta$  konačno se dobija u obliku:

$$\frac{w(\theta)}{V_0} = -A_0 + \sum_1^\infty A_n \cos n\theta \quad (9)$$

Zamenom ove jednačine u integro-diferencijalnu jednačinu (2) dobijamo:

$$\alpha - \frac{dz}{dx} = A_0 - \sum_1^\infty A_n \cos n\theta$$

Uvođenjem odgovarajućih trigonometrijskih transformacija i integraljenjem po tetivi u granicama od 0 do  $\pi$ , dobijamo izraze za koeficijente Furijeovog reda:

$$\boxed{A_0 = \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx} d\theta} \quad \text{i} \quad \boxed{A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx} \cos n\theta d\theta} \quad (10)$$

Očigledno je da svi koeficijenti trigonometrijskog reda  $n = 0, 1, 2, 3 \dots$  zavise od geometrije srednje linije, dok samo  $A_0$  zavisi i od napadnog ugla. U praktičnim proračunima, zavisno od složenosti srednje linije, koeficijenti  $A_0 \div A_n$  određuju se u konačnom broju tačaka.

Na ovaj način, korišćenjem jednačine (7) može se odrediti  $\gamma(\theta)$ , a zatim i koeficijenti uzgona i momenta oko napadne ivice. Opšti izrazi za ova dva koeficijenta, koji se dobijaju nakon izvođenja su:

$$C_Z = 2\pi \left( A_0 + \frac{1}{2} A_1 \right) \quad (11)$$

$$i \quad C_M = -\frac{\pi}{2} \left( A_0 + A_1 - \frac{1}{2} A_2 \right) \quad \text{odnosno, nakon uvođenja (11):} \quad C_M = \frac{\pi}{4} (A_2 - A_1) - \frac{1}{4} C_Z \quad (12)$$

Pošto su opšti izrazi za koeficijent uzgona i momenta oko napadne ivice:  $C_Z = a(\alpha - \alpha_n)$  i  $C_M = C_{M0} - m \cdot C_Z$  iz prethodne analize tankih aeroprofila neposredno slede **teorijske vrednosti** za:

- **gradijent uzgona aeroprofila:**  $a = 2\pi$  (laminarni aeroprofilu imaju gradijent uzgona vrlo blizak ovoj vrednosti) (13)

- **ugao nultog uzgona aeroprofila:**  $\alpha_n = \alpha - \left( A_0 + \frac{1}{2} A_1 \right)$ , pošto član:  $\alpha_a = \left( A_0 + \frac{1}{2} A_1 \right)$  predstavlja aerodinamički napadni ugao (14)

- **koeficijent momenta oko aerodinamičkog centra:**  $C_{M0} = C_{Mac} = \frac{\pi}{4} (A_2 - A_1)$  (15)

- **relativni položaj aerodinamičkog centra:**  $\left( \frac{x}{l} \right)_{ac} = m = \frac{1}{4}$  (tj. na prvoj četvrtini tetive; realno je u okolini ovog položaja) (16)

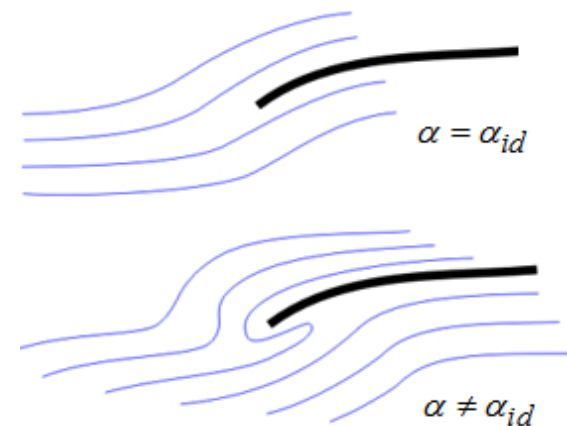
- **relativni položaj centra potiska:**  $\left( \frac{x}{l} \right)_{cp} = -\frac{C_M}{C_Z} = \frac{1}{4} \left[ 1 + \frac{\pi}{C_Z} (A_1 - A_2) \right]$

NAPOMENA: osim kada se pišu u okviru trigonometrijskih funkcija, **sve vrednosti uglova u proračunima moraju biti u radijanima!**

Pošto izraz (7) za lokalnu cirkulaciju  $\gamma(\theta) = 2V_0 \left[ A_0 \cot \frac{\theta}{2} + \sum_1^{\infty} A_n \sin n\theta \right]$  očigledno postaje beskonačan za napadnu ivicu, tj.  $\theta = 0$ , tada će i proračunska vrednost redukovanog koeficijenta pritiska  $C_P$  na napadnoj ivici biti beskonačna (pa se u grafičkom prikazivanju  $C_P$  obično crta počev od 3% tetive pa nadalje - videti primer na slici 5). Napadni ugao pri kome će cirkulacija u celom domenu tetive imati konačne vrednosti zove se *idealni napadni ugao*  $\alpha_i$  ili *konstruktivni napadni ugao*, koji se očigledno dobija iz uslova  $A_0 = 0$ , a koeficijent uzgona koji njemu odgovara *idealni koeficijent uzgona*  $C_{Zi}$ . To je napadni ugao pri kome vazдушna struja tangira srednju liniju na napadnoj ivici (slika 4). Tako će *idealni napadni ugao* aeroprofila, kao i *idealni koeficijent uzgona* koji iz njega sledi biti:

$$\alpha_{id} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dz}{dx} d\theta \quad (17)$$

$$C_{Zid} = a(\alpha_{id} - \alpha_n) \quad (18)$$



Slika 4. Idealni napadni ugao

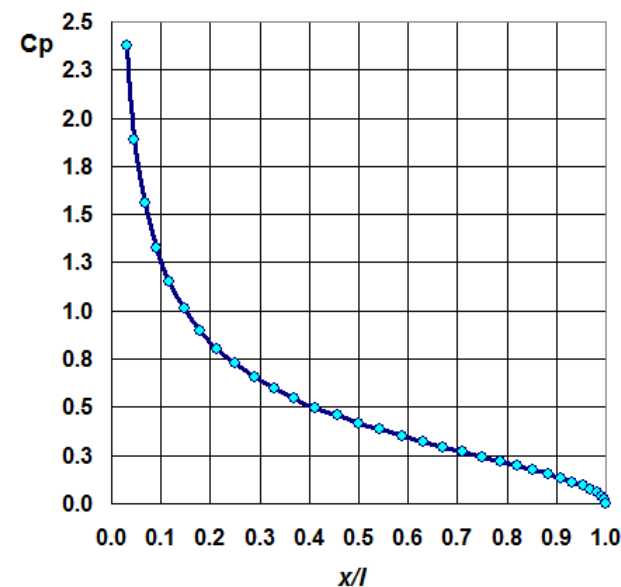
### Numerički primeri - ravna ploča

1) Aeroprofil tipa ravna ploča nalazi se pod napadnim uglom od  $6^\circ$ . Izračunati koeficijent uzgona i nacrtati raspodelu redukovanog koeficijenta pritiska po tetivi za ovaj napadni ugao.

Za celu dužinu ravne ploče važi  $dz/dx = 0$ , pa će koeficijenti Furijeovog reda imati vrednosti:

$$A_0 = \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dz}{dx} d\theta = \alpha \text{ i } A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dz}{dx} \cos n\theta d\theta = 0. \Rightarrow C_Z = 2\pi \left( A_0 + \frac{1}{2} A_1 \right) = 2\pi \cdot 6 \frac{\pi}{180} = 0.658$$

$$\gamma(\theta) = 2V_0 \left[ A_0 \cot \frac{\theta}{2} + \sum_1^{\infty} A_n \sin n\theta \right] = 2V_0 \alpha \cot \frac{\theta}{2}; \quad C_P = \frac{2}{V_0} \gamma(x) = 4\alpha \cot \frac{\theta}{2} \text{ (rešenje u Excelu).}$$


Slika 5.  $C_P$  ravne ploče pri  $\alpha = 6^\circ$

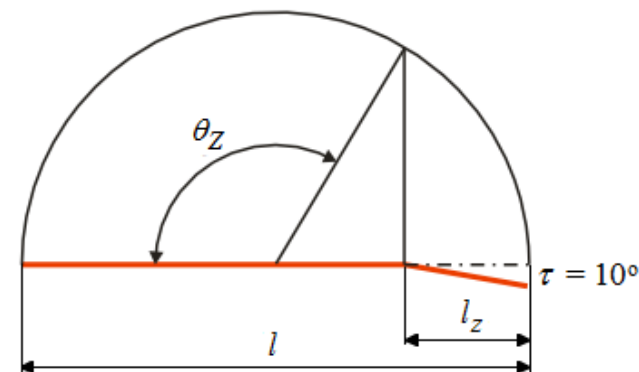
2) Aeroprofil tipa ravna ploča nalazi se pod napadnim uglom od  $6^\circ$ . Izračunati priraštaj koeficijenta uzgona kada se na njemu otkloni zakrilce (flap) relativne tetive 25% za ugao od  $\tau = 10^\circ$ , kao i ugao nultog uzgona u ovoj konfiguraciji.

Iz prethodnog zadatka - koeficijent uzgona bez otklona zakrilca iznosi:

$$C_{Z\tau=0} = 2\pi\alpha = 2\pi \cdot 6 \frac{\pi}{180} = 0.658$$

Početak zakrilca se nalazi na 75% tetive, pa ovom mestu odgovara ugao:

$$\cos\theta_Z = 1 - 2\frac{x}{l} = 1 - 2 \cdot 0.75 = -0.5 \Rightarrow \theta_Z = 120^\circ, \text{ odnosno } \theta_Z = 120^\circ \frac{\pi}{180} = 2.0944 \text{ rad}$$



Slika 6. Ravna ploča sa otklonjenim zakrilcem

Za domen ploče  $x/l \Rightarrow 0 \div \theta_Z$  nagib je  $dz/dx = 0$ , a za zakrilce  $x/l \Rightarrow \theta_Z \div \pi$  biće  $dz/dx = \tan(-10) = -0.1763$ .

Vrednosti koeficijenata su:

$$A_0 = \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx} d\theta = \alpha - \frac{1}{\pi} \int_{\theta_Z}^\pi \frac{dz}{dx} d\theta = 6 \frac{\pi}{180} - \frac{1}{\pi} \int_{2.0944}^{3.1416} (-0.1763) d\theta = 0.1047 - \frac{-0.1763}{\pi} (3.1416 - 2.0944) = 0.1635$$

$$A_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx} \cos\theta d\theta = \frac{2}{\pi} \int_{\theta_Z}^\pi (-0.1763) \cos\theta d\theta = -0.1763 \frac{2}{\pi} (\sin\pi - \sin(120^\circ)) = -0.1122 (0 - 0.8660) = 0.0972$$

Koeficijent uzgona sa otklonjenim zakrilcem je, po teoriji tankih aeroprofila:

$$C_{Z\tau=10} = 2\pi \left( A_0 + \frac{1}{2} A_1 \right) = 2\pi \left( 0.1636 + \frac{1}{2} 0.0972 \right) = 1.333, \text{ pa je ostvareni priraštaj uzgona: } \Delta C_{Z\tau} = 1.333 - 0.658 = 0.675$$

Ugao nultog uzgona će biti:

$$\alpha_n = \alpha - \left( A_0 + \frac{1}{2} A_1 \right) = 6^\circ \frac{\pi}{180} - \left( 0.1636 + \frac{1}{2} 0.0972 \right) = 0.1047 - 0.2122 = -0.1075 \text{ rad, odnosno } \alpha_n = -6.159^\circ$$



### *Izrazi za ravnu ploču sa otklonjenim zakrilcem*

Iz prethodnih opštih izraza mogu se dobiti jednačine za slučaj ravne ploče sa zakrilcem relativne tetive  $l_z/l$  i ugla otklona  $\tau$  (jednostavna izvođenja mogu se naći u Z. Stafanović: Aeroprofil, Houghton: Aerodynamics for Engineering Students, ...):

Koeficijenti Furijeovog reda:

$$\boxed{A_0 = \alpha + \frac{\pi - \theta_Z}{\pi} \tau}, \quad \boxed{A_1 = \frac{2 \sin \theta_Z}{\pi} \tau}, \quad \boxed{A_2 = \frac{\sin 2\theta_Z}{\pi} \tau} \quad \text{gde je: } \cos \theta_Z = 2 \frac{l_z}{l} - 1, \text{ a nagib konture } (dz/dx)_z \approx \tau \text{ [rad]}$$

Koeficijent uzgona:

$$\boxed{C_Z = 2\pi(\alpha + k\tau)}, \quad \text{gde } k = 1 - \frac{\theta_Z - \sin \theta_Z}{\pi} \text{ predstavlja "faktor efikasnosti" zakrilca (dobija se izvođenjem, nije empirijska korekcija).}$$

Koeficijent momenta za napadnu ivicu:

$$\boxed{C_M = -\frac{\pi}{2} \alpha - \frac{1}{2} (\pi - \theta_Z + \sin \theta_Z - 2 \sin 2\theta_Z) \tau}$$

Tako će rešenja prethodnog zadatka korišćenjem ovih jednačina biti:

$\cos \theta_Z = 2 \frac{l_z}{l} - 1 = 2 \cdot 0.25 - 1 = -0.5 \Rightarrow \theta_Z = 120^\circ$ , odnosno  $\theta_Z = 120 \frac{\pi}{180} = 2.0944 \text{ rad}$ ; otklon zakrilca  $\tau = 10 \frac{\pi}{180} = 0.1745$  (tačna vrednost nagiba konture iz prethodnog zadatka je 0.1763, pa će se zbog ovoga naredni rezultati malo razlikovati od prethodnog proračuna).

$$k = 1 - \frac{\theta_Z - \sin \theta_Z}{\pi} = 1 - \frac{2.0944 - \sin(120^\circ)}{\pi} = 0.609, \text{ pa je koeficijent uzgona } C_Z = 2\pi(\alpha + k\tau) = 2\pi(6 \frac{\pi}{180} + 0.609 \cdot 0.1745) = 1.3257 \text{ (1.333)}$$

dok ugao nultog uzgona možemo izračunati kao  $\alpha_n = -k\tau = -0.1063 \text{ rad}$ , odnosno  $\alpha_n = -6.091^\circ$  (prethodni rezultat  $-6.159^\circ$ ).



### Raspodela opterećenja

Oblik jednačine (7):  $\gamma(\theta) = 2V_0 \left[ A_0 \cot \frac{\theta}{2} + \sum_1^{\infty} A_n \sin n\theta \right]$  jedna je od mogućih pogodnih formi modeliranja raspodele elementarne cirkulacije Furijeovim redom (po Glauertu). Ona se, međutim, može predstaviti i u drugačijem obliku, koji je predložio Birnbaum:

$$\gamma(\theta) = \frac{2V_0}{\sin \theta} \left[ a_0 + \sum_1^n a_n \cos n\theta \right] \quad (19)$$

gde se ugao  $\theta$  definiše shodno slici 3, dok se u praktičnom smislu sumiranje takođe vrši do konačnog broja od  $n$  članova reda. Za razliku od prethodnog pristupa, Birnbaum je i srednju liniju aeroprofila takođe izrazio u obliku trigonometrijskog reda:

$$\eta(\theta) = \eta_0 + \sum_1^n \eta_n \cos n\theta \quad (20)$$

gde nova promenljiva  $\eta = 2 \left( \frac{z}{l} \right)$  predstavlja dvostruku relativnu ordinatu srednje linije aeroprofila, a kao i ranije  $\cos \theta = 1 - 2 \frac{x}{l}$ . Pri tome će novi koeficijenti  $a_0 \div a_n$  imati različite brojne vrednosti od Glauertovih koeficijenata  $A_n \div A_n$ , ali dobijena raspodela  $\gamma(\theta)$  mora biti ista.

Osnovna jednačina (2) teorije tankih aeroprofila  $\frac{dz}{dx} = \alpha + \frac{w}{V_0} = \alpha + \frac{1}{2\pi} \int_0^l \frac{\gamma(x) dx}{x - x_1}$  u ovom slučaju dobija oblik:

$$\boxed{\sum_1^n a_n \sin n\theta = \alpha \sin \theta + \sum_1^n n \eta_n \sin n\theta} \quad (21)$$

Izjednačavanjem koeficijenata uz članove  $\sin \theta, \sin 2\theta, \dots \sin n\theta$  dobijamo:

$$\boxed{a_1 = \alpha + \eta_1}, \quad a_2 = 2\eta_2, \quad \dots \quad \boxed{a_n = n\eta_n} \quad (22a)$$

odakle se vrednosti koeficijenata  $a$  direktno sračunavaju, pošto je oblik srednje linije poznat, pa samim tim i koeficijenti  $\eta$ .

Primenom uslova Kuta-Žukovski o nultoj cirkulaciji na izlaznoj ivici, tj.  $\gamma(\pi) = 0$ :

$$a_0 + \sum_{n=1}^n a_n \cos n\theta = 0$$

sledi:

$$a_0 = a_1 - a_2 + a_3 - \dots = \alpha + \eta_1 - 2\eta_2 + 3\eta_3 - \dots \quad (22b)$$

Kako u ovoj metodi koeficijent  $a_0 = \alpha_a$  predstavlja aerodinamički napadni ugao, ugao nultog uzgona  $\alpha_n = \alpha - \alpha_a$  biće:

$$\alpha_n = -(\eta_1 - 2\eta_2 + 3\eta_3 - \dots)$$

Tako izraz za redukovani koeficijent pritiska postaje:

$$C_P = \frac{2\gamma}{V_0} = \frac{4}{\sin \theta} \left[ a_0 + \sum_{n=1}^n a_n \cos n\theta \right] = \frac{4}{\sin \theta} \left[ (1 + \cos \theta)\alpha - \alpha_n + \sum_{n=1}^n n\eta_n \cos n\theta \right] \quad (23)$$

Izraz (23) može se dalje srediti, i zatim razložiti na dve komponente, pri čemu postoji više konvencija o razlaganju. Po (uslovno rečeno) **teorijskoj konvenciji**, ova jednačina se može napisati kao:

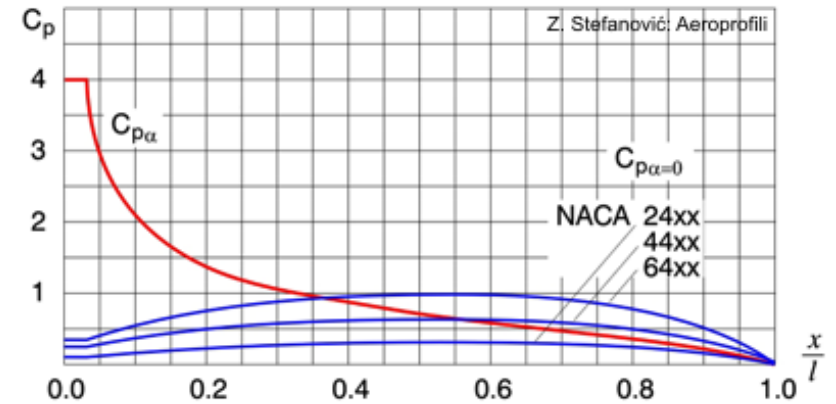
$$C_P = 4 \cot \frac{\theta}{2} \cdot \alpha + 4 \left( \sum_{n=1}^n \frac{n\eta_n \cos n\theta}{\sin \theta} - \alpha_n \right) = C_{P(\alpha=1)} \cdot \alpha + C_{P(\alpha=0)} \quad (24)$$

gde drugi član predstavlja **bazičnu raspodelu opterećenja** po tetivi, koja odgovara *nultom geometrijskom napadnom uglu* i samim tim zavisi samo od oblika srednje linije aeroprofila:

$$C_{P(\alpha=0)} = 4 \left( \sum_{n=1}^n \frac{n\eta_n \cos n\theta}{\sin \theta} - \alpha_n \right) \quad (25)$$

dok prvi član definiše proraštaj opterećenja, zavisi *samo od geometrijskog napadnog ugla* i predstavlja **aditivnu raspodelu opterećenja** po tetivi (formalno definisan za jedinični napadni ugao u radijanima):

$$C_{P(\alpha=1)} = 4 \cot \frac{\theta}{2} \quad (26)$$



Slika 7. Bazična i aditivna raspodela opterećenja za neke NACA aeroprofile (primer za  $\alpha = 10^\circ$ )

S druge strane, prema (uslovno rečeno) **inženjerskoj konvenciji**, raspodela redukovanog koeficijenta pritiska vezuje se za koeficijent uzgona kao reporni parametar. Pošto je  $C_Z = a(\alpha - \alpha_n) = 2\pi(\alpha - \alpha_n)$ , jednačina (23) može se napisati u obliku:

$$C_P = \frac{2}{\pi} \cot \frac{\theta}{2} \cdot C_Z + 4 \left[ \left( \cot \frac{\theta}{2} - 1 \right) \alpha_n + \sum_1^n \frac{n \eta_n \cos n\theta}{\sin \theta} \right] = C_{Pa} \cdot C_Z + C_{Pb} \quad (27)$$

gde je **koeficijent bazične raspodele opterećenja** (redukovanog koeficijenta pritiska), koja u ovom slučaju odgovara nultom uzgonu aeroprofila, definisan izrazom:

$$C_{Pb} = 4 \left[ \left( \cot \frac{\theta}{2} - 1 \right) \alpha_n + \sum_1^n \frac{n \eta_n \cos n\theta}{\sin \theta} \right] \quad (28)$$

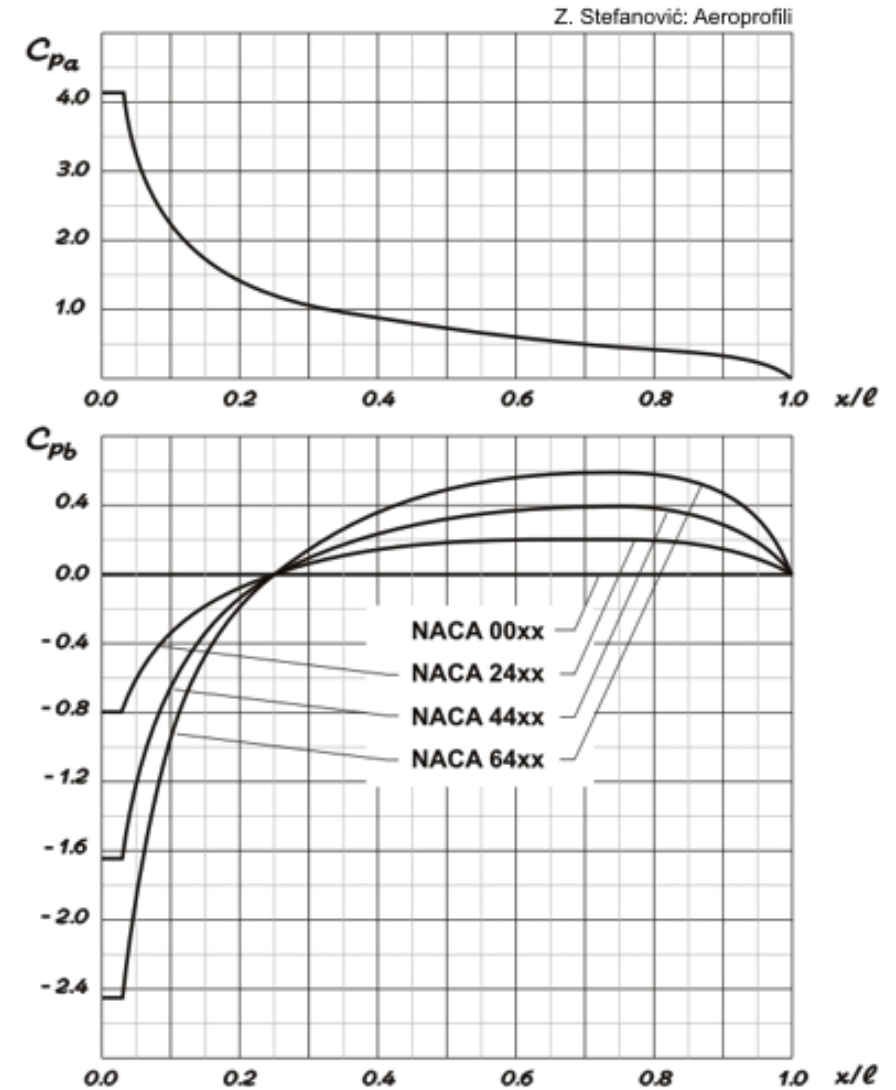
i takođe zavisi samo od *oblika srednje linije aeroprofila*.

Koeficijent **aditivne raspodele opterećenja** zavisi od priraštaja **koeficijenta uzgona** (faktički - napadnog ugla) iznad ugla nultog uzgona i u ovom pristupu definisan je izrazom:

$$C_{Pa} = \frac{2}{\pi} \cot \frac{\theta}{2} \quad (29)$$

Bez obzira koja konvencija se koristi, po teoriji tankih aeroprofila, aditivna raspodela odgovara opterećenju ravne ploče pri nekom napadnom uglu (ili koeficijentu uzgona), dok bazična zavisi od oblika srednje linije.

Pri tome se u dijapazonu od  $x/l = 0.0 \div 0.03$  tetive  $C_P$  predstavlja kao konstantna vrednost jednaka redukovanom koeficijentu pritiska na 3% tetive, pošto je teorijski na napadnoj ivici  $C_P = \infty$ .



Slika 8. Bazična i aditivan raspodela opterećenja po "inženjerskoj konvenciji" za neke NACA aeroprofile

## ***Približno određivanje opterećenja po tetivi - BVS metoda***

U inženjerskoj praksi ponekad postoji potreba za brzom procenom raspodele opterećenja po tetivi aeroprofila (npr. u slučaju preliminarne strukturalne analize). Jedna od približnih metoda koja se pokazala efikasnom u ovom smislu je BVS metoda (ili "nemačka metoda", naziv se zbog toga izgovara kao "be-fau-es"), po kojoj se koeficijent redukovanog pritiska na nekom mestu duž tetive, definisanom ugaonom koordinatom  $\theta$  (slika 3), određuje iz izraza:

$$C_P = C_Z f_z(\theta) - \overline{C_M} f_m(\theta) + \tau f_\tau(\theta, \varphi) \quad (30)$$

- ugaona koordinata:  $\theta = \arccos\left(1 - 2\frac{x}{l}\right)$
- početak zakrilca:  $\varphi = \arccos\left(2\frac{l_z}{l} - 1\right)$  (isto što je koordinata  $\theta_Z$  na slici 6)
- ugao otklona zakrilca:  $\tau$  [rad]
- popravni koeficijenti:  $f_z(\theta) = 0.716 \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ,  $f_m(\theta) = 5.80 \sin \theta - 3.26 \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ,  
 $f_\tau(\theta, \varphi) = 1.30 \log \frac{1 - \cos(\theta + \varphi)}{1 - \cos(\theta - \varphi)} + (0.024 - 1.273 \sin \varphi) \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$
- koeficijent uzgona aeroprofila:  $C_Z = C_{Z(\tau=0)} + \tau \frac{dC_Z}{d\tau}$ ; u slučaju krila konačnog razmaha, to je *lokalni koeficijent uzgona* aeroprofila na zadatom mestu na polurazmahu krila.
- redukovani koeficijent momenta propinjanja:  $\overline{C_M} = C_{M(\tau=0)} + 0.28 C_{Z(\tau=0)}$ , redukovan je po ovoj metodi na referentnu tačku na 28% tetive; koeficijent momenta za napadnu ivicu  $C_{M(\tau=0)} = C_{M0} - m \cdot C_{Z(\tau=0)}$ , gde  $C_{M0}$  i  $m$  predstavljaju vrednosti koeficijenta momenta oko aerodinamičkog centra i njegov relativni položaj (očitavaju se iz tablica za konkretni aeroprofil).