

### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

# Nastanak uzgona na aeroprofilu

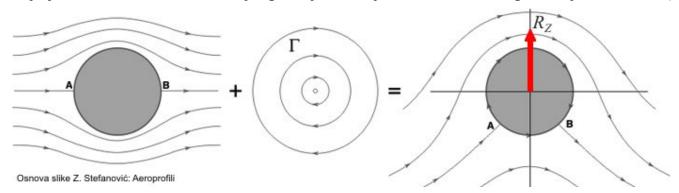
Razmotrimo najpre hipotetički slučaj - kada neporemećeno strujno polje *idealnog* gasa gustine  $\rho_0$  i brzine  $V_0$  nailazi na cilindar beskonačnog razmaha. Na čelu cilindra u tački **A** (slika 1) dolazi do skretanja struje naviše i naniže pod uglom od 90°. Horizontalna komponenta brzine na tom mestu je nula, pa se ta tačka naziva *prednjom zaustavnom tačkom*. Slična situacija postoji na zadnjoj strani cilindra, gde gornja i donja struja dolaze sa suprotnih strana u tačku **B** pod uglom od 90° u odnosu na pravac neporemećene struje, pa je horizontalna komponenta brzine takođe jednaka nuli i to mesto se naziva *zadnjom zaustavnom tačkom*. Ovaj cilindar ne stvara uzgon (ali prema Dalamberovom paradoksu ne stvara ni otpor, pošto u idealnom fluidu ne postoje ni granični sloj ni vrtložni trag).

Da bi u slučaju idealnog gasa cilindar stvarao uzgon, potrebno je u njegovom centru postaviti vrtlog konačne vrednosti cirkulacije  $\Gamma$  [m²/s]. Cirkulacija brzine se u mehanici fluida definiše kao linijski integral duž neke zatvorene krive C, oblika  $\Gamma = \int_C V \cos\theta \, ds$ , gde  $V \cos\theta$ 

predstavlja projekciju vektora brzine na elementani segment dela ove krive. Ovaj vrtlog će stvarati ili "indukovati" obrtno strujanje oko cilindra, u kome se fluidni delići kreću po koncentričnim kružnim putanjama oko cilindra (ali isključivo u translatornom smislu, bez defomacija ili rotacija oko sopstvenih osa). Superponiranjem neporemećene vazdušne struje i strujnog polja vrtloga dobija se rezultujuće strujno polje u kome, prema teoremi Kuta-Žukovski, cilindar u idealnom gasu stvara uzgonsku silu po jedinici razmaha cilindra:

$$R_Z = \rho_0 V_0 \Gamma$$
 [N/m]

dok njegov otpor i dalje ostaje jednak nuli. U ovom slučaju, prednja i zadnja zaustavna tačka pomeraju se naniže (slika 1).



Slika 1. (a) Generisanje uzgona oko cilindra u idealnom fluidu



### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor



Slika 1. (b) Generisanje uzgona oko cilindra u realnom fluidu - praktična primena tzv. Fletnerovog rotora



### PRIMENJENA AERODINAMIKA

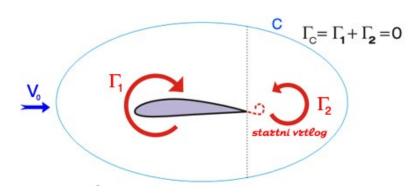


master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

Ovaj model dobio je svoju potvrdu i u praksi, kada je Fletnerov brod sa dva rotirajuća cilindra umesto jedara, 1925. godine preplovio Atlantik. Cirkulaciju u ovom slučaju svaraju viskozne sile. Cirkilacija na površini cilindra je  $\Gamma = \int_C V \cos\theta \, ds = V_t \cdot Obim = \omega r \cdot 2r\pi$ , gde  $\omega$ 

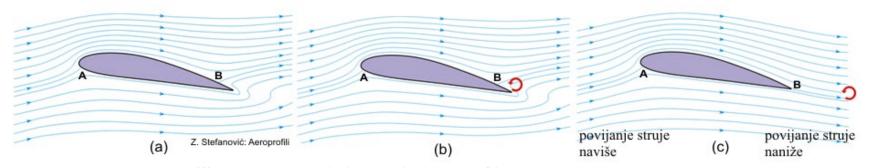
predstavlja ugaonu brzinu, a r poluprečnik cilindra.

Posmatrajmo sada aeroprofil koji se inicijalno nalazi u fluidu koji miruje,  $V_0=0$ . Po teoremi Kelvina, cirkulacija kroz proizvoljnu zatvorenu konturu C koja ga okružuje mora biti konstantna u vremenu (a u mirujućem fluidu jednaka je nuli,  $\Gamma_C=0$ ). Ukoliko se fluid u nekom trenutku pokrene i dostigne brzinu  $V_0$ , aeroprofil u realnom fluidu počinje da stvara uzgon, kome bi u teorijskom smislu odgovarala pojava vrtloga intenziteta  $\Gamma_1$  i koji bi ga reprezentovao u slučaju idealnog fluida unutar konture C, i taj vrtlog se trajno vezuje za aeroprofil i zove se *vezani vrtlog*. Međutim, pošto ukupna cirkulacija unutar konture C mora ostati jednaka nuli, na izlaznoj ivici aeroprofila nastaje tzv. *startni* ili *inicijalni vrtlog* suprotnog smera i intenziteta  $\Gamma_2=-\Gamma_1$ , koji se odvaja od izlazne ivice i tokom vremena nastavlja da putuje niz vazdušnu struju. Ovim je ispunjen uslov  $\Gamma_C=\Gamma_1+\Gamma_2=0$  (slika 2).



Slika 2. Nastanak uzgona po teoremi Kelvina

Na aeroprofilu opstrujavanom vazduhom, ovaj matematički model može se fizički obrazložiti koristeći efekte viskoznosti. Naime, kada se, na primer, aeroprofil pod izvesnim napadnim uglom nađe u vazdušnoj struji aerotunela koji je upravo proradio, prednja zaustavna tačka A biće negde na radijusu napadne ivice, dok će se zadnja zaustavna tačka B inicijalno pojaviti na gornjaci ispred njegove izlazne ivice, gde bi se inače i zadržala da je vazduh idealan fluid (slika 3 (a)). U ovom slučaju promena vektora brzine opstrujavanja oko izlazne ivice teorijski bi bila beskonačna.



Slika 3. Pojava cirkulacije oko aeroprofila NACA 4415 pri  $\alpha=10^{\circ}$ 









master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

Međutim, u realnom fluidu veliki gradijent brzine svara velike viskozne sile, pa diskontinuitet struje na izlaznoj ivici generiše inicijalni vrtlog, koga vazdušna struja spira niz aeroprofil (slika 3(b)), i zadnja zaustavna tačka B se konačno vezuje za izlaznu ivicu (slika 3(c)).

Na ovaj način, uspostavlja se "cirkulacija" oko aeroprofila, koji zbog razlike brzina, pa samim tim i pritisaka na gornjaci i donjaci, počinje da generiše *uzgon*, ali takođe i neizbežni *otpor*, pošto ga opstrujava realni gas. Pri tome dolazi do povijanja vazdušne struje naviše ispred aeroprofila, a naniže iza aeroprofila, u odnosu na pravac neporemećene struje.

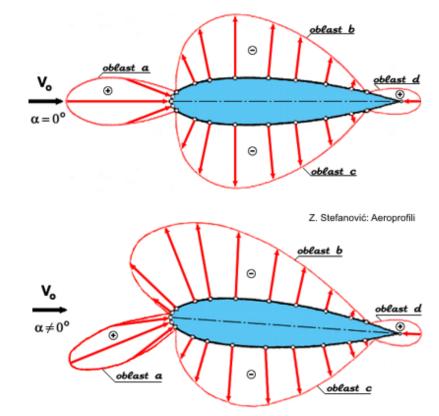
# Raspodela pritiska i aerodinamički koeficijenti aeroprofila pri nestišljivom strujanju

Lokalnu aerodinamičku silu po konturi aeroprofila generiše razlika statičkog pritiska p u datoj tački konture i statičkog pritiska  $p_0$  neporemećene struje  $p - p_0$ . Zato se u kontekstu proračuna često upotrebljava koeficijent pritiska:

$$C_p = \frac{p - p_0}{q_0} \tag{1}$$

gde  $q_0 = 1/2 \cdot \rho V_0^2$  predstavlja dinamički pritisak neporemećene struje. Na slici 4 gore prikazan je dijagram raspodele koeficijenta pritiska oko simetričnog aeroprofila pri nultom napadnom uglu. Pri tome oblasti a i d u okolini prednje i zadnje zaustavne tačke predstavljaju zone usporenja, pa samim tim i pozitivnog koeficijenta pritiska, dok oblasti b i c na zakrivljenim konturama gornjake i donjake predstavljaju zone ubrzanja i negativnog koeficijenta pritiska. Zbog simetrične raspodele  $C_p$  s gornje i donje strane, jasno je da je u ovom slučaju uzgon simetričnog aeroprofila jednak nuli, ali otpor nije.

Na slici 4 - dole, prikazan je isti aeroprofil pod nekim pozitivnim napadnim uglom. Oblast a je spuštena niz napadnu ivicu i blago usmerena naviše (prednja zaustavna tačka pomerila se naniže), dok je oblast b negativnog koeficijenta pritiska veća od oblasti c (gde je  $C_p$  takođe negativno). Ova razlika, u odnosu na slučaj nultog napadnog ugla, dovodi do pojave uzgona (međutim, na nesimetričnim aeroprofilima uzgon se javlja i pri nultom geometrijskom napanom uglu!).



Slika 4. Raspodela koeficijenta pritiska na simetričnom aeroprofilu pri nultom i pozitivnom  $\alpha$ 



### PRIMENJENA AERODINAMIKA



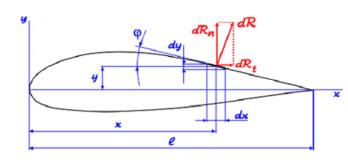


master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

Elementarnu silu  $dR = (p - p_0)ds$ , koja se javlja kao *posledica razlike pritiska* (ne uključuje otpor trenja) na segmentu konture aeroprofila ds jedniničnog razmaha 1m (ukupni razmah je beskonačan), možemo da razložimo na komponente  $dR_N$  - normalno i  $dR_T$  - tangencijalno u odnosu na tetivu. Imajući u vidu da je u vezanom koordinatnom sistemu x - y (ili suštinski t - n, slika 5)  $dx = ds \cos \varphi$  i  $dy = ds \sin \varphi$ , možemo napisati:

$$dR_N = (p - p_0)dx$$
 i  $dR_T = (p - p_0)dy$ 

dok će moment elementarne sile u odnosu na napadnu ivicu biti (po konvenciji on je pozitivan kada deluje u smeru kazaljke na satu):



Slika 5. Lokalna sila na aeroprofilu

$$dM = ydR_T - xdR_N$$

Rezultujuće komponente sile i moment možemo napisati kao  $R_N = C_N \cdot q_0 \cdot S$ ,  $R_T = C_{Tp} \cdot q_0 \cdot S$  i  $M = C_M \cdot q_0 \cdot S \cdot l$ , gde je  $S = l \cdot 1$ . Indeks "p" u  $C_{Tp}$  naglašava da ovako određen koeficijent potiče od pritiska i ne uključuje komponentu  $C_{T \ trenje}$  od graničnog sloja (trenje zanemarljivo utiče na  $C_N$  i  $C_M$ ). Iz izraza (1) imamo:  $p - p_0 = q_0 C_p$ , pa možemo napisati:

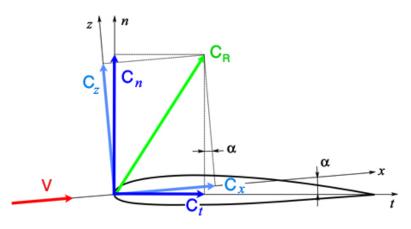
$$C_N = \frac{1}{I} \oint C_p \, dx$$
,  $C_{Tp} = \frac{1}{I} \oint C_p \, dy$ ,  $C_M = \frac{1}{I^2} \oint C_p \, (y \, dy - x \, dx)$ , pri čemu bi ukupna vrednost za  $C_T$  bila:  $C_T = C_{Tp} + C_{T \, trenje}$ 

Koeficijenti  $C_N$  i  $C_T$  uglavnom se koriste u strukturalnoj analizi. U aerodinamičkim proračunima češće se koriste koeficijenti uzgona  $C_Z$  i otpora  $C_X$ , koje (videti sliku 6) možemo odrediti kao:

$$C_Z = C_N \cos \alpha - C_T \sin \alpha \tag{2}$$

$$C_X = C_N \sin \alpha + C_T \cos \alpha \tag{3}$$

Izraz za moment ne zavisi od izbora ova dva koordinatna sistema.



Slika 6. Dva načina definisanja komponenti



### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

Aerodinamički moment oko napadne ivice menja se u funkciji napadnog ugla, zato što se i intenzitet i položaj rezultujuće aerodinamičke sile menjaju sa napadnim uglom (slika 7). Tačka preseka napadne linije rezultujuće aerodinamičke sile i tetive aeroprofila zove se **centar potiska**, skraćeno *c.p.* i njegov *položaj*  $x_{cp}$  *se menja* sa promenom napadnog ugla.

Međutim, na aeroprofilima postoji i jedna fiksna tačka oko koje je moment rezultujuće aerodinamičke sile konstantan i ne zavisi od napadnog ugla (osim u okolini  $\alpha_{kr}$ ), koja se zove **aerodinamički centar**. Njegov položaj se teorijski nalazi na rastojanju od jedne četvrtine tetive iza napadne ivice (u podzvučnom strujanju), dok realno - zavisno od konkretnog aeroprofila, može biti par procenata tetive ispred ili iza teorijskog položaja  $(x/l)_{ac} = 0.25$ , kao i par procenata dužine tetive ispod ili iznad nje. Tačan položaj  $(x/l)_{ac}$  i  $(y/l)_{ac}$  može se naći u tablicama aeroprofila za svaki konkretni aeroprofil.

## Koeficijent uzgona aeroprofila

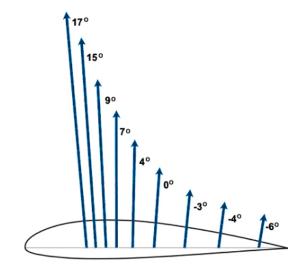
Tipičan dijagram promene koeficijenta uzgona aeroprofila  $C_Z$  prikazan je na slici 8. Karakteristični parametri su:

Ugao nultog uzgona  $\alpha_n$ - kod aeroprofila sa pozitivnom zakrivljenošću (srednja linija je iznad tetive) ovo je uglavnom mala negativna vrednost, kod simetričnih je  $\alpha_n = 0$ , dok kod inverznih aeroprofila (srednja linija je ispod tetive) on ima malu pozitivnu vrednost.

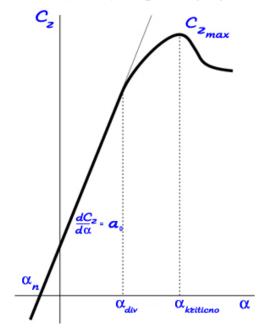
**Gradijent uzgona**  $a_0 = dC_Z/d\alpha$  - pri malim i srednjim napadnim uglovima ima konstantnu vrednost i tu je funkcionalna zavisnost  $C_Z = f(\alpha)$  pravolinijska. Od napadnog ugla divergencije  $\alpha_{div}$  on počinje progresivno da opada, zbog sve intenzivnijeg uticaja vrtložnog traga. (Oznaka  $a_0$  se koristi za aeroprofile, a oznaka a za krila konačnog razmaha).

Maksimalni koeficijnt uzgona  $C_{Z\max}$  - predstavlja maksimum ove krive, kada gradijent uzgona postaje jednak nuli. Dalje povećanje napadnog ugla vodi ka padu uzgona, gradijent postaje negativan, a sve je posedica masivnog otcepljenja vazdušne struje sa gornjake.

Kritični napadni ugao  $\alpha_{kr}$  - je napadni ugao koji odgovara vrednosti  $C_{Z\max}$  .



Slika 7. Položaj rezultujuće aerodinamičke sile u funkciji napadnog ugla



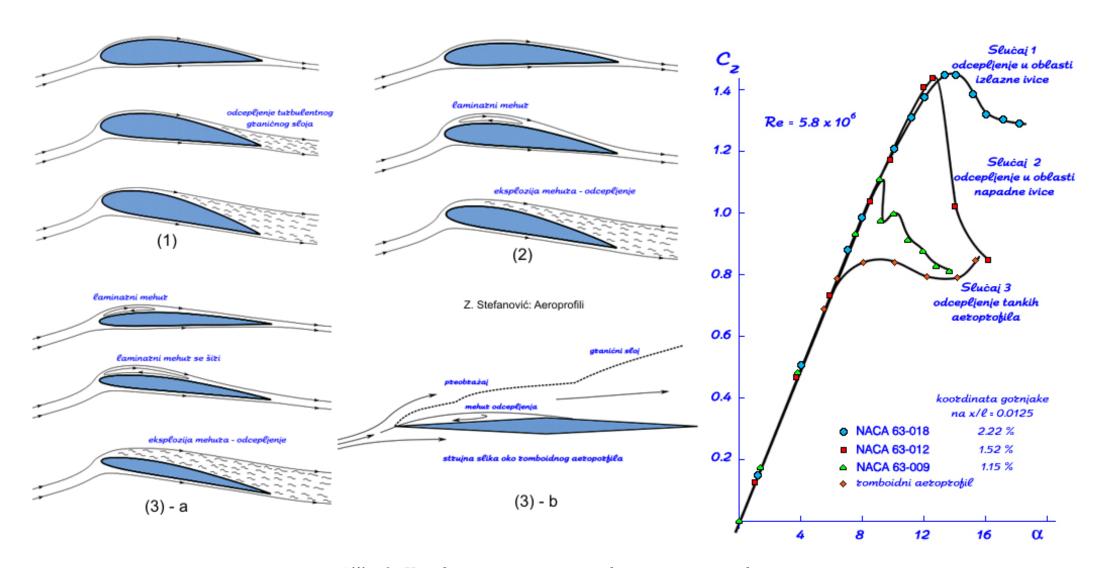
Slika 8. Koeficijent uzgona u funkciji  $\alpha$ 



### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor



Slika 9. Karakteristični tipovi otcepljenja graničnog sloja

Zavisno od geometrije aeroprofila, ali i hrapavosti, Mahovog i Rejnoldsovog broja, može se definisati nekoliko karakterističnih tipova otcepljenja (ili odvajanja) graničnog sloja - slika 9.



### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

- (1) Otcepljenje turbulentnog graničnog sloja u oblasti izlazne ivice javlja se uglavnom kod aeroprofila sa većim radijusom konture u okolini napadne ivice gornjake, srednje i veće relativne debljine. Sa povećanjem napadnog ugla, tačka formiranja vrtložnog traga progresivno se pomera unapred, a do sloma uzgona (stolinga) ne dolazi naglo. Maksimalni koeficijent uzgona srazmerno je veliki.
- (2) Otcepljenje laminarnog graničnog sloja u oblasti napadne ivice javlja se kod aeroprofila sa nešto manjim radijusom konture u okolini napadne ivice gornjake, uglavnom srednjih relativnih debljina. Sa povećanjem napadnog ugla, najpre se javlja inicijalno odvajanje laminarnog sloja uz formiranje laminarnog mehura (zarobljene zone strujanja) usled velikih lokalnih brzina iza napadne ivice na gornjaci, iza koga se strujanje ponovo vezuje za gornjaku. Zahvaljujući ovome, maksimalni koeficijenti uzgona ovih aeroprofila takođe mogu biti relativno veliki. Međutim, u trenutku "pucanja" laminarnog mehura, tačka otcepljenja se pojavljuje u blizini napadne ivice i do gubitka uzgona dolazi naglo.
- (3)-a *Otcepljenje kod tankih podzvučnih aeroprofila* nastaje principski vrlo slično kao u slučaju (2), osim što su svi efekti "burniji" zbog još manjih radijusa konture u domenu napadne ivice gornjake, pa ovi aeroprofili postižu dosta manje vrednosti maksimalnog koeficijenta uzgona, uz nagli slom uzgona.
- (3)-b *Otcepljenje kod nadzvučnih aeroprofila* (koji svakako moraju biti tanki) u domenu podzvučnih brzina, predstavlja drastičnu varijantu prethodnog slučaja. Zbog oštre napadne ivice, mehur otcepljenja formira se već na veoma malim napadnim uglovima, otcepljenje je na samoj napadnoj ivici, a vrednosti  $C_{Z\max}$  su veoma male. Zato se ovi aeroprofili koriste na raketama, koje vrlo brzo po lansiranju prelaze u domen supersoničnog strujanja. Međutim, kod nadzvučnih lovačkih aviona, koji ipak dominantno lete i manevrišu pri višim podzvučnim brzinama, koriste se najčešće tanki laminarni aeroprofili sa konačnim radijusom napadne ivice.

Uzgonski parametri  $\alpha_n$ ,  $a_0$ ,  $C_{Z\max}$  i  $\alpha_{kr}$  mogu se naći u tablicama aeroprofila (za naznačene vrednosti Rejnoldsovog broja i pod pretpostavkom nestišljivog strujanja). U operativnim analizama, za manje i umerene vrednosti napadnih uglova, linearna zavisnost koeficijenta uzgona do  $\alpha_{div}$  definisana je izrazom:

$$C_Z = a_0 \cdot (\alpha - \alpha_n) \tag{4}$$

Teorijska vrednost gradijenta uzgona, po teoriji tankih aeroprofila (o ovome će detaljno biti reči kasnije), iznosi  $a_0 = 2\pi$  za napadne uglove izražene u radijanima. U operativnim proračunima napadni ugao se izražava u stepenima, pa će teorijska vrednost iznositi  $a_0 = 2\pi/57.3 = 0.1096$ . Većina laminarnih aeroprofila ima gradijent uzgona veoma blizak ovoj vrednosti. Klasični aeroprofila imaju nešto manje, a derivativi superkritičnih aeroprofila nešto veće vrednosti od teorijske itd, tako da se za operativne proračune svakako moraju koristiti tablice, formirane na osnovu aerotunelskih ispitivanja.

#### PRIMENJENA AERODINAMIKA





master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

## Koeficijent otpora aeroprofila

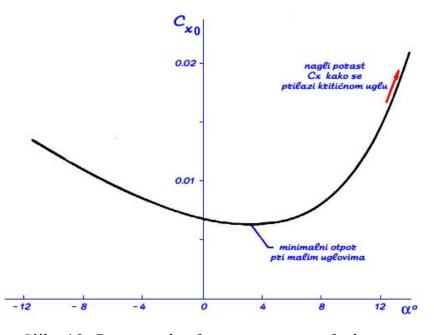
Koeficijent otpora aeroprofila  $C_{X0}$  (i ovde indeks "0" znači da se radi o aeroprofilu) takođe predstavlja funkciju napadnog ugla (slika 10). Međutim, pošto zavisnost koeficijenta uzgona od napadnog ugla predstavlja jednoznačno definisanu funkciju, u praksi se koeficijent otpora češće definiše u funkciji koeficijenta uzgona.

Kada su efekti stišljivosti zanemarljivi, otpor aeroprofila može se definisati jednačinom:

$$C_{X0} = C_{X0\,\text{min}} + C_{X0\,pol} \tag{5}$$

gde  $C_{X0\,\mathrm{min}}$  predstavlja minimalni koeficijent otpora aeroprofila, a  $C_{X0\,pol}$  njegovu položajnu komponentu, koja zavisi od položaja – tj. napadnog ugla. Minimalni koeficijent otpora dat je jednačinom:

$$C_{X0\min} = C_{X0\min\tau} + C_{X0\min p} \tag{6}$$



Slika 10. Promena koeficijenta otpora u funkciji  $\alpha$ 

Njegova prva komponenta  $C_{X0\min\tau}$  je koeficijent otpora trenja, koji je posledica viskoznosti vazduha i postojanja graničnog sloja. Druga komponenta je koeficijent otpora oblika (ili otpor pritiska), koji je takođe posledica viskoznosti, jer granični sloj i vrtložni trag menjaju efektivnu opstrujavanu konturu aeroprofila, usled čega dolazi do razlike pritisaka ispred i iza aeroprofila.

U praktičnim proračunima položajna komponenta može se odrediti pomoću izraza (ova jednačina važi za klasične aeroprofile):

$$C_{X0pol} = 0.01(C_Z - C_{Zop})^2 (7)$$

dok se, u fizičkom smislu, položajni otpor može tretirati dominantno kao promena otpora oblika sa napadnim uglom. Tako konačno možemo napisati da je otpor aeroprofila:

$$C_{X0} = C_{X0\,\text{min}} + 0.01(C_Z - C_{Z\,op})^2 \tag{8}$$

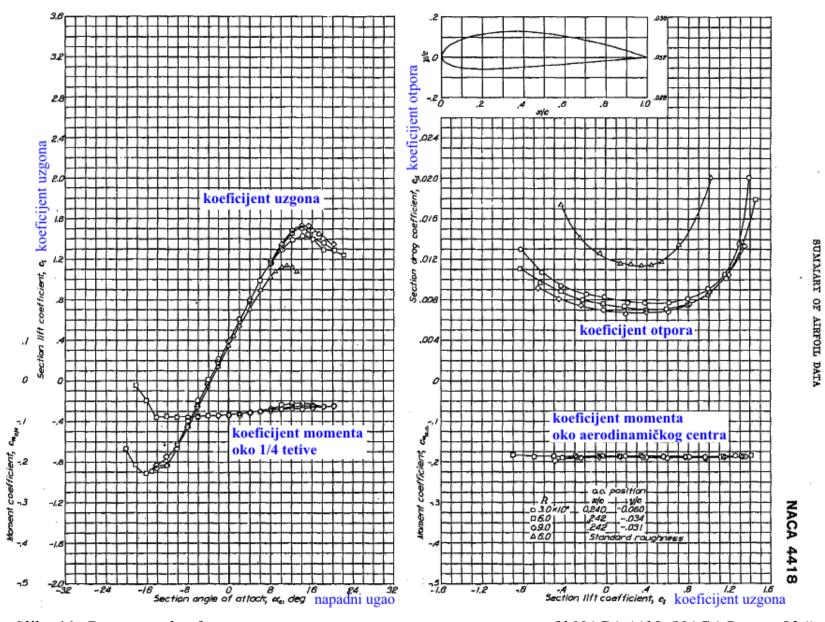
gde  $C_{X0\,\text{min}}$  i  $C_{Z\,op}$  predstavljaju tablične vrednosti, dok se  $C_Z$  određuje iz jednačine (4).



### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor



Slika 11. Dijagrami koeficijenata uzgona, otpora i momenta za aeroprofil NACA 4418 (NACA Report 824)



### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

Na slici 11 prikazani su dijagrami aerodinamičkih karakteristika aeroprofila koje je svojevremeno publikovala agencija NACA i koji predstavljaju uobičajeni način prikazivanja karakteristika i za druge kategorije aeroprofila. Pri tome se kriva zavisnosti koeficijenta otpora od uzgona naziva *polara*. Polara se prikazuje i za krila konačnog razmaha, kao i kompletne konfiguracije aviona, ali apscisa i ordinata zamenjuju mesta (otpor je u tom slučaju na apscisi). Polara krila, pored profilnog (aeroprofilskog), uključuje i indukovani otpor.

### Koeficijent momenta aeroprofila

Koeficijent momenta aerodinamičke sile mora se definisati u odnosu na neku referentnu tačku (videti sliku 11). U tom smislu u svetu, a i kod nas, najčešće se usvajaju tri moguća položaja:

- napadna ivica aeroprofila, za koju se koeficijent označava sa  $C_M$
- aerodinamički centar, sa oznakom koeficijenta  $C_{Mac}$ , čiji se relativni podužni položaj označava sa  $m = (x/l)_{ac}$
- položaj na prvoj četvrtini tetive, sa oznakom  $C_{M1/4}$  ili  $C_{M0.25}$  (to je teorijski položaj aerodinamičkog centra).

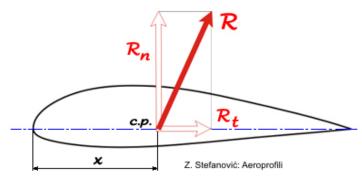
I koeficijent momenta se u prktičnim proračunima definiše kao funkcija koeficijenta uzgona. U odnosu na napadnu ivicu određuje se izrazom:

$$C_M = C_{M0} - m \cdot C_Z \tag{9}$$

gde  $C_{M0}$  predstavlja koeficijent momenta pri nultom uzgonu. To je tablična vrednost koja je funkcija zakrivljenosti aeroprofila, pri čemu je za simetrične aeroprofile  $C_{M0} = 0$ . Parametar m u (9) predstavlja gradijent momenta (brojno je jednak relativnom položaju aerodinamičkog centra, videti dokaz u nastavku), pri čemu i on predstavlja tablična vrednost, u okolini prve četvrtine tetive.

Na osnovu izraza (9) moguće je za svaki koeficijent uzgona (tj. napadni ugao) odrediti centar potiska aerodinamičke sile (slika 12). Pošto je:

$$M=-x_{cp}\cdot R_N$$
 odnosno:  $C_MqSl=-x_{cp}\cdot C_NqS$  ili  $C_M\ l=-x_{cp}\cdot C_N$  sledi 
$$\left(\frac{x}{l}\right)_{cp}=-\frac{C_M}{C_N}$$



Slika 12. Položaj centra potiska aeroprofila



### PRIMENJENA AERODINAMIKA

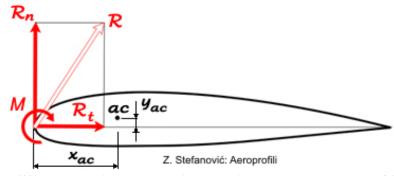


master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

Međutim, uzimajuću u obzir da je za manje i umerene napadne uglove  $C_N \approx C_Z$ , dobija se izraz koji se koristi u praktičnim inženjerskim proračunima za određivanje relativnog položaja centra potiska c.p.:

$$\left(\frac{x}{l}\right)_{cp} = -\frac{C_M}{C_Z} = m - \frac{C_{M0}}{C_Z} \tag{10}$$

Kada se kao referentna tačka koristi napadna ivica, aerodinamička sila se iz centra potiska redukuje (prebacuje) u napadnu ivicu i njoj se pridružuje moment *M*, kao na slici 13.



Slika 13. Položaj aerodinamičkog centra aeroprofila

Ako s druge strane koristimo aerodinamički centar kao referentnu tačku, moment oko njega možemo definisati izrazom:

$$M_{ac} = M + R_N x_{ac} - R_T y_{ac}$$

Međutim, pošto je  $y_{ac} \approx 0$  i  $R_N \approx R_Z$ , gornja jednačina, napisana preko koeficijenata, može da se transformiše u izraz:

$$C_M = C_{Mac} - \left(\frac{x}{l}\right)_{ac} \cdot C_Z \tag{11}$$

što je istovetna jednačina kao i (9), napisana u drugačijoj formi. Odavde sledi:

$$C_{M0} = C_{Mac} \quad i \quad m = \left(\frac{x}{l}\right)_{ac}$$

To znači da je koeficijent momenta pri nultom uzgonu isto što i koeficijent momenta oko aerodinamičkog centra, pa se u tablicama za ovu vrednost ravnopravno koriste obe oznake. Isto tako, relativni položaj aerodinamičkog centra ujedno je i gradijent momenta oko napadne ivice, pa se u tablicama aeroprofila ravnopravno mogu koristiti oznake m ili  $\left(\frac{x}{l}\right)_{ac}$ .

Tipičan sadržaj tablica aeroprofila dat je na slici 14.



### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

Aerodinamičke karakteristike aero	profila (iz monografije	: Z.Stefanović, Aeroprofil	i, Mašinski fakultet, Beograd, 2005)

			1					, ,		
Aeroprofil	MRe	$\alpha_{\mathbf{n}}$	$a_0^{}$	Cz <sub>max</sub>	$\alpha_{kr}$	$C_{zop}$	Cx <sub>omin</sub>	Cm <sub>ac</sub>	$(x/l)_{ac}$	(y/l) <sub>ac</sub>
NACA 0006	8.5	0.0	0.098	0.91 D	14	0.00	0.0051	0.000	0.243	0.000
NACA 0009	8.3	0.0	0.098	1.39 A	14	0.00	0.0058	0.000	0.240	0.000
NACA 0012	8.4	0.0	0.099	1.66 A	18	0.00	0.0060	0.000	0.244	0.000
NACA 0015	8.6	0.0	0.097	1.66 A	19	0.00	0.0064	0.000	0.238	0.000
NACA 0018	7.8	0.0	0.096	1.53 A	18	0.00	0.0070	0.000	0.233	0.000
NACA 0021	8.2	0.0	0.093	1.48 A	18	0.00	0.0080	0.000	0.220	0.000
NACA 0025	8.8	0.0	0.085	1.26 D	-	0.00	0.0093	0.000	0.223	0.000
NACA 0030	8.4	0.0	0.074	1.06 D	-	0.00	0.0117	-0.005	0.181	0.000
NACA 1408	9.0	-0.9	0.110	1.34 D	14	0.10	0.0051	-0.020	0.250	0.007
NACA 1410	9.0	-0.9	0.110	1.50 D	14	0.15	0.0055	-0.019	0.247	0.007
NACA 1412	9.0	-1.0	0.110	1.58 D	15	0.10	0.0057	-0.025	0.252	-0.026
NACA 2212	8.5	-1.8	0.099	1.72 D	17	0.12	0.0062	-0.029	0.241	0.050
NACA 2306	8.1	-1.8	0.104	1.04 D	11	0.14	0.0060	-0.036	0.246	0.040
NACA 2309	7.8	-2.0	0.103	1.51 A	16	0.20	0.0062	-0.037	0.242	0.050
NACA 2312	8.2	-1.9	0.101	1.61 B	17	0.13	0.0063	-0.039	0.238	0.040
NACA 2315	8.1	-1.7	0.102	1.54 B	16	0.09	0.0068	-0.034	0.241	0.030
NACA 2406	8.2	-1.7	0.103	1.01 D	13	0.22	0.0056	-0.039	0.246	0.040
NACA 2409	8.3	-1.7	0.099	1.62 B	15	0.08	0.0060	-0.044	0.243	0.040
NACA 2412	8.2	-2.0	0.098	1.72 B	18	0.14	0.0061	-0.043	0.245	0.030
NACA 2415	8.0	-1.7	0.097	1.66 C	17	0.10	0.0068	-0.040	0.236	0.050
NACA 2418	8.1	-1.9	0.094	1.53 C	16	0.06	0.0076	-0.038	0.239	0.020
NACA 2421	7.9	-1.7	0.097	1.35 D	16	0.11	0.0127	-0.035	0.236	0.020
NACA 2424	5.9	-1.9	0.098	1.28 D	-	0.10	0.0079	-0.035	0.228	0.019
NACA 2506	8.1	-2.0	0.103	1.03 D	15	0.16	0.0058	-0.048	0.250	0.000
NACA 2509	8.1	-2.0	0.102	1.38 D	14	0.15	0.0060	-0.051	0.247	0.020
NACA 2512	8.1	-2.1	0.102	1.62 B	18	0.20	0.0063	-0.054	0.240	0.020
NACA 2515	8.1	-2.0	0.099	1.53 B	17	0.14	0.0070	-0.050	0.241	0.020
NACA 2518	8.1	-2.0	0.096	1.48 D	16	0.09	0.0075	-0.047	0.239	0.020

Slika 14. Karakteristični tablični parametri nekih aeroprofila, koji odgovaraju navedenom MRe brojevima za nestišljivo strujanje

Razmatranjem oznaka aeroprofila i njihovih geometrijskih karakteristika, možemo izvesti neke opšte zavisnosti između geometrije i aerodinamičkih karakteristika. Na primer, za aeroprofile (slika 14) generalno važi da sa porastom maksimalne relativne debljine raste kako maksimalni koeficijent uzgona, tako i minimalni koeficijent otpora (neki izuzeci svakako postoje), dok sa porastom maksimalne relativne krivine rastu maksimalni koeficijent uzgona i moment oko aerodinamičkog centra po svojoj apsolutnoj vrednosti, itd.



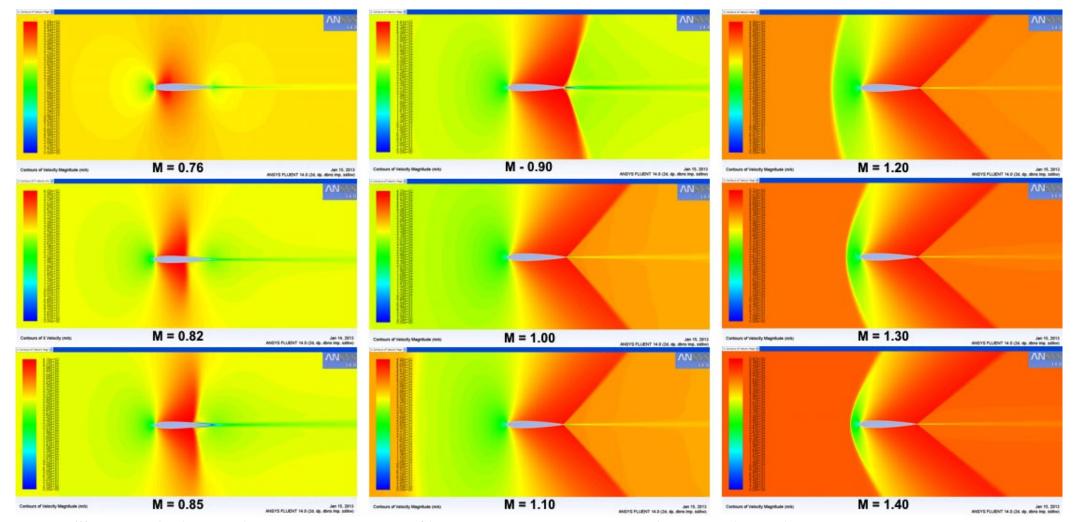
### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

# Uticaj stišljivosti na strujanje oko aeroprofila

Na slici 15 prakazana je CFD anliza strujanja oko simetričnog aeroprofila pri  $\alpha = 0^{\circ}$  u dijapazonu Mahovih brojeva neporemećene struje  $M_0 = 0.76$  do 1.40. Prikazano je polje brzina, pri čemu jarko crvena boja predstavlja oblasti srazmerno najveće lokalne brzine.



Slika 15. Polje brzina oko simetričnog aeroprofila NACA 0012 pri  $\alpha=0^{\circ}$  i različitim Mahovim brojevima neporemećene struje



### PRIMENJENA AERODINAMIKA





master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

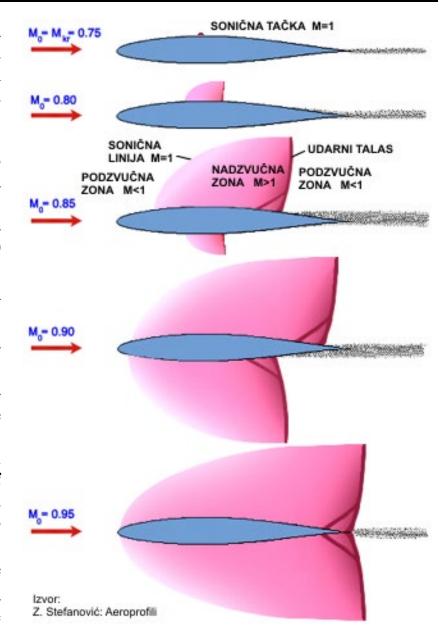
Na slici 16 prikazana je uprošćena strujna slika oko simetričnog aeroprofila koji se, za razliku od primera na slici 15, gde je strujna slika iznad i ispod aeroprofila simetrična, nalazi na malom (konstantnom) pozitivnom napadnom uglu i stvara uzgon. Principski ista situacija bila bi i na zakrivljenom aeroprofilu koji stvara uzgon. Zbog zakrivljenosti konture gornjake i donjake, Mahov broj (kao i brzina) lokalne struje oko njih povećava se u odnosu na Mahov broj neporemećene struje ispred aeroprofila, pri čemu je ubrzanje na gornjaci nešto veće. Sa povećanjem Mahovog broja neporemećene struje, lokalni Mahov broj na gornjaci približava se jedinici (strujanje pri M=1 zove se sonično).

Podzvučni Mahov broj *neporemećene struje* pri kome se negde lokalno na konturi aeroprofila pojavi *sonična tačka* (tačka u kojoj je Mahov broj M = 1) zove se *kritični Mahov* broj  $M_{kr}$  (slika 16). Pri tome:

- **podkritično strujanje** podrazumeva onaj domen Mahovih brojeva neporemećene struje koji su  $M_0 < M_{kr}$  pri nekom datom napadnom uglu;
- nadkritično strujanje podrazumeva onaj domen Mahovih brojeva neporemećene struje koji su  $M_0 > M_{kr}$  pri nekom datom napadnom uglu.

Sa povećanjem Mahovog broja neporemećene struje iznad  $M_{kr}$ , sonična tačka na gornjaci prerasta u nadzvučnu zonu, gde je lokalno M>1. Sa leve strane ograničena je soničnom linijom, duž koje je M=1, a ispred nje je M<1. Međutim, povratak vazdušne struje iz lokalne nadzvučne zone ne može se obaviti kontinualno i izentropski, već skokovito kroz diskontinuitet, koji se zove udarni talas. Tip udarnog talasa koji vazdušnu struju prevodi iz nadzvučne M>1 u podzvučnu oblast M<1 zove se normalni udarni talas. Na slici 15 on je jasno vidljiv počev od  $M_0=0.82$ .

Sa daljim povećanjem  $M_0$  (pretpostavlja se da napadni ugao sve vreme ostaje isti), nadzvučna zona na gornjaci raste, ali se pojavljuje i nova nadzvučna zona na donjaci. Naknadno povećanje  $M_0$  dovodi do progresivnog porasta obe zone, ali i udarnih talasa na gornjaci i donjaci iza njih.



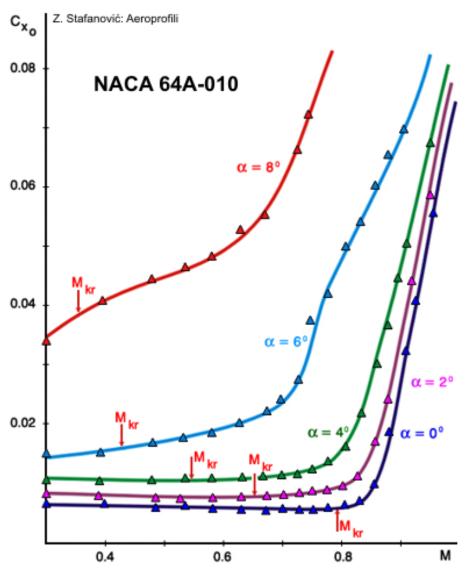
Slika 16. Aeroprofil pri malom pozitivnom  $\alpha$ 



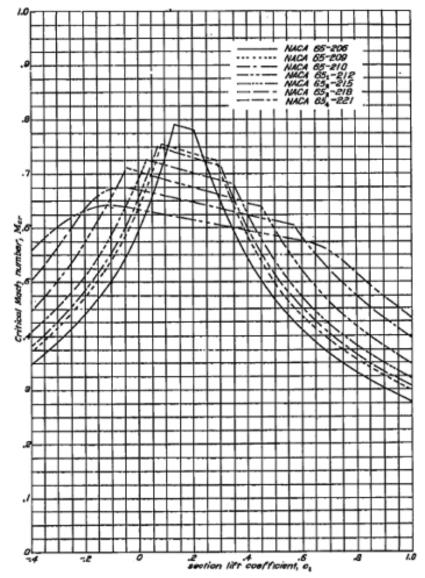
### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor



Slika 17. Promena  $M_{kr}$  sa napadnim uglom



Slika 18. Promena  $M_{kr}$  za nekoliko laminarnih aeroprofila u funkciji koeficijenta uzgona (NACA Report 824)



### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

Udarni talasi predstavljaju dodatni izvor otpora koji se, kao što je ranije već spomenuto u analizi strukture otpora, po njima zove  $talasni\ otpor$ . Usled toga se, sa povećanjem Mahovog broja iznad  $M_{kr}$ , javlja naglo povećanje ili  $divergencija\ otpora$ , uzrokovana vrlo brzim porastom udarnih talasa, proporcionalno porastu lokalne nadzvučne zone (videti sliku 15). Pri prolasku vazdušne struje kroz udarni talas dolazi do skokovitog pada brizne i Mahovog broja, a porasta statičkog pritiska, temperature i gustine. Zato se udarni talasi nazivaju i kompresionim talasima. Gubici koji se javljaju kroz udarni talas (intenzivno viskozno trenje) i koji generišu otpor, manifestuju se padom zaustavnog pritiska iza udarnog talasa. Pored normalnih, postoje i kosi udarni talasi, kroz koje Mahov broj opada od višeg nadzvučnog na niži, ali i dalje nadzvučni Mahov broj.

Sa promenom napadnog ugla, lokalno ubrzanje struje iznad gornjake raste za isti Mahov broj neporemećene struje. Zbog toga  $M_{kr}$  opada sa povećanjem napadnog ugla (videti primer na slici 17). Tipični NACA dijagrami promene  $M_{kr}$  u funkciji koeficijenta uzgona aeroprofila prikazani su na slici 18 na primeru nekoliko nesimetričnih aeroprofila. Sa nje se vidi da, nakon porasta do maksimuma pri nekoj maloj vrednosti  $C_Z$ ,  $M_{kr}$  progresivno opada sa porastom koeficijenta uzgona u njegovim domenima koji se koriste u operativnom letenju. Sa ove slike takođe se vidi uticaj oblika aeroprofila, pri čemu sa porastom relativne debljine  $M_{kr}$  progresivno opada, što je direktno povezano sa uticajem debljine na lokalno ubrzanje struje.

Vrednost koeficijenta pritiska u nekoj tački u kojoj je postignut lokalni Mahov broj M, pri Mahovom broju neporemećene struje  $M_0$ , može se odrediti iz izraza:

$$C_p = \frac{2}{\kappa M_0^2} \left\{ \left[ \frac{2 + (\kappa - 1)M_0^2}{2 + (\kappa - 1)M^2} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} - 1 \right\}$$

gde je za vazduh  $\kappa = 1.4$ . Specijalno, kada se u nekoj tački na konturi dostigne lokalno M = 1, tada je Mahov broj neporemećene struje  $M_0 = M_{kr}$ , a vrednost koeficijenta pritiska u toj tački zove se kritični koeficijent pritiska  $C_{p\,kr}$ :

$$C_{p kr} = \frac{2}{\kappa M_{kr}^{2}} \left\{ \left[ \frac{2 + (\kappa - 1)M_{kr}^{2}}{\kappa + 1} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} - 1 \right\}$$
 (12)



#### PRIMENJENA AERODINAMIKA



 $M_0$ 

0.8

master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

Vrednost  $C_{p\,kr}$  je jednoznačna funkcija kritičnog Mahovog broja, ne zavisi od konkretnog aeroprofila i progresivno opada sa porastom  $M_{kr}$ . Ona faktički predstavlja minimalnu vrednost  $C_p$  na aeroprofilu, jer odgovara mestu najveće lokalne brzine strujanja.

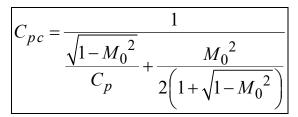
Efekti stišljivosti značajno utiču na promenu koeficijenta pritiska, pa samim tim i na sve aerodinamičke koeficijente aeroprofila. Ako sa  $C_p$  označimo koeficijent pritiska u nekoj tački aeroprofila pri datom napadnom uglu i pri malim Mahovim brojevima (efekti stišljivosti su zanemarljivi), a sa  $C_{pc}$  koeficijent pritiska u istoj tački, ali pri većem podzvučnom Mahovom broju (efekti stišljivosti postoje), najjednostavniji izraz koji definiše korekciju koeficijenta pritiska za uticaj stišljivosti je:

$$C_{pc} = \frac{C_p}{\sqrt{1 - M_0^2}}$$

(13)

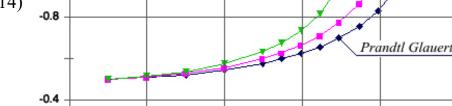
i poznat je kao korekcija Prandtl-Glauerta (ili "linearna" korekcija).

U literaturi se mogu naći i tzv. korekcije višeg reda, koje uzimaju u obzir nelinearnost uticaja stišljivosti. Najpoznatije su:



(14)

(15)



0.2

Karman Tsien

Laitone

poznata kao korekcija Karman-Čena (Karman - Tsien), i

$$C_{pc} = \frac{C_p}{\sqrt{1 - {M_0}^2} + \frac{{M_0}^2 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} {M_0}^2\right)}{2\sqrt{1 - {M_0}^2}} C_p}$$

Slika 19. Primer korekcija za  $C_p = -0.5$ 

0.6

poznata kao korekcija Lejtona (E. V. Laiton).

U praksi se najčešće koriste izrazi (13) i (14) i to sa ograničenjem do kritičnog Mahovog broja, jer se u nadkritičnom domenu javljaju dosta velika odstupanja.



### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

Ako nam je poznata vrednost  $C_{p \text{ min}}$  na aeroprofilu za nestišljivo strujanje pri nekom određenom napadnom uglu, moguće je odrediti kritični Mahov broj aeroprofila pri tom napadnom uglu. Naime, kada  $C_{p \min}$  uvrstimo u neki od prethodnih izraza (korekcija), npr. u izraz Karman-Čena, tada je  $C_{pc} = C_{pkr}$  i  $M_0 = M_{kr}$  i on postaje:

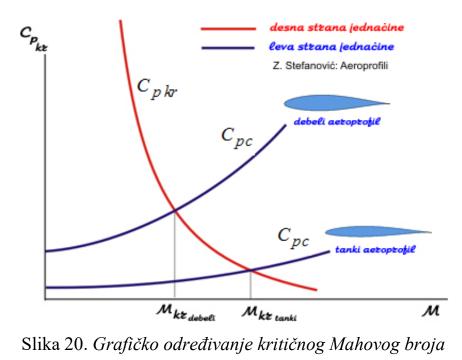
$$C_{p kr} = \frac{1}{\frac{\sqrt{1 - M_{kr}^2}}{C_{p \min}} + \frac{M_{kr}^2}{2\left(1 + \sqrt{1 - M_{kr}^2}\right)}}$$

a pošto je prema jednačini (12)

$$C_{p \ kr} = \frac{2}{\kappa M_{kr}^{2}} \left\{ \left[ \frac{2 + (\kappa - 1)M_{kr}^{2}}{\kappa + 1} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} - 1 \right\}$$

možemo napisati:

$$\frac{1}{\frac{\sqrt{1-M_{kr}^{2}}}{C_{p \min}} + \frac{M_{kr}^{2}}{2\left(1+\sqrt{1-M_{kr}^{2}}\right)}} = \frac{2}{\kappa M_{kr}^{2}} \left\{ \left[ \frac{2+(\kappa-1)M_{kr}^{2}}{\kappa+1} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} - 1 \right\}$$



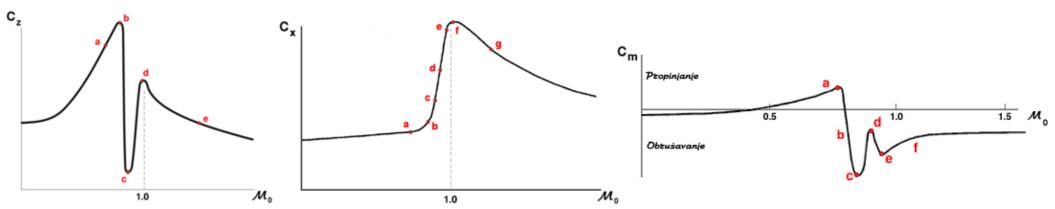
Rešenje gornje jednačine po  $M_{kr}$ ne može se dobiti analitički, pa se za to koriste numeričke ili grafičke metode. Najpre se nacrta univerzalna zavisnost  $C_{p\,kr}$  prema jednačini (12). Zatim se korišćenjem izabranog izraza za korekciju  $C_{p\,c}$  nacrta ova funkcija u dovoljno širokom dijapazonu podzvučnih Mahovih brojeva. Presečna tačka ove dve krive daje kritični Mahov broj, kao što je prikazano na slici 20. Sa ove slike se vidi da je kritični Mahov broj debljih aeroprofila, pri istom napadnom uglu, manji od  $M_{kr}$  tanjih aeroprofila (uticaj oblika).



### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

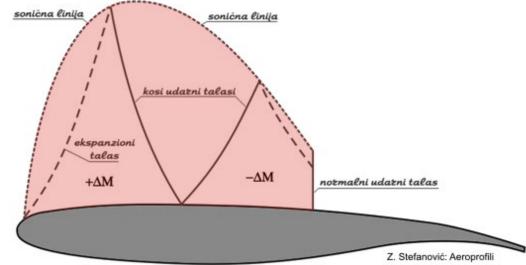


Slika 21. Promene aerodinamičkih koeficijenata aeroprofila pri konstantnom napadnom uglu

Na slici 21 prikazane su tipične promene aerodinamičkih koeficijenata sa Mahovim brojem, pri prelasku iz podzvučnog u nadzvučni domen strujanja. Dok koeficijenti uzgona i momenta imaju oscilatorni trend promena, koeficijent otpora ima "pik" vrednosti u okolimi Mahovog broja jedan.

Superkritični aeroprofili projektovani su upravo sa ciljem da se divergencija otpora odloži, a maksimum priraštaja otpora redukuje, čime se omogućava ekonomičniji let u domenu nižih transoničnih brzina, u kome krstare savremeni komercijalni mlazni avioni. Njih karakteriše izrazito zaravnjena gornjaka u domenu lokalnog nadzvučnog strujanja (slika 22). Time je udeo ovog dela gornjake u stvaranju uzgona smanjen, pa je potrebna nosivost postignuta zakrivljenjem zadnjeg dela aeroprofila (slično delimično otklonjenom krilcu ili zakrilcu).

Slika 22 prikazuje lokalnu nadzvučnu zonu na gornjaci jednog superkritičnog aeroprofila. Kod drugih kategorija aeroprofila, u supersoničnom domenu struja progresivno ubrzava sve do jakog normalnog udarnog talasa, kroz koji se zatim prevodi u podzvučnu.



Slika 22. Lokalni nadzvučni domen oko superkritičnog aeroprofila



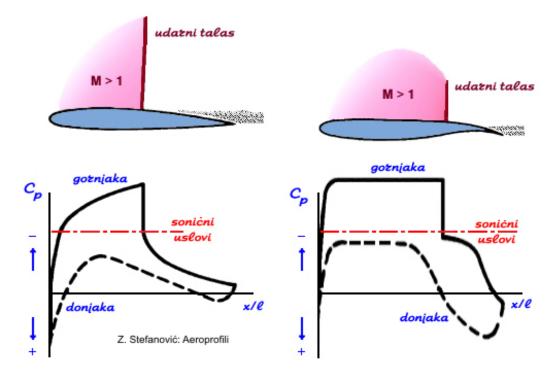
### PRIMENJENA AERODINAMIKA



master akademske studije 2023; obavezni predmet; dr Ivan Kostić, redovni profesor dr Olivera Kostić, vanredni profesor

Za razliku od toga, kod superkritičnih aeroprofila struja se u nadzvučnom domenu najpre postepeno usporava kroz više kosih udarnih talasa, a zatim se kroz znatno slabiji normalni udarni talas prevodi u podzvučnu. Rezultat je da se na ovaj način generiše manji ukupni talasni otpor nego kod drugih aeroprofila (npr. laminarnih), koji nisu u ovom smislu optimizirani za domen nižih transoničnih brzina.

Poređenje raspodele koeficijenta pritiska na laminarnom i superkritičnom aeroprofilu na nadkritičnom režimu strujanja prikazano je na slici 23.



Slika 23. Raspodele pritiska na laminarnom i superkritičnom aeroprofilu