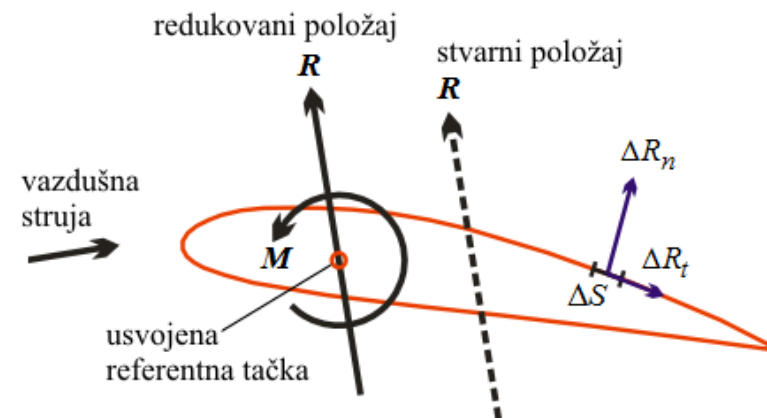


Aerodinamička sila i moment

Pri kretanju tela proizvoljnog oblika kroz vazduh (ili pri strujanju vazduha oko tela) stvara se **aerodinamička sila R** , kao rezultat međusobne interakcije između okolne vazdušne sredine i opstrujavane površine. Ona predstavlja zbir elementarnih sila koje deluju na beskonačno male segmente površine tela i u opštem slučaju ne poklapa se sa pravcem brzine njegovog kretanja (ili pravcem brzine vazdušne struje koja ga opstrujava). Sila R u odnosu na neku unapred usvojenu referentnu tačku stvara **aerodinamički moment M** . Rezultanta R definiše intenzitet, pravac i smer aerodinamičke sile, a rezultujući moment M njen položaj u odnosu na referentnu tačku.

Posmatrajmo najpre elementarnu silu ΔR koju fluid generiše na beskonačno malom elementu ΔS opstrujavane konture (cilindar, sfera, krilo, trup, aeroprofil ...- slika 1). Ona se može podeliti na dve komponente. To su:

- **Normalna** elementarna sila ΔR_n , deluje upravno na mali element površine ΔS opstrujavane konture (stoga ga možemo smatrati ravnim), a koja je posledica uticaja lokalnog pritiska na njega, pa se zove i **sila usled pritiska**. Statički pritisak p , faktički - **normalni napon** koji deluje na ovu površinu, može delovati isključivo upravno na konturu (rezultanta sudara molekula gasa ne može stvoriti tangencijalnu komponentu na glatkoj površini).
- **Tangencijalna** elementarna sila ΔR_t , deluje paralelno sa površinom ΔS i ne zavisi od pritiska, već od **viskoznosti** fluida. Molekularna viskoznost fluida predstavlja svojstvo kojim se vrši prenos količine kretanja između slojeva fluida različitih brzina unutar graničnog sloja. Viskozna sila svedena na površinu ΔS predstavlja **tangencijalni napon τ_w** .



Slika 1. Aerodinamička sila i moment

Vektorskim sumiranjem ΔR_n po celokupnoj konturi dobijamo ukupnu silu pritiska, dok analogno, sumiranjem ΔR_t dobijamo ukupnu silu trenja koja deluje na opstrujavani objekat. Nihov vektorski zbir je rezultujuća **aerodinamička sila R** . Ovakav pristup se generalno koristi u okviru CFD analiza strujanja oko aerotela (ali se uvode i drugi parametri, kao npr. "turbulentna" viskoznost, koja nije fizičko svojstvo fluida već zavisi od karakteristika konkretnog strujnog polja, itd.). U analizi strujanja, redovno se uvodi i neka izabrana referentna tačka opstrujavanog tela - to može biti težište aviona, napadna ivica ili aerodinamički centar aeroprofila, itd. Redukovanjem (prenosom) aerodinamičke sile u tu tačku, mora joj se pridružiti i **aerodinamički moment M** koji ona stvara u odnosu na nju, pošto u opštem slučaju napadna linija rezultujuće sile R ne prolazi kroz tu referentnu tačku.

Koeficijenti aerodinamičke sile i momenta - dimenziona analiza

Istorijski posmatrano, inženjerski prisup je zahtevao mnogo jednostavniji i praktičniji način kvantifikovanja aerodinamičke sile u cilju operativnih proračuna, nego što je integraljenje elementarnih sila po površini tela. Zbog toga je bilo bitno odrediti globalne uticajne faktore, čijim je sračunavanjem i kombinovanjem moguće relativno brzo i jednostavno proceniti vrednost aerodinamičke sile i momenta za zadati režim strujanja.

Analiza bi se ukratko mogla sažeti u sledećem:

- *gravitacija* deluje na fluid koji opstrujava telo kao zapreminska sila, ali *ne utiče* na ukupnu aerodinamičku silu u slučaju letelica težih od vazduha, jer stvara zanemarljivu silu potiska, koja je inače ista kada vazduh struji ili miruje u okolini vazduhoplova;
- u slučaju letelica težih od vazduha, *brzina opstrujavanja* uzgonskih površina V mora biti znatna i svakako predstavlja uticajni faktor;
- fizička svojstva vazduha, *gustina* ρ (zavisi od pritiska i temperature) i *koeficijent viskoznosti* μ su primarni parametri koji definišu interakciju između fluida i opstrujavanog tela;
- "elastična" svojstva vazduha (efekti stišljivosti) mogu se uzeti u obzir takođe preko *gustine* i *brzine zvuka* c ;
- globalna *veličina* opstrujavanog tela, karakterisana nekom usvojenom karakterističnom dimenzijom l , svakako ima bitnog uticaja;
- "*oblik*" opstrujavanog tela, pod kojim se ne podrazumevaju samo njegove geometrijske karakteristike (vitki ili zdepasti trupovi, aeroprofili male ili velike relativne debljine, i sl.), već položaj u odnosu na vazдушnu struju, takođe bitno utiče na vrednost ukupne aerodinamičke sile R .

Shodno ovom razmišljanju, aerodinamička sila se može definisati kao funkcija sledećih parametara:

$$R = F(\rho, \mu, V, l, c, \text{oblik}) \quad (1)$$

Odnos između sile R i nezavisno promenljivih fizičkih veličina u zagradi na desnoj strani, mora biti takav da leva i desna strana jednačine imaju iste dimezije (tj. da bude zadovoljen uslov *dimenzione homogenosti*, odatle naziv - *dimenziona analiza*). Drugim rečima, proizvod članova na desnoj strani mora biti kombinovan odgovarajućim eksponentima za svaki od njih, tako da dobijeni rezultat ima fizičku dimenziju sile. Znači, zadatak ove analize je odrediti moguću kombinaciju eksponenata za ispunjenje postavljenog uslova, pa se u tom kontekstu jednačina (1) može napisati u formi reda:

$$R = \sum_i C_i \cdot \rho^a \cdot \mu^b \cdot V^c \cdot l^d \cdot c^e \quad (2)$$

ili u razvijenoj formi:

$$R = C_1 \cdot \rho^a \cdot \mu^b \cdot V^c \cdot l^d \cdot c^e + C_2 \cdot \rho^a \cdot \mu^b \cdot V^c \cdot l^d \cdot c^e + C_3 \cdot \rho^a \cdot \mu^b \cdot V^c \cdot l^d \cdot c^e + \dots \quad (3)$$

gde C_i predstavljaju *bezdimenzione* veličine kojima se, pored ostalog, uzima u obzir uticaj "oblika", a koeficijenti a, b, c, d i e moraju imati takve vrednosti kojima se zadovoljava uslov dimenzione homogenosti:

$$\text{Dim } R = \text{Dim } (\rho^a \cdot \mu^b \cdot V^c \cdot l^d \cdot c^e) \quad (4)$$

Prve letelice teže od vazduha kretale su se srazmerno malim brzinama, pri kojima se vazduh sa zadovoljavajućom tačnošću može smatrati nestišljivim (ili "neelastičnim"), a to u smislu praktičnih proračuna važi i za savremene vazduhoplove kada lete brzinama manjim od približno 30% brzine zvuka na datoj visini. Zato ćemo inicijalno analizu uraditi za taj slučaj, što znači da se poslednji član - brzina zvuka eliminiše kao uticajni faktor:

$$\text{Dim } R = \text{Dim } (\rho^a \cdot \mu^b \cdot V^c \cdot l^d) \quad (5)$$

Dimenzije koje se pojavljuju u mehanici su: masa - M , dužina - L i vreme - T . Tako ćemo imati:

- sila $R = \text{masa} \cdot \text{ubrzanje}$, pa je dimenzija sile: $\text{Dim } R = M \cdot \frac{L}{T^2} = \frac{ML}{T^2}$
- gustina $\rho = \frac{\text{masa}}{\text{zapremina}}$, pa je dimenzija gustine: $\text{Dim } \rho = \frac{M}{L^3}$
- koeficijent dinamičke viskoznosti $\mu = \frac{\tau}{(dV/dy)}$, pa je njegova dimenzija: $\text{Dim } \mu = \text{Dim } \frac{(\text{sila} / \text{površina})}{(\text{brzina} / \text{dužina})} = \frac{(ML/T^2)/L^2}{(L/T)/L} = \frac{M}{LT}$

Unošenjem odgovarajućih vrednosti u jednačinu (5) dobijamo:

$$\frac{ML}{T^2} = \frac{M^a}{L^{3a}} \cdot \frac{M^b}{L^b T^b} \cdot \frac{L^c}{T^c} \cdot L^d \quad (6)$$

odnosno nakon sređivanja:

$$\frac{ML}{T^2} = \frac{M^{a+b} \cdot L^{c+d-3a-b}}{T^{b+c}} \quad (7)$$

Izjednačavanjem odgovarajućih eksponenata sa leve i desne strane sledi:

- za masu: $1 = a + b$
- za dužinu: $1 = c + d - 3a - b$
- za vreme: $2 = b + c$

Na ovaj način smo dobili tri jednačine sa četiri nepoznate. Kada eksponente a , c i d izrazimo u funkciji od b , dobijamo:

$$a = 1 - b, \quad c = 2 - b \quad \text{i} \quad d = 2 - b$$

pa se proizvod uticajnih parametara u (5) može napisati kao:

$$\rho^a \cdot \mu^b \cdot V^c \cdot l^d = \rho^{1-b} \cdot \mu^b \cdot V^{2-b} \cdot l^{2-b} = \rho \cdot V^2 \cdot l^2 \cdot \left(\frac{\mu}{\rho V l} \right)^b$$

Tako opšta jednačina (2) sada postaje:

$$R = \rho \cdot V^2 \cdot l^2 \cdot \sum_i C_i \cdot \left(\frac{\mu}{\rho V l} \right)^{b_i} \quad (8)$$

Razlomak u zagradi $\frac{\mu}{\rho V l}$ predstavlja inverznu vrednost bezdimenzionog **Rejnoldsovog broja Re** (Osborne Reynolds):

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot V \cdot l}{\mu} = \frac{V \cdot l}{\nu} \quad (9)$$

Rejnoldsov broj predstavlja odnos inercijalnih sila prema viskoznim silama u fluidu (o ovome će više reći biti kasnije). Pri velikim Rejnoldsovim brojevima, tipičnim za režime leta većine vazduhoplova, vrednost viskoznih sila postaje srazmerno mala. Tako se za ove Re

brojeve *neki* (ali nikako svi) aerodinamički proračuni mogu raditi tretirajući uslovno vazduh oko opstrujavanog tela kao neviskozan fluid, čime se proračunske jednačine uprošćavaju, bez bitnih posledica po tačnost krajnjih rezultata, a uz znatno smanjenje obima posla.

Suma $\sum_i C_i \cdot \left(\frac{\mu}{\rho V l}\right)^{b_i}$, kao bezdimenzioni broj, predstavlja uticajni parametar u kategoriji "oblik" opstrujavanog tela i u opštem

slučaju zavisi od opstrujavane geometrije, režima strujanja i karakteristične dimenzije - srednje tetive krila, dužine konstrukcije trupa, prečnika tela rakete, i sl. Uvodeći bezdimenzioni koeficijent aerodinamičke sile C_R , gornja suma se može "dogovorno" napisati kao:

$$\sum_i C_i \cdot \left(\frac{\mu}{\rho V l}\right)^{b_i} = \frac{1}{2} \cdot C_R \quad (10)$$

Isto tako, dužina l pod sumom u okviru Re broja, i dužina koja se diže na kvadrat ispred sume ne moraju biti ista brojna vrednost " l ". Za vrednost l^2 (dimeziona - površina) se uobičajeno usvaja neka karakteristična ili referentna površina letelice. U proračunima krila i kompletnih konfiguracija aviona, to je najčešće *aerodinamička površina krila* S (površina projekcije krila, računajući i njegov deo pod trupom, na ravan upravnu na ravan simetrije aviona). Ovo smemo da uradimo, jer se koeficijent C_R uvek "prilagođava" usvojenoj referentnoj površini, tako da se na kraju uvek dobija jedna te ista - stvarna vrednost sile R , koju na ovaj način opisujemo. Sa ovako uvedenom nomenklaturom, izraz za aerodinamičku silu konačno postaje:

$$R = C_R \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 \cdot S \quad (11)$$

ili kraće, uvodeći dinamički pritisak $q = \frac{1}{2} \rho V^2$:

$$R = C_R \cdot q \cdot S \quad (12)$$

(odavde se vidi praktični razlog uvođenja vrednosti $1/2$ na desnoj strani jednačine (10)).

Za **nestišljivo strujanje**, koeficijent aerodinamičke sile C_R zavisi od *geometrije* opstrujavanog tela, *položaja* u odnosu na vazдушnu struju i *Rejnoldsovog broja*, koji definiše uticaj viskoznosti vazduha na strujnu sliku oko opstrujavanog tela. Međutim, u slučaju većih brzina, kada se stišljivost vazduha ne može zanemariti, moraju se uzeti u obzir i efekti stišljivosti vazduha, koje pored gustine ρ kvantifikuje i brzina zvuka c . Tako se u slučaju **stišljivog strujanja** pojavljuje još jedan bezdimenzioni parametar koji utiče na koeficijent aerodinamičke sile - *Mahov broj*.

U opštem slučaju može se reći da koeficijent aerodinamičke sile predstavlja funkciju sledećih parametara:

$$C_R = f(\text{geometrija, položaj, Reynoldsov broj, Mahov broj})$$

Međutim, treba imati u vidu da se većina proračuna obavlja u okolini nekog zadatog režima strujanja (npr. režim krstarenja aviona), za koji su Mahov i Reynoldsov broj praktično konstantne vrednosti. Tada se vrednost koeficijenta C_R , za konkretni fiksni oblik opstrujavanog tela (npr. avion sa uvučenim zakrilcima, pretkrilcima i stajnim trapom) i fiksne vrednosti Mahovog i Reynoldsovog broja, pretvara samo u funkciju njegovog položaja u odnosu na vazдушnu struju.

Analogno prethodnom postupku, možemo izvesti i opštu formu jednačine za aerodinamički moment:

$$\text{Dim } M = \text{Dim } (\rho^a \cdot \mu^b \cdot V^c \cdot l^d) \quad (13)$$

Pošto je moment = sila \times dužina, razlika u odnosu na jednačinu (8) bila bi u tome što na levoj strani imamo jednu dodatnu dimenziju dužine nego u slučaju sile R :

$$\text{Dim } M_{(\text{moment!})} = M \cdot \frac{L}{T^2} \cdot L = \frac{ML^2}{T^2}$$

Nakon formalnog izvođenja dobili bismo izraz za moment u formi:

$$M = \rho \cdot V^2 \cdot l^3 \cdot \sum_i C_i \cdot \left(\frac{\mu}{\rho V l} \right)^{b_i} = \rho \cdot V^2 \cdot l^2 \cdot l \cdot \sum_i C_i \cdot \left(\frac{\mu}{\rho V l} \right)^{b_i} \quad (14)$$

pa se uvođenjem bezdimenzionog koeficijenta aerodinamičkog momenta C_M može napisati:

$$M = C_M \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 \cdot S \cdot l \quad (15)$$

ili korišćenjem dinamičkog pritiska:

$$M = C_M \cdot q \cdot S \cdot l \quad (16)$$

Za koeficijent momenta takođe važi:

$$C_M = g(\text{geometrija, položaj, Reynoldsov broj, Mahov broj})$$

gde S mora biti isti referentni parametar kao u proračunu aerodinamičke sile, a vrednost se l u opštem slučaju takođe može izabrati slobodno. Najčešće se usvaja neka reprezentativna dužina opstrujavanog tela - npr. za proračun krila i kompletnih konfiguracija aviona, to mogu biti srednja geometrijska ili aerodinamička tetiva krila, ili razmah krila za poprečno-smerne analize. Koeficijent C_M se "prilagođava" ovako izabranoj referentnoj dužini, tako da se proračunom dobija stvarna fizička vrednost momenta aerodinamičke sile.

Treba napomenuti da **Reynoldsov i Mahov broj** predstavljaju tzv. **parametre sličnosti**, što je od naročite važnosti u kontekstu aerotunelskih ispitivanja modela letelica. Ako bi se realni avion tokom leta u slobodnoj atmosferi, i njegov aerotunelski model, npr. u razmeri 1:10 tokom ispitivanja u aerotunelu, nalazili pod istim položajem u odnosu na vazдушnu struju, a pri tome su ostvarene identične vrednosti Reynoldsovog i Mahovog broja u aerotunelu kao i u slobodnoj atmosferi (i ako bi uticaji zidova i nosača modela u aerotunelu bili zanemarljivi), koeficijenti C_R i C_M dobijeni na osnovu merenja u aerotunelu bili bi identični onima za stvarni avion tokom leta.

Na žalost, ovakav uslov je jako teško (a u velikom broju slučajeva i praktično nemoguće) ispuniti. Pored toga što je uticaj zidova radnog dela aerotunela, nosača modela, ... itd. na strujanje oko modela nemoguće eliminisati, pa se moraju vršiti korekcije rezultata zbog njihovog uticaja, izuzetno je teško ostvariti i istovremenu podudarnost Mahovih i Reynoldsovih brojeva na modelu i pravom avionu, naročito u slučaju ispitivanja bržih aviona. Zato je pravilno koncipiranje i sprovođenje ispitivanja, i nakon toga obrada dobijenih aerotunelskih rezultata, izuzetno kompleksan zadatak u okviru eksperimentalne aerodinamike.

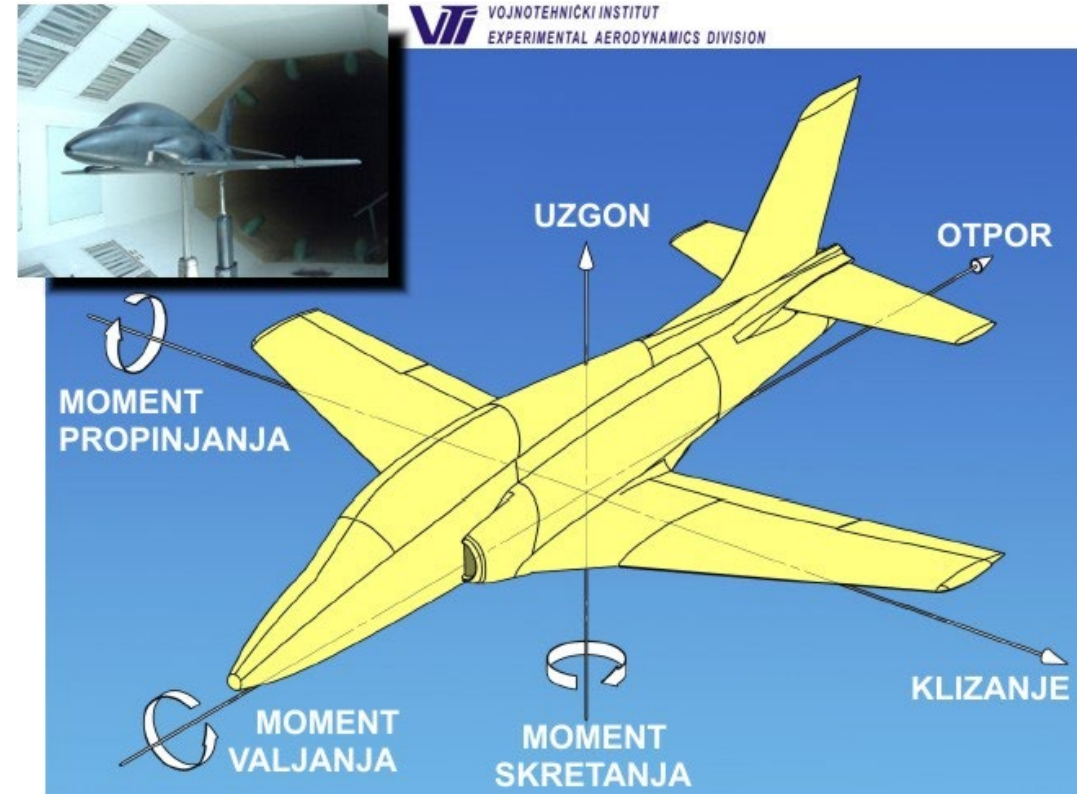
Razlaganje aerodinamičke sile i momenta na komponente

Aerodinamička sila R je prostorni vektor i razlaže se na komponente koje su pogodno izabrane za obavljanje aerodinamičkih proračuna, CFD analiza i eksperimentalnih analiza (aerotunelskih ispitivanja, ispitivanja u letu). Njene komponente su:

- **sila otpora**, ili kratko otpor, koja uvek deluje u pravcu paralelnom sa vektorom pravca leta, ili neporemećene vazdušne struje ispred opstrujavanog objekta;
- **sila uzgona**, koja je uvek normalna na pravac leta ili pravac neporemećene vazdušne struje i deluje u ravni simetrije letelice, ili drugog opstrujavanog tela;
- **sila klizanja**, koja se može javiti u tzv. nesimetričnim režimima leta i deluje u ravni upravnoj na onu koju definišu uzgon i otpor.

Odgovarajuće komponente aerodinamičkog momenta M , koji aerodinamička sila R stvara oko izabrane referentne tačke su (videti sliku 2):

- **moment valjanja**,
- **moment propinjanja** i
- **moment skretanja**.



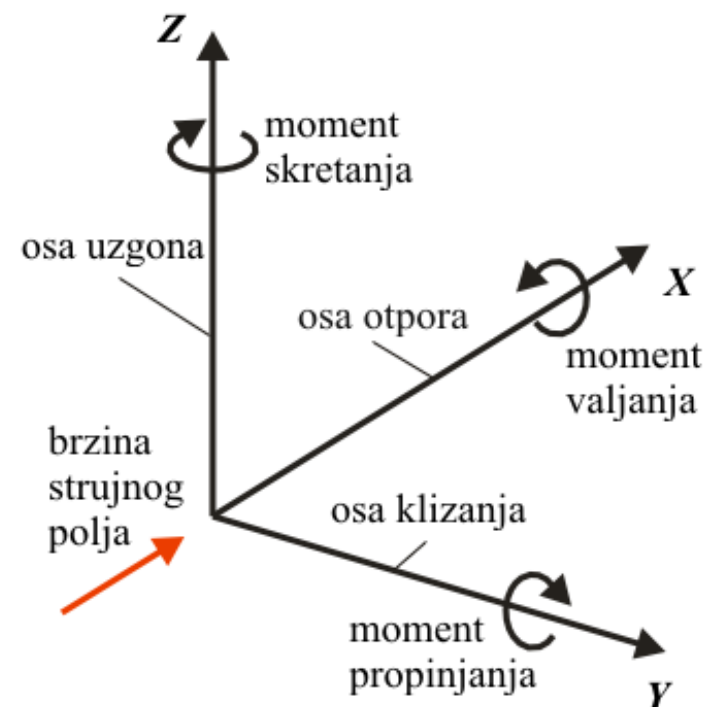
Slika 2. Komponente aerodinamičke sile i momenta

Ova vrsta analize najčešće se obavlja u tzv. aerodinamičkom koordinatnom sistemu (slika 3). U slučaju kompletne konfiguracije vazduhoplova, to je slobodni, levi ortogonalni koordinatni sistem i njegov koordinatni početak O se najčešće nalazi u referentnom položaju težišta letelice (ili njenoj okolini), pri čemu se:

- **osa otpora OX** poklapa sa pravcem i smerom vektora brzine neporemećenog strujnog polja koje opstrujava letelicu;
- **osa uzgona OZ** normalna je na pravac vektora brzine neporemećenog strujnog polja i nalazi se uvek u ravni simetrije opstrujavanog objekta;
- **osa klizanja OY** normalna je na ravan koju definišu prethodne dve ose.

U ovom koordinatnom sistemu, aerodinamička sila i moment razlažu se na sledeće komponente, čiji su pozitivni smerovi definisani na slici 3:

sila otpora:	$R_X = C_X \cdot q \cdot S$; C_X je koeficijent sile otpora
sila klizanja:	$R_Y = C_Y \cdot q \cdot S$; C_Y je koeficijent sile klizanja
sila uzgona:	$R_Z = C_Z \cdot q \cdot S$; C_Z je koeficijent sile uzgona
moment valjanja:	$M_X = C_{M_X} \cdot q \cdot S \cdot l$; C_{M_X} je koeficijent momenta valjanja
moment propinjanja:	$M_Y = C_{M_Y} \cdot q \cdot S \cdot l$; C_{M_Y} je koef. momenta propinjanja
moment skretanja:	$M_Z = C_{M_Z} \cdot q \cdot S \cdot l$; C_{M_Z} je koef. momenta skretanja



Slika 3. Aerodinamički koordinatni sistem

U simetričnim slučajevima leta, ili kada se analiziraju dvodimenzionalna strujanja (npr. oko aeroprofila kao krila beskonačnog razmaha), komponente strujanja u pravcu Y ose ne postoje, već se koriste sledeće komponente, čija je nomenklatura:

sila otpora:	$R_X = C_X \cdot q \cdot S$; C_X je koeficijent sile otpora
sila uzgona:	$R_Z = C_Z \cdot q \cdot S$; C_Z je koeficijent sile uzgona
moment propinjanja:	$M = C_M \cdot q \cdot S \cdot l$; C_M je koef. momenta propinjanja

Konvencije o usvajanju referentnih parametara

Iako je način definisanja *položaja*, referentnih *površina* i *dužina* generalno slobodan i ne utiče na krajnju sračunatu vrednost sile ili momenta, jer se koeficijenti "prilagođavaju", tj. svode na te vrednosti, u svetu su vremenom usvojeni neki standardi njihovog biranja. Razlog je što se većina proračuna i prikaza rezultata bazira na korišćenju upravo bezdimenzionih aerodinamičkih koeficijenata, koji neposredno slede iz prethodno izvedenih jednačina:

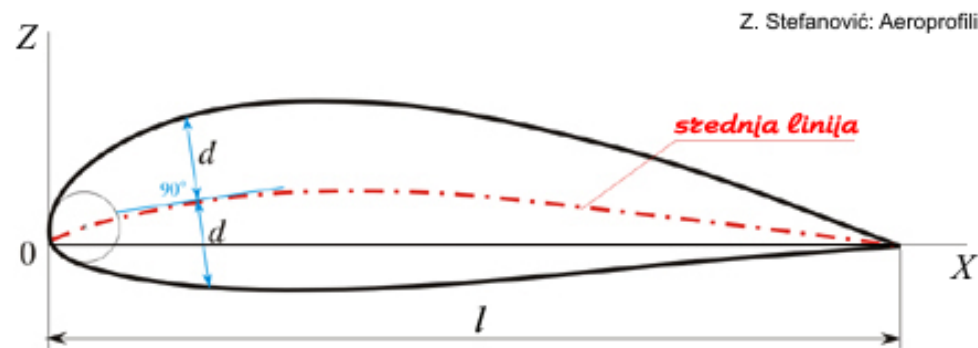
$$C_X = \frac{R_X}{q \cdot S}, \quad C_Y = \frac{R_Y}{q \cdot S}, \quad C_Z = \frac{R_Z}{q \cdot S}, \quad C_{M_x} = \frac{M_X}{q \cdot S \cdot l}, \quad C_{M_y} = \frac{M_Y}{q \cdot S \cdot l}, \quad C_{M_z} = \frac{M_Z}{q \cdot S \cdot l} \quad (17)$$

a ne stvarnih vrednosti sila i momenata. Ukoliko bi npr. jednu istu vrednost sile uzgona jednom svodili na aerodinamičku površinu krila, a drugi put na maksimalnu čeonu površinu letelice, koeficijenti bi bili različiti, a vrednosti sile iste, pa bi direktna poređenja rezultata u kontekstu koeficijenata bila nemoguća.

Definisanje položaja u odnosu na vazдушnu struju

Posmatrajmo najpre tipični presek uzgonske površine vazduhoplova - aeroprofil. Na slici 4 prikazane su neke osnovne karakteristike njegove geometrije. Pod *srednjom linijom* aeroprofila podrazumeva se geometrijsko mesto tačaka koje polove sve duži koje spajaju gornju i donju stranu aeroprofila (*gornjaku* i *donjaku*) i koje srednju liniju seku pod pravim uglom. Duž koja spaja početak (napadnu ivicu) i kraj (izlaznu ivicu) srednje linije, zove se *tetiva srednje linije* aeroprofila l ili, ako se drugačije ne naglasi, samo *tetiva*.

Ugao između pravca neporemećene struje i tetive (slika 5) zove se *geometrijski napadni ugao*, ili samo *napadni ugao*, koji se označava kao α . Kada se radi o krilu konačnog razmaha, napadni ugao krila najčešće se definiše u odnosu na tetivu aeroprofila u ravni simetrije krila.



Slika 4. Srednja linija i tetiva srednje linije "l" aeroprofila

Kada aeroprofil ima pozitivnu zakrivljenost, tj. srednja linija je iznad tetive, pri nultom napadnom uglu α on će i dalje stvarati pozitivni uzgon. Da bi takav aeroprofil ostvario nulti uzgon, potrebno je oboriti napadnu ivicu naniže, na neki određeni negativni napadni ugao (vrednost je proporcionalna maksimalnoj zakrivljenosti), koji se zove ugao nultog uzgona, i označava se sa α_n . Položaj vektora neporemećene vazdušne struje u tom slučaju definiše *aerodinamičku osu aeroprofila*. Pri nekom proizvoljnom geometrijskom napadnom uglu α , vrednost *aerodinamičkog napadnog ugla* biće:

$$\alpha_a = \alpha - \alpha_n$$

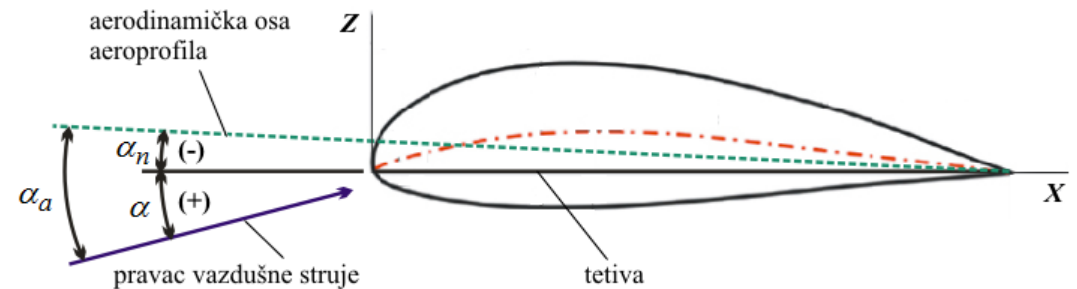
i predstavlja ugao između pravca neporemećene vazdušne struje i aerodinamičke ose aeroprofila.

U slučaju nesimetričnog leta, može se javiti *ugao klizanja*, u oznaci β , koji predstavlja "bočni napadni ugao" između pravca vazdušne struje i ravni simetrije aviona (slika 6).

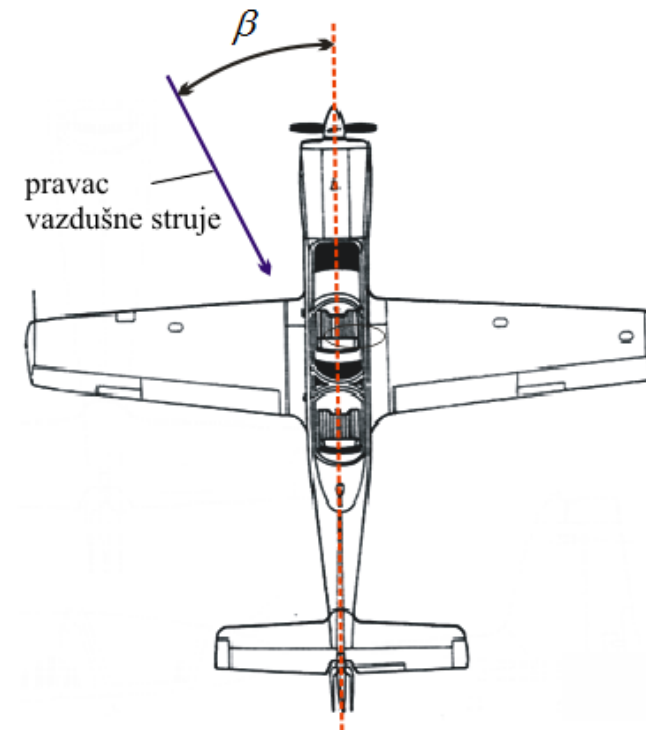
Generalno, osnovni parametri koji definišu položaj aviona, ili nekog drugog opstrujavanog tela u odnosu na neporemećenu vazdušnu struju, su:

- napadni ugao α , i
- ugao klizanja β

U simetričnim slučajevima leta, ili u analizi aeroprofila (po konceptu krila beskonačnog razmaha), ugao klizanja β ne postoji kao uticajni parametar.



Slika 5. Definisane napadnog ugla α , ugla nultog uzgona i aerodinamičkog napadnog ugla



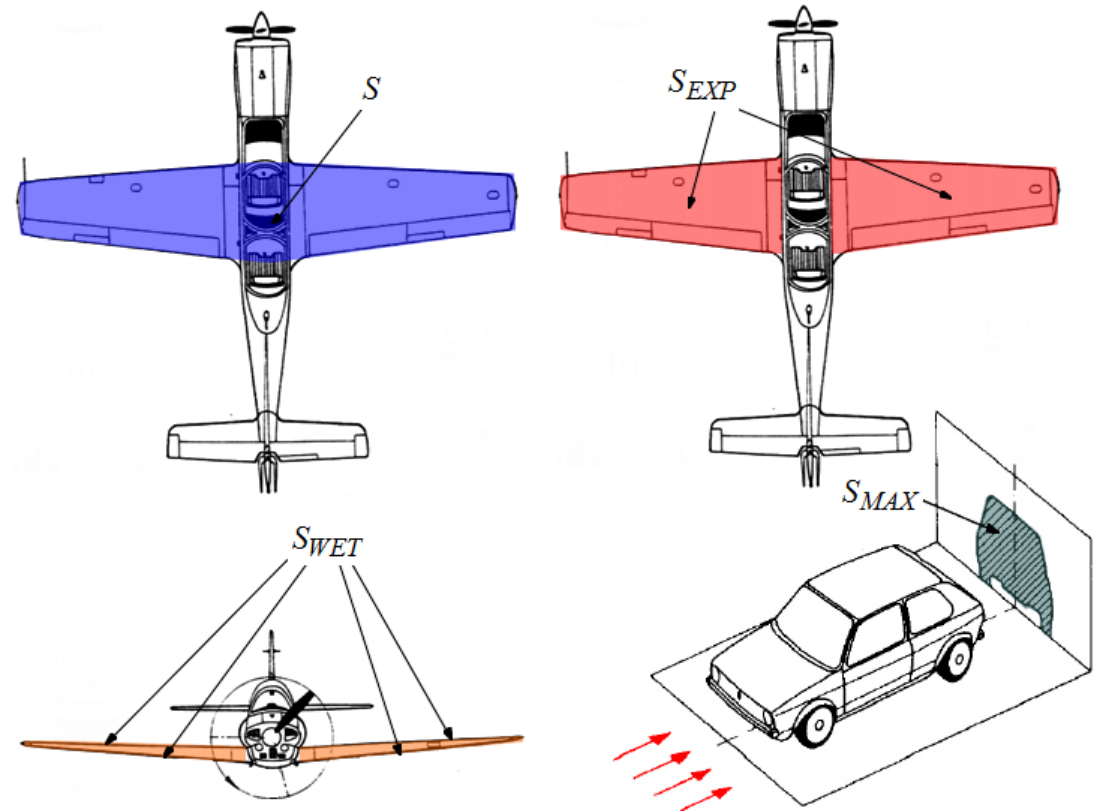
Slika 6. Definisane ugla klizanja β

Definisanje referentnih površina

Izbor referentne površine u velikoj meri zavisi od tipa proračuna koji se obavlja. Najčešće korišćene referentne površine su:

- **Aerodinamička površina krila S** , ili proračunska površina krila, koristi se u najvećem broju proračuna kao osnovna referentna površina u domenu aerodinamičkih proračuna (krila i celokupnih konfiguracija letelica), proračuna performansi vazduhoplova i u dinamici leta. Predstavlja površinu maksimalne projekcije krila na horizontalnu ravan upravnu na ravan simetrije aviona, uključujući i deo krila pod trupom (koji u konstruktivnom smislu ne mora nužno da postoji).
- **Izložena površina S_{EXP}** , (engl. exposed), predstavlja deo aerodinamičke površine krila (horizontalnog, vertikalnog repa, kanara...) realno izloženog vazdušnoj struji.
- **Okvašena površina S_{WET}** (engl. wetted - "okvašena" vazdušnom strujom), predstavlja dvostruku vrednost izložene površine, uvećanu za par procenata, zbog zakrivljenosti kontura gornjake i donjake - to je ukupna površina izložena dejstvu vazdušne struje.
- **Maksimalna površina čeonog poprečnog preseka S_{MAX}** , koristi se najčešće u proračunima opstrujavanih objekata čija osnovna funkcija nije generisanje uzgona (proračun otpora motorskih gondola klipnih i mlaznih motora na krilu i trupu, podvesnih rezervoara, stajnog trapa i upornica krila, automobila, motorcikala, projektila, itd...).

Površine S_{WET} i S_{MAX} koriste se u okviru lokanih proračuna koeficijenata otpora komponenti vazduhoplova. Međutim, konačna proračunska vrednost koeficijenta otpora dobija se **svodenjem na aerodinamičku površinu**, množenjem odnosom S_{MAX}/S ili S_{WET}/S .



Slika 7. Definisanje referentnih površina

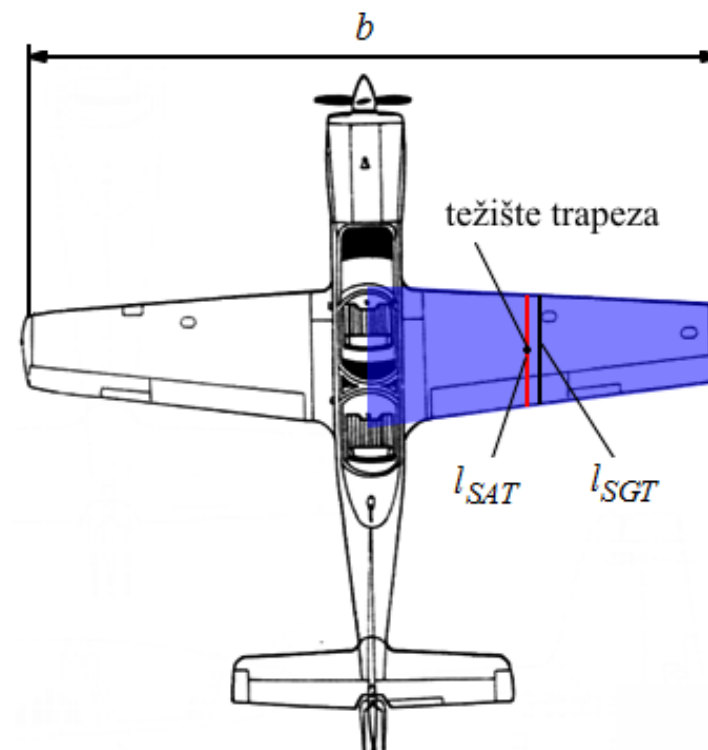
Definisanje referentnih dužina

Zavisno od tipa proračuna, najčešće korišćene referentne dužine su:

- **Srednja geometrijska tetiva l_{SGT}** krila, koja predstavlja tetivu zamišljenog pravougaonog krila *iste površine i razmaha* kao i pravo krilo. Kod trapeznih krila to je srednja linija trapeza i nalazi se na polovini proračunskog polurazmaha, mereno od ravni simetrije.
- **Srednja aerodinamička tetiva l_{SAT}** krila, koja predstavlja tetivu zamišljenog pravougaonog krila *iste površine*, koje stvara *isti aerodinamički moment* kao i pravo krilo. Na primer, kod trapeznih krila l_{SAT} se po razmahu nalazi u težištu trapeza.
- **Proračunski razmah krila b** predstavlja rastojanje od jednog do drugog kraja proračunskog krila, koje se koristi za definisanje aerodinamičke površine S . To je krilo kome su zaobljeni krajevi (terminezoni) zamenjeni trapeznim segmentima iste površine, ali samim tim i nešto manje širine. Zato je proračunski razmah b za par procenata manji od gabaritnog razmaha krila, koji se obično daje u komercijalnim specifikacijama letelica.

Srednja aerodinamička tetiva l_{SAT} se najčešće koristi u proračunima tzv. uzdužnih letnih karakteristika aviona (u kontekstu analize momenta propinjanja), dok se proračunski razmah b koristi u poprečno-smernim analizama (momenti valjanja i skretanja).

U smislu definisanja karakterističnih dužina za proračun Reynoldsovg broja, za uzgonske površine (krilo, horizontalni, vertikalni rep i kanar), zavisno od metode, koriste se l_{SAT} ili l_{SGT} konkretne uzgonske površine (proračunske ili izložene), dok se za trup koristi ukupna dužina konstrukcije trupa, itd.



Slika 8. Srednja aerodinamička, srednja geometrijska tetiva i proračunski razmah krila

Uticaj Reynoldsovog broja na karakteristike strujanja

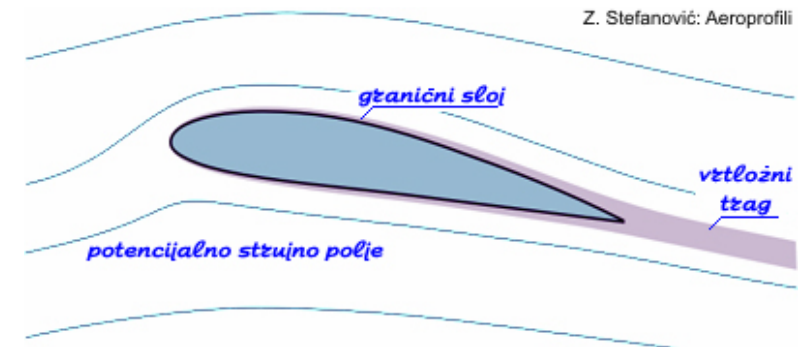
Pri kretanju fluida javlja se molekularno trenje koje je posledica viskoznosti fluida. U *savršenom* ili *idealnom* fluidu ova pojava ne bi postojala, ali ni ovakav fluid realno ne postoji. Naime, koliko god da je mala brzina kretanja fluida, viskozni efekti će se javiti i u određenoj meri uticati na strujnu sliku. Efekti viskoznosti naročito dolaze do izražaja u blizini opstrujivanih kontura (uzimamo primer kada telo stoji a vazduh struji oko njega), gde usled adhezionih sila molekuli fluida na samoj konturi ostaju "zalepljeni" za nju i njihova brzina na konturi jednaka je nuli.

Domen u okolini opstrujivanog tela, u kome brzina fluida opada od one u slobodnoj struji do nule na zidu (uobičajeni izraz, bez obzira da li je u pitanju površina zida zgrade, krila aviona, karoserije automobila, itd.), je *granični sloj*. Iako će o ovome biti mnogo više reči kasnije, napomenimo da postoje dva tipa graničnog sloja:

- *Laminarni*, koji se inicijalno javlja na prednjem delu opstrujivane konture, koji je srazmerno tanak i u kome fluidni deliци struje u "laminama", pri čemu je brzina svake od njih progresivno sve manja, do nule na zidu, pa samim tim stvara srazmerno mali otpor tokom usporavanja fluida.
- *Turbulentni*, koji nastaje iz (tj. iza) laminarnog, gde nastaje intenzivno mikrovrtloženje (lamina više nema) i fluidni deliци putuju naviše i naniže po visini graničnog sloja i intenzivno se mešaju, usled čega je njegova debljina veća, kao i otpor koji on stvara.

Pored graničnog sloja u kome su efekti viskoznosti vrlo izraženi, u okolini tela postoje još dve dominantne oblasti:

- *Vrtložni trag*, koji nastaje kada se granični sloj (bilo laminarni ili turbulentni) odvoji od opstrujivane konture, kako zbog njenog oblika tako i zbog opštih karakteristika strujnog polja; u njemu se pojavljuje makrovrtloženje i zone povratnog strujanja.
- *Zona slobodnog strujanja*, koja obuhvata strujno polje van graničnog sloja i vrtložnog traga. U ovoj oblasti efekti viskoznosti su zanemarljivi, a fluid se ponaša praktično kao da je idealan, i ova oblast se zove *oblast potencijalnog strujanja* (termin preuzet iz teorijske aerodinamike, i znači da je fluid nevrtložan i neviskozan).



Slika 9. Karakteristične oblasti strujnog polja

Ispitivanja vršena tokom druge polovine devetnaestog veka sa ciljem određivanja koeficijenta otpora kugle, pokazala su da postoji velika razlika u dobijenim vrednostima. Sistematska ispitivanja vršena su i u oblasti karakteristika unutrašnjih strujanja u cevima, pri čemu je najvažnije zaključke na ovu temu izveo lord Osborne Reynolds. Zaključak vezan za unutrašnja strujanja bio je taj, da ako posmatramo:

- strujanja fluida različitih koeficijenata dinamičke viskoznosti μ i gustina ρ (ili kraće - različitih vrednosti kinematskih viskoznosti ν , koja predstavlja njihov odnos),
- kroz cevi proizvoljnih prečnika (različitih vrednosti d)
- različitim brzinama strujanja (različito V)

strujna slika biće u svim slučajevima ista kada je odnos $\frac{\rho \cdot V \cdot d}{\mu} = \frac{V \cdot d}{\nu}$ isti. U čast njegovom doprinosu, ovaj bezdimanzioni odnos nazvan

je Reynoldsov broj. Potpuno isti odnos koristi se i za spoljašnja strujanja (jednačina (9)): $Re = \frac{\rho \cdot V \cdot l}{\mu} = \frac{V \cdot l}{\nu}$, gde su karakteristične dužine prethodno definisane, dok su gustina i brzina definisane režimom leta (opstrujavanja).

Pošto Reynoldsov broj predstavlja odnos inercijalnih i viskoznih sila, za $Re \ll 1$ dominantni su viskozni efekti, a za $Re \gg 1$ dominantni su inercijalni efekti.

Eksperimentima je dokazano da dinamička viskoznost μ zavisi samo od temperature (sve do nekih 3000K). U praksi se za njeno određivanje najčešće koriste sledeći izrazi:

- jednačina **Saterlenda** (Sutherland), koja se dominantno koristi u zapadnoj literaturi, savremenim softverskim CFD paketima, itd.:

$$\mu = 1.458 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{T^{1.5}}{T + 110.4} \quad [\text{Ns/m}^2] \quad \text{ili} \quad [\text{Pa} \cdot \text{s}] \quad (18)$$

gde se temperatura T izražava u Kelvinima, i

- jednačina Milikena (Milikan):

$$\mu = 9.81 \cdot (1.745 + 0.00503 \cdot t) \cdot 10^{-6} \quad [\text{Ns/m}^2] \quad \text{ili} \quad [\text{Pa} \cdot \text{s}] \quad (19)$$

gde se temperatura t unosi u Celzijusovim stepenima.

U vazduhoplovstvu su vrednosti Reynoldsovog broja najčešće iznad jednog miliona, pa se u cilju skraćenog pisanja, kao jedinica koristi bezdimenziona vrednost 10^6 i označava se kao MRe (mega-Reynolds). Primeri Re broja na režimu krstarenja, sračunati na osnovu referentne tetive krila, za neke kategorije letelica dati su u donjoj tabeli:

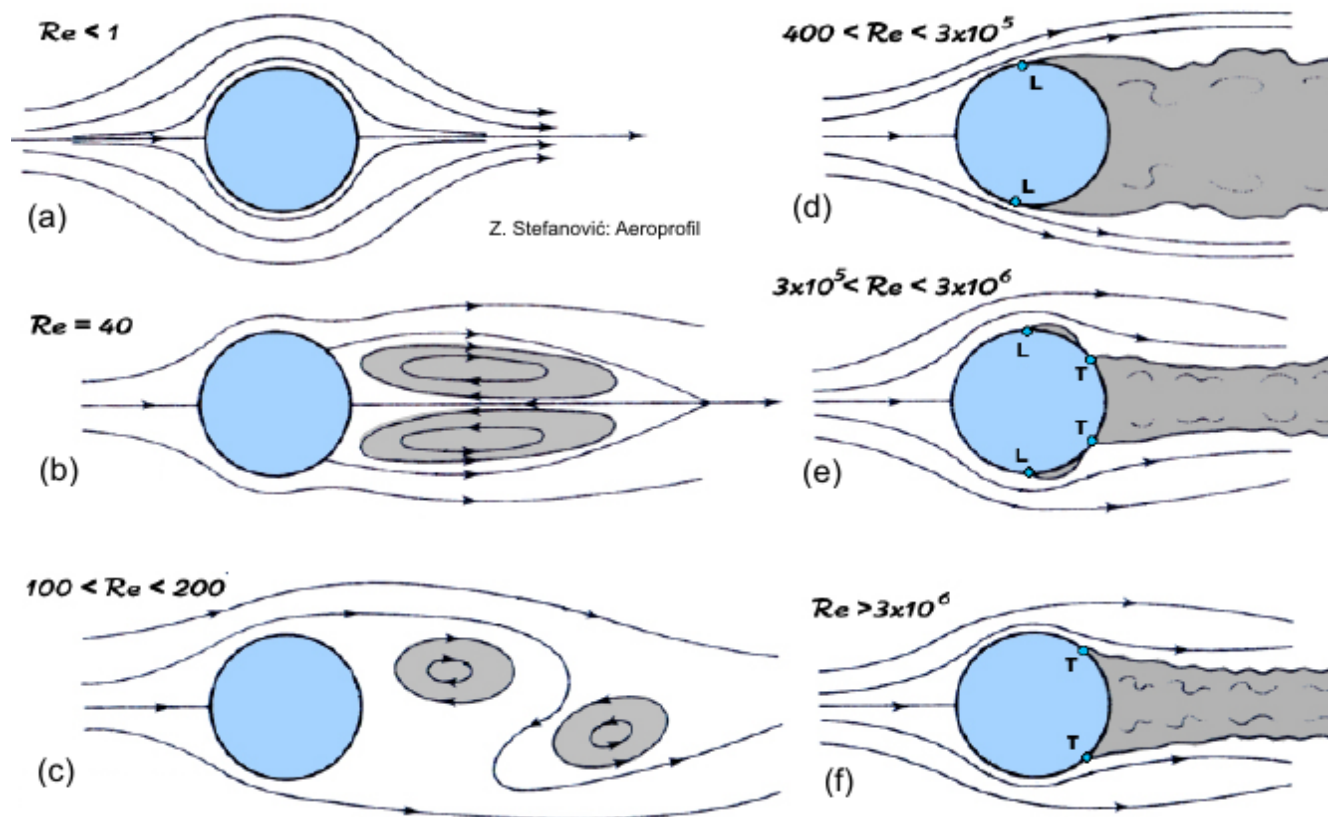
Tabela 1. Tipični Re brojevi u vazduhoplovstvu

Tip	Re	MRe
Širokotrupni mlazni putnički avion	150,000,000	150
Mlazni putnički avion srednje klase	60,000,000	60
Sportski avion	5,000,000	5.0
Bespilotne letelice	450,000	/
Mikro-letelice	80,000	/

Vrlo ilustrativan primer uticaja Re broja na strujnu sliku dat je na slici 10. U pitanju je strujanje oko cilindra "beskonačnog razmaha" (posmatrano upravno na površinu slike), što znači da uticaj njegovih krajeva ne postoji:

(a) Pri izuzetno malim Re brojevima (npr. cilindar izuzetno malog prečnika pri vrlo maloj brzina strujanja), vazduh u velikoj meri prati njegovu konturu.

(b)-(c) Pri nešto većim Re brojevima, ali i dalje vrlo malim u kontekstu operativne vazduhoplovne primene, iza cilindra počinju da se pojavljuju vrtložni mehurovi, koji se manje-više stohastički odvajaju od njega i odlaze niz vazдушnu struju.



Slika 10. Promena strujne slike oko cilindra beskonačnog razmaha u funkciji Re broja

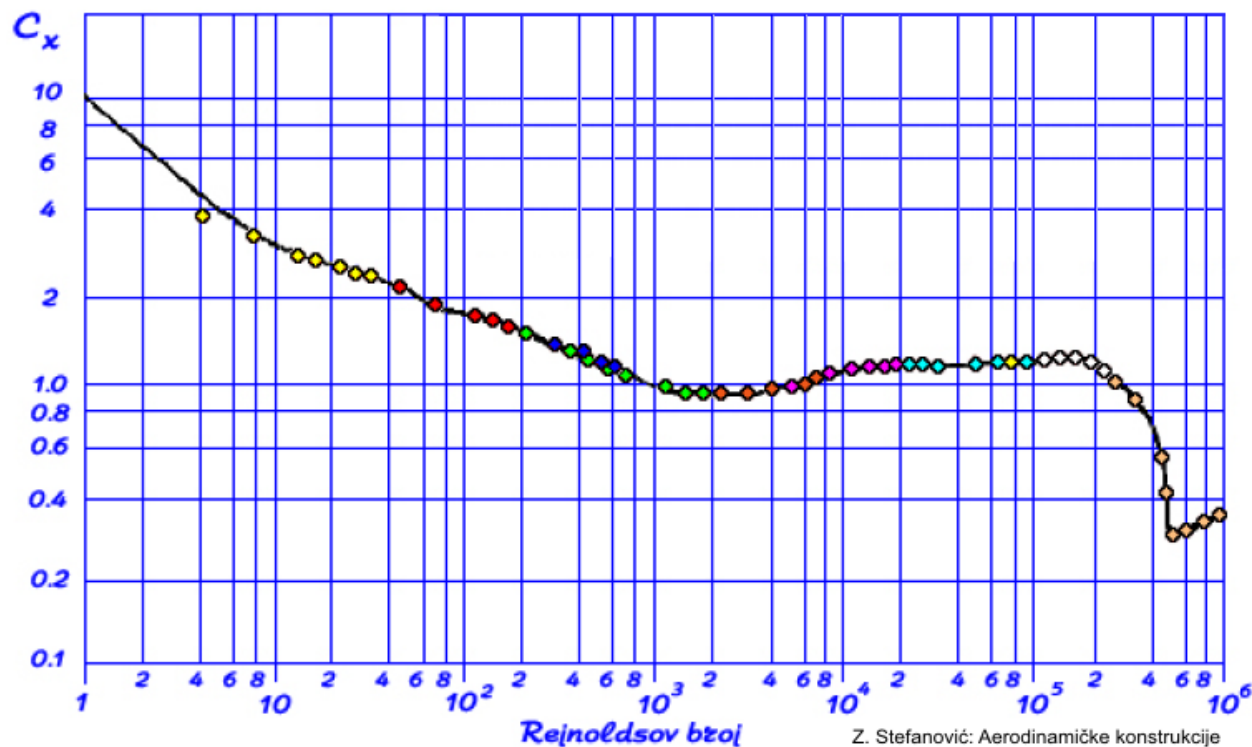
(d) Pri $400 < Re < 3 \cdot 10^5$, pri čemu vrednost $3 \cdot 10^5$ već spada u Re brojeve koji se pojavljuju u vazduhoplovnoj primeni, strujna slika principski već u potpunosti podseća na primer opstrujavanja aeroprofila sa slike 9. U ovom slučaju vazдушna struja se odvaja sa laminarnog graničnog sloja (turbulentni još nije mogao da se formira) ispred maksimalnog preseka cilindra, i napušta ga u vrtložnom tragu debljine koja odgovara redu veličine prečnika cilindra.

(e) Ovo je prelazni slučaj strujanja, kada se iz laminarnog graničnog sloja, na gornjoj i donjoj strani formiraju tzv. mehuri odcepljenja koji se ponovo vezuju za konturu (pri ovim Re brojevima strujanje je više "energizovano" nego u prethodnom slučaju), formira se turbulentni granični sloj, iz koga se odvaja vrtložni trag vidno manje debljine nego u prethodnom slučaju.

(f) Konačno, pri $Re > 3 \cdot 10^6$, strujna slika se principski ustaljuje - na cilindru se iza laminarnog formira turbulentni granični sloj, a sa njega se odvaja vrtložni trag takođe manje debljine od njegovog prečnika i odlazi niz vazдушnu struju.

Na slici 11 prikazan je koeficijent otpora C_x u funkciji Reynoldsovog broja, sračunat za cilindre beskonačnog razmaha, pri čemu se referentna površina $S = d \times 1\text{m}$ računa za njegov jedinični razmah. Generalno, trend promene C_x je:

- pri malim Re brojevima koeficijent otpora uniformno i progresivno opada sa povećanjem Reynoldsovog broja;
- pri vrednostima Re koje odgovaraju slučaju (d) - odvajanje vrtložnog traga iz laminarnog graničnog sloja, koeficijent otpora cilindra uglavnom stagnira u okolini vrednosti $C_x \approx 1.2$;
- tokom prelaznog režima, C_x (slučaj (e)) ima tendenciju naglog opadanja;
- za vrednosti $Re \geq 10^6$ - odvajanje vrtložnog traga nastaje iz turbulentnog graničnog sloja, a koeficijent otpora postaje i ostaje manji nego u slučaju odvajanja iz laminarnog graničnog sloja.



Slika 11. Koeficijent otpora cilindra beskonačnog razmaha

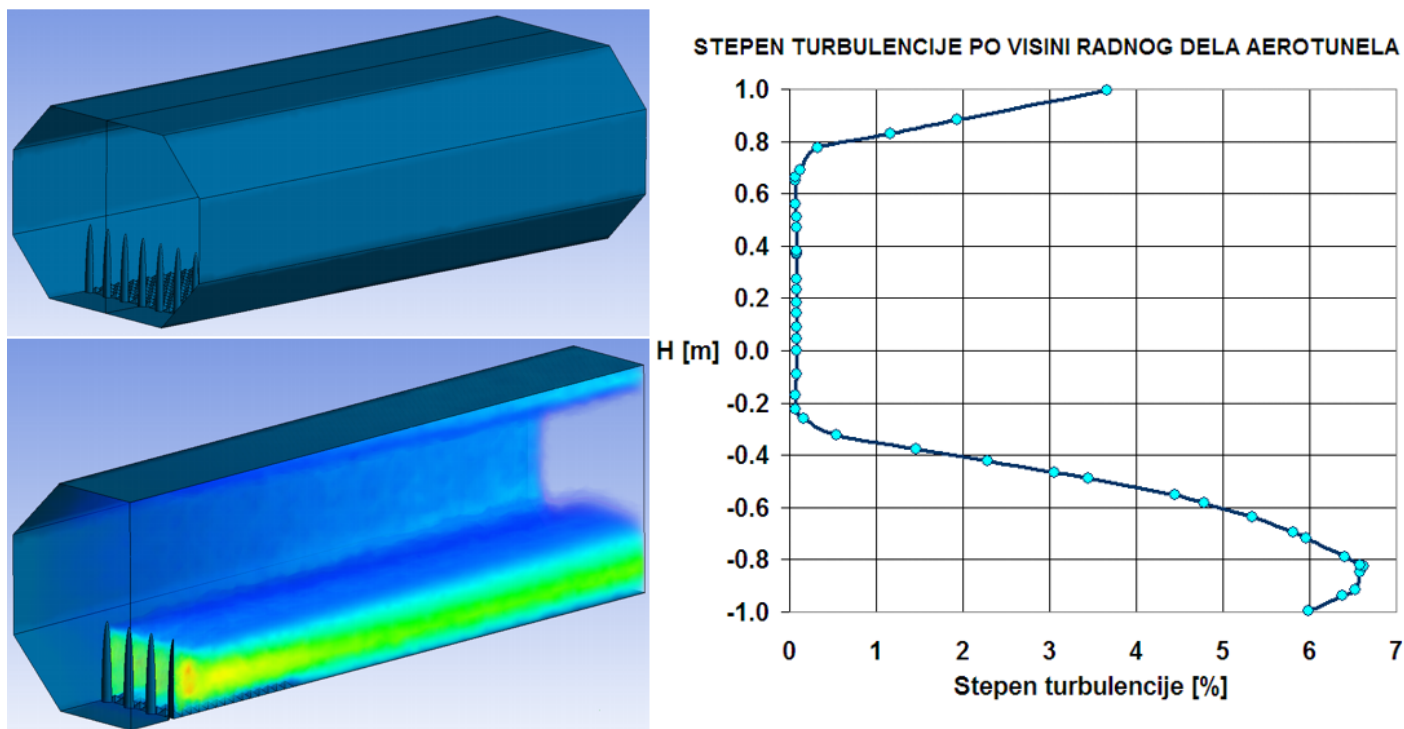
Jedan od bitnih zaključaka jeste da je ukupni koeficijent otpora opstrujavanog tela sa laminarnim graničnim slojem (iako on stvara manji otpor od turbulentnog) i vrtložnim tragom velike debljine nastalim iz njega, *veći* od koeficijenta otpora opstrujavanog tela sa formiranim turbulentnim graničnim slojem, iz koga se odvaja vrtložni trag vidno manje debljine.

Međutim, treba imati na umu da na navedene dijapazone Re brojeva u kontekstu strujne slike, veliki uticaj ima i stepen turbulentnosti nadolazeće "neporemećene" vazdušne struje. Naime, realna vazдушna struja nikad nije zaista savršeno homogena i neporemećena, već sadrži manji ili veći broj mikrovrtloga nastalih razbijanjem većih vrtloga usled turbulencije, prisustva objekata (prepreka) u blizini tla, ili u aerotunelu osled obrtanja elise pogonske grupe, postojanja skretnica na uglovima, hrapavosti zidova unutar aerotunela, itd. Veće prisustvo ovakvih vrtloga (veća "uznemirenost" nadolazeće struje) može dovesti do ranije promene strujne slike, tj. pri nižim Re brojevima, nego što bi to bilo u slučaju struje niskog stepena turbulentnosti.

Zato je potrebno kvantifikovati *stepen trurbulentnosti* strujnog polja τ (ne mešati ovu oznaku sa tangencijalnim naponom!) na sledeći način:

$$\tau = \frac{\Delta V}{\bar{V}} \cdot 100\% \quad (20)$$

gde \bar{V} predstavlja osrednjenu vrednost brzine, a ΔV je srednje kvadratno odstupanje brzine od te osrednjene vrednosti. Stepenturbulentnosti izražava se u procentima i njegova vrednost za mirnu slobodnu atmosferu iznosi $\tau = 0.1 \div 0.2\%$ (van zone uticaja prepreka na zemlji; sa njima može biti dosta veći, videti primer na slici 12), dok u aerotunelima (prazan radni deo) može biti u dijapazonu od $\tau = 0.3 \div 2\%$, a ponekad i više.



Slika 12. CFD modeliranje strujanja u radnom delu aerotunela MF, gde je vršena simulacija atmosferskog graničnog sloja; visoke prepreke predstavljaju "drveće" (ANSYS Fluent 14)

Za eksperimentalno određivanje *uticaja* stepena turbulentnosti na strujno polje koriste se merne kugle standardnih dimenzija. Jedan od načina je merenje *otpora* kugle pomoću aerovage, pri čemu je strujna slika principski slična onoj na cilindru pri većim Re brojevima. Koeficijent otpora opada od $C_X \approx 0.5$ do $C_X \approx 0.1$ u uskom dijapazonu Re brojeva. Pri tome se Reynoldsov broj koji odgovara sredini dijapazona vrednosti otpora, tj. $C_X = 0.3$ zove **kritični Reynoldsov broj**, ili Re_{kr} . Za slobodnu atmosferu on iznosi $Re_{kr} = 385000$, dok je u aerotunelima manji, proporcionalno porastu stepena turbulentcije u odnosu na slobodnu atmosferu - videti sliku 13. Drugim rečima, što je stepen turbulentcije veći, do preobražaja strujnog polja dolazi ranije (tj. pri manjim Re brojevima) nego u slobodnoj atmosferi, o čemu treba voditi računa pri aerotunelskim ispitivanjima.

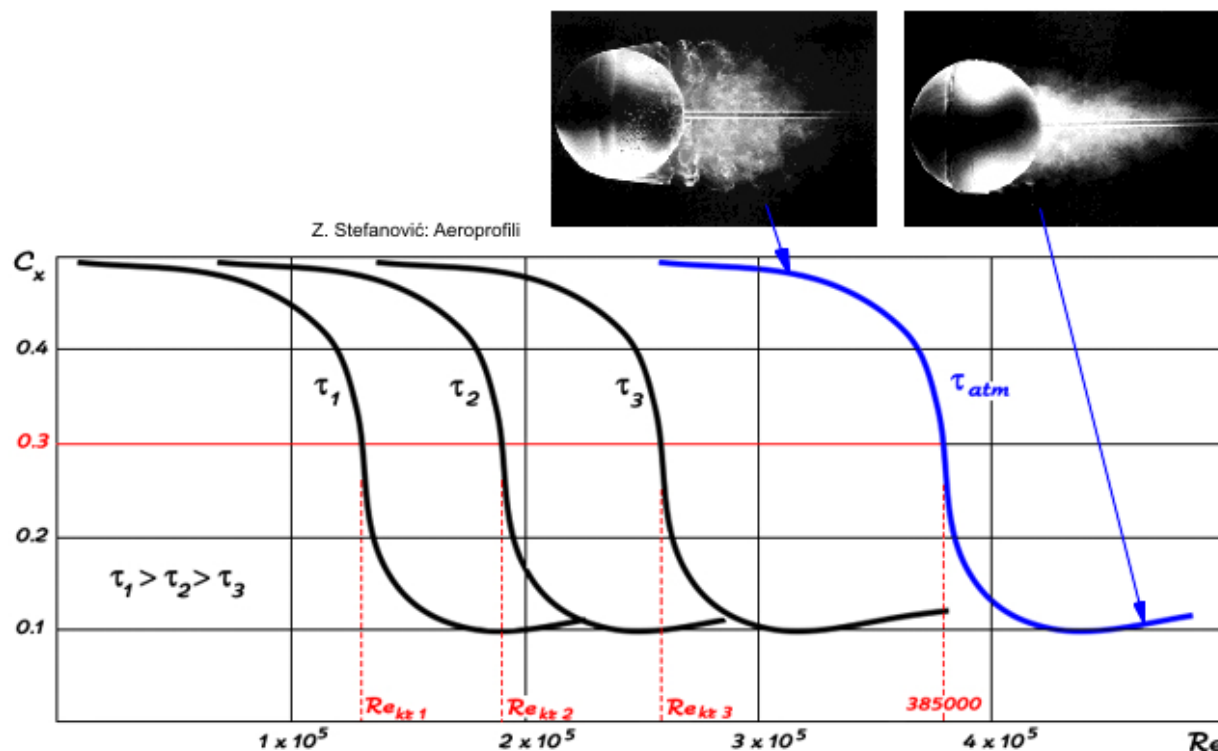
Umesto stepena turbulentcije, kao jedan od bitnih radnih parametara aerotunela češće se definiše **faktor turbulentcije** TF :

$$TF = \frac{385000}{Re_{kr}} \quad (21)$$

gde je Re_{kr} eksperimentalno određen za radni deo konkretnog aerotunela. Na osnovu njega, za svako merenje obavljeno pri određenom aerotunelskom Re broju, sračunava se i **efektivni Reynoldsov broj**, ili **Jakobsov broj** Ja (Jacobs Esterma), pri kome bi se u slobodnoj atmosferi javila ista strujna slika kao ona u aerotunelu:

$$Ja = TF \times Re \quad (22)$$

U dobro projektovanim aerotunelima $TF \approx 1.1$; međutim, ako je $TF > 1.4$, tačnost merenja je pod znakom pitanja.



Slika 13. Sa porastom stepena turbulentcije, kritični Reynoldsov broj opada u odnosu na slobodnu atmosferu.