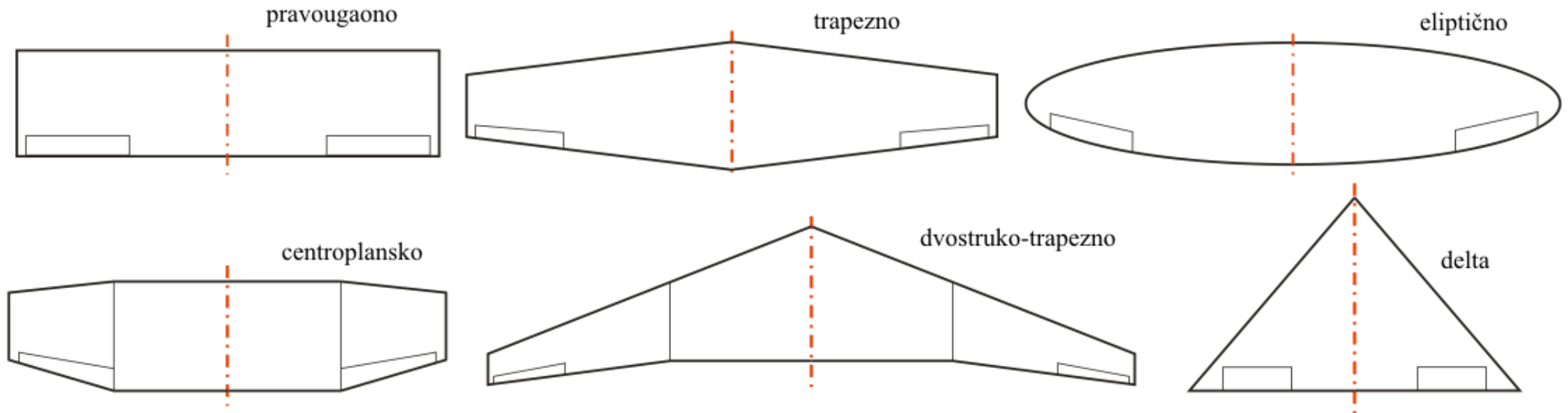


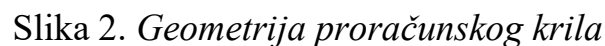
Geometrija krila

Krilo predstavlja osnovnu uzgonsku površinu letelica. Neki tipični oblici krila prikazani su na slici 1. Eliptično krilo se zvanično smatra najpovoljnijom aerodinamičkom formom. Međutim, zbog kompleksnosti njegovog konstruktivnog izvođenja, u praksi se koriste geometrije koje u većoj ili manjoj meri predstavljaju njegovu "aproksimaciju", a to su trapezno i centropalansko krilo (koje se najčešće koristi kod lakih i dvomotornih klipnih i turboelisnih aviona). Pravougaono krilo je u tom smislu najlošije, ali je u kontekstu konstruktivnog izvođenja najjednostavnije i najjeftinije, pa se zato često sreće kod lakih aviona. Dvostruko-trapezno krilo tipično je za savremene putničke avione, dok se delta krilo koristi kod supersoničnih aviona, raketa itd.



Slika 1. Tipični oblici krila vazduhoplova

Pošto je konstruktivna geometrija realnog krila često dosta složena, ovo krilo se za potrebe proračuna zamenjuje *proračunskim* ili *ekvivalentnim krilom* pojednostavljenog oblika. Ono se može sastojati isključivo iz trapeznih i/ili pravougaonih segmenata (nikako iz proizvoljnih četvorouglova), pa tetive u korenu i na kraju, kao i na spojevima segmenata moraju biti paralelne. Formira se od istih, ili različitih - *evolutivnih* aeroprofila. Osnovne geometrijske karakteristike proračunskog krila definisane su sledećim parametrima:


$$S = \int_{-b/2}^{+b/2} l(y) dy \quad (1)$$

l - **tetiva krila** - proizvoljna tetiva $l(y)$ na nekom rastojanju y od ravni simetrije.



l_S - **tetiva u ravni simetrije**.

l_0 - **tetiva na kraju krila**.

n - **suženje krila**, definisano je odnosom $n = \frac{l_0}{l_S}$ i kao takvo predstavlja ukupno suženje ($0 < n < 1$). Za višesegmentna krila može se

definirati i lokalno suženje pojedinačnih segmenata.

Centralna linija krila je linija koja spaja aerodinamičke centre lokalnih aeroprofila po celom razmahu krila. Ako je u pitanju prava linija, zove se **aerodinamička osa krila**.

φ - **ugao strele** krila je ugao između projekcije aerodinamičke ose krila na ravan xOy i normale na ravan simetrije povučene iz aerodinamičkog centra aeroprofila u ravni simetrije. U slučaju prikazanom na slici 2, ugao strele je po konvenciji pozitivan (lokani a.c. su iza normale). Kod višesegmentnih krila definiše se lokalni ugao strele, za svaki segment posebno.

γ_0 - **ugao strele napadne ivice**.

γ_1 - **ugao strele izlazne ivice**.

δ - **ugao dijedra** (pregiba) krila je ugao između projekcije aerodinamičke ose krila na ravan zOy i normale na ravan simetrije povučene iz aerodinamičkog centra aeroprofila u ravni simetrije. U slučaju prikazanom na slici 2, ugao dijedra je po konvenciji pozitivan (lokani a.c. su iznad normale). Kao i u slučaju strele, kod višesegmentnih krila definiše se lokalni ugao dijedra, za svaki segment posebno.

l_{SGT} - **srednja geometrijska tetiva** (takođe u oznaci i l_g) je tetiva zamišljenog pravougaonog krila iste površine i razmaha kao realno krilo (npr. kod jednosegmentnih trapeznih krila to je srednja linija trapeza):

$$\boxed{l_{SGT} = \frac{S}{b}} \quad \text{pri čemu ova jednačina važi za sve tipove krila} \quad (2)$$

λ - **vitkost krila** je specifični razmah krila i predstavlja odnos razmaha i srednje geometrijske tetive:

$$\lambda = \frac{b}{l_{SGT}}, \quad \text{dok se u proračunima koristi izvedeni izraz} \quad \boxed{\lambda = \frac{b^2}{S}} \quad (\text{takođe važi za sve tipove krila}) \quad (3)$$

ε - ukupno **vitoperenje krila** predstavlja algebarsku sumu geometrijskog ε_g vitoperenja (zove se još i konstruktivno vitoperenje ε_k) i aerodinamičkog vitoperenja ε_a . Geometrijsko vitoperenje postoji kada tetive aeroprofila u korenu i na kraju krila ne leže konstruktivno u istoj ravni i negativno je kada je napadna ivica krajnjeg profila rotirana naniže. Aerodinamičko vitoperenje postoji kada aeroprofil u korenu i na kraju imaju različite uglove nultog uzgona $\varepsilon_a = \alpha_{nS} - \alpha_{n0}$ (o ovome će više reći biti kasnije).

$$\boxed{\varepsilon = \varepsilon_k + \varepsilon_a} \quad (4)$$

l_{SAT} - **srednja aerodinamička tetiva** (takođe u oznaci i l_a) je tetiva zamišljenog pravougaonog krila iste ekvivalentne površine na koje deluju isti aerodinamički momenti kao i na stvarno krilo. Pogodno je moment propinjanja u ovom slučaju računati u odnosu na y osu čiji je koordinatni početak vezan za napadnu ivicu u ravni simetrije, a moment valjanja u odnosu na x osu takvog koordinatnog sistema. Za lokalni presek će važiti:

$$dR_N = c_N q dS = c_N q l dy, \quad dR_T = c_T q dS = c_T q l dy, \quad dM = c_M q dS l = c_M q l^2 dy$$

gde su malim slovom "c" obeleženi koeficijenti *lokalnih aeroprofila*. Ako pretpostavimo da moment deluje u smeru suprotnom od smera kazaljke na satu (nos naniže), moment oko y ose koji stvara lokalni aeroprofil je:

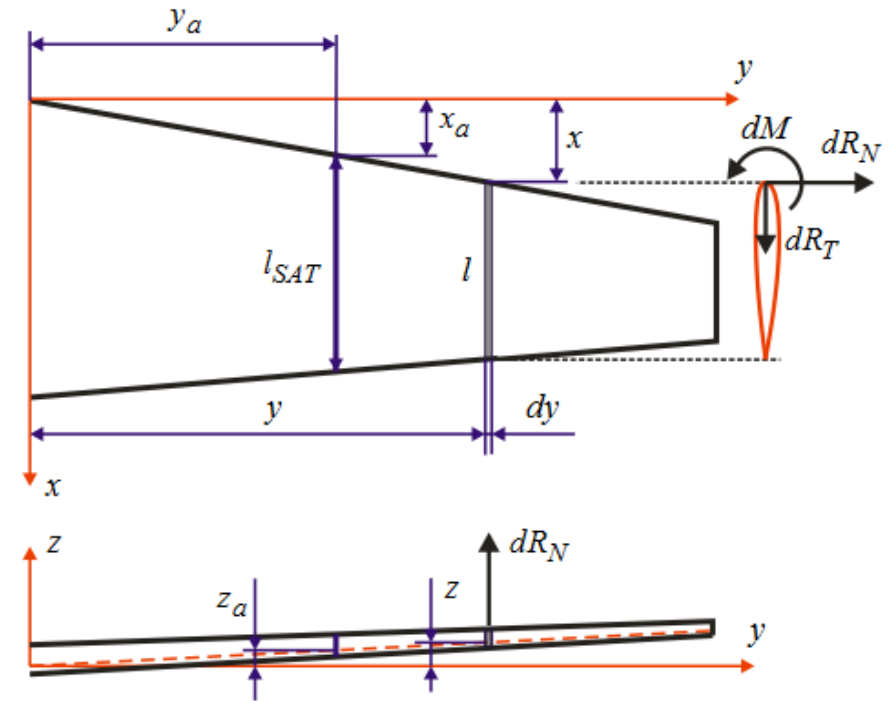
$$dM_y = -dM - x dR_N + z dR_T = -q (c_M q l^2 dy + c_N q x l dy - c_T q z l dy)$$

dok će ukupni moment biti:

$$M_y = \int_{-b/2}^{+b/2} dM_y = -2q \int_0^{b/2} (c_M q l^2 dy + c_N q x l dy - c_T q z l dy)$$

Moment oko x ose računa se za polukrilo: $dM_x = y dR_N = c_N q y l dy$ (celo krilo davalo bi nulti moment) pa će ukupni moment oko ove ose biti:

$$M_x = \int_0^{+b/2} dM_x = q \int_0^{+b/2} c_N y l dy$$



Slika 3. Srednja aerodinamička tetiva

Odgovarajuće vrednosti sila i momenta za ekvivalentno pravougaono krilo čija tetiva je l_{SAT} (aerodinamički koeficijenti za celo krilo obeležavaju se velikim slovom C):

$$R_N = C_N q S, \quad R_T = C_T q S, \quad M = C_M q S l_{SAT}$$

Momenti oko y i x ose ovog krila biće:

$$M_y = -M - x_a R_N + z_a R_T \quad \text{i} \quad M_x = y_a \frac{R_N}{2}$$

Izjednačavajući članove po komponentama i uzimajući u obzir da aerodinamički koeficijenti pod integralom imaju isti efekat kao i globalni koeficijenti za krilo (formalno mogu da se skrate), dobijamo opšte izraze za dužinu srednje aerodinamičke tetive i koordinate njene napadne ivice:

$$\boxed{l_{SAT} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} l^2 dy} \quad \boxed{x_a = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} x l dy} \quad \boxed{y_a = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} y l dy} \quad \boxed{z_a = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} z l dy} \quad (5)$$

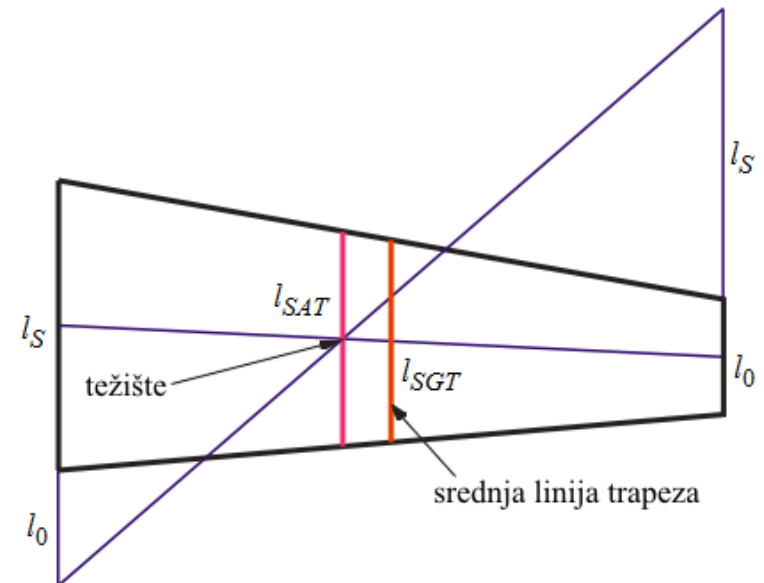
Iz sistema jednačina (5) vidi se da se srednja aerodinamička tetiva nalazi u **težištu polukrila**, bez obzira kog je oblika.

Oдавde je proistekla i grafička metoda za određivanje l_{SAT} trapeznog krila (slika 4), baziranog na određivanju položaja težišta trapeza, koje se nalazi u preseku dijagonale trapezovog paralelograma (produžavanjem korene i krajnje tetive dodavanjem tetive sa suprotne strane) i linije koja spaja sredine bazisa trapeza.

Srednja geometrijska tetiva trapeznog krila, shodno njenoj definiciji, predstavlja srednju liniju trapeza. Iz ovog proizilazi da je kod trapeznog krila uvek

$$l_{SGT} < l_{SAT}$$

osim u slučaju pravougaonog krila (formalno, slučaj trapeznog krila za koje je suženje $n = 1$), kod koga su jednake.



Slika 4. Grafičko određivanje l_{SAT}

U nastavku su dati sumarni izrazi za neke tipične oblike krila podzvučnih aviona:

(a) Pravougaono krilo:

$$l_{SGT} = l_{SAT} = \frac{S}{b} \quad y_a = y_{SGT} = \frac{b}{4} \quad \text{"Pravougaono" je svako krilo suženja } n=1; \text{ može imati ugao strele i tada nije pravougaonik!}$$

(b) Trapezno krilo:

$$l_{SAT} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1+n+n^2}{1+n} \cdot l_S \quad y_a = \frac{b}{6} \cdot \frac{1+2n}{1+n} \quad l_{SGT} = \frac{S}{b} \quad y_{SGT} = \frac{b}{4} \quad S = \frac{b}{2}(1+n) \cdot l_S \quad \text{Proizvoljna tetiva je } l = l_S \left[1 - (1-n) \frac{y}{b/2} \right]$$

(c) Eliptično krilo:

$$l_{SAT} = \frac{8}{3} \cdot \frac{l_S}{\pi} \quad \text{pri čemu je: } l_S = \frac{4}{b} \cdot \frac{S}{\pi} \quad y_a = \frac{2}{3} \cdot \frac{b}{\pi} \quad \text{Proizvoljna tetiva je } l = l_S \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2} \right)^2}$$

(d) Centroplansko krilo:

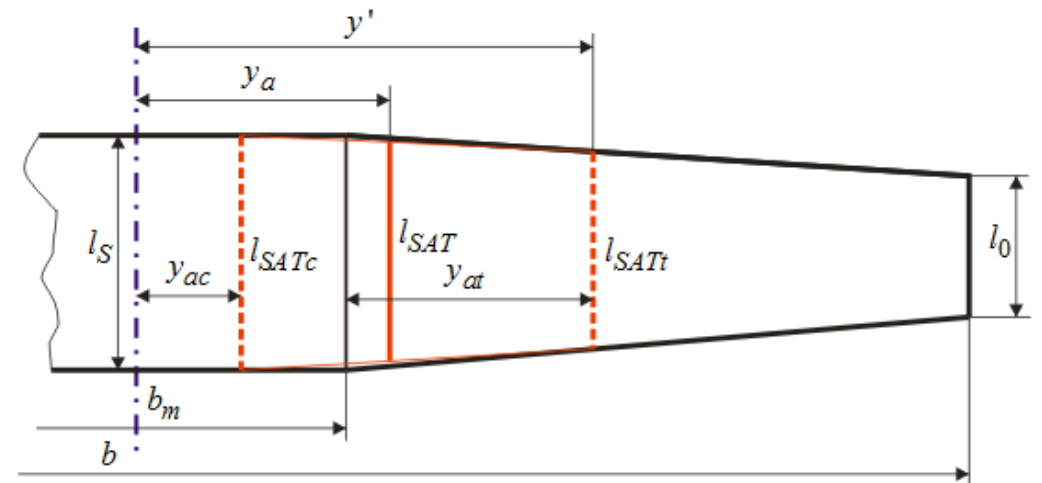
Kod ovog krila definiše se relativni razmah centroplanskog dela krila b_m/b (slika 5 - unutrašnji pravougaonik), površina koju zahvata centroplan S_c i površina koju zahvataju trapezni segmenti S_t , gde je:

$$S = S_t + S_c$$

Vrednosti l_{SAT} i y_a određuju se po pravilu određivanja težišta višesegmentnih površina. Pri tome se l_{SATc} i y_{ac} centroplanskog dela određuju kao da nema trapeznog, a l_{SATt} i y_{at} trapeznog dela kao da nema centroplanskog. Zatim se koriste izrazi:

$$l_{SAT} = \frac{l_{SATc}S_c + l_{SATt}S_t}{S_c + S_t} \quad y_a = \frac{y_{ac}S_c + y'_{at}S_t}{S_c + S_t}$$

gde je $y_{ac} = b_m/4$ i $y'_{at} = b_m/2 + y_{at}$.



Slika 5. Geometrija centroplanskog krila

Umesto prethodnih jednačina, mogu se koristiti i univerzalni izrazi (za pravougaono, trapezno ili centropansko krilo) koji definišu relativni odnos srednje aerodinamičke i srednje geometrijske tetive, kao i relativni položaj srednje aerodinamičke tetive po polurazmahu:

$$\frac{l_{SAT}}{l_{SGT}} = 1 + \frac{1 + 3b_m/b}{3(1 - b_m/b)} \left[\frac{1 - n}{\frac{1 + b_m/b}{1 - b_m/b} + n} \right]^2 \quad \frac{y_a}{b/2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{(1 + 2n) + (1 - n)b_m/b + (1 - n)(b_m/b)^2}{(1 + n) + (1 - n)b_m/b} \quad (6)$$

Pri tome se u prvom izrazu prvo računa l_{SGT} po jednačini (2), a zatim se l_{SAT} dobija na osnovu gornje jednačine. Programiranjem jednačina (6) npr. u Excelu, određivanje vrednosti l_{SAT} i y_a postaje vrlo jednostavno.

Generalni uticaj konačnog razmaha na otpor i uzgon krila

Otpor krila konačnog razmaha

Fenomeni vezani za pojavu sekundarnog opstrujavanja oko krajeva krila dovode do opadanja njegove aerodinamičke efikasnosti, u poređenju sa aeroprofilom kao krilom beskonačnog razmaha. Uticaj strujanja oko krajeva krila konačnog razmaha na otpor uvodi još jednu komponentu, a to je *indukovani otpor*, ili otpor indukovani uzgonom. Primer prirodne vizuelizacije strujanja oko krila aviona F/A - 18 Super Hornet dat je na slici 6.



Slika 6. Opstrujavanje krila konačnog razmaha

Tako se otpor krila konačnog razmaha, za slučaj zanemarljivog uticaja stišljivosti, može predstaviti kao suma profilnog (aeroprofilskog) otpora C_{X0} i indukovano otpora C_{Xi} :

$$C_X = C_{X0} + C_{Xi}$$

gde je:

$$C_{X0} = C_{X0\min} + 0.01(C_Z - C_{Z\text{ op}})^2$$

Ako se krilo sastoji od evolutivnih (različitih) aeroprofila po razmahu, vrednosti $C_{X0\min}$ i $C_{Z\text{ op}}$ za krilo su geometrijski osrednjene tablične vrednosti minimalnog koeficijenta otpora i optimalnog koeficijenta uzgona aeroprofila u korenu i na kraju krila.

Indukovani otpor krila definisan je jednačinom (za nevitoperena krila, ili za krila sa ne preterano velikim vitoperenjem):

$$\text{za eliptično krilo: } \frac{C_Z^2}{\pi \cdot \lambda}, \quad \text{a za druge oblike krila: } \frac{C_Z^2}{\pi \cdot \lambda \cdot f_u} \quad \text{ili alternativno} \quad \frac{C_Z^2}{\pi \cdot \lambda \cdot u}$$

gde f_u (u zapadnoj literaturi se koristi oznaka u) predstavlja popravni faktor za odstupanje geometrije krila od eliptičnog oblika.

Odavde sledi da je indukovani otpor proporcionalan kvadratu koeficijenta uzgona (kada je uzgon nula, indukovano otpora nema), a obrnuto je proporcionalan vitkosti krila. To generalno znači da će krilo veće vitkosti, pri istom koeficijentu uzgona, stvarati manji indukovani otpor i biti aerodinamički efikasnije. Međutim, kod aviona koji su tokom eksploatacije izloženi većim strukturalnim opterećenjima (ekstremni primer su akrobatski i lovački borbeni avioni), velika vitkost bi vodila ka lomu krila ili preteškom krilu, pa je optimizacija vitkosti i sa aspekta strukturalnih zahteva shodno nameni aviona, neminovnost.

Tako pun izraz za polaru krila konačnog razmaha ima oblik:

$$C_X = C_{X0\min} + 0.01(C_Z - C_{Z\text{ op}})^2 + \frac{C_Z^2}{\pi \cdot \lambda \cdot u} \quad (7)$$

Za uobičajene konstrukcije krila vrednost optimalnog koeficijenta uzgona $C_{Z\,op}$ je relativno mala. Zbog toga se, iz razloga pojednostavljenja praktičnih proračuna, u nekim slučajevima može usvojiti $C_{Z\,op} \approx 0$, pa se jednačina (7) prevodi u prostiji opšti oblik:

$$C_X = C_{X0\min} + k \cdot C_Z^2 + \frac{C_Z^2}{\pi \cdot \lambda \cdot u}$$

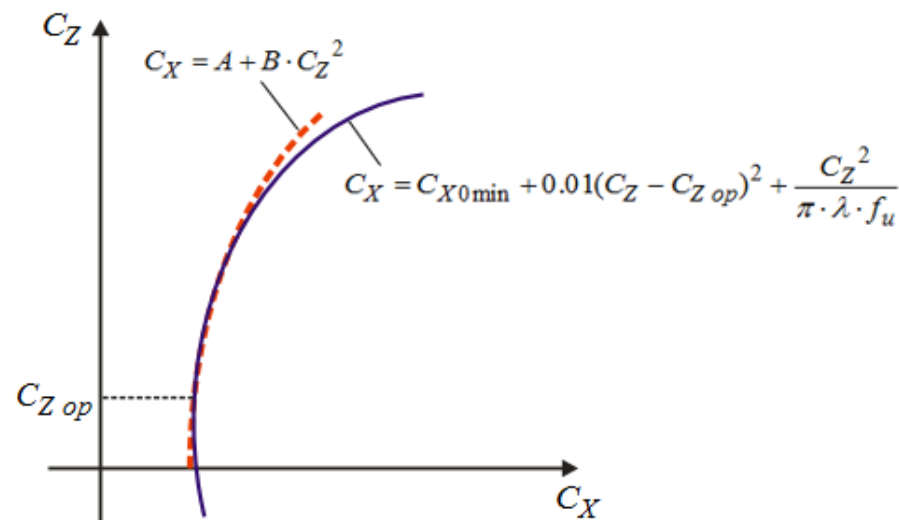
ili, nakon grupisanja članova uz C_Z^2 , u jednostavniju paraboličku formu:

$$C_X = A + B \cdot C_Z^2 \quad (8)$$

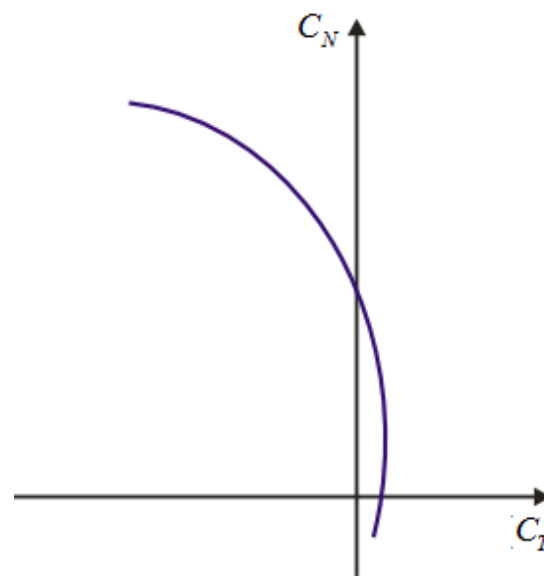
gde je očigledno $A = C_{X0\min}$, a $B = k + \frac{1}{\pi \cdot \lambda \cdot u}$.

U praksi se ista logika koristi i za prevođenje polare kompletnog aviona (koja dopunski uključuje i otpore trupa, repnih površina, motorskih gondola, upornica, itd.) u paraboličku formu (8), koja je veoma pogodna za praktične proračune performansi letelica, stabilnosti itd. Poređenje polara krila definisanih po izrazima (7) i (8) prikazano je na slici 7. Polara tipa $C_X = f(C_Z)$ se uobičajeno koristi u aerodinamičkim proračunima i naziva se *polarom Ajfela*.

S druge strane, u strukturalnim analizama krila češće se koristi polara tipa $C_T = f(C_N)$, dobijena u koordinatnom sistemu vezanom za krilo i zove se *polara Lilijentala* (slika 8). Sa nje se vidi da je opterećenje korena krila pri većim napadnim uglovima takvo da je koeficijent tangencijalne sile $C_T < 0$, odnosno da krilo ima tendenciju da se u tetivnoj ravni savija unapred (dok otpor sve vreme deluje unazad). Korišćenjem istih jednačina transformacije kao u analizi aeroprofila, iz polare Ajfela može se dobiti polara Lilijentala, i obrnuto.



Slika 7. Poređenje dva tipa polare Ajfela $C_X = f(C_Z)$



Slika 8. Polara tipa $C_T = f(C_N)$ - polara Lilijentala

Povijanje vazdušne struje

Povijanje struje (šematski prikazano na slici 9) predstavlja lokalnu promenu pravca vazdušne struje za vrednost ugla povijanja ε u odnosu na neporemećenu vazdušnu struju, usled poremećaja koje krilo tokom leta generiše oko sebe. Ispred krila vazdušna struja povija se naviše.

Prantl je, primenjujući teoriju uzgonske linije na *eliptično krilo*, odredio vrednost tzv. indukovanog napadnog ugla α_i na samom krilu, koje faktički predstavlja teorijsku vrednost ugla povijanja struje naniže u domenu krila (reprezentovanog "uzgonskom linijom", na mestu aerodinamičkih centara) u oznaci ε_{ac} , pri čemu je $\alpha_i = \varepsilon_{ac}$:

$$\alpha_i = \varepsilon_{ac} = \frac{C_z}{\pi \cdot \lambda} \quad [\text{rad}] \quad \text{ili} \quad \varepsilon_{ac} = \frac{C_z}{\pi \cdot \lambda} \cdot 57.3 \quad [^\circ] \quad (9)$$

gde C_z predstavlja koeficijent uzgona krila pri datom napadnom uglu α , a λ predstavlja vitkost krila.

Iza krila vazdušna struja se povija naniže. Na dovoljnom rastojanju iza krila, ugao povijanja struje ε praktično se ustaljuje i asimptotski teži vrednosti jednakoj dvostrukoj vrednosti ε_{ac} na mestu aerodinamičkog centra:

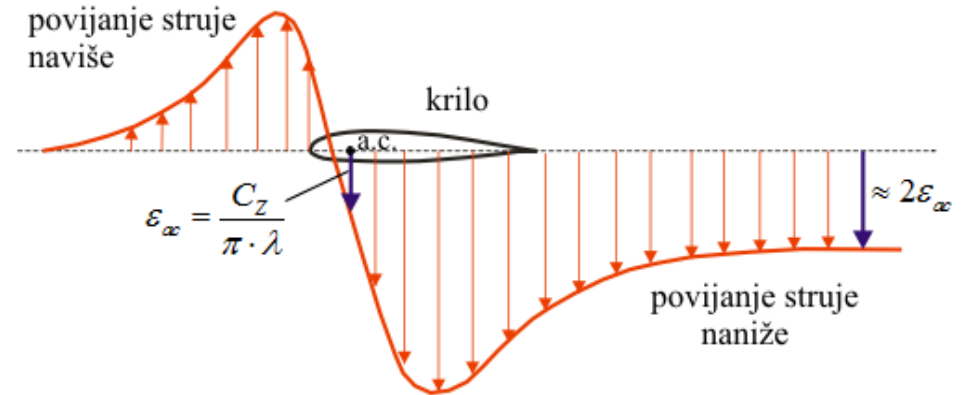
$$\varepsilon \approx 2\varepsilon_{ac} = \frac{2 \cdot C_z}{\pi \cdot \lambda} \cdot 57.3$$

To znači da će napadni ugao horizontalnog repa α_h u odnosu na nominalni geometrijski napadni ugao krila α (pri kome krilo stvara koeficijent uzgona C_z), biti manji i iznosiće u stepenima približno:

$$\alpha_h = \alpha - \frac{2 \cdot C_z}{\pi \cdot \lambda} \cdot 57.3$$

Po istoj teoriji, indukovani otpor krila konačnog razmaha R_{xi} posledica je naginjanja uzgonske sile R_z unazad upravo za vrednost indukovanog napadnog ugla, pa će za α_i izraženo u radijanima biti:

$$R_{xi} = R_z \cdot \alpha_i$$



Slika 9. Šematski prikaz intenziteta i smera ugla povijanja struje ispred i iza krila

Oдавде je proistekao izraz za koeficijent indukovanog otpora eliptičnog krila:

$$C_{xi} = C_z \cdot \alpha_i = C_z \cdot \frac{C_z}{\pi \cdot \lambda} = \frac{C_z^2}{\pi \cdot \lambda} \quad (10)$$

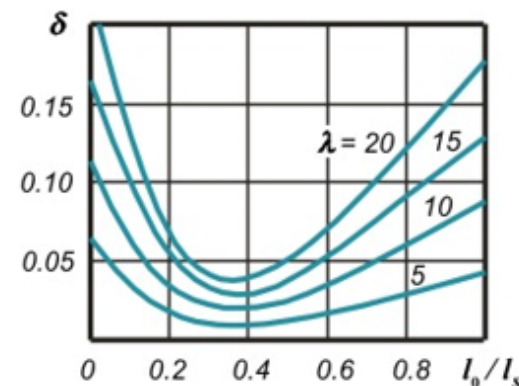
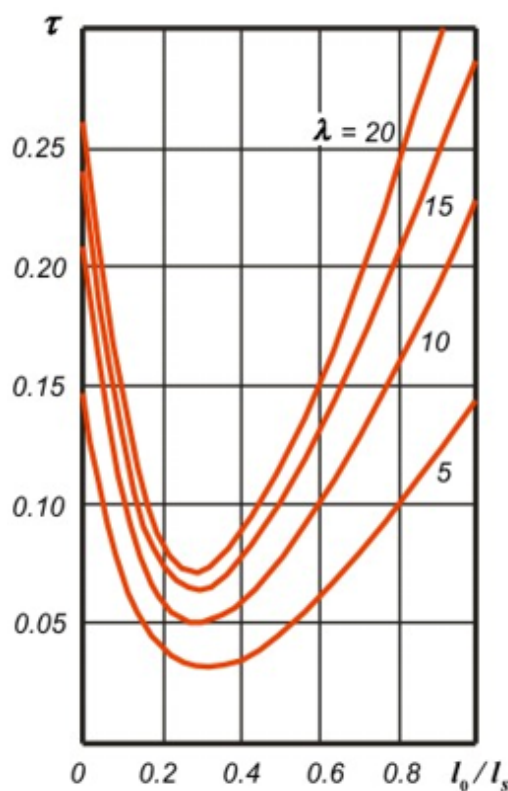
Daljim razvojem teorije uzgonske linije, pokazalo se da izrazi (9) i (10) za indukovani napadni ugao i koeficijent indukovanog otpora eliptičnog krila mogu da se primene i na druge oblike krila, uz uvođenje popravnih koeficijenata τ i δ (slika 10; strogo posmatrano, ovi koeficijenti važe samo za nevitoperena krila), koji zavise od vitkosti i suženja konkretnog krila:

$$\alpha_i = \frac{C_z}{\pi \cdot \lambda} (1 + \tau) \quad \text{i} \quad C_{xi} = \frac{C_z^2}{\pi \cdot \lambda} (1 + \delta) \quad (11)$$

Po ovoj nomenklaturi, jasno je da je veza između popravnog faktora indukovanog otpora f_u (ili u) i koeficijenta δ data jednačinom:

$$f_u = u = \frac{1}{1 + \delta} \quad (12)$$

NAPOMENA: Detaljna analiza pomenutih pojava vezanih za opstrujavanje krila konačnog razmaha, kao i izvođenje navedenih jednačina, biće prikazani u narednim poglavljima.



Slika 10. Popravni koeficijenti indukovanog napadnog ugla i indukovanog otpora

Uzgon krila konačnog razmaha

Prelaskom sa analize 2D aeroprofila beskonačnog razmaha na nevitopereno krilo konačnog razmaha (pod pretpostavkom da je na njemu isti aeroprofil), zavisno od vitkosti i tipa krila, dolazi do pada gradijenta uzgona, pada maksimalnog koeficijenta uzgona i porasta kritičnog napadnog ugla, pri čemu ugao nultog uzgona ostaje praktično nepromenjen (slika 11). Uvođenje vitoperenja krila ima uticaj i na ugao nultog uzgona.

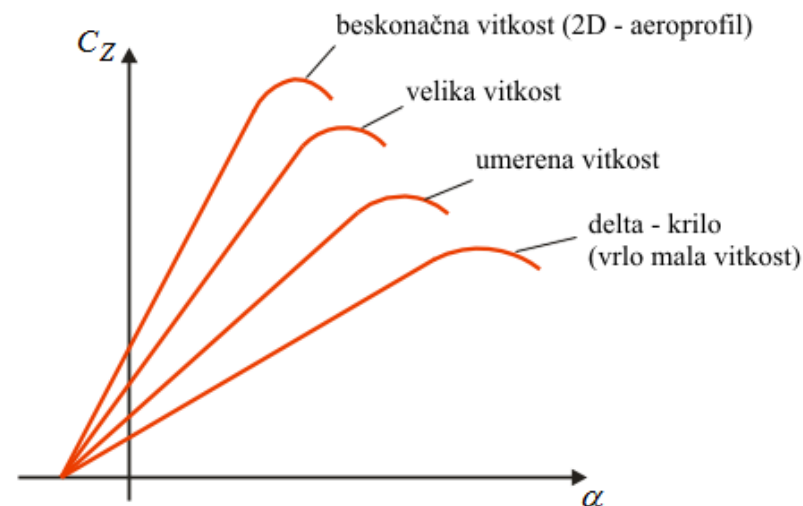
$$a = \frac{a_0}{1 + \frac{57.3 \cdot (1 + \tau) \cdot a_0}{\pi \cdot \lambda}} \quad (13)$$

Uticaj vitkosti na gradijent uzgona krila konačnog razmaha neposredno se vidi iz gornjeg izraza, gde a_0 predstavlja gradijent uzgona aeroprofila ovog krila (tablična vrednost), λ je vitkost, a τ je popravni faktor za odstupanje oblika krila od eliptične forme (slika 10). Ovaj izraz važi za krila vitkosti $\lambda \geq 5$ i strele $\varphi < 12^\circ$.

Za let pri većim podzvučnim Mahovim brojevima, kada je uticaj stišljivosti izražen, može se koristiti nešto složeniji izraz:

$$a = \frac{a_0 \cdot \lambda}{2 + \sqrt{4 + \lambda^2 \cdot \beta^2 \left(1 + \frac{\tan^2 \varphi}{\beta^2} \right)}} \quad (14)$$

koji sadrži korekciju za uticaj strele krila φ , kao i korekciju za uticaj stišljivosti preko popravnog faktora $\beta = \sqrt{1 - M_0^2}$, gde M_0 predstavlja vrednost Mahovog broja leta.



Slika 11. Uticaj vitkosti na krivu uzgona