# Deep Joint-Semantics Reconstructing Hashing for Large-Scale Unsupervised Cross-Modal Retrieval

### Introduction

## **Joint-Semantics Reconstructing Hashing**

#### 变量定义:

- m: 批的大小;
- $\mathcal{O}$ : 批,即  $\{o_k=\lceil \mathbf{I}_k,\mathbf{T}_k 
  floor\}_{k=1}^m$ ,每个元素为图片-文本对。图片和文本的特征矩阵分别为  $\mathbf{F}_{\mathbf{I}}\in\mathbb{R}^{m imes p_I}$  和  $\mathbf{F}_{\mathbf{T}}\in\mathbb{R}^{m imes p_T}$  :
- $\mathbf{B}_{\mathrm{I}} \in \{\pm 1\}^{m imes d}$  和  $\mathbf{B}_{\mathrm{T}} \in \{\pm 1\}^{m imes d}$ :表示  $\mathbf{I}_k$  和  $\mathbf{T}_k$  分别通过 ImgNet 和 TxtNet 编码后生成的二值向量;
- $\hat{F}_I$  和  $\hat{F}_T$ : 表示归一化后的  $F_I$  和  $F_T$ , 则余弦相似度为

$$\mathbf{S}_{\mathbf{I}} = \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{I}} \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{I}}^{\top} \in [-1, +1]^{m \times m}$$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{T}} = \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{T}}^{\top} \in [-1, +1]^{m \times m}$$

B 可以看作单位超立方体的顶点,相邻的点具有相似的哈希值。其 Hamming 距离可以用角距离来代替,即两个向量夹角的 cos 值。

## **Constructing Joint-Semantics Matrix**

考虑使用上面的  $S_{\rm I}$  和  $S_{\rm T}$  指导哈希码的学习。一种传统的方法是

$$\min_{\mathbf{B}} \beta \mathrm{Tr}(\mathbf{B}^{\top} \mathbf{L}_{\mathbf{I}} \mathbf{B}) + (1 - \beta) \mathrm{Tr}(\mathbf{B}^{\top} \mathbf{L}_{\mathbf{T}} \mathbf{B}) \ \text{ s.t. } \mathbf{B} \in \{\pm 1\}^{m \times d}$$

其中

$$L_I = diag(S_1 1) - S_I$$

$$L_T = diag(S_T 1) - S_T$$

本文构造 Joint-semantics Affinity Matrix, 定义组合函数  $\mathcal{C}$ ,

$$\mathbf{S} = \mathcal{C}(\mathbf{S}_{\mathrm{I}}, \mathbf{S}_{\mathrm{T}}) \in [-1, +1]^{m \times m}$$

其中  $S_{ij}$  表示实例  $o_i$  和  $o_j$  的潜在语义相度。令

$$\tilde{S} = \beta S_{T} + (1 - \beta) S_{T}$$

$$\begin{split} \mathbf{S} &= \mathcal{C}(\mathbf{S_I}, \mathbf{S_T}) \\ &= (1 - \eta)\tilde{\mathbf{S}} + \eta \frac{\tilde{\mathbf{S}}\tilde{\mathbf{S}}^\top}{m} \\ &= (1 - \eta)[\beta \mathbf{S_I} + (1 - \beta)\mathbf{S_T}] + \frac{\eta}{m}[\beta^2 \mathbf{S_I}\mathbf{S_I}^\top + \beta(1 - \beta)(\mathbf{S_I}\mathbf{S_T}^\top + \mathbf{S_T}\mathbf{S_I}^\top) + (1 - \beta^2)\mathbf{S_T}\mathbf{S_T}^\top] \end{split}$$

上述式子可以看成 diffusion process 的一次迭代。

## **Reconstructing with Binary Codes**

目标是最小化

$$\min_{\mathbf{B}_{\mathbf{I}}, \mathbf{B}_{\mathbf{T}}} ||\mu \mathbf{S} - \cos(\mathbf{B}_{\mathbf{I}}, \mathbf{B}_{\mathbf{T}})||_{\mathbf{F}}^2, \ \text{ s.t. } \mathbf{S} = \mathcal{C}(\mathbf{S}_{\mathbf{I}}, \mathbf{S}_{\mathbf{T}}) \in [-1, +1]^{m \times m}$$

这里  $\mu$  是超参数,可以用来调节归约到  $\pm 1$  上的范围程度。相比拉普拉斯约束

$$\mathrm{Tr}(\mathbf{B}^{\top}\mathbf{L}\mathbf{B}) = \sum_{i,j} \mathbf{S}_{ij} ||\mathbf{B}_i - \mathbf{B}_j||^2$$

相当于从中间的乘号变成减号,减少了一个 batch 里的过拟合现象,更适合分批学习。进一步加入相同模态内的约束条件,最后的目标函数为

$$\begin{split} \min_{\mathbf{B}_{\mathbf{I}}, \mathbf{B}_{\mathbf{T}}} ||\mu \mathbf{S} - \cos(\mathbf{B}_{\mathbf{I}}, \mathbf{B}_{\mathbf{T}})||_{\mathbf{F}}^2 + \lambda_1 ||\mu \mathbf{S} - \cos(\mathbf{B}_{\mathbf{I}}, \mathbf{B}_{\mathbf{I}})||_{\mathbf{F}}^2 + \lambda_2 ||\mu \mathbf{S} - \cos(\mathbf{B}_{\mathbf{T}}, \mathbf{B}_{\mathbf{T}})||_{\mathbf{F}}^2, \\ \text{s.t. } \mathbf{S} = \mathcal{C}(\mathbf{S}_{\mathbf{I}}, \mathbf{S}_{\mathbf{T}}) \in [-1, +1]^{m \times m}, \ \mathbf{B}_{\mathbf{I}}, \mathbf{B}_{\mathbf{T}} \in \{-1, +1\}^{m \times d}, \\ \end{split}$$

## **Optimization**

用  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{m \times d}$  统一表示  $\mathsf{ImgNet}$  和  $\mathsf{TxtNet}$  最后一层的输出(没有激活函数),则

$$\mathbf{B} = \mathrm{sgn}(\mathbf{H}) \in \{-1, +1\}^{m \times d}$$

由于符号函数的梯度大部分为 0, 故改为使用如下函数

$$\mathbf{B} = \tanh(\alpha \mathbf{H}) \in \{-1, +1\}^{m \times d}, \ \alpha \in \mathbb{R}^+$$

整个算法的流程图如下所示

# Algorithm 1 Deep Joint-Semantics Reconstructing Hashing

### Input:

Training set  $\{o_k = [\mathbf{I}_k, \mathbf{T}_k]\}_{k=1}^n$  and their corresponding original features  $\mathbf{F}_{\mathrm{I}}$  and  $\mathbf{F}_{\mathrm{T}}$ ; ImgNet  $\mathcal{G}_{\theta_{\mathrm{I}}}$  and TxtNet  $\mathcal{G}_{\theta_{\mathrm{T}}}$  with  $\theta_{\mathrm{I}}$  and  $\theta_{\mathrm{T}}$  denoting the deep network parameters; batch size m;

#### **Output:**

Hashing coding function  $\varphi_{\rm I}(x)={\rm sgn}(\mathcal{G}_{\theta_{\rm I}}(x))$  for image input and  $\varphi_{\rm T}(x)={\rm sgn}(\mathcal{G}_{\theta_{\rm T}}(x))$  for text input;

- 1: Initialize epoch t = 0;
- 2: repeat
- 3:  $t=t+1; \ \alpha=\sqrt{t};$
- 4: **for**  $\lfloor \frac{n}{m} \rfloor$  iterations **do**
- 5: Randomly sample a batch of instances from training set  $\{o_k = [\mathbf{I}_k, \mathbf{T}_k]\}_{k=1}^m$ ;
- 6: Calculate the normalized  $\hat{\mathbf{F}}_{I}$ ,  $\hat{\mathbf{F}}_{T}$  and integrate the cosine matrices  $\mathbf{S}_{I} = \hat{\mathbf{F}}_{I}\hat{\mathbf{F}}_{I}^{\top}$ ,  $\mathbf{S}_{T} = \hat{\mathbf{F}}_{T}\hat{\mathbf{F}}_{T}^{\top}$  to the joint-semantics affinity  $\mathbf{S}$  with Equation (3);
- 7: Forward propagate  $\mathbf{H}_{\mathrm{I}} = \mathcal{G}_{\theta_{\mathrm{I}}}(\mathbf{I}), \mathbf{H}_{\mathrm{T}} = \mathcal{G}_{\theta_{\mathrm{T}}}(\mathbf{T});$
- 8: Hash coding with activation function (7)  $\mathbf{B}_{\mathrm{I}} = \tanh(\alpha \mathbf{H}_{\mathrm{I}}), \mathbf{B}_{\mathrm{T}} = \tanh(\alpha \mathbf{H}_{\mathrm{T}});$
- 9: Calculate the objective function (5), back propagate the gradients with the chain rule and update the whole parameters;
- 10: end for
- 11: until convergence

Figure 1: 1.PNG