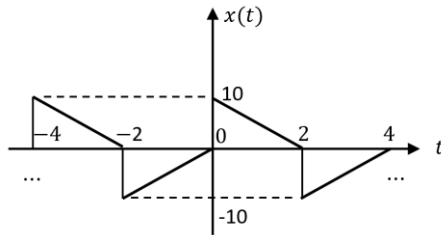


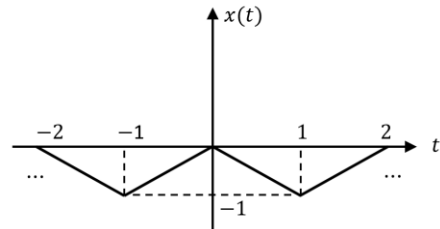


\* قسمت‌های مشخص شده با رنگ آبی، اختیاری و برای تمرین بیشتر هستند.

۱. ضرایب سری فوریه سیگنال‌های متناوب زمان پیوسته زیر را بدست آورید. ( $T$  دوره‌ی تناوب اصلی سیگنال است)



(ب)



(الف)

(د)  $T = 2$  و  $x(t) = 1 - e^{-2t}$  ,  $0 \leq t \leq 2$

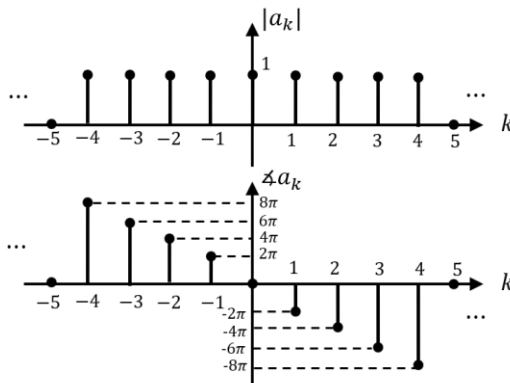
(ج)  $T = 3$  و  $x(t) = 2t$  ,  $-1 \leq t \leq 2$

(و)  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[ 2(-1)^k \delta\left(t - \frac{k}{2}\right) - \delta\left(t - \frac{1+2k}{2}\right) \right]$

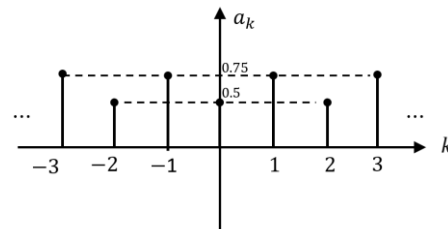
(ه)  $x(t) = 2j \sin\left(\frac{3}{2}t\right) + \cos\left(t - \frac{\pi}{2}\right) + 2$

(ز)  $T = 4$  و  $x(t) = \begin{cases} 0.75 & 0.5 \leq t \leq 1.5 \\ -0.25 & -1 \leq t \leq 0.5 \text{ and } 1.5 \leq t \leq 3 \end{cases}$

۲. سیگنال‌های زمانی متناظر با هر یک از نمایش‌های سری فوریه زیر را بیابید.



(ب)  $T = 1$



(الف)  $T = 8$

(د)  $T = 3$  و  $a_k = \frac{\sin(\frac{k\pi}{3})}{k\pi} \left[ 2 \cos\left(\frac{k\pi}{3}\right) + e^{-j\frac{k\pi}{3}} \right]$

(ج)  $T = 4$  و  $a_k = \frac{(-1)^k}{3}$

(و)  $T = \pi$  و  $a_k = \frac{2(-1)^k}{\pi(1-4k^2)}$

(ه)  $T = 4$  و  $a_k = \begin{cases} \frac{(-j)^k \sin(\frac{k\pi}{4})}{k\pi} & k \neq 0 \\ 0 & k = 0 \end{cases}$

(ز)  $T = 1$  و  $a_k = \left[ \text{sinc}\left(\frac{k}{2}\right) \right]^2$

۳. اگر  $a_k$  و  $b_k$  به ترتیب ضرایب سری فوریه سیگنال‌های  $x(t)$  و  $y(t)$  باشند، مقادیر خواسته شده را بر حسب  $a_k$  بدست آورید:

الف) اگر  $y(t) = x(t) + x(2t)$  و  $T_x = T_0$  مطلوب است:  $b_2$

ب) اگر  $y(t) = x^*(t)\cos(\frac{\pi t}{2})$  و  $T_x = 2$ ، مطلوب است:  $b_k$

ج) اگر  $y(t) = x^*(2t) + x(-\frac{t}{2})$  و  $T_x = T_0$ ، مطلوب است:  $b_4$

۴. سیگنال متناوب  $x(t)$  در یک دوره تناوب به صورت زیر مفروض است. حاصل  $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |ka_k|^2$  را بیابید.

$$x(t) = \begin{cases} t & -1 \leq t \leq 1 \\ -t+2 & 1 \leq t \leq 3 \end{cases}$$

۵. یک سیستم خطی، تغییر ناپذیر با زمان و علی را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\frac{d}{dt}y(t) + 4y(t) = x(t)$$

مطلوب است محاسبه‌ی ضرایب سری فوریه سیگنال خروجی  $y(t)$  به ورودی  $x(t) = 1 + \cos(3\pi t) + \sin(8\pi t + \frac{\pi}{3})$ .

۶. سیگنال زمانی  $x(t)$  با ضرایب سری فوریه  $a_k$  و منطبق بر اطلاعات داده شده زیر را بیابید.

الف)  $a_k = \begin{cases} 0 & k \geq 3, k = 0 \\ < 0 & k = 1 \end{cases}$  و  $a_1^* = a_1$  ب)  $x(t) = -x(t-2)$  ج)  $\int_0^4 |x(t)|^2 dt = 2$  د)  $x^*(t) = x(t)$  و  $x(t) = x(t \pm 4n), n \in \mathbb{Z}$

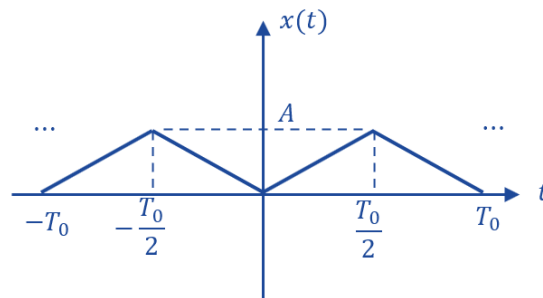
۷. الف) رابطه میان ضرایب سری فوریه سیگنال  $x(t)$  در نمایش نمایی مختلط را با نمایش مثلثاتی و نمایش هارمونیک بیابید:

نمایش نمایی  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}, \quad a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$

نمایش مثلثاتی  $x(t) = \frac{c_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} c_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)$

نمایش هارمونیک  $x(t) = A_k + \sum_{k=1} B_k \cos(k\omega_0 t - \theta_k)$

ب) نمایش سری فوریه نمایی مختلط، مثلثاتی و هارمونیک سیگنال زیر را بیابید.



موفق باشید

عمومی-موبدیان