

بسمه تعالی

هوش مصنوعی

مسائل ارضاء محدودیتها - ۱

نیمسال اول ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دکتر مازیار پالهنک

آزمایشگاه هوش مصنوعی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

دانشگاه صنعتی اصفهان

مقدمه

متناظر با هر وزیر ما یک متغیر درنظر میگیریم
مقادیری که متغیرها میتوانند به خودشان بگیرند
شماره ردیفی است که اون وزیر توی ستون
متناظرش قرار گرفته
آزمون هدف: وزیرها هم را تهدید نکنند

■ در یک م.ا.م. حالات بوسیله مقادیر مجموعه ای از متغیرها تعریف می شوند و آزمون هدف مجموعه ای از محدودیتهایی است که متغیرها باید ارضا کنند.

■ مثال:

■ ۸ وزیر

■ متغیرها X_1, X_2, X_3, \dots که هر یک از دامنه ای D_1, D_2, D_3, \dots انتخاب می شوند و مجموعه ای از محدودیتهای C_1, C_2, C_3, \dots را باید ارضا کنند.

■ مجموعه X : متغیرها

■ مجموعه D : دامنه ها

■ مجموعه C : محدودیتهای

■ هر محدودیت C_i بصورت $\langle \text{scope}, \text{rel} \rangle$

متغیرهایی را نشان
میدهد که ما باید یک
محدودیتی بین اونها
درنظر بگیریم

مازیار پالهنک

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

2

خود محدودیت

یعنی ما زمانی یک حل داریم که همه متغیرهای مسئله یک مقداری گرفته باشند و این مقادیر همه ی محدودیت های مسئله را ارضا کنه

- یک حالت مسئله بوسیله **انتساب** مقادیر به همه یا برخی از متغیرها تعریف می شود.
- یک انتساب که هیچ یک از محدودیتها را نمی شکند یک **انتساب سازگار** یا **قانونی** نامیده می شود.
- **انتساب کامل** وقتی که همه متغیرها مقدار گرفته اند.
- یک حل یک **انتساب کامل و سازگار** است.
- **انتساب جزئی** هنگامی فقط برخی از متغیرها مقدار گرفته اند.

مثال - رنگ آمیزی نقشه

دوتا استان همسایه نباید هم رنگ
باشند
پس محدودیت مسئلهمون اینه



{WA, NT, SA, QL, NSW, V, T} متغیرها:

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

مازیار پالهنک

هر استان را با سه
رنگ میتونیم رنگ
کنیم

■ دامنه ها: {قرمز، سبز، آبی}

■ محدودیتها: هیچ دو ایالت مجاوری هم رنگ نباشند.

$$C = \{SA \neq WA, SA \neq NT, SA \neq Q, SA \neq NSW, SA \neq V, \\ WA \neq NT, NT \neq Q, Q \neq NSW, NSW \neq V\}.$$

■ مثلاً $WA \neq NT$ کوتاه شده $\langle (WA, NT), WA \neq NT \rangle$

■ یا

■ (WA, NT) در مجموعه $\{(قرمز، سبز)، (سبز، قرمز)،\}$

عضو اول هر زوج
ایالتی که همسایه
هستند

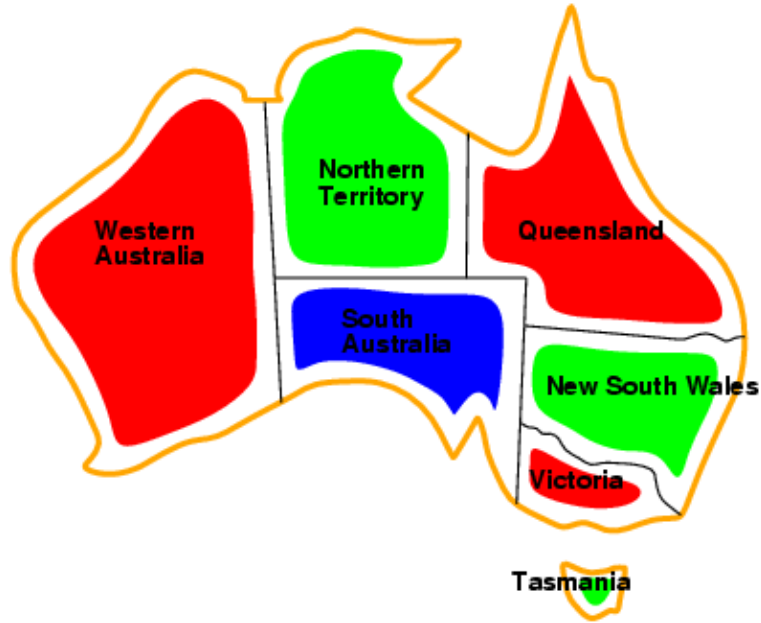
مازیار پالهنک

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

نمایش محدودیت ها

لیست جفت رنگ های
مجاز برای این دو
متغیر

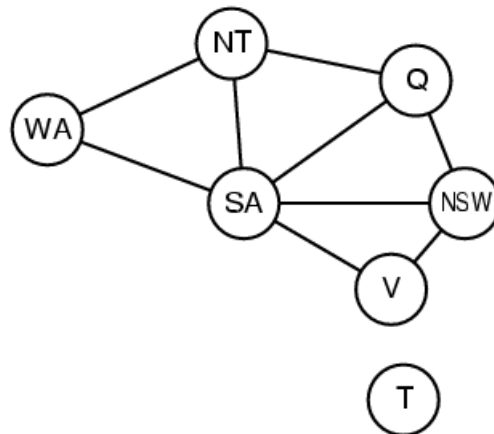
یک حل



■ می توان یک م.ا.م. را بوسیله یک **گراف محدودیت** به تصویر کشید.

■ **رئوس:** متغیرها، **یالها:** محدودیتها

بین همه ی ایالت های مجاور ما یال داریم.
چون محدودیت ما بین ایالت های مجاور تعریف شده است



تدوین افزایشی یعنی به متغیرها یکی یکی مقدار بدیم مثل وقتی که ویزها را یکی یکی روی تخته بگذاریم

یک تدوین کامل هم هست مثل مسئله ی هشت وزیر اگه همه ی وزیرها را روی تخته بگذاریم و بعدا بخواهیم جابهجاشون کنیم این میشه تدوین کامل

جستجوی عمومی مثل روشی که در فصل عامل مسئله حل کن داشتیم میتونیم مسئله ی ارضای محدودیت را هم همان طوری حل کنیم.

■ یک م.ا.م. را می توان بصورت یک مسئله جستجوی عمومی با

تدوین افزایشی بیان نمود:

اجزای مسئله

■ حالت اولیه: انتساب تهی

■ تابع تالی: انتساب مقداری به یک متغیر بی مقدار به شرطی که با متغیرهای مقدار گرفته برخورد نداشته باشد.

■ آزمون هدف: انتساب فعلی کامل و سازگار باشد.

■ هزینه مسیر: ثابت (مثلاً ۱) برای هر مرحله

از یک حالت اولیه شروع میکنیم که انتساب تهی است
بعد یکی یکی راس ها را بسط میدیم در بسط دادن
متغیری انتخاب میشه که هنوز مقدار نگرفته
برای اون متغیر از دامنه ش یه مقداری را انتخاب
میکنیم و بهش انتساب میدیم
دقت کنیم که مقداری که به متغیر میدیم باید با
محدودیت هایی که داریم سازگار باشه

■ هر حل باید یک انتساب کامل باشد بنابر این در عمق n ظاهر خواهد شد اگر n متغیر وجود داشته باشد.

■ چون عمق به n محدود است، بصورت امن می توان جستجوی عمق نخست را استفاده کرد.

■ چون مسیر حل مهم نیست تدوین حالت کامل رامی توان استفاده کرد.

■ هر حالت یک انتساب کامل که سازگار هست یا نیست.

■ جستجوهای محلی برای این روش مناسب است.

حل ما یک انتساب کامل و سازگار است یعنی همین که متغیرها همشون مقدار گرفته باشند و محدودیت ها ارضا شده باشد کافی است

مازیار پالهن

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

9

الزاما سازگار نیست

تلاش کنیم یه حالت بهتر پیدا کنیم

تنوع متغیرها

n
تا متغیر هم داریم

متغیرها گسسته

■ دامنه محدود (رنگ آمیزی نقشه - هشت وزیر)

■ اگر اندازه دامنه هر متغیر d ، تعداد انتسابهای کامل $O(d^n)$

■ حالت خاص: م.ا.م. بولی

هرمتغیری فقط دوتا مقدار بتواند بگیرد

■ دامنه نامحدود (زمانبندی کارها)

■ مثلاً مجموعه اعداد صحیح

■ متغیرها زمان شروع/پایان هر کار

■ نمی توان همه ترکیبات مجاز را فهرست کرد. به یک زبان محدودیت نیاز است. بطور

مثال: $StartJob_1 + 5 \leq StartJob_3$

متغیرها پیوسته

■ زمانهای شروع/پایان رصد کردن توسط تلسکوپ هابل

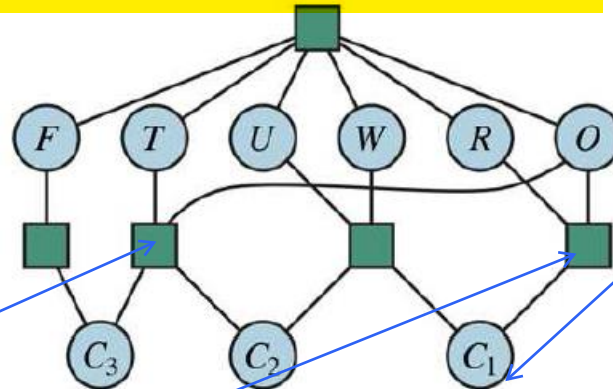
تنوع محدودیتها

- **یکتائی** – مثلاً مردم یک استان از رنگ خاصی بدشان می آید:
 $NT \neq \text{green}$
- با یک پیش پردازش می توان این مقدار را از دامنه متغیر متناظر حذف نمود.
- **دوتائی** – بین دو متغیر $WA \neq NT$
- بیشتر – همانند معمای ریاضی
- محدودیتی شامل تعدادی دلخواه متغیر، محدودیت جهانی نامیده می شود.

مثال محدودیت چندتایی - معماری ریاضی

مربع یعنی به
محدودیت داریم بین
همه ی شش متغیرها

$$\begin{array}{r} T \quad W \quad O \\ + \quad T \quad W \quad O \\ \hline F \quad O \quad U \quad R \end{array}$$



متغیرهای پنهان
مسئله

محدودیت بین
 O, T, C_2, C_3

محدودیت بین
 O, R, C_1

متغیرها: $\{F, T, U, W, R, O, C_1, C_2, C_3\}$

دامنه ها: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

محدودیتها: $\text{Alldiff}(F, T, U, W, R, O)$

$$O + O = R + 10 \cdot C_1$$

$$C_1 + W + W = U + 10 \cdot C_2$$

$$C_2 + T + T = O + 10 \cdot C_3$$

$$C_3 = F,$$

شرط ضمنی
رقم های پرارزش مخالف صفر

■ ابرگراف محدودیت برای محدودیتهای چندتائی (همانند شکل قبل)

■ محدودیت مطلق: شکستن آن یک حل بالقوه را از بین می برد.

■ محدودیت ترجیحی: بهتر است اینگونه باشد

بهتر است که این محدودیت برقرار باشد ولی میتونه هم برقرار نباشه مثلاً بگیم من ترجیح میدم یه کاری را بعد از ظهر

■ مثلاً در زمان بندی

■ محدودیتهای ترجیحی را معمولاً می توان با افزودن هزینه به انتساب متغیرها حل نمود.

اندازه ی درخت خیلی
بزرگ میشه اگه
اینطوری جستجو را
انجام بدیم

جستجوی عقبگرد

n
تا متغیر داریم هر
کدومشون هم توی
دامنشون
d
تا مقدار دارن

■ فرض کنید از عرض نخست استفاده کنیم.

■ ضرب انشعاب در عمق ۱ برابر nd است.

■ ضرب انشعاب در عمق ۲ برابر $d(n-1)$ است.

■ در انتها دارای $n!d^n$ برگ خواهیم بود در حالیکه کلاً d^n انتساب کامل داریم.

به عمق ۲ برسیم
یکی از متغیرها
مقدار گرفته پس
(n-1)
تا متغیر داریم که
دامنشون
d
تا مقدار داره

■ انتساب متغیرها جابجائی است یعنی $\{WA=green, NT=red\}$ با $\{NT=red, WA=green\}$ یکسان است.

■ بنابر این در هر مرحله فقط یک متغیر را مقدار می دهیم.

■ حال d^n برگ خواهیم داشت.

- جستجوی عمق نخستی که هر بار فقط یک متغیر را مقدار می دهد، جستجوی عقبگرد نامیده می شود.
- جستجوی بنیادی م.ا.م. بصورت ناآگاهانه
- مسئله n وزیر تا $n=25$

تا ۲۵ وزیر هم
میتونیم با این روش
حل کنیم و مشکل
حافظه پیدا نمیکنیم

انتساب اولیه تهی
است

که برای ارضای
محدودیت ها استفاده
میشه

جستجوی عقبگرد

function BACKTRACKING-SEARCH(*csp*) *returns* a solution or *failure*
return BACKTRACK(*csp*, {})

function BACKTRACK(*csp*, *assignment*) *returns* a solution or *failure*
if *assignment* is complete **then return** *assignment*
var ← SELECT-UNASSIGNED-VARIABLE(*csp*, *assignment*)
for each *value* in ORDER-DOMAIN-VALUES(*csp*, *var*, *assignment*) **do**
 if *value* is consistent with *assignment* **then**
 add {*var* = *value*} to *assignment*

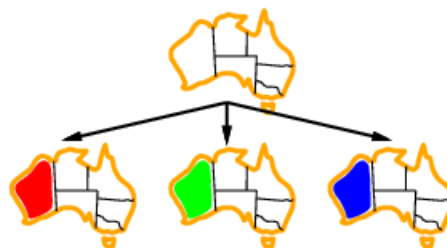
result ← BACKTRACK(*csp*, *assignment*)
 if *result* ≠ *failure* **then return** *result*

 remove {*var* = *value*} from *assignment*
return failure

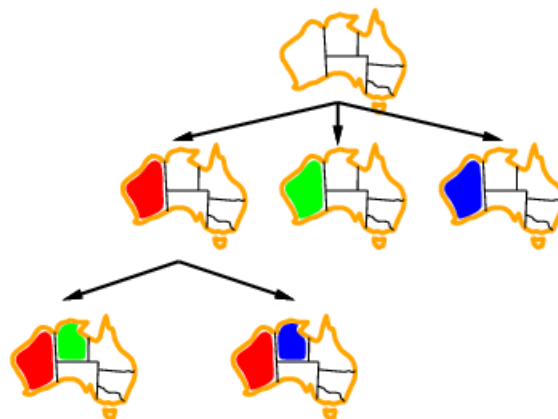
مثال جستجوی عقبگرد



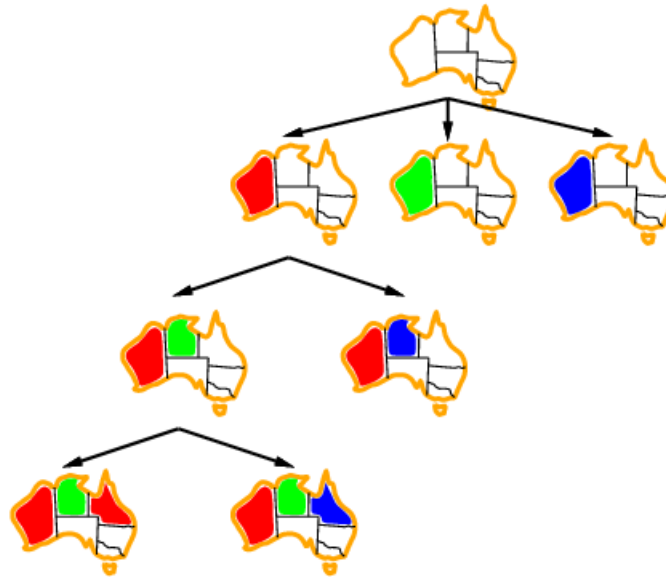
مثال جستجوی عقبگرد



مثال جستجوی عقبگرد



مثال جستجوی عقبگرد



بهبود کار آئی جستجوی عقبگرد

- چه تغییری باید بعداً انتساب داده شود؟
- به چه ترتیبی مقادیر آن باید آزموده شوند؟
- آیا می توانیم شکستهای اجتناب ناپذیر را زودتر متوجه شویم؟

متغیر محدود شده بیشینه most constrained variable

انتخاب کن که کمترین مقادیر قانونی را دارد.

انتساب SA قبل از Q



■ مکاشفه کمترین مقادیر باقیمانده (minimum remaining value): یک شکست اول

■ اگر تغییری هیچ مقادیر باقیمانده ای نداشته باشد زودتر انتخاب شده، و زودتر شکست می خوریم.

دوتا ایالتی که کنار قرمز هستند
یکی از دو رنگ سبز و ابی را داشته باشند
ولی بقیه ایالت ها میتونن یکی از سه رنگ
را داشته باشند

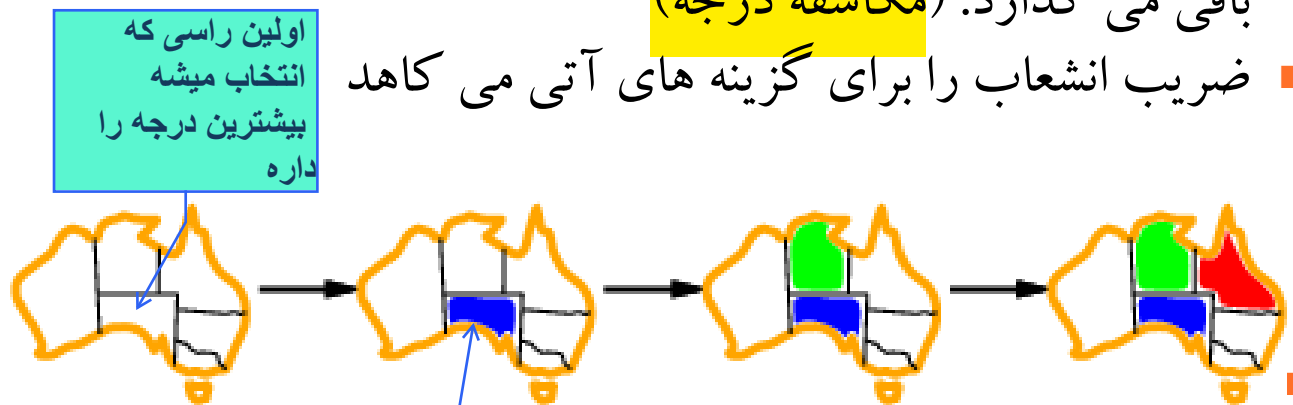
پس دوتا همسایه کمترین مقادیر باقیمانده را
دارند پس اولویت دارند در انتخاب برای
رنگ امیزی

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۱۴۰۲

متغیر محدود کن بیشینه

most constraining variable

- کدام متغیر **ابتدا** انتخاب شود؟
- متغیری را ابتدا انتخاب کن که کمترین مقدار را برای سایر متغیرها باقی می گذارد. (مکاشفه درجه)
- ضریب انشعاب را برای گزینه های آتی می کاهد



- قابل استفاده هنگامی که چند متغیر محدود شده بیشین قابل انتخاب هستند (و می خواهیم بین آنها انتخاب کنیم).

اینکه ما نمیتونیم ابی را برای ایالت های دیگه انتخاب کنیم یعنی ضریب انشعاب کم شده چون برای تعداد بیشتری از متغیرها نمیتونیم مقدار ابی را انتخاب کنیم

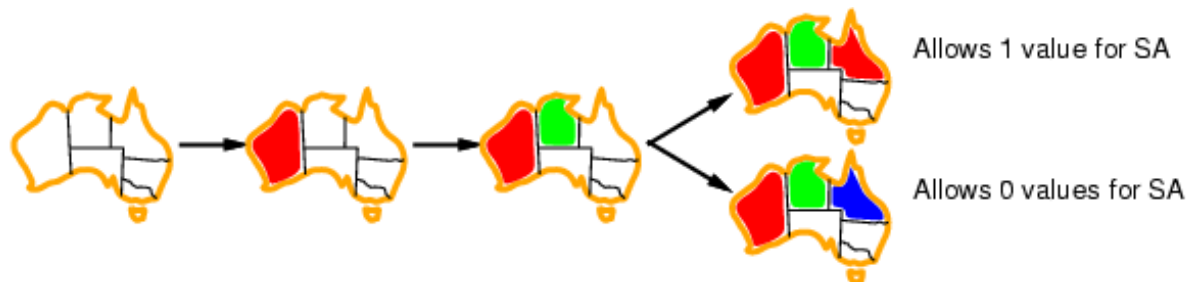
هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

مقدار محدود کن کمینه

least constraining value

■ هنگامی که متغیر انتخاب شد، ترتیب انتخاب مقادیر متغیر مهم است.

■ متغیری که **کمترین مقادیر** را از متغیرهای باقیمانده حذف می کند.



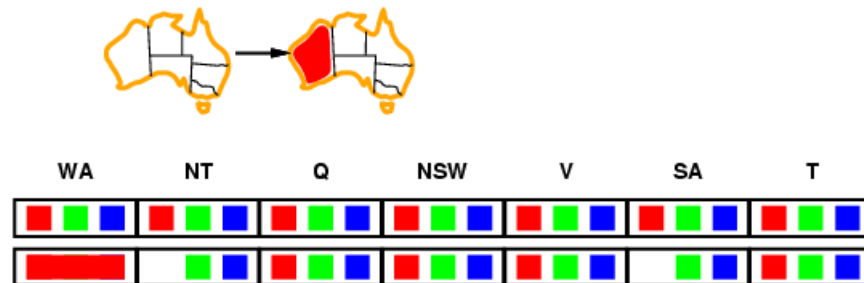
■ ترکیب مکاشفه های گفته شده ۱۰۰۰ وزیر را نیز امکان پذیر می سازد.

چک جلو

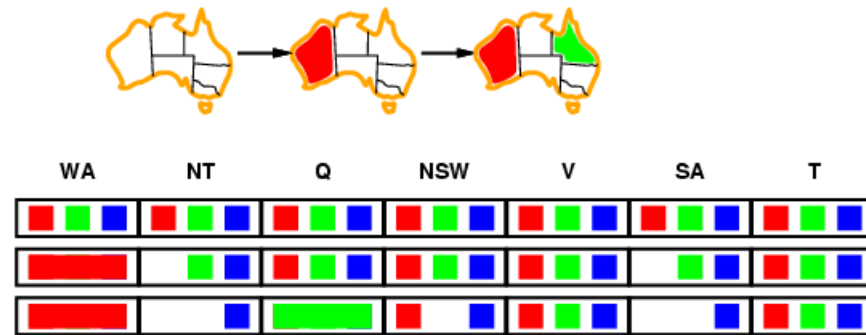
- دنبال کردن مقادیر متغیرهای باقیمانده انتساب نشده
- خاتمه جستجو هنگامی که متغیری هیچ مقدار قانونی نداشته باشد.



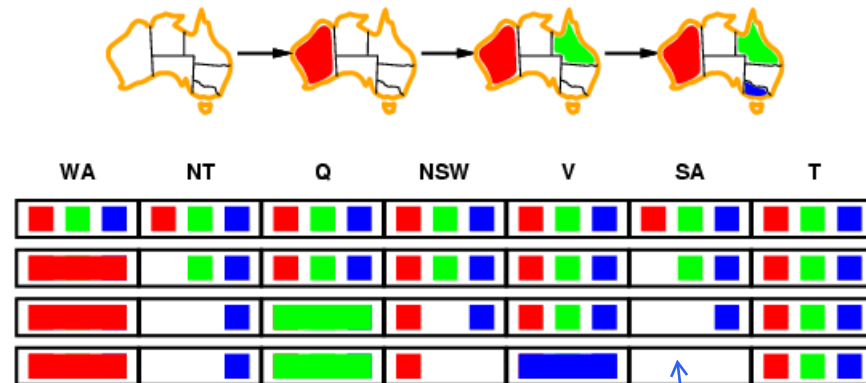
چک جلو



چک جلو



چک جلو



مازیار پالهنک

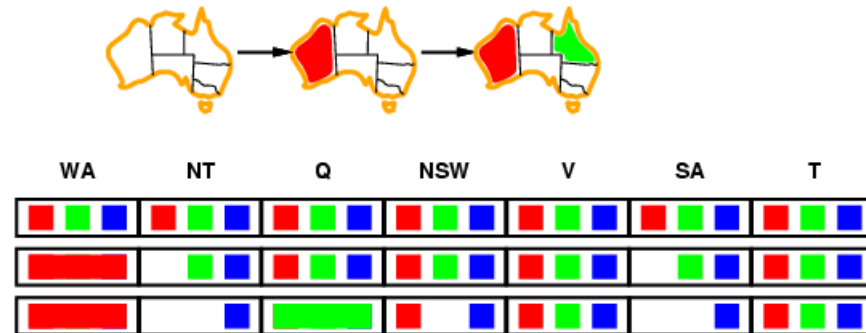
هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

شکست میخوریم
چون هیچ مقداری
نیست برای این ایالت
تا بهش اختصاص
بدیم

28

انتشار محدودیت

- چک جلو اطلاعات را از متغیرهای انتساب شده به نشده انتقال می دهد ولی اجازه تشخیص همه ناسازگاریهای زود هنگام را نمی دهد.

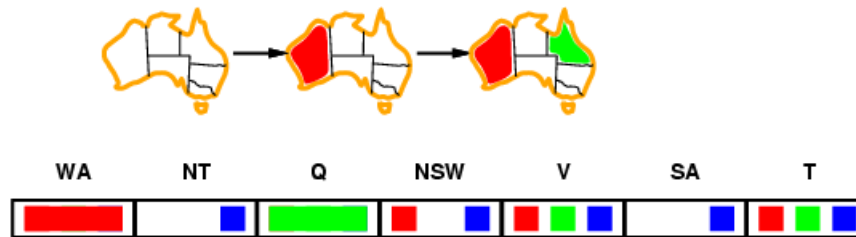


NT و SA نمی توانند هر دو آبی باشند.

سازگاری کمان

- کمان منظور یالی است در گراف محدودیت
- کمان $X \rightarrow Y$ سازگار گفته می شود اگر برای هر مقدار X در دامنه X مقدار Y در دامنه Y وجود داشته باشد که با آن سازگار باشد.

- مثال کمان سازگار



سازگاری کمان بین

SA و

NSW

برقرار است

چون در دامنه ی اس ای فقط ابی هست و در دامنه ی

NSW

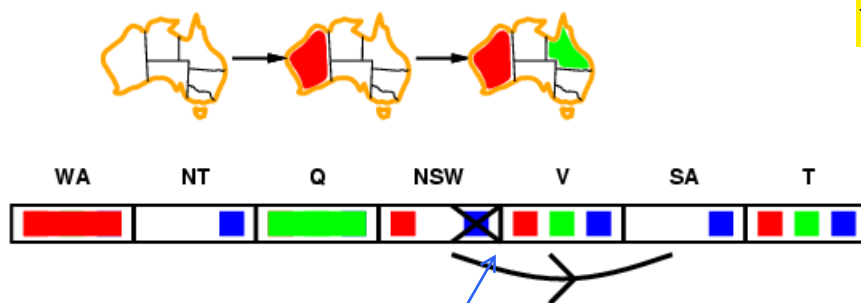
علاوه بر ابی قرمز هم هست

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۲-۰۲

سازگاری کمان

- کمان منظور یالی است در گراف محدودیت
- کمان $X \rightarrow Y$ سازگار گفته می شود اگر برای هر مقدار X در دامنه X مقدار Y در دامنه Y وجود داشته باشد که با آن سازگار باشد.

■ مثال کمان ناسازگار



مازیار پالهنک

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

31

اگر ابی انتخاب بشه در سمت چپ
در سمت راست دیگه مقداری نداریم که
بتونیم انتخاب کنیم پس ناسازگار میشه



- دقت نمائید که پاورپوینت ابزاری جهت کمک به یک ارائه شفاهی می باشد و به هیچ وجه یک جزوه درسی نیست و شما را از خواندن مراجع درس بی نیاز نمی کند.
- لذا حتماً مراجع اصلی درس را مطالعه نمائید.
- در تهیه اسلایدها از سایت کتاب استفاده شده است.