

$$y[n+1] + \frac{1}{2}y[n] + \frac{1}{2}y[n-1] = x[n]$$

(۱۰)

از ویراف تبدیل Z میگیریم

$$zy(z) + \frac{1}{2}y(z) + \frac{1}{2}z^{-1}y(z) = x(z)$$

$$y(z) \left[ z + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}z^{-1} \right] = x(z)$$

$$H(z) = \frac{y(z)}{x(z)} = \frac{1}{\frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{2} + z} = \frac{z^{-1}}{\frac{1}{2}z^{-2} + \frac{1}{2}z^{-1} + 1}$$

$$\frac{z^{-1}}{\frac{1}{2}z^{-2} + \frac{1}{2}z^{-1} + 1}$$

$$\frac{z^{-1}}{(z^{-1} + \frac{1}{2})(z^{-1} + 1)}$$

$$\frac{z^{-1}}{\frac{1}{2}(z^{-1} + 1)(z^{-1} + 1)}$$

$$\frac{z^{-1}}{(1 + \frac{1}{2}z^{-1})(1 + \frac{1}{2}z^{-1})}$$

$$\begin{aligned} z^{-1} = s &\rightarrow \text{پیدا کردن ریشه ها} \\ \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}s + 1 &\rightarrow \\ -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - 4 \times \frac{1}{2} \times 1} &= \\ \frac{-\frac{1}{2} \pm 1}{1} &= \left( \frac{1}{2} \right) \left( -\frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

حالت ① و ②  $\frac{1}{2} > 1$  با  $\frac{1}{2}$ 

کلی هست و می باید نیست چون باید راجع واره درستی قرار بگیرد

اما اینجا اینفونی غی نه (محدود باید برای) و راجع به تقاطع واره در

ROC قرار گیرد

ارسطو سوال 7

حالت 2)  $\frac{1}{2} < 121 < \frac{1}{2}$  و کلی نیست چون سمت چپ و راست

~~نقطه کلی بودن~~

این است که گشتاها سمت راستی باشد و  $R < 200$  آن باید تابی ثابت بره (تاصل به 2)

باید ارفع نیست چون راسه ای به تعاد واده در پی قدرتی گیده و نه کلی است

~~و نه باید~~

حالت 3)  $\frac{1}{2} < 121 < \frac{1}{2}$  و باید است چون درانی بازه  $1=2$

~~قرار دارد~~ و راسه واده قرار دارد

کلی نیست چون سیستم رضایی کلی است که ناحیه قدرتی خارج از یک راسه

و شامل  $2 = \infty$  (در منتهی)  $2$  عتدا باشد

اما اینجا  $2$  و  $2$  و  $2$  دور است و کلی نیست

$h(1)$

$h(2)$

عابلی وایون ویدا کردن

$$\frac{h(2)}{(2+\epsilon)(2+\frac{1}{\epsilon})} = \frac{\epsilon}{2} \rightarrow \frac{h(2)}{2} = \frac{\epsilon}{(2+\epsilon)(2+\frac{1}{\epsilon})}$$

$$\frac{A}{2+\epsilon} + \frac{B}{2+\frac{1}{\epsilon}}$$

$$A = (2+\epsilon) \frac{\epsilon}{h(2)} \Big|_{2=-\epsilon} = \frac{\epsilon}{-\epsilon+\frac{1}{\epsilon}} = \frac{12}{-11}$$

$$B = (2+\frac{1}{\epsilon}) \frac{\epsilon}{h(2)} \Big|_{2=-\frac{1}{\epsilon}} = \frac{\epsilon}{-\frac{1}{\epsilon}+\epsilon} = \frac{12}{11}$$

~~Handwritten scribbles and crossed-out text at the bottom of the page.~~

$$H(z)$$

$$\frac{1}{z^2 + \frac{1}{2}z + \frac{1}{4}} = \frac{-1K}{11} \left( \frac{z}{z + \frac{1}{2}} \right) + \frac{1K}{11} \left( \frac{z}{z + \frac{1}{4}} \right)$$

حالت 1 اگر  $|z| > \frac{1}{2}$  ← هر دو سهم راستی هستند

$$h[n] = \frac{-1K}{11} (-\frac{1}{2})^n u[n] + \frac{1K}{11} (-\frac{1}{4})^n u[n]$$

حالت 2 اگر  $|z| < \frac{1}{4}$  ← هر دو سهم چپ هستند

$$h[n]$$

$$h[n] = +\frac{1K}{11} (-\frac{1}{2})^{n-1} u[n-1] - \frac{1K}{11} (-\frac{1}{4})^{n-1} u[n-1]$$

حالت 3 اگر  $\frac{1}{4} < |z| < \frac{1}{2}$  ← سهم چپ و راستی و سهم راستی چپ

$$h[n]$$

$$h[n] = \frac{1K}{11} (-\frac{1}{2})^{n-1} u[n-1] + \frac{1K}{11} (-\frac{1}{4})^{n-1} u[n-1]$$

1- فرق پایدار (چپ باز می باشد) ←  $\frac{1}{4} < |z| < \frac{1}{2}$

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z)$$

$$\text{اگر } x[n] = u[n] \rightarrow X(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} \quad |z| > 1$$

$$Y(z) = \frac{-1K}{11} \left( \frac{z}{z + \frac{1}{2}} \right) \left( \frac{z}{z - 1} \right) + \frac{1K}{11} \left( \frac{z}{z + \frac{1}{4}} \right) \left( \frac{z}{z - 1} \right)$$

$$y[n] = \frac{-1K}{11} \left( \frac{-\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \right) (-\frac{1}{2})^{n-1} u[n-1] + \frac{1}{11} u[n] + \frac{1K}{11} \left( \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}z^{-1}} \right) (-\frac{1}{4})^{n-1} u[n-1] + \frac{1}{11} u[n]$$

1- قسمت (ب)  $|z| < \frac{1}{2}$  و  $|z| < \frac{1}{4}$  ROC



$$X_1(z) = \left( \frac{z}{z+\varepsilon} \right) \left( \frac{z}{z-1} \right) \Rightarrow \frac{X_1(z)}{z} = \frac{z}{(z+\varepsilon)(z-1)}$$

$$\frac{A}{(z+\varepsilon)} + \frac{B}{(z-1)}$$

$$A = (z+\varepsilon)X_1(z) \Big|_{z=-\varepsilon} = \frac{-\varepsilon}{-\omega} = \boxed{\frac{\varepsilon}{\omega}}$$

$$B = (z-1)X_1(z) \Big|_{z=1} = \boxed{\frac{1}{\omega}}$$

$$\rightarrow \frac{X_1(z)}{z} = \frac{\varepsilon}{\omega} \left( \frac{1}{z+\varepsilon} \right) + \frac{1}{\omega} \left( \frac{1}{z-1} \right) \rightarrow$$

$$X_1(z) = \frac{\varepsilon}{\omega} \left( \frac{z}{z+\varepsilon} \right) + \frac{1}{\omega} \left( \frac{z}{z-1} \right)$$

$$\boxed{1 < |z| < \varepsilon} \leftarrow \frac{1}{z} < |z| < \varepsilon \quad \text{استدراك } |z| > 1$$

$$y_1[n] = \frac{-1K}{11} \left( -\frac{\varepsilon}{\omega} (-\varepsilon)^n u[-n-1] + \frac{1}{\omega} (1)^n u[n] \right)$$

$$\frac{x(z)}{z} = \frac{z}{(z + \frac{1}{z})(z - 1)} = \frac{A}{z + \frac{1}{z}} + \frac{B}{z - 1}$$

$$A = (z + \frac{1}{z}) x(z) \Big|_{z = -\frac{1}{z}} = \frac{-1}{\frac{1}{z}} = \frac{1}{z}$$

$$B = (z - 1) x(z) \Big|_{z = 1} = \frac{1}{\frac{z}{z}} = \frac{z}{z}$$

$$\rightarrow x(z) = \frac{1}{z} \left( \frac{z}{z + \frac{1}{z}} \right) + \frac{z}{z} \left( \frac{z}{z - 1} \right)$$

$\boxed{|z| > 1}$  ←  $\frac{1}{z} < |z| < z$  ،  $|z| > 1$  انسٹیک سن

$$y[n] = \frac{1}{11} \left( \frac{1}{z} \left( -\frac{1}{z} \right)^n u[n] + \frac{z}{z} (1)^n u[n] \right)$$