



طراحی الگوریتم (برنامه ریزی پویا)

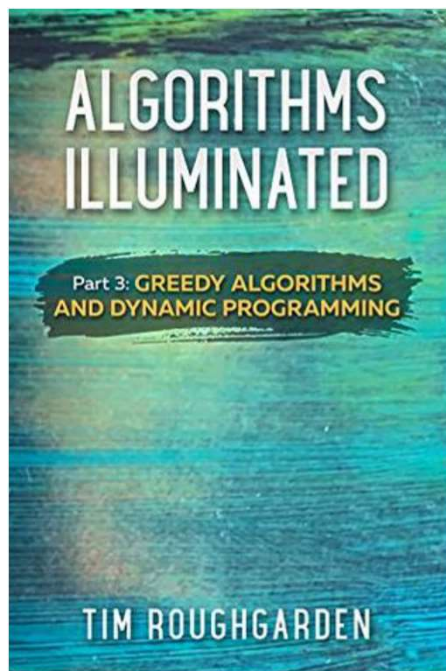


دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان

بهار ۱۴۰۰



کوتاهترین فاصله رئوس از یکدیگر



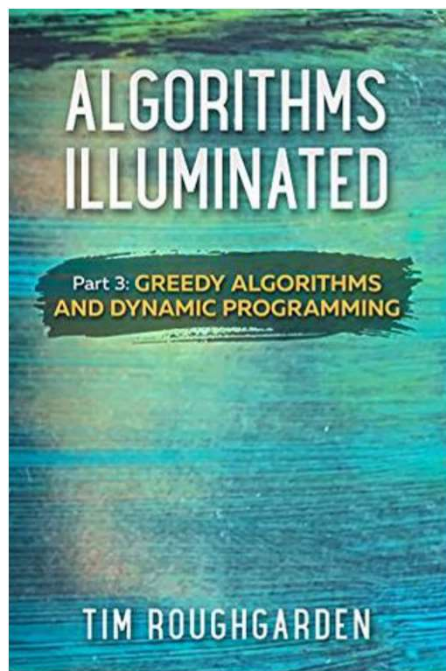
فصل هجدهم، صفحه ۱۸۷



کوتاهترین فاصله رئوس از یکدیگر

ورودی: یک گراف جهت‌دار، و برای هر یال یک طول.

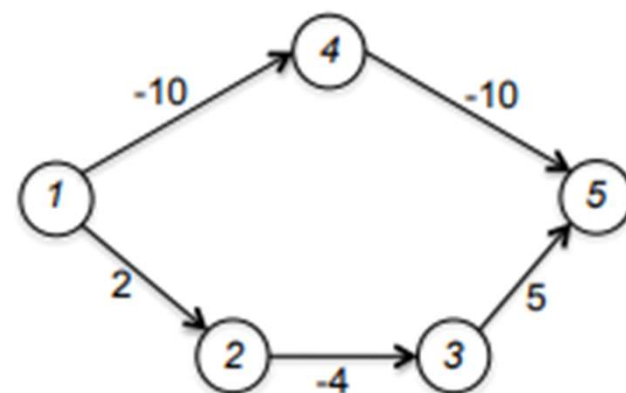
هدف: کوتاهترین فاصله برای هر دو رأس.



فصل هفدهم، صفحه ۱۶۷



ساختار جواب بهینه





ساختار جواب بهینه



Floyd-Warshall

Input: directed graph $G = (V, E)$ in adjacency-list or adjacency-matrix representation, and a real-valued length ℓ_e for each edge $e \in E$.

Output: $\text{dist}(v, w)$ for every vertex pair $v, w \in V$, or a declaration that G contains a negative cycle.

الگوریتم Floyd-Warshall

```

label the vertices  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  arbitrarily
// subproblems ( $k$  indexed from 0,  $v, w$  from 1)
 $A := (n + 1) \times n \times n$  three-dimensional array
// base cases ( $k = 0$ )
for  $v = 1$  to  $n$  do
  for  $w = 1$  to  $n$  do
    if  $v = w$  then
       $A[0][v][w] := 0$ 
    else if  $(v, w)$  is an edge of  $G$  then
       $A[0][v][w] := \ell_{vw}$ 
    else
       $A[0][v][w] := +\infty$ 

for  $k = 1$  to  $n$  do           // subproblem size
  for  $v = 1$  to  $n$  do         // origin
    for  $w = 1$  to  $n$  do       // destination
      // use recurrence from Corollary 18.7
       $A[k][v][w] :=$ 
         $\min \{ \underbrace{A[k-1][v][w]}_{\text{Case 1}}, \underbrace{A[k-1][v][k] + A[k-1][k][w]}_{\text{Case 2}} \}$ 

```

$A[i, j, k] =$ طول کوتاهترین مسیر از i به j با نودهای میانی عضو $\{1, 2, \dots, k\}$

$$A[i, j, k] = \begin{cases} 0 & i = j \\ \ell_{ij} & (i, j) \in E \\ +\infty & (i, j) \notin E, i \neq j \end{cases}$$

$$A[i, j, k] = \min \begin{cases} A[i, j, k-1] \\ A[i, k, k-1] + A[k, j, k-1] \end{cases}$$