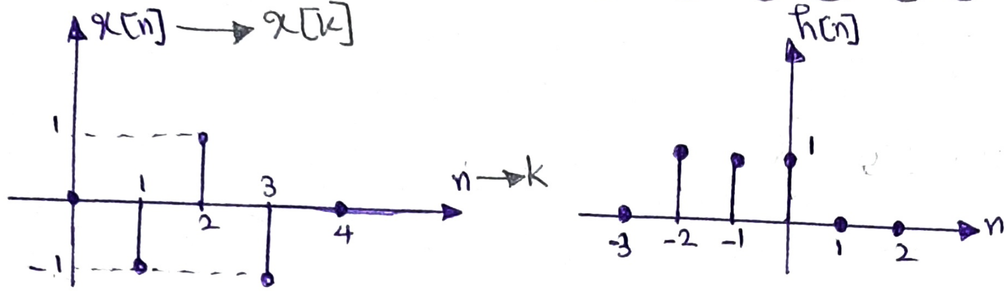
به نام خدا

حل تکلیف سری دوم - تجزیه و تحلیل سیگنال ها و سیستم ها

محمدرضا جباری

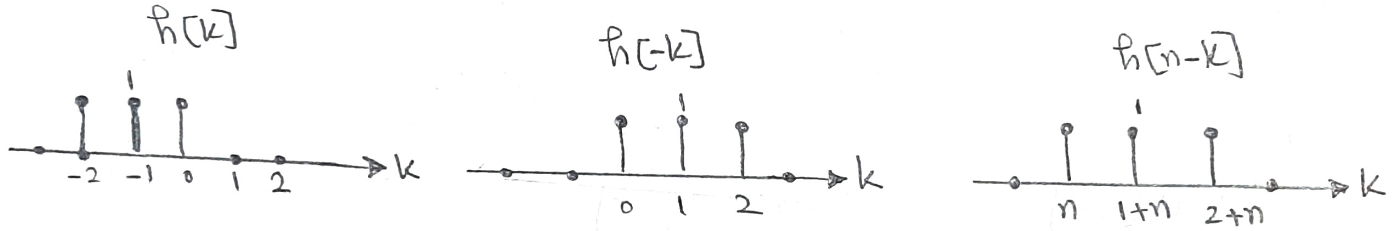
سوال ۱) الف)



میدانیم:

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[n-k]$$

بنابراین برای محاسبه $y[n]$ کافی است که سیگنال های $x[k]$ و $h[n-k]$ را در یکدیگر ضرب کرده و سپس از سیگنال بدست آمده از $-\infty$ تا $+\infty$ مجموع بگیریم. برای ساختن $x[k]$ کافی است که n را به k تغییر دهیم و برای $h[n-k]$ داریم:



دقت کنید که در $x[k]$ و $h[n-k]$، k متغیر حلقه است و مجموع روی آن انجام می‌شود. لذا جواب نهایی برحسب n خواهد بود.

حال با تغییر n و لغزاندن $h[n-k]$ بر روی $x[k]$ به ازای nهای مختلف سطح زیر منحنی را محاسبه می‌کنیم:

*if $n+2 \leq 0 \rightsquigarrow n \leq -2 \rightsquigarrow y[n] = 0$

*if $n+2 = +1 \rightsquigarrow n = -1 \rightsquigarrow y[n] = -1$

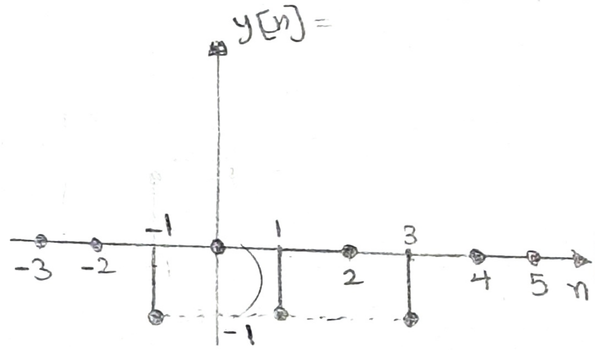
*if $n+2 = 2 \rightsquigarrow n = 0 \rightsquigarrow y[n] = 1-1 = 0$

*if $n+2 = 3 \rightsquigarrow n = 1 \rightsquigarrow y[n] = -1+1-1 = -1$

*if $n+2 = 4 \rightsquigarrow n = 2 \rightsquigarrow y[n] = -1+1 = 0$

*if $n+2 = 5 \rightsquigarrow n = 3 \rightsquigarrow y[n] = -1$

*if $n+2 \geq 6 \rightsquigarrow n \geq 4 \rightsquigarrow y[n] = 0$



شروط خاصی وجود دارند که می‌توانید با استفاده از آن ها از صحت کانولوشن بدست آمده اطمینان حاصل کنید:

۱) اگر سیگنال $x[n]$ دارای عرض N_1 و سیگنال $h[n]$ دارای عرض N_2 باشد، در این صورت $y[n]$ دارای عرض N_1+N_2-1 است. به طور مثال در اینجا داریم:

$N_1 = 3$ و $N_2 = 3 \rightsquigarrow N = 6-1 = 5$ ✓

منظور از عرض سیگنال، تعداد نمونه های بین اولین نمونه غیرصفر از سمت چپ و آخرین نمونه غیرصفر از سمت راست سیگنال است.

صفحه $\frac{2}{3}$

2) مساحت شکل حاصل از کانولوشن برابر با حاصلضرب سطح زیر نمودار عناصر شرکت کننده در کانالوشن است :

$$A_y = A_x \cdot A_h$$

به طور مثال در این مسئله داریم :

$$A_x = -1 \quad , \quad A_h = 3 \rightsquigarrow A_y = -3 \checkmark$$

3) اگر کران پایین و بالای سیگنال $x[n]$ را به صورت (L_x , H_x) و کران پایین سیگنال $h[n]$ را با (L_h , H_h) نشان دهیم کران پایین و بالای سیگنال $y[n]$ برابر است با : (L_x+L_h , H_x+H_h)

به طور مثال در این مسئله داریم :

$$(L_x , H_x) = (1 , 3)$$

$$(L_h , H_h) = (-2 , 0) \rightsquigarrow (L_y , H_y) = (-1 , 3) \checkmark$$

! دقت کنید موارد فوق شروط لازم برای صحت کانولوشن هستند یعنی اگر برقرار نباشند در محاسبه کانالوشن اشتباهی رخ داده است ولی اگر برقرار باشند نمی‌توان نتیجه گرفت که محاسبات درست بوده است .

ب)

$$x[n] = \left(-\frac{1}{3}\right)^n u[n-1] \qquad h[n] = 2^n u[3-n]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]\, h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^k \underbrace{u[k-1]}_{\substack{k-1 \geq 0 \\ k \geq 1}} (2)^{n-k} \underbrace{u[3-n+k]}_{\substack{3-n+k \geq 0 \\ k \geq n-3}}$$

$$* \text{if } n-3 \leq 0 \rightsquigarrow n \leq 3 \rightsquigarrow y[n] = \sum_{k=1}^{+\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^k (2)^{n-k} = 2^n \sum_{k=1}^{+\infty} \left(-\frac{1}{6}\right)^k$$

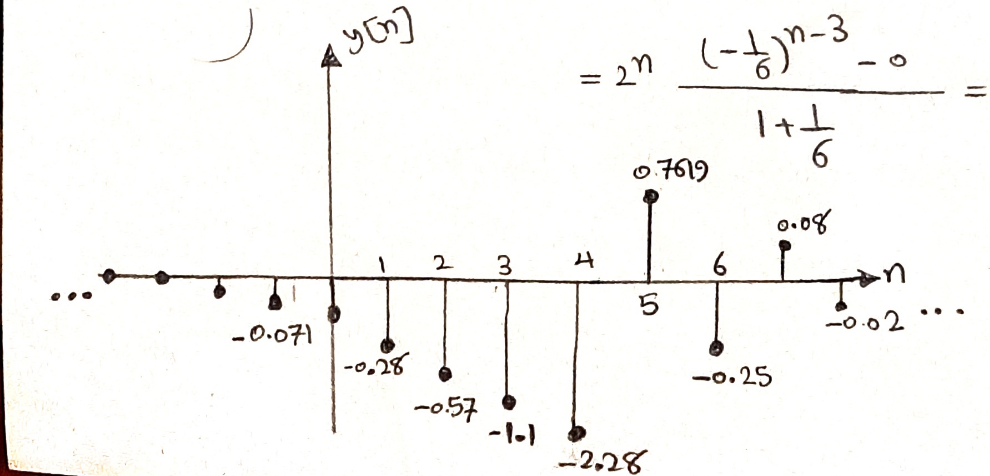
میدانیم :

$$\sum_{n=m_1}^{m_2} a^n = \frac{a^{m_1} - a^{m_2+1}}{1-a} \quad , \quad a \neq 1$$

$$\rightsquigarrow y[n] = 2^n \times \frac{\left(-\frac{1}{6}\right) - 0}{1+\frac{1}{6}} = -\frac{2^n}{7} \quad , \quad n \leq 3$$

$$* \text{if } n-3 \geq 1 \rightsquigarrow n \geq 4 \rightsquigarrow y[n] = \sum_{k=n-3}^{+\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^k (2)^{n-k} = 2^n \sum_{k=n-3}^{+\infty} \left(-\frac{1}{6}\right)^k$$

$$= 2^n \frac{\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-3} - 0}{1+\frac{1}{6}} = \frac{6}{7} \times 2^n \times \left(-\frac{1}{6}\right)^{n-3} \quad , \quad n \geq 4$$



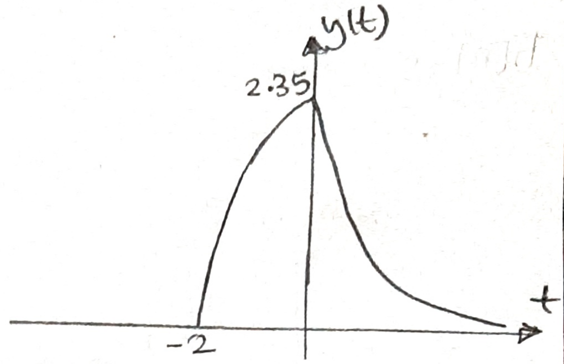
صفحه $\frac{3}{3}$

ج) $x(t)=e^{-t}u(t+1)$ $\qquad$ $h(t)=u(t+1)-u(t-1)$

$$y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(\tau)h(t-\tau)\,d\tau=\int_{-\infty}^{+\infty}h(\tau)x(t-\tau)\,d\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-(t-\tau)}u(t-\tau+1)\underbrace{\left[u(\tau+1)-u(\tau-1)\right]}_{=\begin{cases}1 & -1<\tau<1\\ 0 & o.w\end{cases}}d\tau$$

$$=e^{-t}\int_{-1}^{1}e^{\tau}\underbrace{u(t-\tau+1)}_{t-\tau+1\geq 0 \rightsquigarrow \tau\leq t+1}d\tau$$



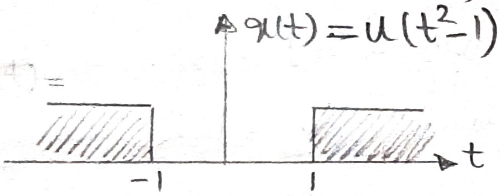
$*$if $t+1<-1 \rightsquigarrow t<-2 \rightsquigarrow y(t)=0$

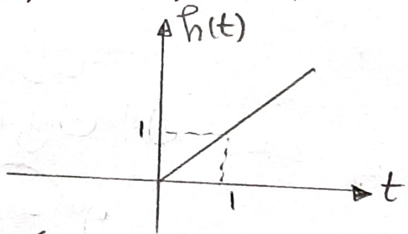
$*$if $-1\leq t+1<1 \rightsquigarrow -2\leq t<0 \rightsquigarrow y(t)=e^{t}\int_{-1}^{t+1}e^{\tau}d\tau=e^{t}\,e^{\tau}\Big|_{-1}^{t+1}$

$$=e^{2t+1}-e^{t-1}$$

$*$if $t+1\geq 1 \rightsquigarrow t\geq 0 \rightsquigarrow y(t)=e^{t}\int_{-1}^{1}e^{\tau}d\tau=e^{t+1}-e^{t-1}$

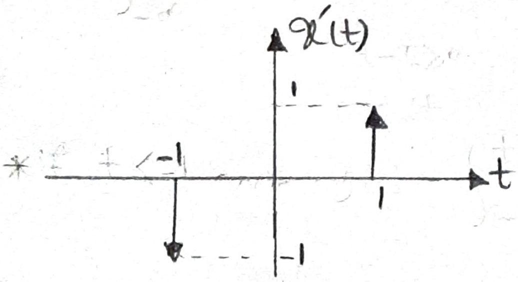
د) $x(t)=u(t-1)+u(-t-1)$ $\qquad$ $h(t)=t\,u(t)=r(t)$



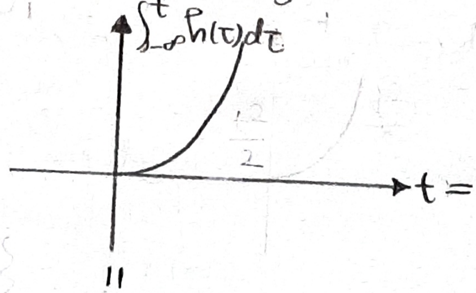


! در حالت کلی برای محاسبه ی کانولوشن ، می توان از یکی از سیگنال ها n بار مشتق و از دیگری n بار انتگرال گرفت:

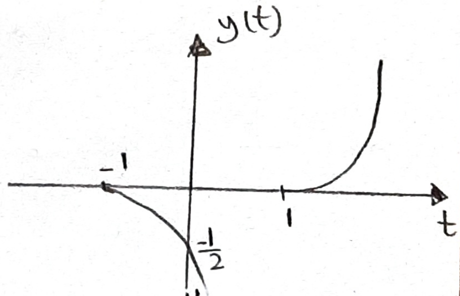
$$y(t)=x(t)*h(t)=x'(t)*\int_{-\infty}^{t}h(\tau)\,d\tau=\int_{-\infty}^{t}x(\tau)\,d\tau*h'(t)$$



$*$



$=$



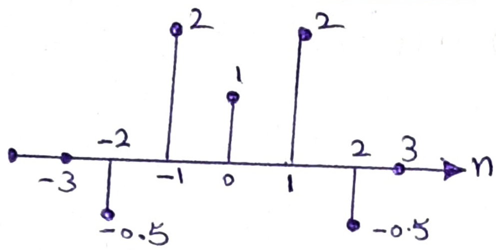
$\delta(t-1)-\delta(t+1)$ $\qquad$ $\frac{t^2}{2}u(t)$ $\qquad$ $\frac{(t-1)^2}{2}u(t-1)-\frac{(t+1)^2}{2}u(t+1)$

! اگر $x(t)=u(1-t^2)$ در نظر گرفته شود خواهیم داشت:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}x(\tau)h(t-\tau)\,d\tau=\int_{-1}^{1}(t-\tau)u(t-\tau)\,d\tau=\begin{cases}0 & t\leq -1\\ \frac{t^2}{2}+t+\frac{1}{2} & -1<t\leq 1\\ 2t & t\geq 1\end{cases}$$

صفحه 4

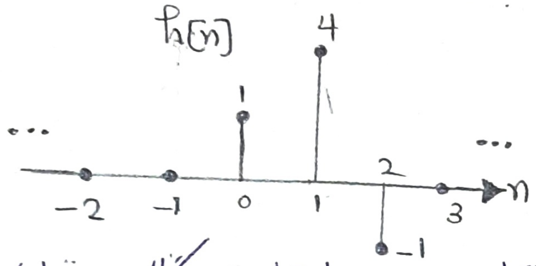
سؤال 2



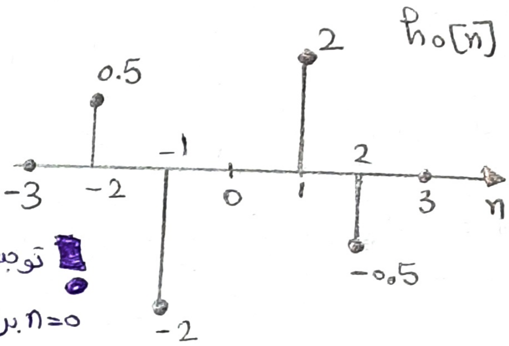
الف) از آنجایی که در صورت سؤال به علّی بودن سیستم اشاره شده است پس:

$h[n]=0$ و $n<0$

و با توجه به رابطه‌ی $h_e[n]=\frac{h[n]+h[-n]}{2}$، پاسخ ضربه‌ی سیستم برابر است با:



$$h_o[n]=\frac{h[n]-h[-n]}{2}$$

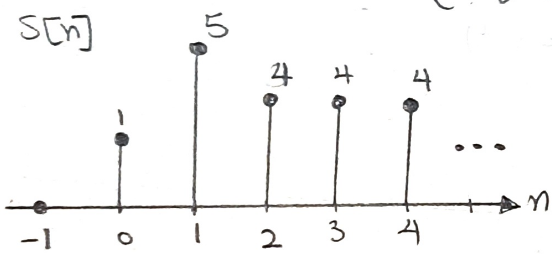


توجه داشته باشید که مقدار قسمت زوج سیگنال در نقطه‌ی صفر با مقدار خود سیگنال در نقطه‌ی $n=0$ برابر است و مقدار قسمت فرد سیگنال در $n=0$ برابر صفر است.

ب) پاسخ پله‌ی سیستم از روی پاسخ پله‌ی آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

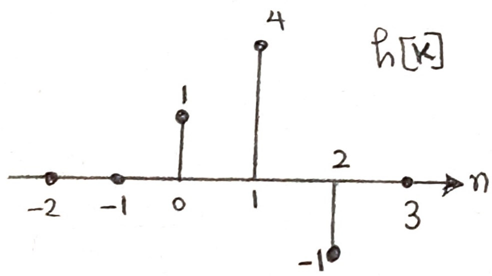
$$s[n]=\sum_{k=-\infty}^{n} h[k]$$

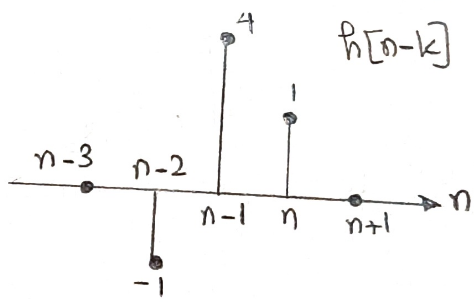
بنابراین برای محاسبه‌ی پاسخ پله کافی است از $n=-\infty$ روی سیگنال حرکت کرده و مجموع آن را محاسبه کنیم:



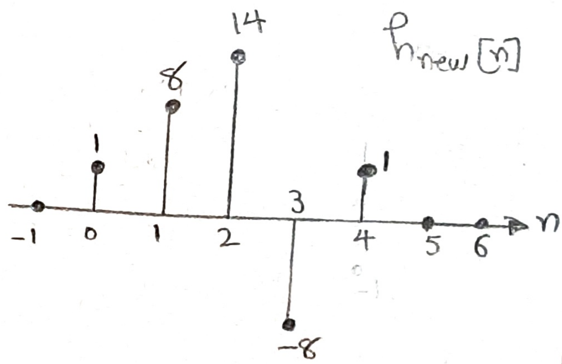
پاسخ ضربه نیز به صورت $h[n]=s[n]-s[n-1]$ از روی پاسخ پله قابل محاسبه است. لذا برای بررسی صحت پاسخ به دست آمده کافی است تفاضل دو نمونه‌ی متوالی از پاسخ پله را محاسبه نموده و با پاسخ ضربه مقایسه کنیم.

ج) از آنجایی که سیستم داده شده LTI است لذا سیستم کل حاصل از اتصال سری دو سیستم مشابه با این سیستم داده شده در مسئله نیز LTI بوده که پاسخ ضربه‌ی آن از کانولوشن پاسخ ضربه‌ی دو سیستم به دست می‌آید:

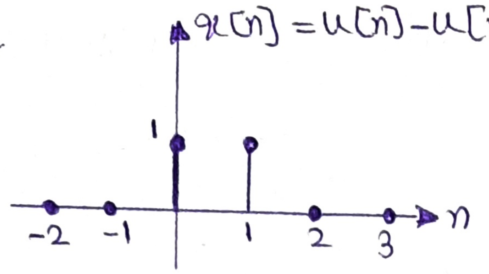




$$h_{new}[n]=h[n]*h[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]h[n-k]$$



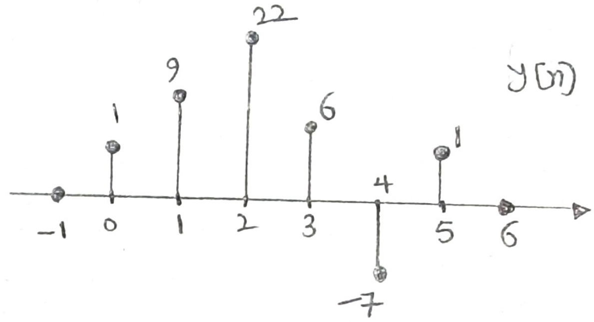
د)



$\Rightarrow x[n] = \delta[n]+\delta[n-1]$

! در حالت زمان گسسته، اگر دو لااقل یکی از سیگنال های شرکت کننده در کانولوشن دارای دوره زمانی محدود باشد، می توان کانولوشن را با استفاده از خاصیت انتقال دهندگی ضربه به صورت ساده تر محاسبه نمود.

$$y[n] = x[n]*h_{new}[n] = (\delta[n]+\delta[n-1])*h_{new}[n] = h_{new}[n]+h_{new}[n-1]$$



سوال 3) الف)

$$x(t)\to\boxed{h_1(t)}\to\boxed{h_2(t)}\to y(t) \equiv x(t)\to\boxed{h(t)}\to y(t)$$

شرط لازم و کافی برای پایدار بودن یک سیستم LTI این است که پاسخ ضربه ی آن مطلقاً انتگرال پذیر (یا جمع پذیر در حالت گسسته) باشد.

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty}|h(t)|dt = \int_{-\infty}^{+\infty}\underbrace{|h_1(t)*h_2(t)|}_{\text{انتگرال کانولوشن}}dt = \int_{-\infty}^{+\infty}\underbrace{\left|\int_{-\infty}^{+\infty}h_1(\tau)h_2(t-\tau)d\tau\right|}dt$$

$$\leq \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}|h_1(\tau)h_2(t-\tau)|d\tau dt \qquad \text{می دانیم :}\ \left|\int f(t)dt\right| \leq \int |f(t)|dt$$

$$\leq \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}|h_1(\tau)||h_2(t-\tau)|d\tau dt$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty}|h_1(\tau)|\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty}|h_2(t-\tau)|d\tau}_{\text{تغییر متغیر : } t-\tau \triangleq u} dt = \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty}|h_1(\tau)|d\tau}_{\leq A_1}\ \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty}|h_2(u)|du}_{\leq A_2}$$

$$= A_1A_2 \leq A \checkmark$$

چون سیستم های $h_1(t)$ و $h_2(t)$ پایدار هستند

ب)

$$x(t)\to\left[\boxed{h_1(t)} + \boxed{h_2(t)}\right]\to y(t) \equiv x(t)\to\boxed{h(t)}\to y(t)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|h(t)|dt = \int_{-\infty}^{+\infty}\underbrace{|h_1(t)+h_2(t)|}_{\text{می دانیم } |a+b|\leq|a|+|b|}dt \leq \int_{-\infty}^{+\infty}(|h_1(t)|+|h_2(t)|)dt$$

$$= \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty}|h_1(t)|dt}_{\leq A_1} + \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty}|h_2(t)|dt}_{\leq A_2} \leq A_1+A_2 = A \checkmark$$

! برای حالت گسسته نیز می توان به راحتی نتایج فوق را نشان داد.

صفحه 6/3

سوال 4) الف)

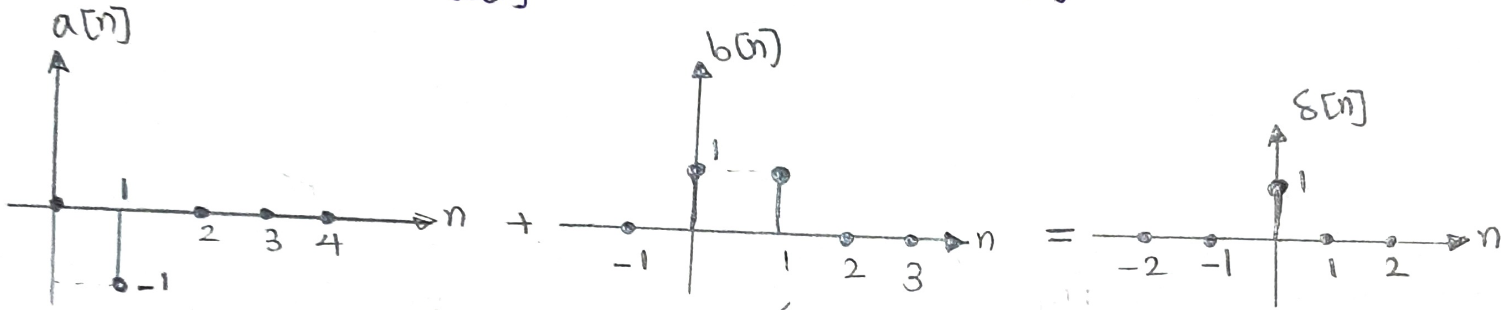
$h_1[n]=\delta[n]-2\delta[n-1]+\delta[n-2]$ $\qquad$ $h_2[n]=(n+1)u[n]$

اگر دو سیستم وارون یکدیگر باشند حاصل کانولوشن پاسخ ضربه آن‌ها، $\delta[n]$ خواهد بود:

$$h_1[n]*h_2[n]=\left(\delta[n]-2\delta[n-1]+\delta[n-2]\right)\left((n+1)u[n]\right)$$

$$=(n+1)u[n]-2n\,u[n-1]+(n-1)u[n-2]$$

$$=\underbrace{n\left(u[n]-2u[n-1]+u[n-2]\right)}_{a[n]}+\underbrace{u[n]-u[n-2]}_{b[n]}$$

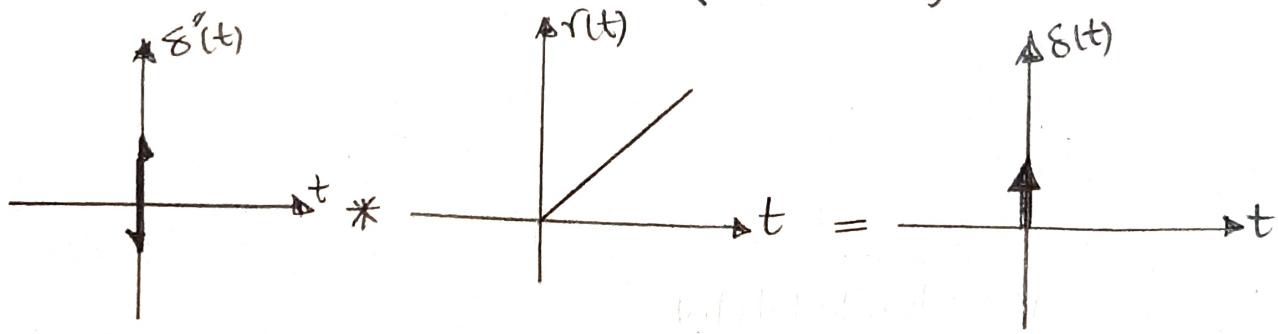


ب) پاسخ ضربه داده شده در سیستم 1، در واقع یک سیستم مشتق‌گیر مرتبه دو است. همانطور که می‌دانیم مشتق یا به عبارت دقیق‌تر دیفرنس در حالت گسسته به صورت تفاضل تعریف می‌شود و پاسخ ضربه یک سیستم مشتق‌گیر مرتبه اول به صورت $h_{D_1}[n]=\delta[n]-\delta[n-1]$ است. لذا پاسخ ضربه سیستم مشتق‌گیر مرتبه دوم عبارت است از:

$$h_{D_2}[n]=h_{D_1}[n]-h_{D_1}[n-1]=\delta[n]-2\delta[n-1]+\delta[n-2]$$

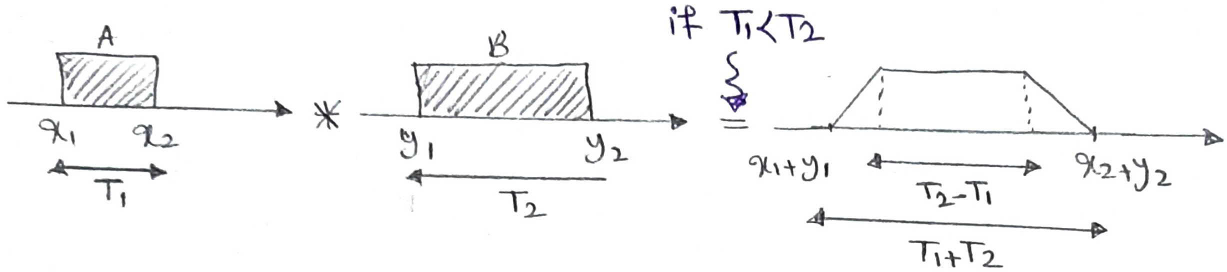
در حالت پیوسته زمان، پاسخ ضربه سیستم مشتق‌گیر مرتبه دوم تابع دوبلت خواهد بود: $h_D(t)=\delta''(t)$. و به راحتی می‌توان نشان داد که عکس آن، سیستمی با پاسخ ضربه رمپ است:

$$\delta''(t)*r(t)=\delta''(t)*tu(t)=\delta'(t)*\left(\delta'(t)*tu(t)\right)=\delta'(t)*u(t)=\delta(t)$$

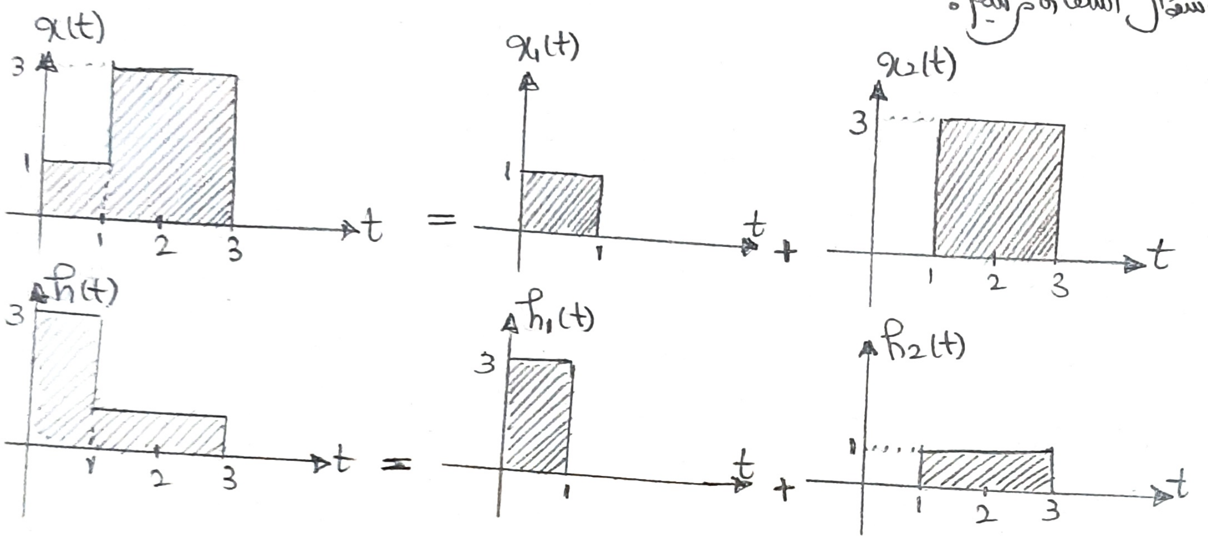


سؤال 5

در واقع کانولوشن دارای خاصیت توزیع پذیری است. همچنین کانولوشن دو سیگنال پالس (مستطیلی) به صورت زیر است:

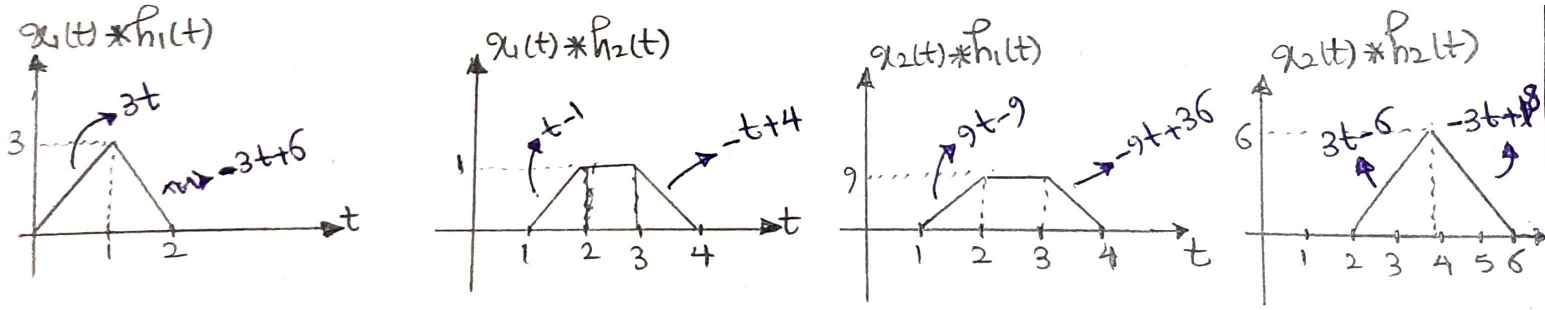


از همین نکته برای حل این سؤال استفاده می‌کنیم:

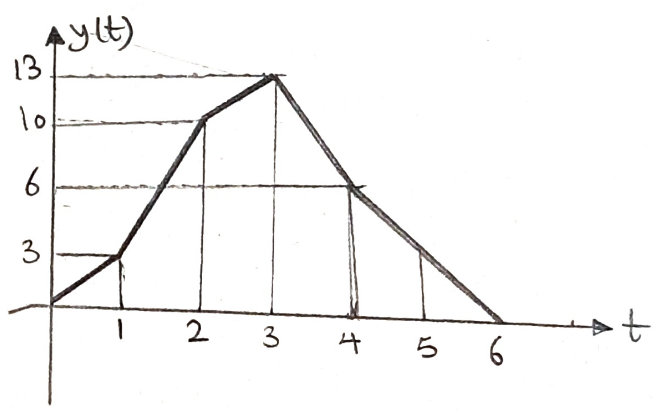


بنابراین داریم:

$$y(t) = x(t) * h(t) = x_1(t) * h_1(t) + x_1(t) * h_2(t) + x_2(t) * h_1(t) + x_2(t) * h_2(t)$$



$$y(t) = \begin{cases} 3t, & 0 \leq t < 1 \\ 7t-4, & 1 \leq t < 2 \\ 3t+4, & 2 \leq t < 3 \\ -7t+34, & 3 \leq t < 4 \\ -3t+18, & 4 \leq t < 6 \end{cases}$$



صفحه 7

سوال 6) الف) اگر سیگنال های شرکت کننده در کانولوشن با تأخیر در کانولوشن شرکت کنند، تأخیر ایجاد شده در خروجی برابر با مجموع تأخیرهای سیگنال های شرکت کننده در کانولوشن خواهد بود:

$$\text{if } y(t) = x(t) * h(t) \rightsquigarrow y(t-(a+b)) = x(t-a) * h(t-b)$$

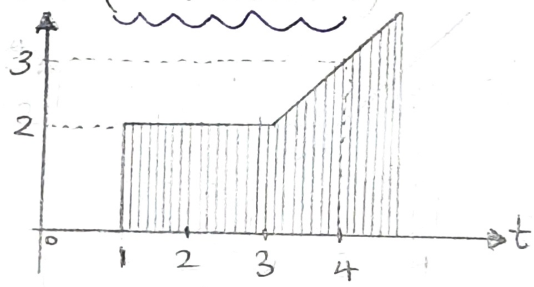
از این نکته در حل این قسمت استفاده می کنیم:

$$h_{Total}(t) = h_1(t) * \left(h_2(t) + h_3(t)\right) * h_4(t)$$

$$= \underbrace{u(t-1) * \left(2\delta'(t) + \delta(t-2)\right)} * u\left(\tfrac{t}{2}\right) \quad \equiv u(t)$$

$$= \left(2\delta(t-1) + u(t-3)\right) * u(t) = 2u(t-1) + \underbrace{\left(u(t) * u(t-3)\right)}$$

$$= 2u(t-1) + r(t-3) \checkmark$$



ب) پایداری: شرط لازم و کافی برای پایداری سیستم LTI این است که پاسخ ضربه مطلقاً انتگرال پذیر باشد:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)|\,dt < \infty$$

$$\rightsquigarrow \int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)|\,dt = \underbrace{\int_1^3 |h(t)|\,dt}_{\text{ثابت}} + \underbrace{\int_3^{+\infty} |h(t)|\,dt}_{\text{بی کران}} = 4 + \int_3^{+\infty} (t-3)\,dt$$

$$= 4 + \left(\frac{t^2}{2} - 3t\right)\Big|_3^{+\infty} = +\infty \rightsquigarrow$$ سیستم حاصل پایدار نیست

علی بودن: شرط لازم و کافی برای علی بودن یک سیستم LTI این است که پاسخ ضربه ی آن به ازای $n<0$ برابر صفر باشد.

که این سیستم این شرط را دارد و علی است.

ج)

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau) h(\tau)\,d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{u(t-\tau+1)}_{t-\tau+1 \geq 0 \rightsquigarrow \tau \leq t+1} \left[2u(\tau-1) + (\tau-3)u(\tau-3)\right] d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{t+1} 2\underbrace{u(\tau-1)}_{\tau \geq 1} + (\tau-3)\underbrace{u(\tau-3)}_{\tau \geq 3}\,d\tau$$

$$* \text{if } t+1 < 1 \rightsquigarrow t < 0 \rightsquigarrow y(t) = 0$$

$$* \text{if } 1 \leq t+1 < 3 \rightsquigarrow 0 \leq t < 2 \rightsquigarrow \int_1^{t+1} 2\,d\tau = 2t+1$$

$$* \text{if } t+1 \geq 3 \rightsquigarrow t \geq 2 \rightsquigarrow \int_1^{t+1} 2 + (\tau-3)\,d\tau = \frac{(t+1)^2}{2} - \left(t + \frac{1}{2}\right)$$

صفحه 8

3

سؤال 7

$$y''(t)+3y'(t)-10y(t)=x(t)$$

الف) اگر $x(t)=0 : \forall t$ باشد، در واقع به دنبال جواب عمومی معادله دیفرانسیل مرتبه دوم داده شده هستیم. لذا در ابتدا معادله مشخصه (مشخص) را تشکیل می‌دهیم:

$s^2+3s-10=0 \rightsquigarrow$ ریشه‌ها: $s_1=-5$

$s_2=2$

چون هر دو ریشه حقیقی و مرتبه اول هستند لذا فرم کلی پاسخ عمومی معادله به صورت زیر است:

$$y_h(t)=Ae^{2t}+Be^{-5t}$$

$h \rightarrow$ homogeneous

ب) حال برای محاسبه پاسخ ضربه به جای $x(t)$، $\delta(t)$ قرار می‌دهیم:

$h''(t)+3h'(t)-10h(t)=\delta(t)$ رابطه 1

چون سیستم علّی فرض شده است بنابراین دارای سکون اولیه است و داریم:

$h(0^+)=h(0^-)=0$ شرط 1

حال از دو طرف معادله دیفرانسیل فوق از 0^- تا 0^+ انتگرال می‌گیریم:

$$\int_{0^-}^{0^+} h''(t)\,dt+3\int_{0^-}^{0^+} h'(t)\,dt-10\int_{0^-}^{0^+} h(t)=\underbrace{\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)}_{=1}$$

دقت کنید اگر $h(t)$ پیوسته نبوده و دارای ناپیوستگی باشد در این صورت $h'(t)$ شامل ضربه و $h''(t)$ شامل دوبلت خواهد بود. بنابراین موازنه رابطه 1 برقرار نمی‌شود چون در طرف راست تابع ضربه داریم در حالی که در طرف چپ تابع دوبلت!! بنابراین $h(t)$ تابعی پیوسته و $h'(t)$ تابعی ناپیوسته باید باشد تا $h''(t)$ ضربه لازم را جهت موازنه دو طرف معادله 1 ایجاد کند. طبق همین نکته خواهیم داشت:

$$\int_{0^-}^{0^+} h''(t)\,dt=h'(0^+)-h'(0^-)\quad,\quad\int_{0^-}^{0^+} h'(t)\,dt=h(0^+)-h(0^-)=0\quad,\quad\int_{0^-}^{0^+} h(t)\,dt=0$$

$\rightsquigarrow h'(0^+)-\underbrace{h'(0^-)}_{=0}=1$ شرط 2

علی است

حال با استفاده از شرط 1 و 2 می‌توانیم ضرایب A و B را تعیین کنیم:

شرط 1 $\rightsquigarrow A+B=0$

شرط 2 $\rightsquigarrow 2A-5B=1$

$\rightarrow A=\frac{1}{7}\ ,\ B=-\frac{1}{7} \rightsquigarrow h(t)=\frac{1}{7}\left(e^{2t}-e^{-5t}\right)u(t)$

مهم

* روش دوم: اگر ورودی به صورت $x(t)=\delta(t)$ باشد، چون به ازای $t<0$ و $t>0$ مقدار ورودی صفر است پس در این زمان‌ها جواب معادله دیفرانسیل همان جواب عمومی به دست آمده در قسمت الف خواهد بود. ورودی $x(t)=\delta(t)$ فقط در $t=0$ مقدار دارد بنابراین فرم کلی پاسخ را در نظر می‌گیریم:

صفحه 9

$$h(t) = (Ae^{2t} + Be^{-5t})u(t) + \underbrace{(Ce^{2t} + De^{-5t})}_{=0}u(-t)$$ رابطه 2

چون سیستم علی فرض شده است

حال رابطه فوق را در معادله دیفرانسیل ذکرشده در رابطه 1 قرار می‌دهیم:

$$h'(t) = (2Ae^{2t} - 5Be^{-5t})u(t) + (A+B)\delta(t)$$

$$h''(t) = (4Ae^{2t} + 25Be^{-5t})u(t) + (2A-5B)\delta(t) + (A+B)\delta'(t)$$

جایگذاری در رابطه 1

$$\rightsquigarrow [5A-2B]\delta(t) + [A+B]\delta'(t) = \delta(t) \rightsquigarrow \begin{cases} 5A-2B=1 \\ A+B=0 \end{cases} \rightsquigarrow B = -\frac{1}{7}, \quad A = \frac{1}{7}$$

ج) چون سیستم پایدار فرض می‌شود بنابراین باید پاسخ ضربه آن مطلقاً انتگرال‌پذیر باشد لذا فرم کلی جواب در رابطه 2 به صورت زیر ساده می‌شود:

$$h(t) = Be^{-5t}u(t) + Ce^{2t}u(-t)$$

$$h'(t) = -5Be^{-5t}u(t) + 2Ce^{2t}u(-t) + (B-C)\delta(t)$$

$$h''(t) = 25Be^{-5t}u(t) + 4Ce^{2t}u(-t) - (5B+2C)\delta(t) + (B-C)\delta'(t)$$

جایگذاری مقادیر فوق در رابطه 1 خواهیم داشت:

$$-[4B+3C]\delta(t) + [B-C]\delta'(t) \equiv \delta(t)$$

$$\rightsquigarrow \begin{cases} -4B-3C=1 \\ B-C=0 \end{cases} \rightsquigarrow B = C = -\frac{1}{7} \rightsquigarrow h(t) = -\frac{1}{7}\left(e^{-5t}u(t) + e^{2t}u(-t)\right)$$