

به نام خدا

تکلیف سوم هوش مصنوعی

حدیث غفوری 9825413

سوال یک

بیان جملات در منطق مرتبه اول به کمک تحلیل تعمیم یافته

1. حذف دو شرطی و شرطی

۲. حرکت نقیض به داخل

۳. جداسازی استاندارد متغیرها

۴. اسکلم کردن

۵. انداختن سورهای عمومی

۶. توزیع یا روی و

الف: امیر همه انواع غذا را دوست دارد

1. $\forall x \text{ food}(x) \Rightarrow \text{loves}(\text{Amir}, x)$

2. $\forall x \neg \text{food}(x) \vee \text{loves}(\text{Amir}, x)$

3. $\neg \text{food}(x) \vee \text{loves}(\text{Amir}, x)$

ب: سیبها غذا هستند.

1. $\forall x \text{ Apple}(x) \Rightarrow \text{food}(x)$

2. $\forall x \neg \text{Apple}(x) \vee \text{food}(x)$

3. $\neg \text{Apple}(x) \vee \text{food}(x)$

ج: مرغ غذا است.

1. $\forall x \text{ chicken}(x) \Rightarrow \text{food}(x)$

2. $\forall x \neg \text{chicken}(x) \vee \text{food}(x)$

3. $\neg \text{chicken}(x) \vee \text{food}(x)$

د: هر چيزي که هر کس مي خورد و توسط آن نمی میرد غذا است.

اگر خوردن را با تابع eat() و مردن را با تابع die نشان دهیم به کمک سورهای عمومی

$$1. \forall x [\forall y eat(y, x) \wedge \neg die(y)] \Rightarrow food(x)$$

ابتدا شرط را تبدیل به گزاره ی معادل میکنیم طبق اینکه میدانیم $a \Rightarrow b \equiv b \vee \neg a$

$$2. \forall x [\neg \forall y eat(y, x) \wedge \neg die(y)] \vee food(x)$$

سپس نقیض را روی گزاره ها اعمال میکنیم و به داخل میبریم طبق قانون دمورگان

$$3. \forall x [\exists y \neg eat(y, x) \vee die(y)] \vee food(x)$$

در این مرحله به کمک تابع اسکلم حذف وجودی انجام میدهیم.

$$4. \forall x [\neg eat(f(x), x) \vee die(f(x))] \vee food(x)$$

درنهایت هم سورهای عمومی را حذف میکنیم.

$$5. \neg eat(f(x), x) \vee die(f(x)) \vee food(x)$$

ه: صابر بادام می خورد و هنوز زنده است.

$$eat(Saber, Badam) \wedge \neg die(Saber)$$

سوال دو

سوال ما از پایگاه دانش این است که امیر بادام میخورد پس باید نشان دهیم که با اضافه کردن نقیض این گزاره به پایگاه دانش به کمک قانون تحلیل به کلاوز تهی میرسیم اگر به تهی رسیدیم یعنی جمله ی امیر بادام میخورد از پایگاه دانش ایجاب میشده.

$$\neg eat(Amir, Badam)$$

به دلیل کم بودن اطلاعات باید این فرض را هم به پایگاه اضافه کنیم که امیر هرچیزی را که دوست داشته باشد میخورد.

$$Love(Amir, x) \Rightarrow eat(Amir, x)$$

که اگر به فرم تحلیل تعمیم یافته دریاوریم:

$$\neg Love(Amir, x) \vee eat(Amir, x)$$

شروع فرایند تحلیل

ابتدا به کمک قانون حذف و از گزاره ی

$$eat(Saber, Badam) \wedge \neg die(Saber)$$

میتوانیم به گزاره های زیر برسیم و نتیجه بگیریم:

$$eat(Saber, Badam).1$$

$$\neg die(Saber).2$$

پس مراحل زیر انجام میشه

$$eat(Saber, Badam).1$$

$$\neg eat(f(x), x) \vee die(f(x)) \vee food(x).2$$

طبق یکسان سازی از مرحله ۱ و ۲ میتوانیم نتیجه بگیریم که
 $\{x/Badam, f(x)/Saber\}$

$$die(Saber) \vee food(Badam) \text{ پس}$$

$$\neg die(Saber).3$$

از اعمال قانون تحلیل یا رزولوشن روی ۱ و ۲ و ۳:

$$food(Badam)$$

$$\neg food(x) \vee loves(Amir, x).4$$

اعمال قانون تحلیل بر جملات بالا و استفاده از یکسان ساز $\{x/Badam\}$

$$loves(Amir, Badam)$$

$$\neg Love(Amir, x) \vee eat(Amir, x).5$$

پس نتیجه میگیریم که با یکسان ساز $\{x/Badam\}$

$$eat(Amir, Badam)$$

۶. درنهایت از اعمال قانون تحلیل بر نتیجه ی ۵ و نقیض سوال که

$\neg eat(Amir, Badam)$ است به کلاوز تهی میرسیم پس این جمله که امیر بادام میخورد از پایگاه دانش ایجاب میشود.

سوال سه

کیسه شامل سه سکه a, b, c با احتمال سر آمدن به ترتیب 60% ، 20% و 80%

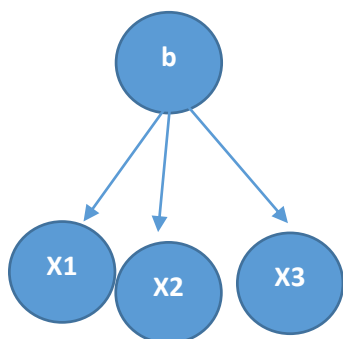
نتایج این سه پرتاب با پیشامدهای X_1, X_2 و X_3

یک سکه از کیسه برمیداریم با احتمال برابر پس احتمال a, b, c میشه $1/3$ یا 0.33

احتمال سر آمدن را با head نشان میدهیم.

رسم شبکه بیزی

$P(b)$
0.33

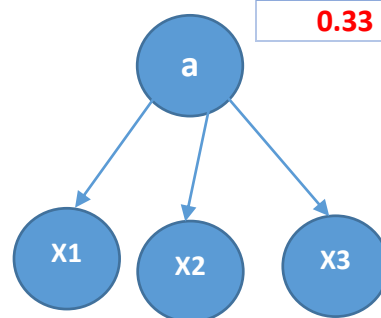


$P(\text{head} b)$
0.6

$P(\text{head} b)$
0.6

$P(\text{head} b)$
0.6

$P(a)$
0.33

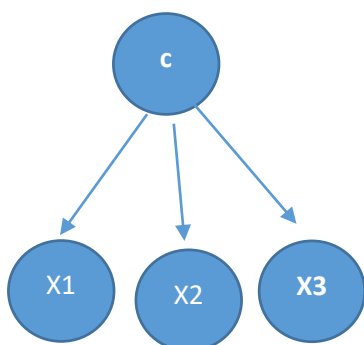


$P(\text{head} a)$
0.2

$P(\text{head} a)$
0.2

$P(\text{head} a)$
0.2

$P(c)$
0.33



$P(\text{head} c)$
0.8

$P(\text{head} c)$
0.8

$P(\text{head} c)$
0.8

ب) دوبار سر و یک بار خط

با استفاده از قانون بیز

$$p(b|a) = \frac{p(a|b) p(b)}{p(a)}$$

محاسبه ی احتمال سکه ی a

$$p(\text{coinA}|\text{oneKhatTwoHead}) = \frac{p(\text{oneKhatTwoHead}|\text{coinA}) p(\text{coinA})}{p(\text{oneKhatTwoHead})}$$

طبق فرض سوال احتمال انتخاب سه سکه ی a,b,c برابر است و مساوی 1/3 است پس میتوانیم بنویسیم:

$$p(\text{coinA}) = \frac{1}{3}$$

برای محاسبه ی یک خط و دوسر برای سه سکه

برای سکه ی اول که احتمال سر آمدن برای هر X_1, X_2, X_3 برابر 0.2 است و احتمال خط آمدن 0.8 است پس مساوی

$$\frac{1}{3} (0.8 * 0.2 * 0.2)$$

میشود.

برای سکه ی دوم:

$$\frac{1}{3} (0.4 * 0.6 * 0.6)$$

سکه ی سوم:

$$\frac{1}{3} (0.2 * 0.8 * 0.8)$$

برای کل سکه ها باید احتمال های بالا جمع شود:

$$p(\text{oneKhatTwoHead}) = \frac{1}{3} (0.8 * 0.2 * 0.2) + \frac{1}{3} (0.4 * 0.6 * 0.6) + \frac{1}{3} (0.2 * 0.8 * 0.8) = \frac{1}{3} (0.032 + 0.144 + 0.128) = 0.1013$$

$$p(\text{oneKhatTwoHead} | \text{coinA}) = 0.8 * 0.2 * 0.2 = 0.032$$

پس در نهایت:

$$p(\text{coinA} | \text{oneKhatTwoHead}) = \frac{\frac{1}{3} * 0.032}{0.1013} = 0.105$$

محاسبات بالا برای سکه ی دوم

$$p(\text{coinB} | \text{oneKhatTwoHead}) = \frac{p(\text{oneKhatTwoHead} | \text{coinB}) p(\text{coinB})}{p(\text{oneKhatTwoHead})}$$

$$p(\text{coinB}) = \frac{1}{3}$$

$$p(\text{oneKhatTwoHead} | \text{coinB}) = 0.4 * 0.6 * 0.6 = 0.144$$

$$p(\text{coinB} | \text{oneKhatTwoHead}) = \frac{\frac{1}{3} * 0.144}{0.1013} = 0.4738$$

محاسبات بالا برای سکه ی سوم

$$p(\text{coinC} | \text{oneKhatTwoHead}) = \frac{p(\text{oneKhatTwoHead} | \text{coinC}) p(\text{coinC})}{p(\text{oneKhatTwoHead})}$$

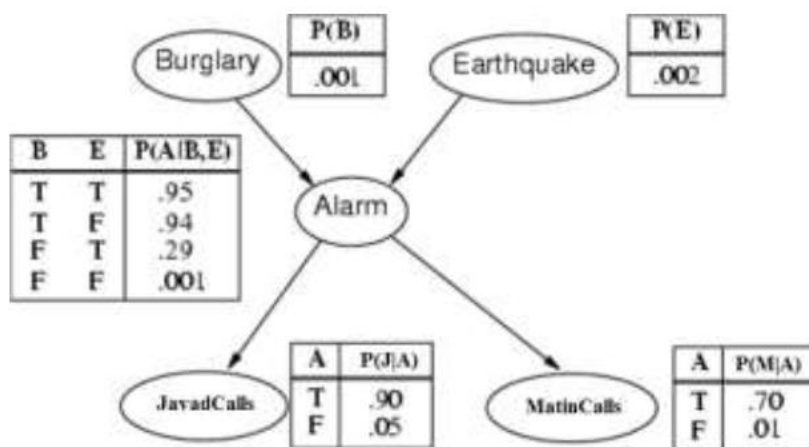
$$p(\text{coinC}) = \frac{1}{3}$$

$$p(\text{oneKhatTwoHead} | \text{coinC}) = 0.2 * 0.8 * 0.8 = 0.128$$

$$p(\text{coinC} | \text{oneKhatTwoHead}) = \frac{\frac{1}{3} * 0.128}{0.1013} = 0.4211$$

احتمال سکه ی دوم برابر 0.4738 است که از دو سکه ی دیگر بیشتر است پس سکه ی بی انتخاب میشود.

سوال چهار



آیا سرقت و زلزله از یکدیگر مستقل هستند یا خیر؟

اگر دو متغیر A, B از هم مستقل باشند رابطه ی زیر برقرار است

$$p(A, B) = p(A)p(B)$$

برای پرکردن جدول زیر باید احتمال های هرکدام را درهم ضرب کنیم به طور مثال:

$$P(\text{Earthquake}, \text{Burglar}, \text{Alarm}) = 0.95 * 0.001 * 0.002 = 0.0000019$$

	Earthquake		¬Earthquake	
	Burglar	¬ Burglar	Burglar	¬ Burglar
Alarm	0.0000019	0.00057942	0.00093812	0.000997002
¬Alarm	0.0000001	0.00141858	0.00005988	0.996005000

الف) بررسی رابطه ی سرقت و زلزله

$$P(E, B) = 0.0000019 + 0.0000001 = 0.000002$$

طبق رابطه ی بالا اگر سرقت و زلزله مستقل از هم باشند پس باید نوشت:

$$P(B) = 0.001, P(E) = 0.002$$

طبق داده ی مساله:

$$p(E, B) = p(E)p(B) = 0.001 * 0.002 = 0.000002$$

جواب این دو رابطه برابر هستند پس سرقت و زلزله مستقل هستند.

(ب) بررسی مستقل بودن به شرط شنیده شدن صدای الارم

اگر رابطه ی زیر برقرار باشد یعنی مستقل هستند.

$$p(E, B | A) = p(E|A)p(B | A)$$

$$1. p(E|A) = 0.0000019 + 0.00057942 = 0.00057961$$

$$2. p(B|A) = 0.0000019 + 0.00093812 = 0.00093831$$

$$3. p(E, B | A) = 0.0000019$$

همانطور که مشخص است رابطه ی بالا برقرار نیست پس مستقل نیستند.