

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

طراحی الگوریتم (حریمانه)

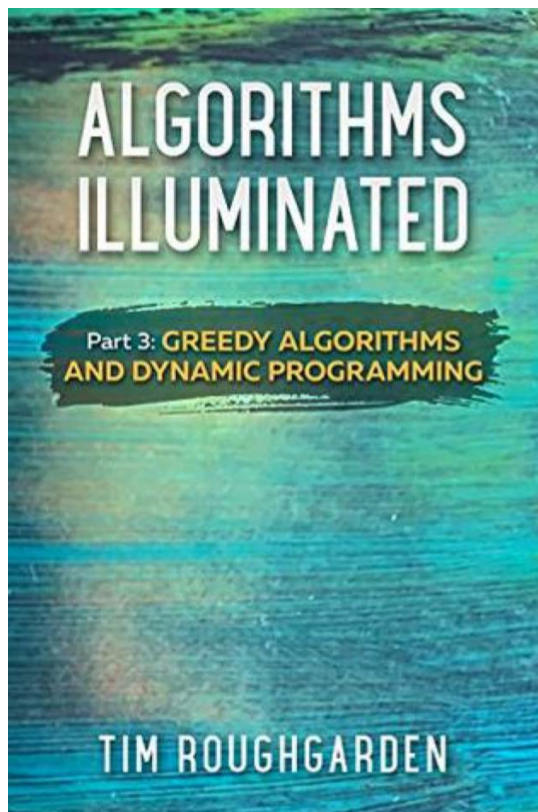


دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان

بهار ۱۴۰۰



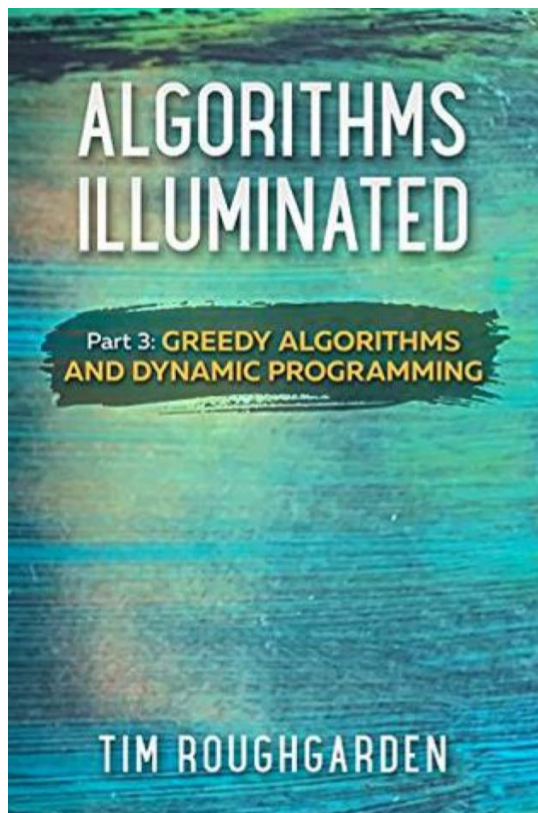
رویکرد حریصانه



فصل پانزدهم، صفحه ۵۲



رویکرد حریصانه



فصل پانزدهم، صفحه ۵۲

□ در هر مرحله انتخابی که به نظر بهترین در لحظه می آید انجام می دهیم.

□ وقتی انتخابی انجام شد، نمی توانیم به عقب برگردیم و آن را تغییر دهیم.

□ همواره جواب درست را بر نمی گردانند ولی برای بسیار از مسائل به درستی کار می کنند.

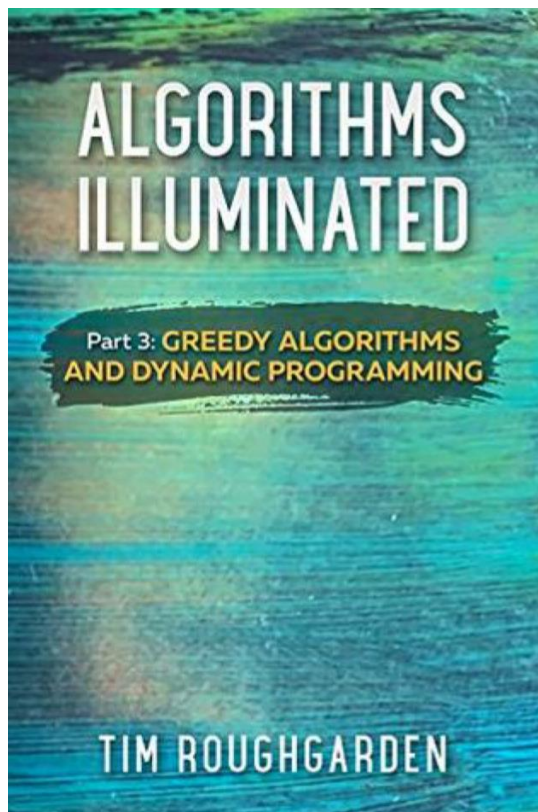


رویکرد حریصانه

□ یک یا چند ایده حریصانه به سادگی به ذهن می‌رسد.

□ تحلیل زمانی الگوریتم‌های حریصانه ساده است.

□ اثبات درستی آن‌ها ساده نیست.



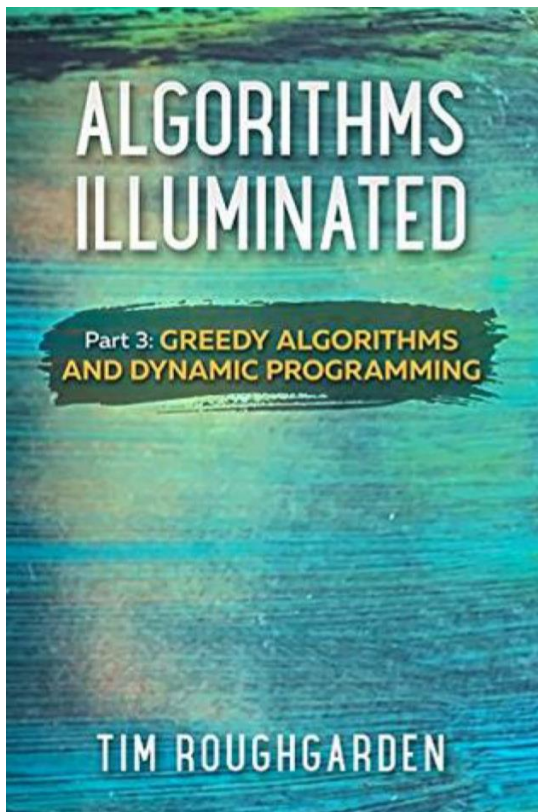
فصل پانزدهم، صفحه ۵۲



درخت پوشای کمینه

ورودی: یک گراف غیرجهت دار، و وزن های حقیقی برای هر یال.

هدف: یک درخت پوشای کمینه برای گراف ورودی که مجموع وزن یال های درخت کمینه باشد.



فصل پانزدهم، صفحه ۵۲



Prim

Input: connected undirected graph $G = (V, E)$ in adjacency-list representation and a cost c_e for each edge $e \in E$.

Output: the edges of a minimum spanning tree of G .

// Initialization

$X := \{s\}$ // s is an arbitrarily chosen vertex

$T := \emptyset$ // invariant: the edges in T span X

// Main loop

while there is an edge (v, w) with $v \in X, w \notin X$ **do**

$(v^*, w^*) :=$ a minimum-cost such edge

 add vertex w^* to X

 add edge (v^*, w^*) to T

return T



درستی الگوریتم پریم



الگوریتم پریم (زمان اجرا)

Prim

Input: connected undirected graph $G = (V, E)$ in adjacency-list representation and a cost c_e for each edge $e \in E$.

Output: the edges of a minimum spanning tree of G .

// Initialization

$X := \{s\}$ // s is an arbitrarily chosen vertex

$T := \emptyset$ // invariant: the edges in T span X

// Main loop

while there is an edge (v, w) with $v \in X, w \notin X$ **do**

$(v^*, w^*) :=$ a minimum-cost such edge

 add vertex w^* to X

 add edge (v^*, w^*) to T

return T



الگوریتم پریم (پیاده‌سازی با سریع)

Prim (Heap-Based)

Input: connected undirected graph $G = (V, E)$ in adjacency-list representation and a cost c_e for each edge $e \in E$.

Output: the edges of a minimum spanning tree of G .

```
// Initialization
1  $X := \{s\}, T = \emptyset, H := \text{empty heap}$ 
2 for every  $v \neq s$  do
3   if there is an edge  $(s, v) \in E$  then
4      $key(v) := c_{sv}, winner(v) := (s, v)$ 
5   else //  $v$  has no crossing incident edges
6      $key(v) := +\infty, winner(v) := NULL$ 
7   INSERT  $v$  into  $H$ 
// Main loop
8 while  $H$  is non-empty do
9    $w^* := \text{EXTRACTMIN}(H)$ 
10  add  $w^*$  to  $X$ 
11  add  $winner(w^*)$  to  $T$ 
    // update keys to maintain invariant
12  for every edge  $(w^*, y)$  with  $y \in V - X$  do
13    if  $c_{w^*y} < key(y)$  then
14      DELETE  $y$  from  $H$ 
15       $key(y) := c_{w^*y}, winner(y) := (w^*, y)$ 
16      INSERT  $y$  into  $H$ 
17 return  $T$ 
```



Kruskal

Input: connected undirected graph $G = (V, E)$ in adjacency-list representation and a cost c_e for each edge $e \in E$.

Output: the edges of a minimum spanning tree of G .

// Preprocessing

$T := \emptyset$

sort edges of E by cost // e.g., using MergeSort²⁶

// Main loop

for each $e \in E$, in nondecreasing order of cost **do**

if $T \cup \{e\}$ is acyclic **then**

$T := T \cup \{e\}$

return T