



# کنترل پروژه

## فصل اول: مقدمه‌ای بر مدیریت پروژه

---

تهییه کننده : پریسا فیض الهی



## تعريف پروژه:

پروژه عبارت است از مجموعه اقدامات و عملیات پیچیده و منحصر به فردی که متشکل از فعالیت‌های منطقی و مرتبط با یکدیگر است که زیر نظر مدیریت و سازمان اجرایی مشخص، برای تامین هدف یا اهداف مشخص، در چارچوب برنامه زمانی و بودجه از پیش تعیین شده‌ای اجرا می‌شود.

### ویژگیهای یک پروژه

- ❖ یک کار منحصر به فرد، جدید و غیرتکراری است.
- ❖ دارای یک نتیجه عینی در قالب محصول یا ارائه خدمت است.
- ❖ موقتی است و یک نقطه شروع و پایان قابل تعریف دارد.
- ❖ باید بتوان آنرا به اجزاء گستته تقسیم نمود.
- ❖ هر جزء دارای زمان، منابع و هزینه خاصی است که روابط وابستگی خاصی بین آنها حاکم است و نیازمند منابع کاری و مصرفی مختلفی است.
- ❖ بودجه آن محدود و قابل پیش بینی است و باید یک حمایت کننده مالی داشته باشد.



## انواع منابع مورد استفاده در پژوهش

### منابع کاری یا تجدیدپذیر

مشخصه اصلی: با اتمام یک فعالیت، منابع و اگذار شده به آن بیکار یا آزاد می‌شوند.

### منابع مصرفی یا تجدیدناپذیر

مشخصه اصلی: با اتمام یک فعالیت مقدار منابع برآورده شده به اتمام می‌رسند.



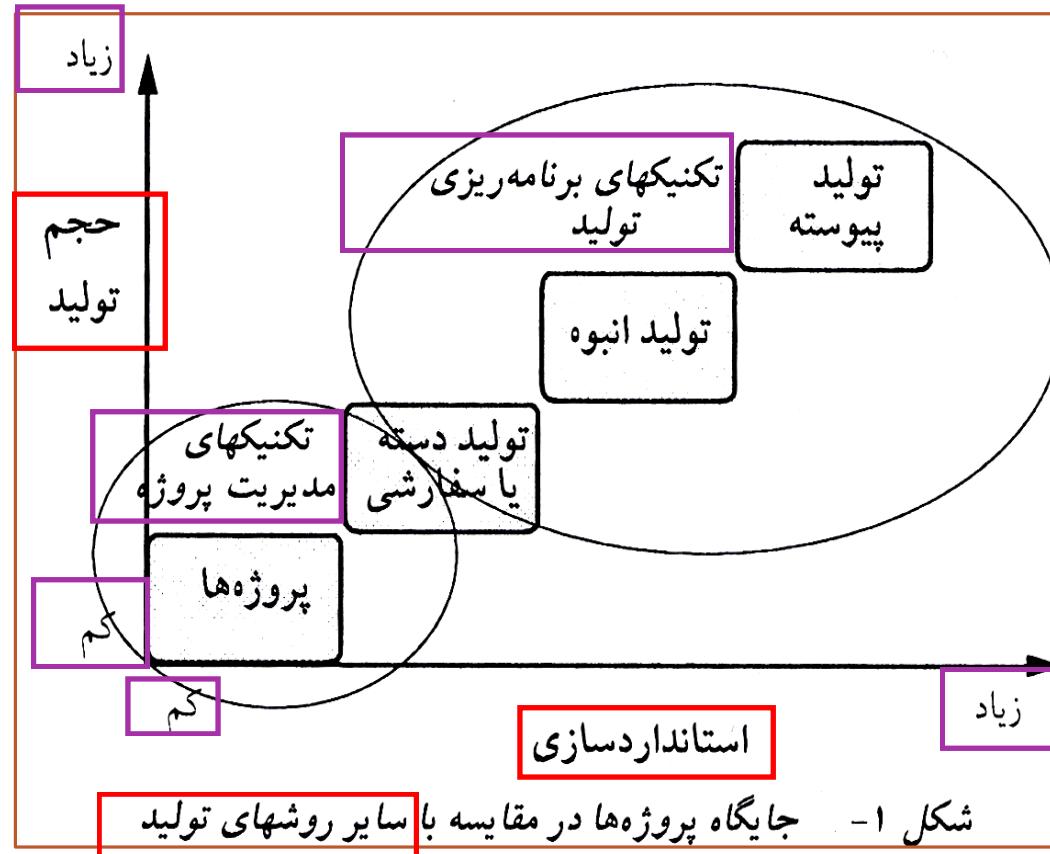
## مقایسه بین پروژه ها با فرآیندهای عملیات

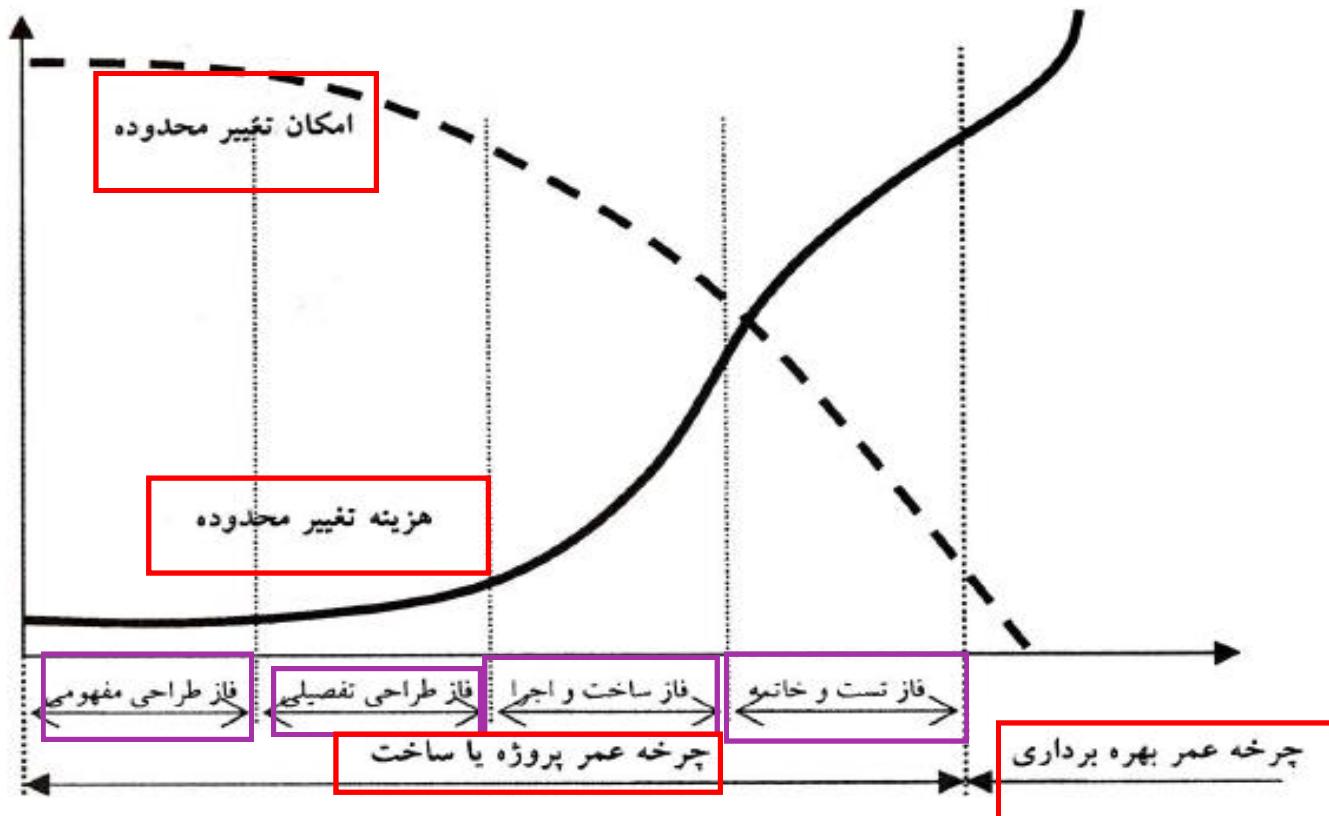
### فرآیندهای تولید

- ادامه دارند: تکرار همان فرآیند بارها و بارها
- تولید خروجی های یکسان در هر بار تکرار فرآیند
- تخصیصهای کاری از پیش تعیین شده دارند.

### عملیات پروژه ها

- غیر تکراری و موقتی اند: شروع و پایانی دارند.
- تولید خروجی منحصر به فرد
- تخصیصهای کاری از پیش تعیین شده ندارند.





شکل ۲ - نمایش منحنی های هزینه و امکان تغییر محدوده در طول چرخه عمر



## هزینه های ناشی از تاخیر پروژه

### هزینه های کمی

- هزینه دیر رسیدن به بهره برداری یا سود از دست رفته
  - هزینه ناشی از گران شدن منابع مصرفی
  - افزایش هزینه منابع کاری
  - هزینه تمدید مجوزها و پیمان نامه ها
  - هزینه بهره سرمایه مصرف شده
- ضرر از دست دادن بازار رقابت
  - با به تعویق افتادن تکمیل پروژه ، ممکن است پروژه غیر اقتصادی شود
  - ضرر ناشی از عدم اشتغال زایی در کشور
  - ضرر ناشی از کاهش درآمد



## روش شناسایی پروژه:

ضرورت دارد که چهار چوب کلی پروژه مشخص شود که از آن به عنوان روش شناسایی پروژه نام برده می‌شود و شامل مراحل زیر است:

(۱) **تعريف مسئله و تدوین**: در این مرحله هدف و عنوان و موضوع پروژه و لزوم انجام آن تشریح می‌شود که ضرورت دارد ذی نفع یا نمایندگان ذی نفع در جلسه‌ای شرکت کرده و اطلاعات لازم جمع‌آوری شود.

(۲) **امکان سنجی**: در این مرحله شرایط انجام پروژه از نظر اقتصادی اجتماعی سیاسی و زیست‌محیطی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

(۳) **برنامه ریزی**: در این مرحله ریزفعالیت‌های اجرایی که برای انجام پروژه ضرورت دارد مشخص می‌شوند و نیز تقدم و تاخر فعالیت‌ها مشخص می‌شود.

(۴) **اجرا**: در این مرحله فعالیت‌های برنامه ریزی شده اجرا می‌شوند.

(۵) **کنترل و نظارت**: این مرحله همزمان با مرحله اجرا شروع می‌شود و در صورت عدم مغایرت، پروژه به اتمام می‌رسد.



## چگونه یک پروژه را برنامه ریزی کنیم؟

در این مرحله فعالیت های موردنیاز برای اجرای پروژه مشخص می شود و زمان لازم برای انجام فعالیت و منابع و هزینه‌ی موردنیاز برای انجام فعالیت مشخص می شود.

**مرحله اول** برنامه ریزی سازمان: در این مرحله وظایف هر کدام از اعضای تیم مدیریت و کنترل پروژه مشخص می شود و نمودار سازمانی پروژه و شرح وظایف هم تنظیم می شود.

**مرحله دوم** تعیین و تشخیص فعالیتهای پروژه: فعالیت کوچکترین جزء عملیاتی برای انجام شدن نیاز به زمان، منابع، هزینه دارد.

برای تعیین فعالیتهای پروژه از اصطلاح زیر استفاده میشود.

**WBS: Work Break down Structure** ساختار شکست کار



## کنترل پروژه

### فصل دوم: محدوده و ساختار شکست کار پروژه

---

تهییه کننده : پریسا فیض الهی



# :WBS

## تشکیل WBS

- براساس مراحل اجرایی پروژه

- براساس محصولات پروژه

- براساس واحدهای پروژه

براساس مراحل اجرایی پروژه

پروژه لوله گذاری

خاکبرداری

لوله گذاری

خاکریزی

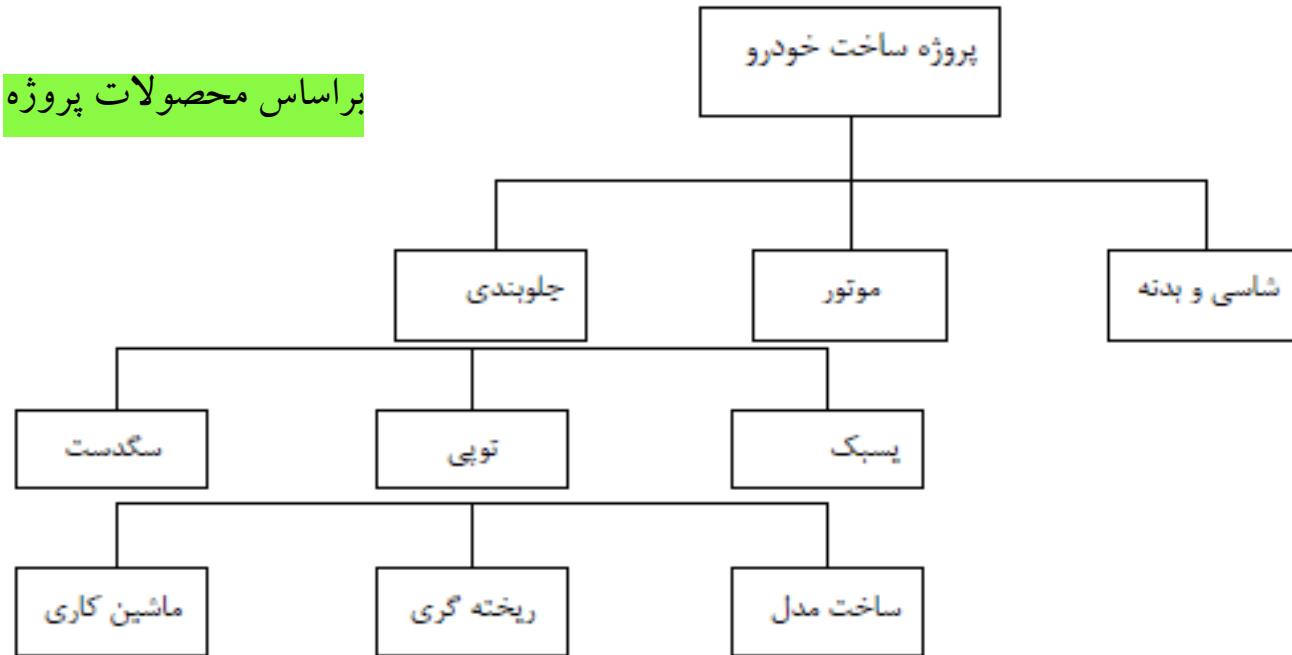
کندن آسفالت

برداشتن خاک



# :WBS

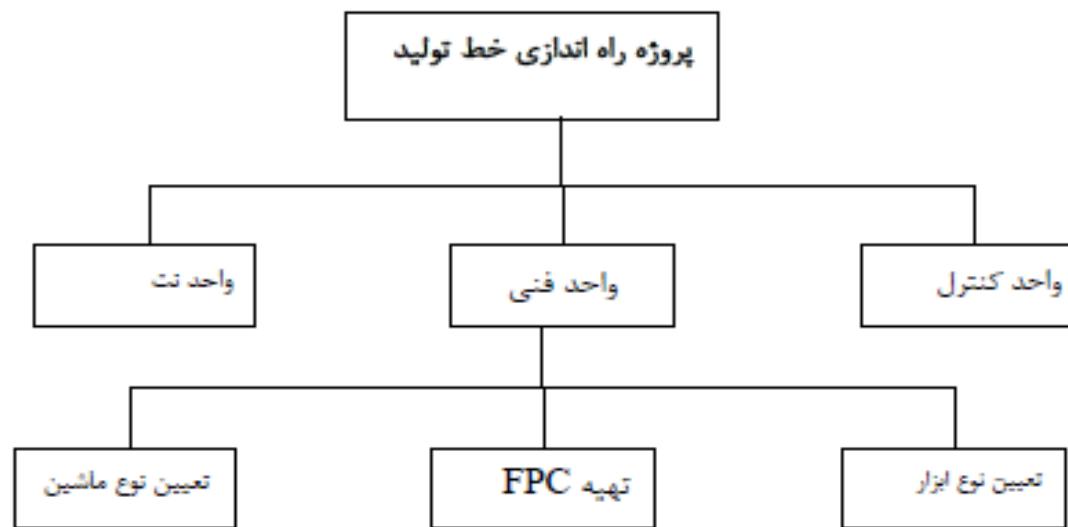
براساس محصولات پروژه

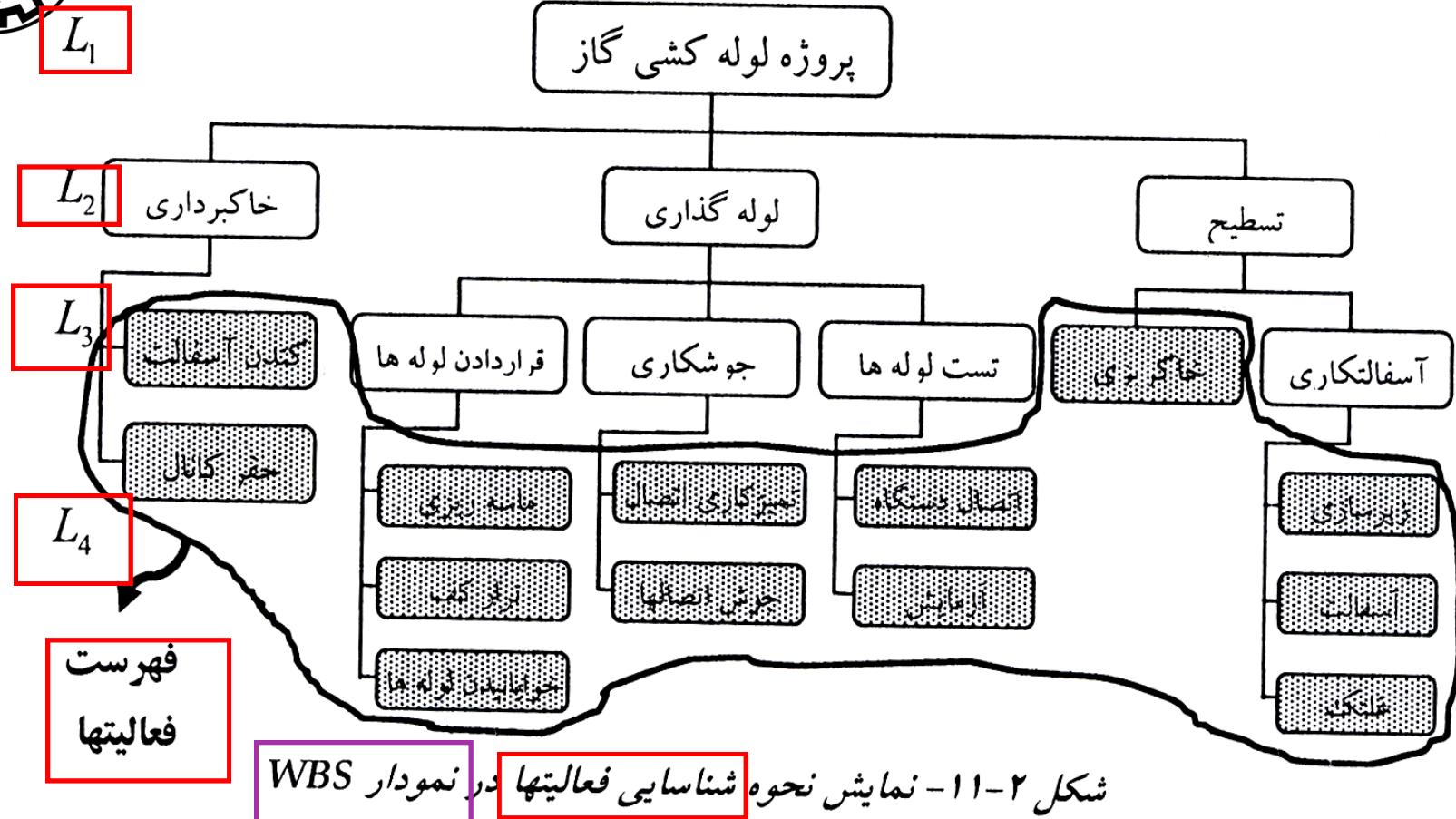




# :WBS

## براساس واحدهای پروژه

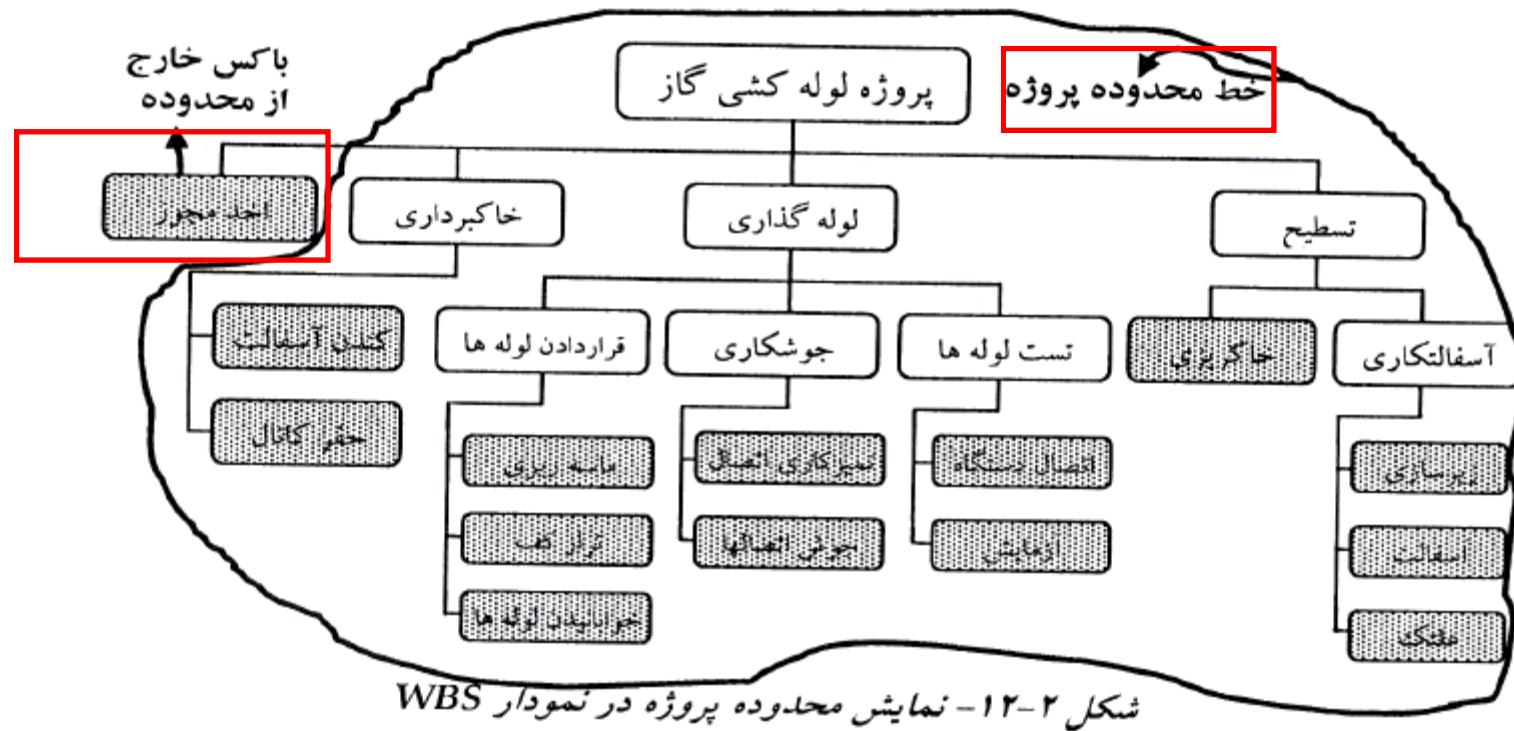




شکل ۲-۱۱- نمایش نحوه شناسایی فعالیتها در نمودار WBS



## تعیین محدوده پروژه



شکل ۱۲-۲ - نمایش محدوده پروژه در نمودار WBS



تهیه شبکه پروژه : شبکه پروژه یک نمای گرافیکی است که فعالیت ها و روابط پیش نیازی و پس نیازی آنها و تقدم و تأخیر، را نمایش می دهد.

فعالیت پس نیاز	فعالیت پیش نیاز	عنوان فعالیت	کد فعالیت
		امکان سنجی	A
		مطالعات بازار	A1
		مطالعات اقتصادی	A2
		مطالعات تکنولوژی	A3
C	A1 - A2 - A3	جمع آوری اطلاعات کلی و اساسی	B
		طراحی محصول	C
		طراحی فرآیند	D



## نمودار گانت:

❖ نمودار گانت عمومی‌ترین وسیله برای نمایش برنامه‌های صنعتی است زیرا برای عموم افراد قابل فهم است، ولی وسیله مناسبی برای برنامه ریزی نیست.

❖ در این نمودار، فهرست فعالیت‌ها از بالا به پایین در سطرها و جریان زمان از چپ به راست در ستون‌ها نمایش داده می‌شود.

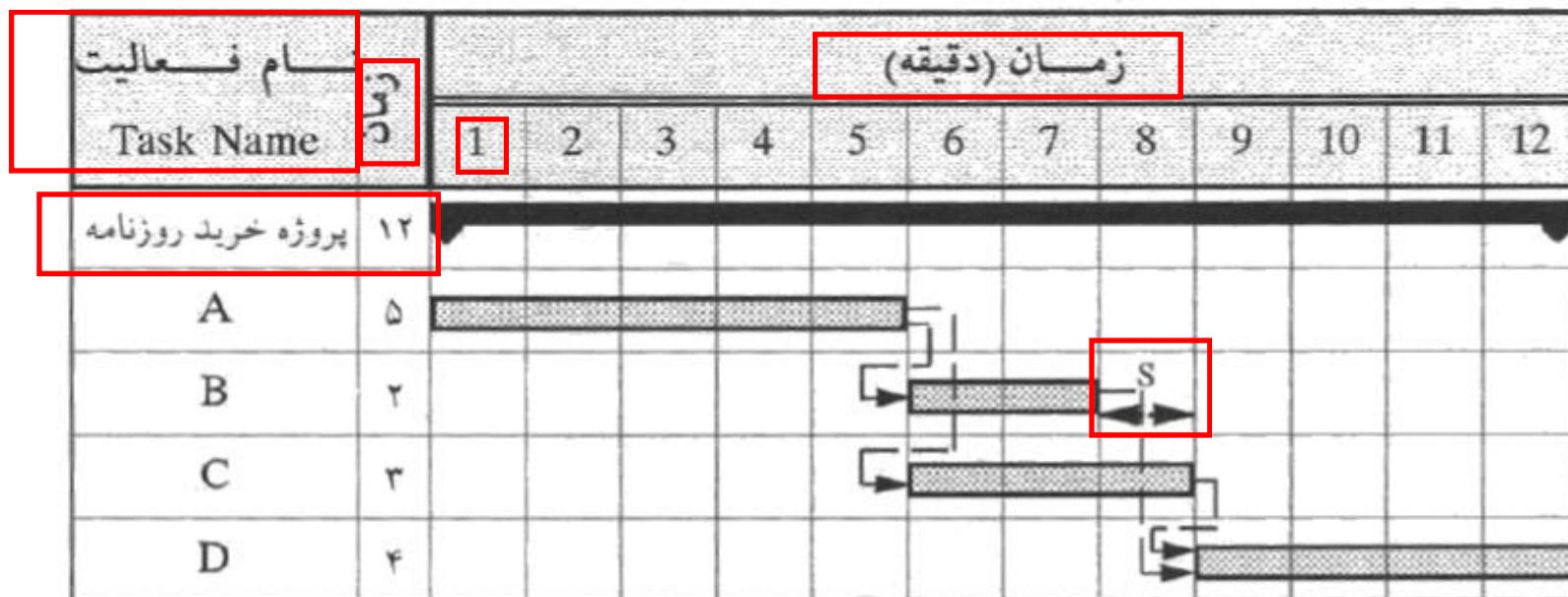
❖ زمان هر فعالیت بصورت یک میله افقی است که طول آن متناسب با مدت فعالیت است که در مقابل آن فعالیت نشان داده می‌شود.

### شرح و مشخصات فعالیت‌های مثال خرید روزنامه

کد فعالیت	شرح فعالیت	زمان (دقیقه)	پیشناز
A	پوشیدن لباس	۵	-
B	پوشیدن کفش	۲	A
C	پایین آمدن از طبقه ۴	۳	A
D	رفتن به باجه و خرید	۴	B,C



## نمایش نمودار گانت مثال خرید روزنامه





## اشکالات نمودار گانت

- قبل از رسم نمودار باید تخمینی از طول هر فعالیت موجود باشد.
- اغلب پروژه ها آنقدر پیچیده اند که نمی توان از طریق نمودار گانت بطور موثری روابط بین فعالیتها را نشان داد و بازبینی روابط تقدمی در این پروژه ها بسیار مشکل است.
- نشان دادن اطلاعاتی نظیر زودترین زمانهای شروع و دیرترین زمانهای شروع بطور همزمان بر روی نمودار گانت بسیار مشکل است.
- نشان دادن شناوریها و مسیر بحرانی بدون افزودن نمادهای اضافی مشکل است.
- در صورت تغییر زمانبندی، نمودار گانت باید مجدداً رسم شود.
- امکان رسم چندین زمانبندی در یک نمودار گانت وجود ندارد.
- تخصیص منابع از طریق نمودار گانت کار ساده ای نیست.
- امکان نمایش ریسکها در این نمودار وجود ندارد.



## مدل‌سازی پروژه (تهیه شبکه پروژه)

■ یک پروژه متشکل از تعدادی واقعه (Event) یا فعالیت (Activity) است که باید بر اساس روابط تقدمی بین آنها اجرا شوند.

■ **فعالیت:** کوچکترین واحد کنترل در نمودار WBS بوده که سطح بعدی نداشته و دارای زمان بوده و ممکن است نیازمند منابع و هزینه نیز باشد.

■ **واقعه یا رویداد:** یک لحظه زمانی را تشکیل میدهد و فقط برای نمایش شروع و پایان فعالیت بوده و احتیاج به زمان و هزینه و منابع کاری و مصرفی ندارد.

■ **وابستگی:** دو فعالیت که از نظر فیزیکی و تکنولوژیکی انجام آنها به هم مرتبط باشد را دو فعالیت وابسته می‌گویند و رابطه بین آنها را رابطه تقدمی یا پیش نیازی می‌نامند.

متداول‌ترین ابزار نمایش و تحلیل فعالیتهای پروژه، شبکه پروژه است که بر دو نوع می‌باشد:

■ **شبکه های گرهی (AON)**

■ **شبکه های برداری (AOA)**

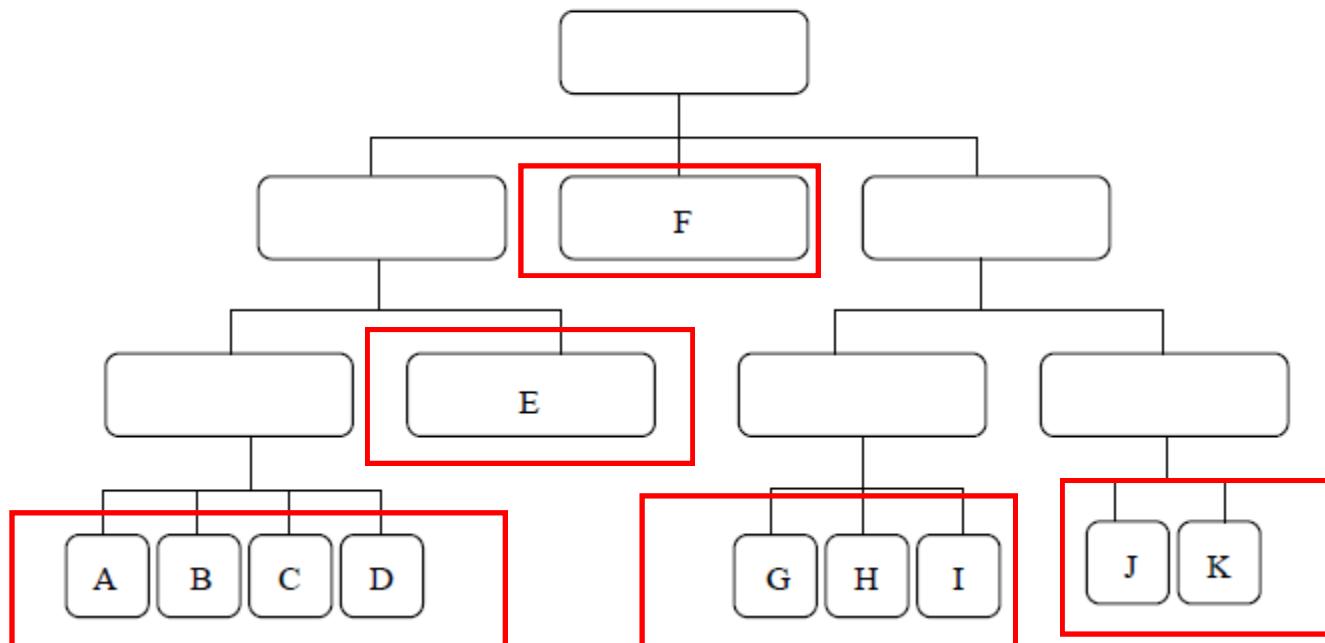


## شبکه های گرهی (AON)

- در شبکه های AON هر گره بیانگر یک فعالیت و هر یال بیانگر یک رابطه تقدمی (پیش نیازی) بین دو فعالیت شروع و پایان آن است.
- در شبکه های AON فقط دو فعالیت مجازی وجود دارد که بیانگر شروع و خاتمه پروژه هستند.
- هر پروژه فقط یک شبکه گرهی منحصر به فرد دارد



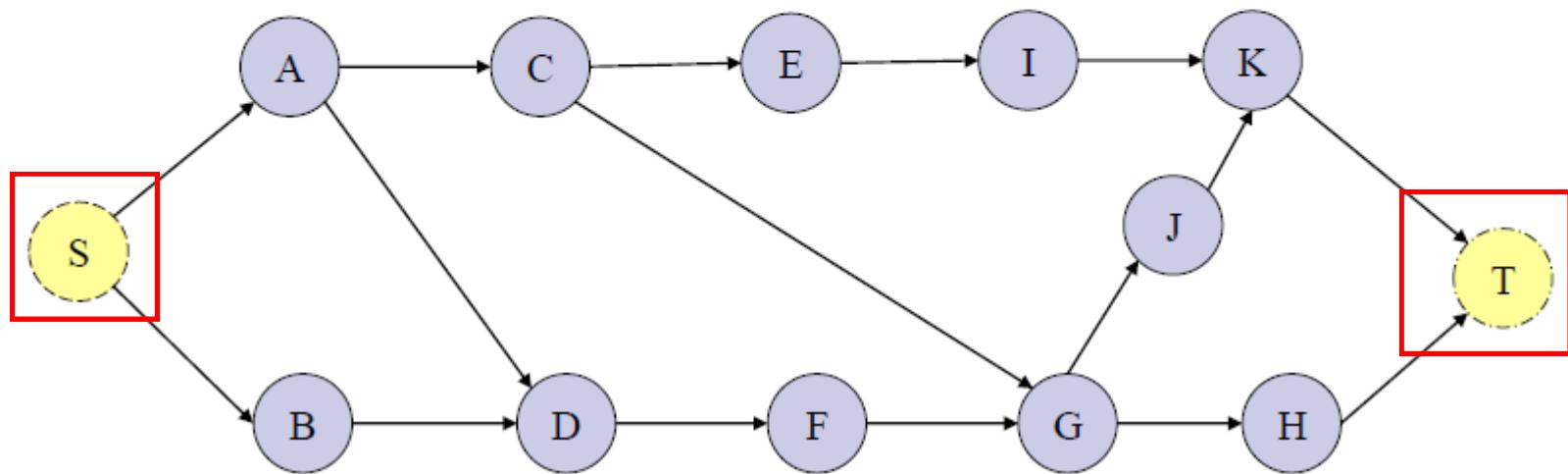
نمودار WBS زیر را در نظر بگیرید. تعداد فعالیت‌ها در این نمودار **11** است





## مشخصات فعالیت‌ها و شبکه گرهی معادل

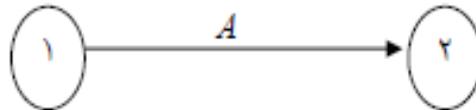
فعالیت	پیشنباز	فعالیت	پیشنباز
A	-	G	C,F
B	-	H	G
C	A	I	E
D	A,B	J	G
E	C	K	I,J
F	D		



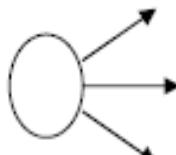


## روش رسم شبکه برداری (AOA) : (AOA)

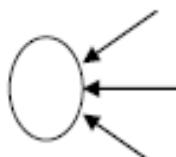
در رسم شبکه برداری برای نمایش فعالیت ها از بردار استفاده می شود که هر بردار دارای یک گره



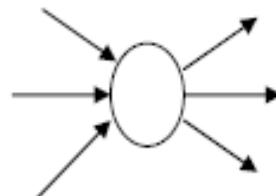
(واقعه یا رویداد) شروع یک گره (واقعه یا رویداد) پایانی است.



\* اگر از یک گره چندین بردار خارج شود به آن گره جوششی گویند.



\* اگر به یک گره چندین بردار ختم شود به آن گره پوششی گویند.

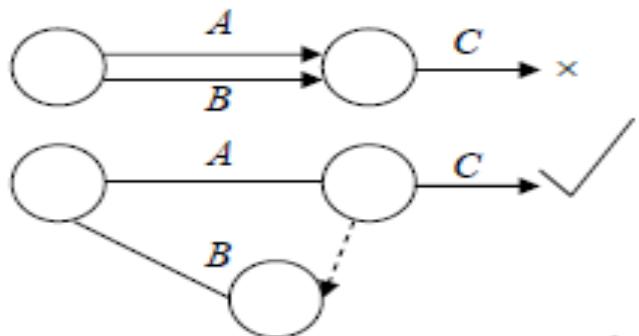


\* اگر به یک گره چندبردار ختم شود و از آن چند بردار خارج شوند به آن گره مرکب گویند.



## قوانین رسم شبکه های برداری :

- ۱) هر بردار شان دهنده یک فعالیت است.
- ۲) زمانی می توان فعالیتی را رسم کرد که کلیه فعالیت های پیش نیاز آن رسم شده باشند.
- ۳) طول بردار یا زاویه بردار نشان دهنده هیچ موضوع خاصی نیست.
- ۴) هیچکدام از گره ها نمی توانند شماره یکسان داشته باشند.
- ۵) هر شبکه دارای یک گره شروع و یک گره پایان است.
- ۶) درون شبکه نباید حلقه به وجود آید.



۷) بردارها تا حد امکان باید یکدیگر را قطع نکنند.

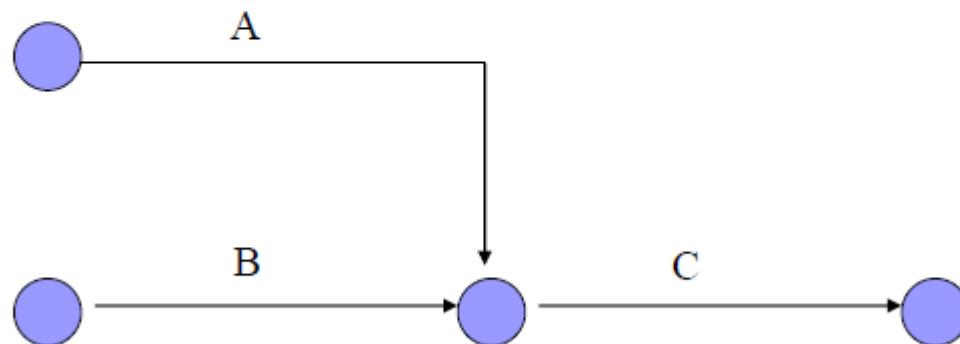
۸) بین دو گره یک بردار بیشتر نباید رسم شود.



## قواعد رسم شبکه برداری:

### قاعده اول

برای شروع یک فعالیت، کلیه فعالیت‌های پیش‌نیازی آن باید به اتمام رسیده باشند. در شبکه زیر مدامی که فعالیتهای A و B به اتمام نرسیده‌اند، فعالیت C نمی‌تواند شروع شود. فعالیتهای A و B فعالیت‌های پیش‌نیازی فعالیت C هستند.



بنابراین در ترسیم شبکه برداری، ابتدا فعالیتهایی را رسم کنید که پیش نیاز ندارند و یا پیش نیاز آنها رسم شده باشد.

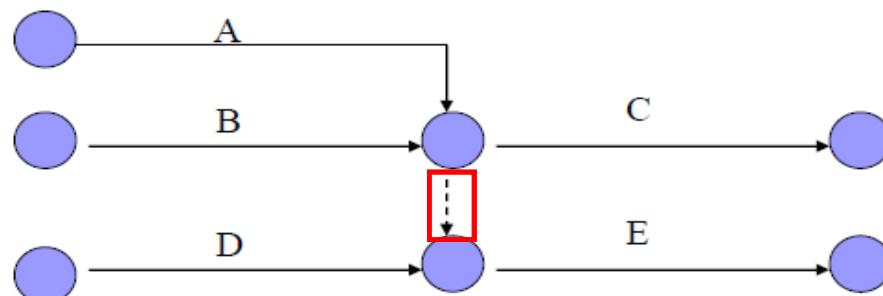


# قواعد رسم شبکه برداری:

## قاعده دوم

در هنگامی که شروع فعالیتی مستلزم اتمام یک یا چند فعالیت دیگر باشد و رابطه ای بین این فعالیتها وجود نداشته باشد از یک **فعالیت مجازی** استفاده می‌کنیم که به صورت **خط چین** نمایش داده می‌شود.

در شکل زیر اگر بخواهیم علاوه بر فعالیت D فعالیتهای A و B را نیز پیش نیاز فعالیت E قرار دهیم، تنها راه ممکن استفاده از فعالیت مجازی است.

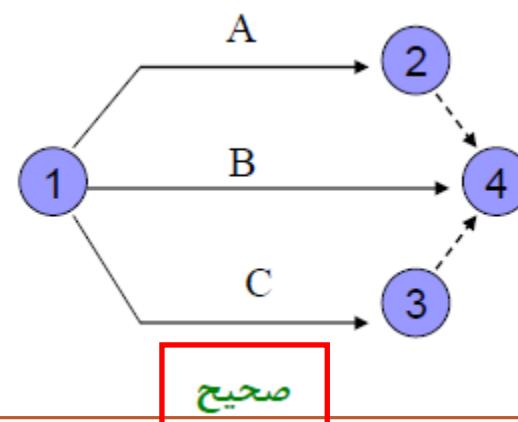
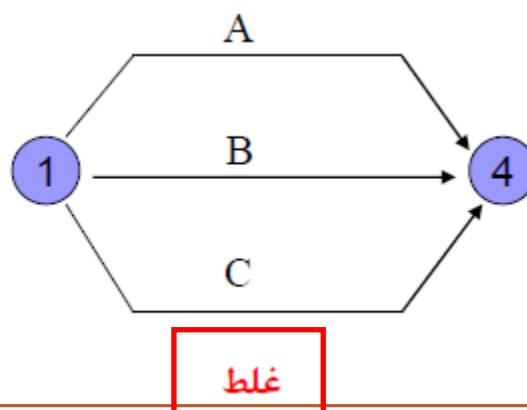




## قواعد رسم شبکه برداری:

### قاعده سوم

بین هر دو رویداد تنها رسم یک فعالیت مجاز است. برای رفع این اشکال می توان از فعالیت های مجازی استفاده کرد.



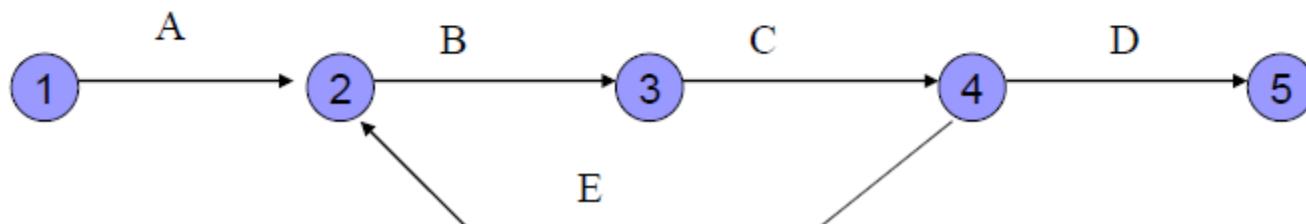


# قواعد رسم شبکه برداری:

## قاعده چهارم

شماره رویداد یايان یک فعالیت همیشه باید پیشتر از شماره رویداد شروع آن باشد.  
عنی اگر شماره رویداد شروع  $i$  و شماره رویداد پایان  $j$  باشد همیشه باید ( $j < i$ ) رعایت شود.

رعایت این نکته باعث جلوگیری از ایجاد حلقه می شود.



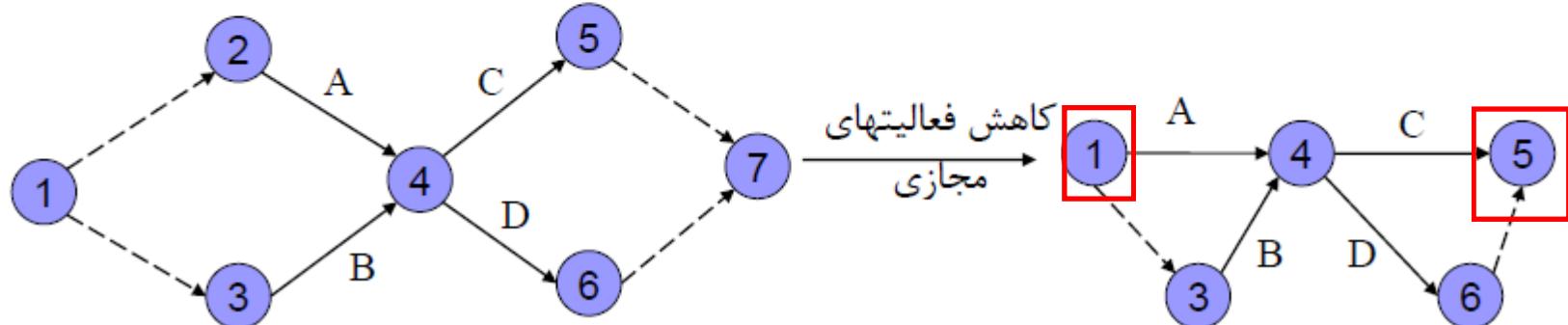


# قواعد رسم شبکه برداری:

## قاعده پنجم

هر شبکه تنها یک رویداد شروع و یک رویداد پایان دارد. گاهی اوقات جهت حفظ این شرط از فعالیتهای مجازی استفاده می‌کنیم.

در شکل زیر چهار فعالیت حقیقی A، B، C و D وجود دارند بطوریکه قبل از شروع فعالیتهای C و D هر دو فعالیت A و B باید پایان یابند.





## مثال رسم شبکه برداری پروژه یا AOA:

مدت فعالیت	پیش نیاز	فعالیت
1	-	A
2	-	B
4	-	C
1	B	D
3	A	E
2	A	F
5	B, C, D, E	G
2	C, D, E	H
4	C, D, E	I
1	A	J
5	F, I, J	K
3	G, H	L



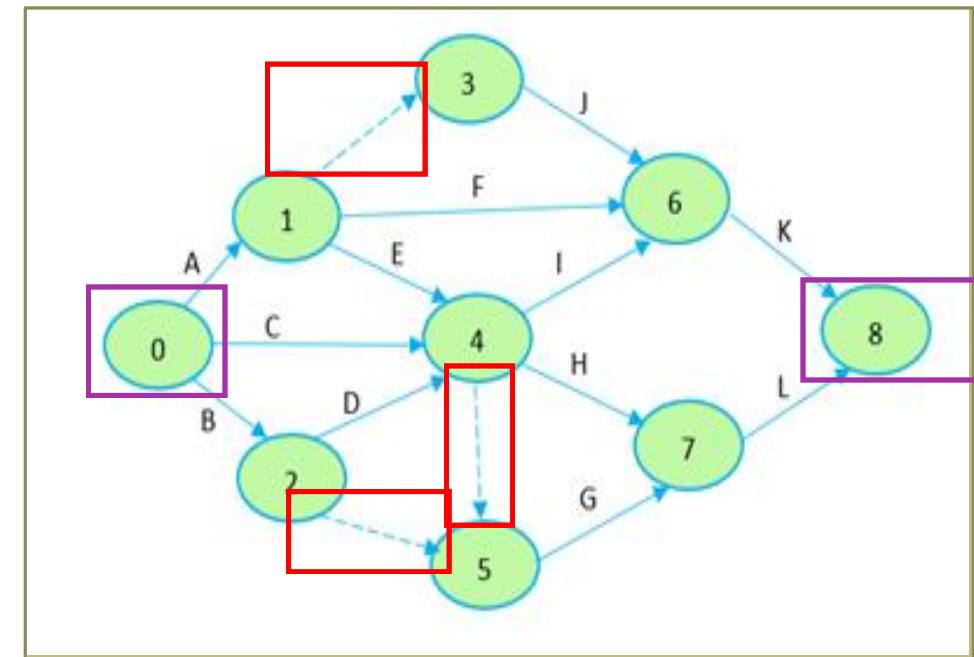
## مراحل رسم شبکه:

- ❖ گره آغازین پروژه (گره شماره صفر) را رسم کنید.
- ❖ فعالیت های آغازین یا بدون پیش نیازی (در این مثال فعالیت های A, B, C) را بعد از گره آغازین رسم کنید.
- ❖ فعالیت هایی که پیش نیاز آنها، فعالیت های آغازین است را رسم کنید. مثلا فعالیت D بعد از B رسم می شود.
- ❖ به همین ترتیب ادامه می دهید....
- ❖ توجه داشته باشید که فعالیت های F و J هر دو پیش نیازشان A بوده و هر دو پیش نیاز K هستند. این یعنی، شروع و پایان یکسان دارند. لذا برای رعایت قانون ۱ نیاز به رسم فعالیت مجازی می باشد که در اینجا بین گره ۱-۳ بصورت خط چین رسم شده است.



### مثال رسم شبکه برداری پروژه یا AOA

مدت فعالیت	پیش نیاز	فعالیت
1	-	A
2	-	B
4	-	C
1	B	D
3	A	E
2	A	F
5	B, C, D, E	G
2	C, D, E	H
4	C, D, E	I
1	A	J
5	F, I, J	K
3	G, H	L





## تمرین ۴:

جدول زیر روابط بین فعالیتهای یک پروژه را نشان می دهد. شبکه گرهی و برداری متناظر را رسم کنید.

فعالیت	پیشنياز	فعالیت	پیشنياز
A	-	F	B
B	-	G	C,E
C	A	H	F,G
D	A	I	C,E
E	B	J	D,I



# مدیریت کنترل پروژه

---

جلسه پا زدهم... برآورد مدت زمان فعالیت ها، زمانبندی پروژه



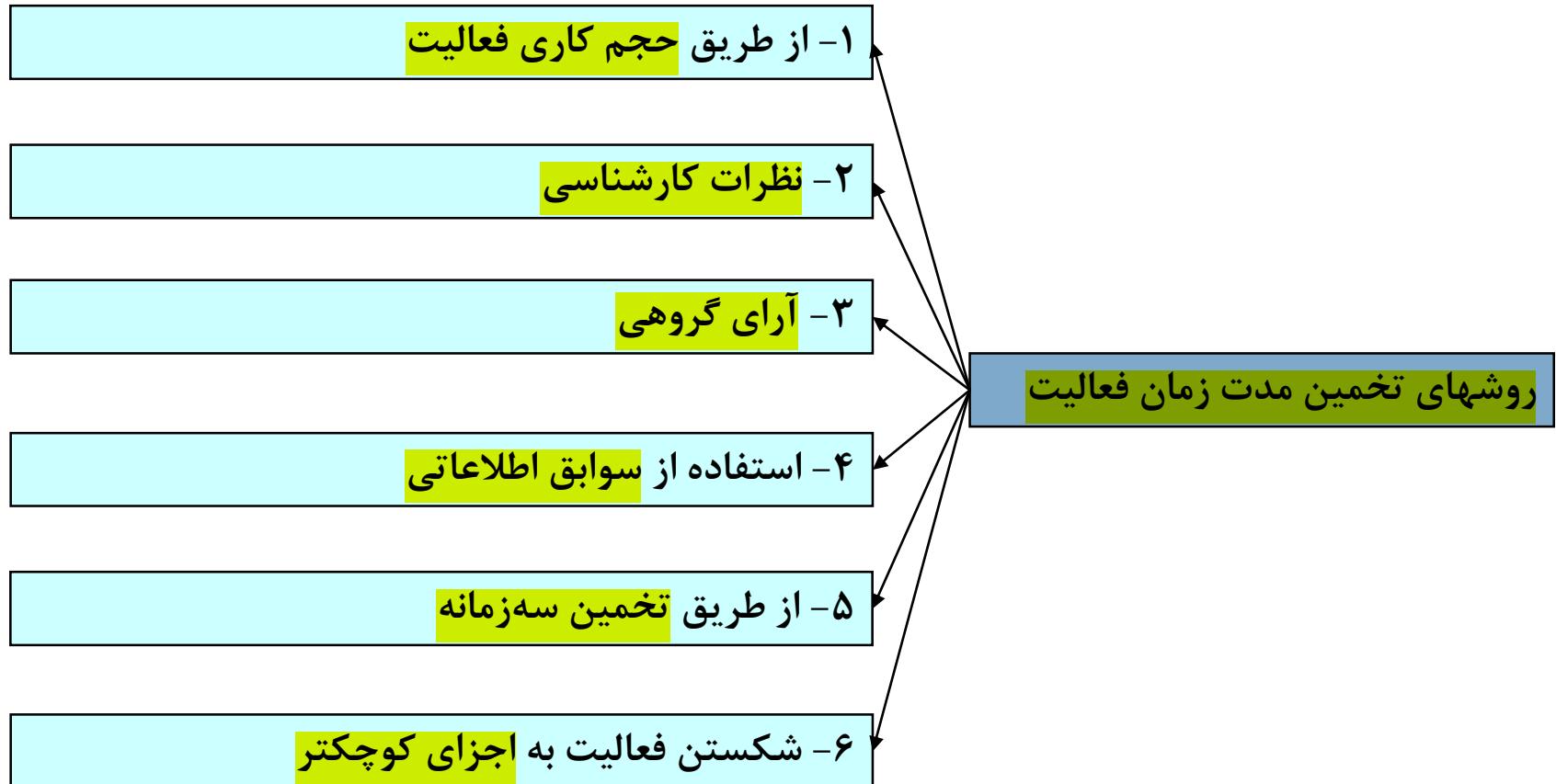
## نکات مهم

برآورد مدت زمان فعالیت، فرآیند تخمین تعداد دوره زمانی لازم برای تکمیل آن و جهت استفاده در زمانبندی پروژه می باشد.

- ۱- مدت زمان فعالیت به روش اجرا و منابع در اختیار آن وابسته است.
- ۲- واحد زمانی فعالیتها بصورت یکسان و استاندارد باشد. بطور مثال: روز
- ۳- در تخمین مدت زمان فعالیتها، روزهای کاری (Working Days) مورد نظر هستند و نه ایام تقویمی.  
لازم است که تقویم کاری (روزهای کاری و تعطیل) هر فعالیت مشخص شود.
- ۴- مدت زمان فعالیتها بطور مستقل از یکدیگر برآورد شوند.
- ۵- در برآورد مدت زمان فعالیتها شرایط معمول درنظر گرفته می شوند و اتفاقات غیر مترقبه مانند سیل و زلزله در صورتیکه غیرقابل پیش‌بینی هستند لحاظ نمی گردند.



## برآورد مدت زمان فعالیتها



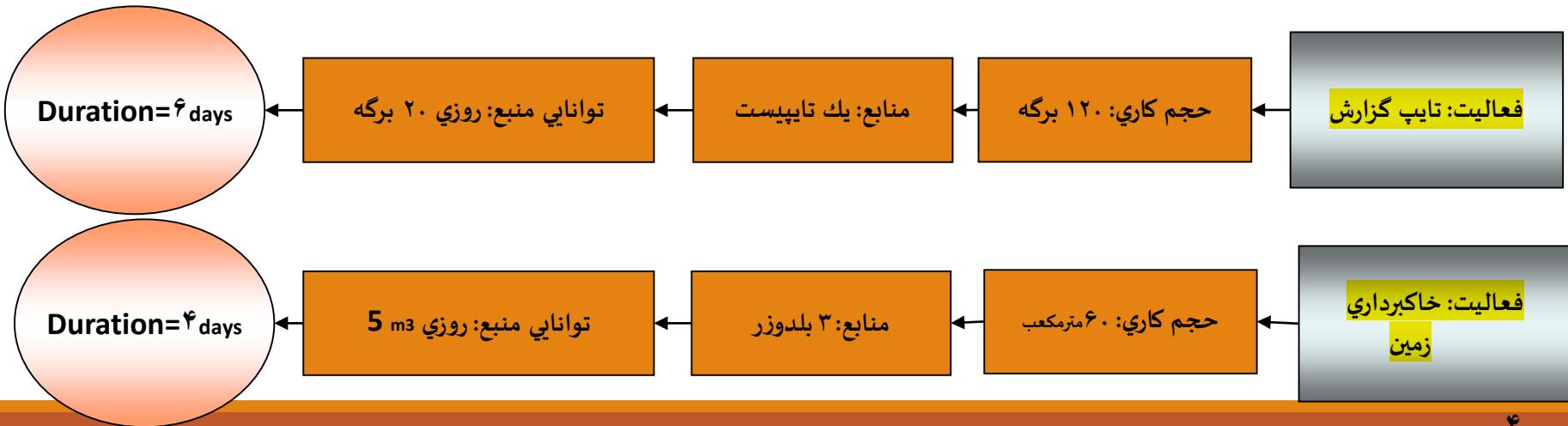


## روشهای تخمین مدت زمان فعالیت

### ۱- از طریق حجم کاری فعالیت

در این روش ابتدا حجم کاری فعالیت اندازه‌گیری شده و براساس منابع در دسترس و توانایی کاری منابع، مدت زمان فعالیت برآورد می‌شود.

مثال:



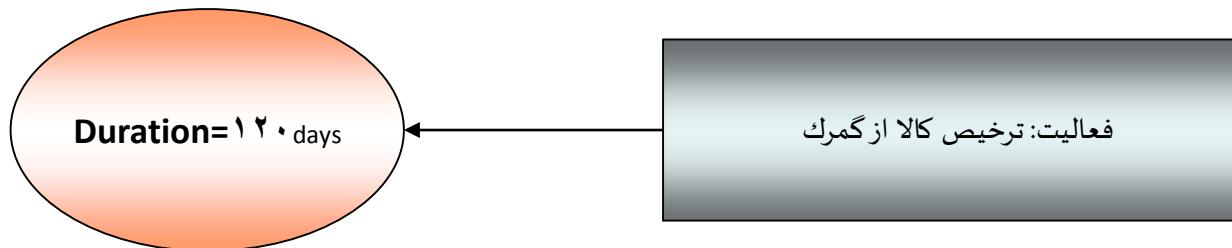
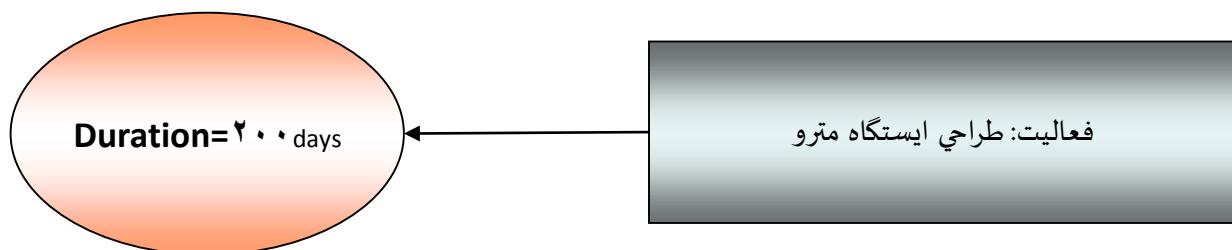


روشهای تخمین مدت زمان فعالیت

## ۲- نظرات کارشناسی

در این روش به یک فرد متخصص و با تجربه در زمینه آن فعالیت رجوع می‌شود.

مثال:

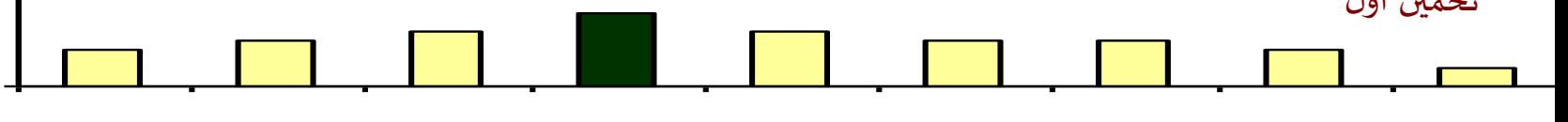




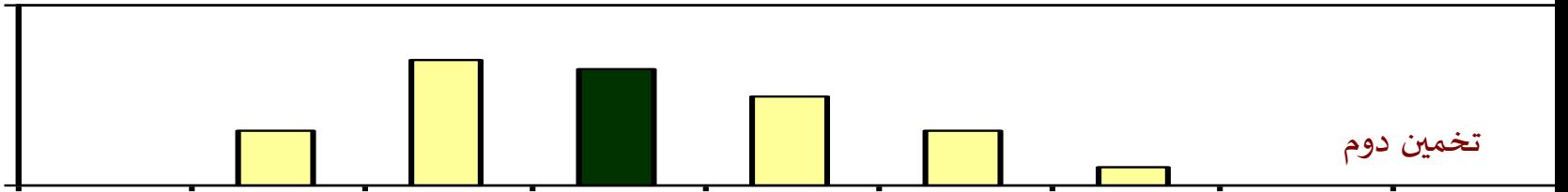
روشهای تخمین مدت زمان فعالیت

۳- آرای گروهی

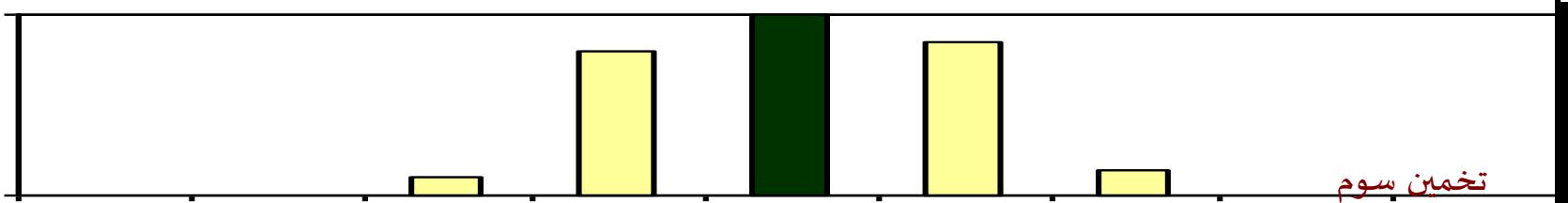
تخمین اول



تخمین دوم



تخمین سوم





## روشهای تخمین مدت زمان فعالیت

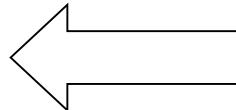
### ۴- استفاده از سوابق اطلاعاتی

در صورتی که تاریخچه پروژه‌های قبلی مستند و تاریخ شروع و پایان فعالیتهای همانند ثبت شده باشد، می‌توان از سوابق آنها در تخمین مدت فعالیت استفاده نمود.

#### سوابق تاریخی

ردیف	تاریخ شروع	تاریخ اتمام	مدت(روز)
۱	۰۱/۰۹/۸۱	۱۰/۱۰/۸۱	۴۰
۲	۱۰/۰۲/۸۲	۰۱/۰۴/۸۲	۵۲
۳	۰۵/۰۴/۸۲	۲۳/۰۵/۸۲	۴۸

برآورد مدت زمان فعالیت = ۴۶ روز





روشهای تخمین مدت زمان فعالیت

#### ۴- از طریق تخمین سه‌زمانه

برای هر فعالیت، سه برآورد مدت زمان (خوشبینانه، محتمل و بدبینانه) ارائه شده و براساس آنها مدت زمان فعالیت پیش‌بینی می‌شود.

O: Optimistic

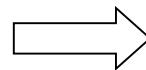
خوشبینانه

P: Pessimistic

بدبینانه

M: Most likely

محتمل



$$\text{Duration} = (O+4M+P)/6$$



روشهای تخمین مدت زمان فعالیت

## ۶- شکستن فعالیت به اجزای کوچکتر

می‌توان فعالیت را به اجزای کوچکتر تقسیم نمود و سپس با یکی از روشهای ذکر شده مدت هر یک را تخمین و با سر جمع کردن آنها مدت زمان فعالیت اصلی را برآورد نمود.

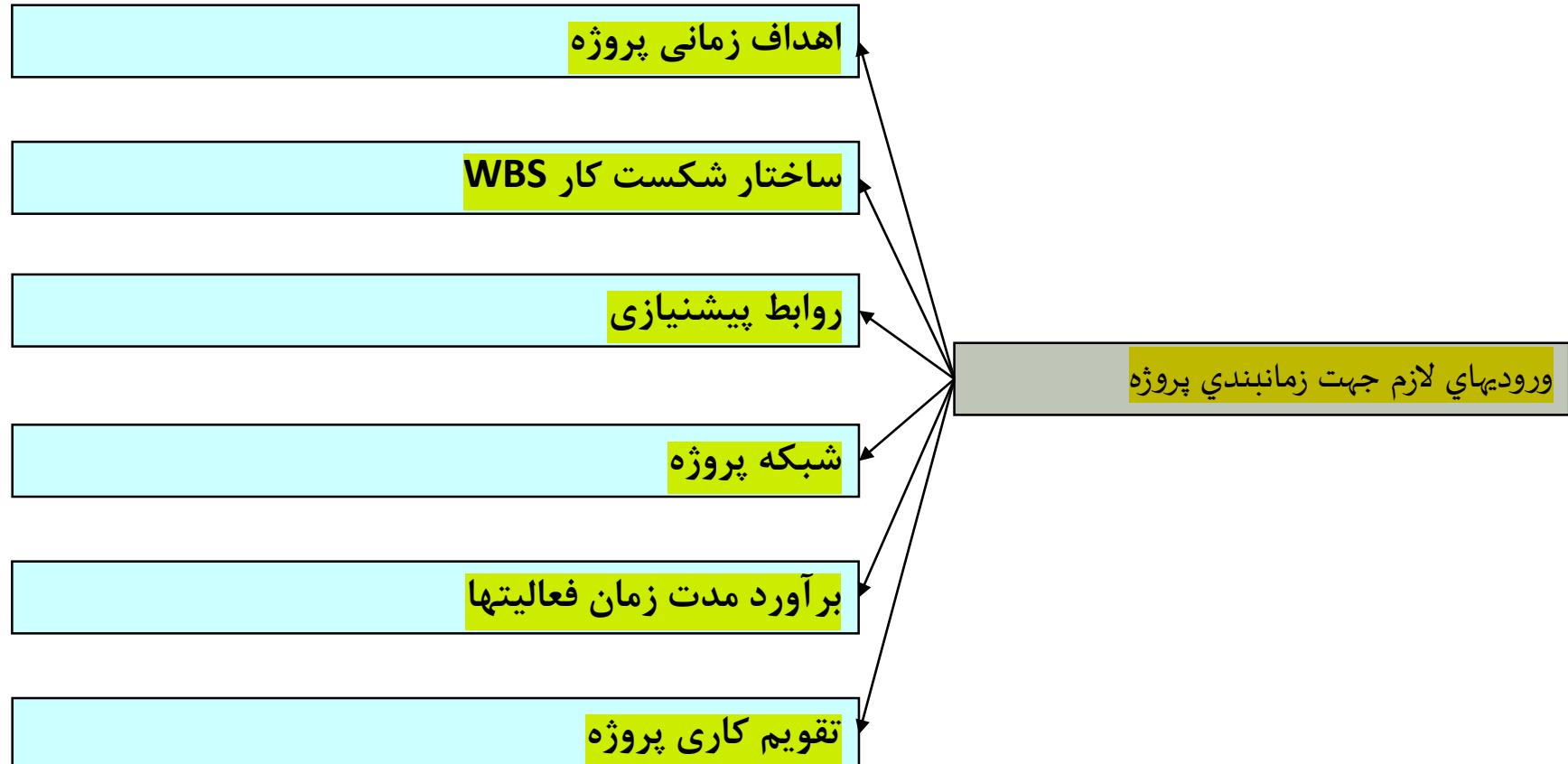
بیشترین کاربرد این روش در مواقعی است که WBS در سطوح بالا متوقف شده و بصورت کلان به برنامه‌ریزی نگاه می‌شود.



## زمان بندی پروژه ها



تهیه زمانبندی پروژه، فرآیند تعیین زمانهای شروع و پایان فعالیتهای پروژه است.





## نمادگذاری یک فعالیت در زمانبندی شبکه گرهی

زمانبندی در شبکه گرهی

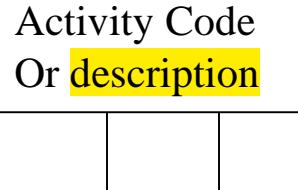
Earliest Start

Estimated Duration

Earliest Finish

Link to preceding activity

Link to succeeding activity



Latest Start

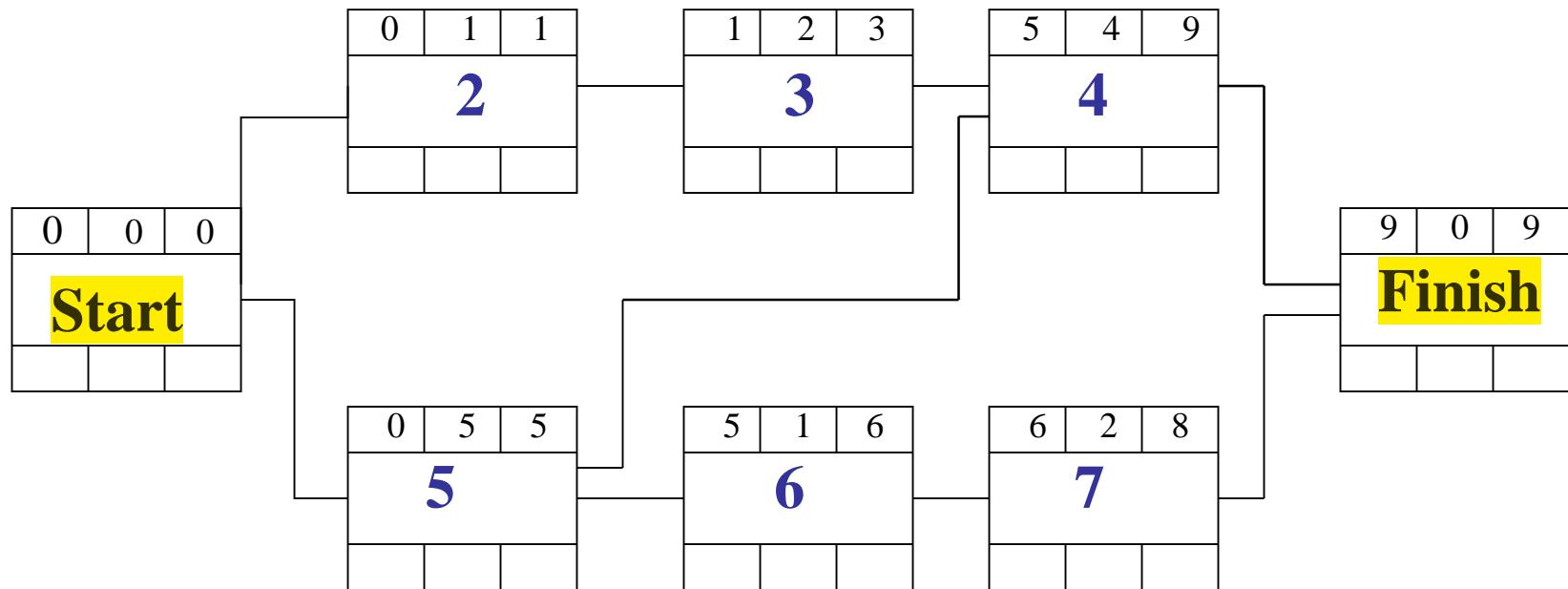
Total Float

Latest Finish



## زمانبندی در شبکه گرهی

**EF(Finish) = زودترین زمان اتمام پروژه**

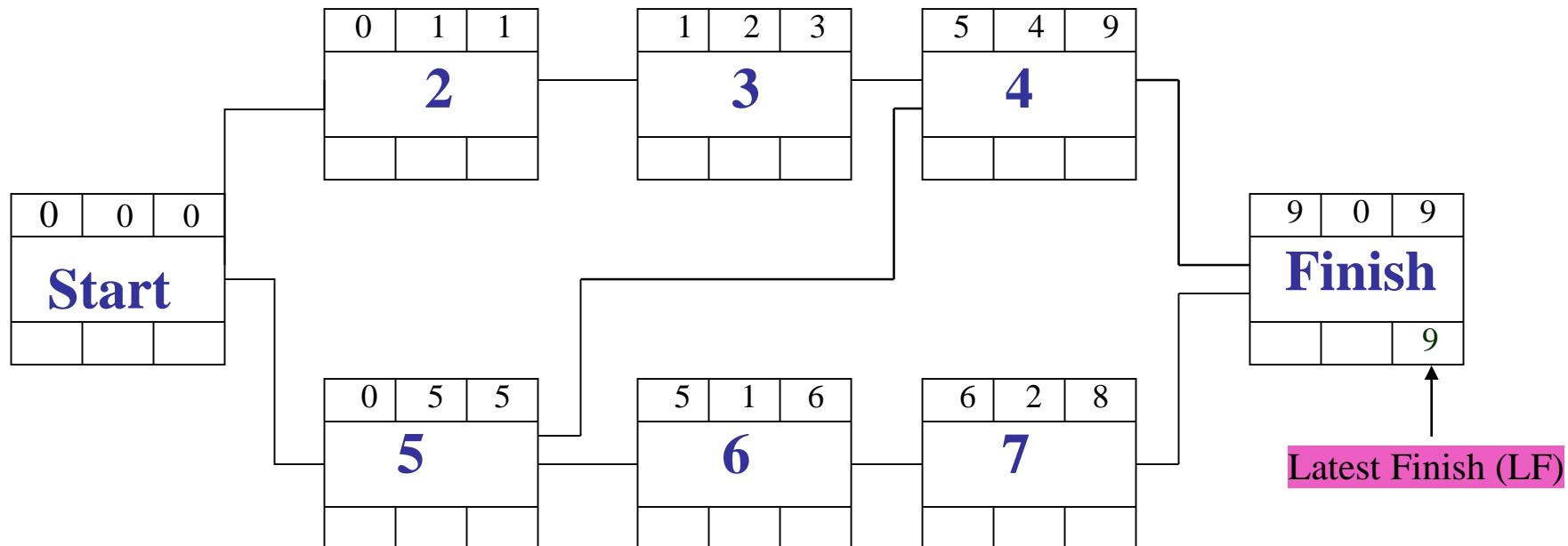




## زمانبندی در شبکه گرهی

$LF = EF(\text{Finish})$

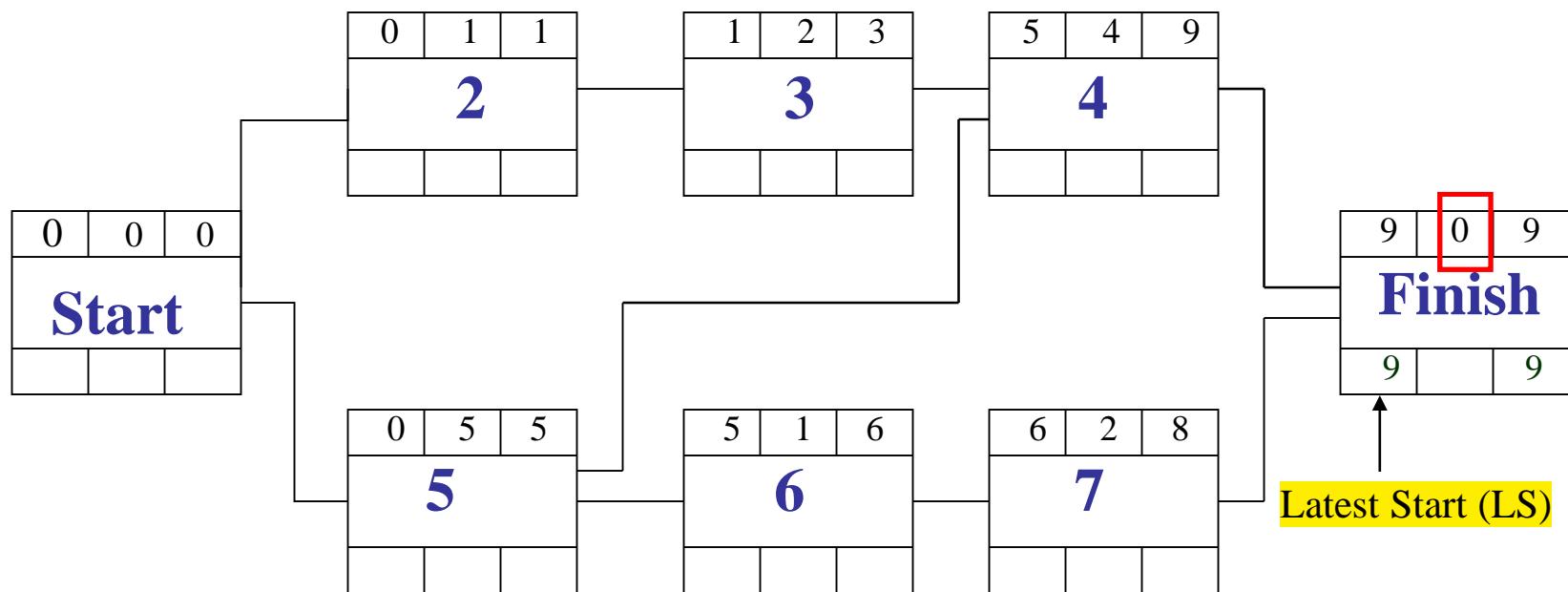
برای فعالیت پایانی داریم :





$$LS = LF - D$$

زمانبندی در شبکه گرهی

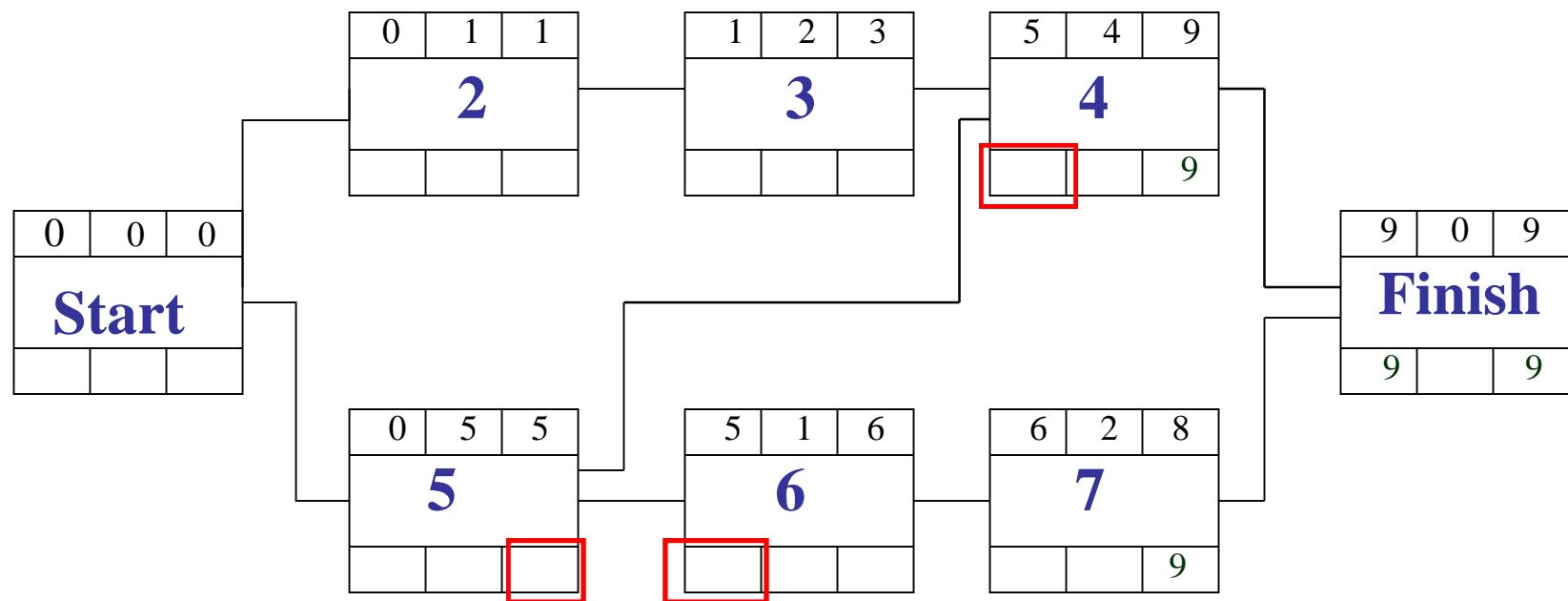




$$LF = \min\{LS\} \text{ for all Successor}$$

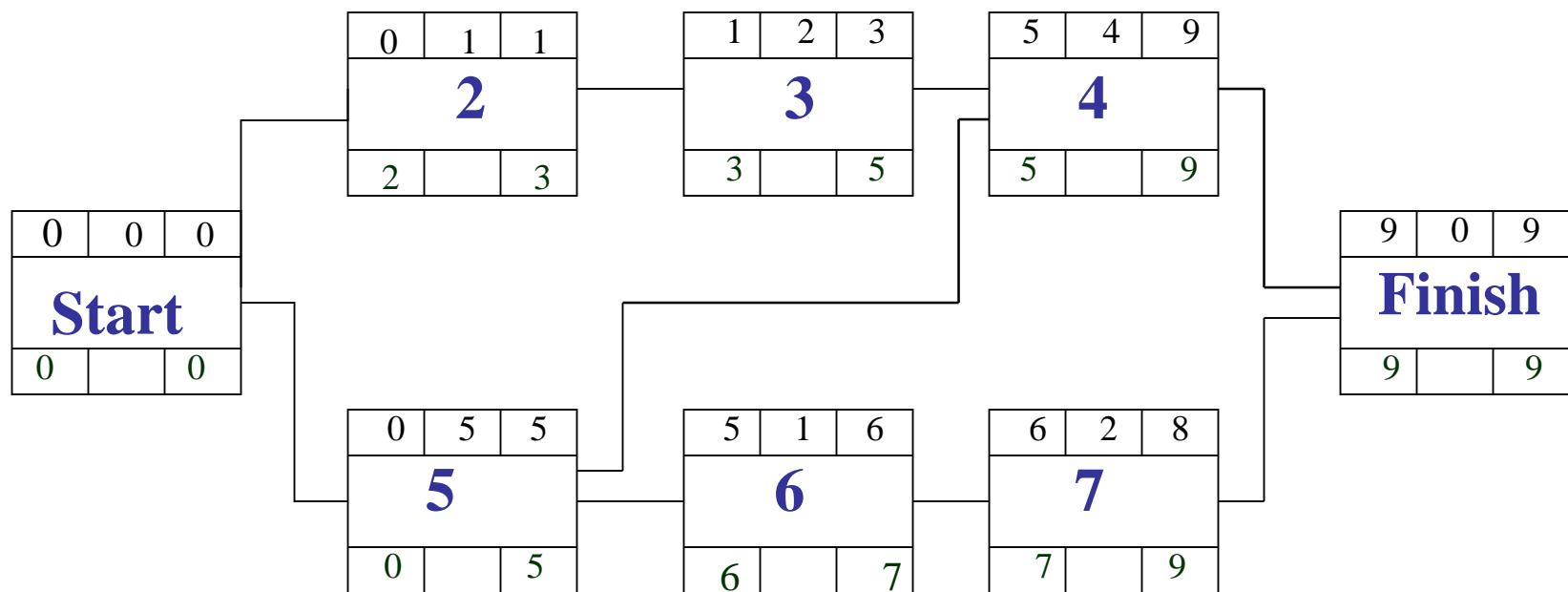
برای فعالیتهای غیرپایانی داریم:

زمانبندی در شبکه گرهی



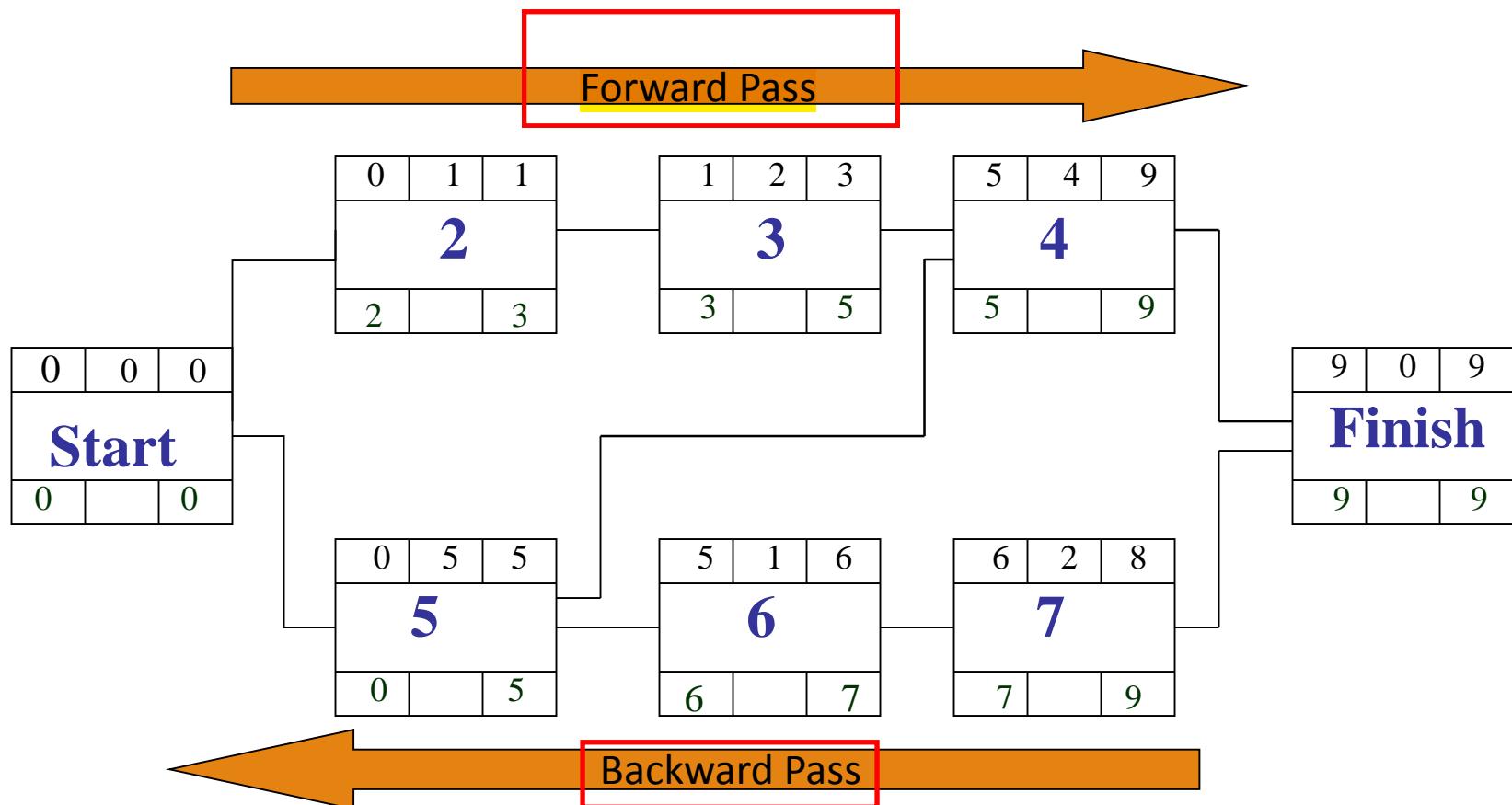


## زمانبندی در شبکه گرهی





## زمانبندی در شبکه گرهی





## محاسبات رفت

زودترین زمان شروع فعالیت  $i$  = ESi      (Earliest Start)

زودترین زمان پایان فعالیت  $i$  = EFi      (Earliest Finish)

مدت زمان فعالیت  $i$  = Di      (Duration)

قواعد محاسبات رفت:

A) ES (start) = 0

B) ESi = Max{EFj}    j={  
مجموعه فعالیتهای پیش نیاز فعالیت {}}

C) EFi = ESi + Di

حداقل زمانی است که پروژه انجام می شود. EF(finish )



## محاسبات برگشت

دیرترین زمان شروع فعالیت  $i$  = LSi (Latest Start)

دیرترین زمان پایان فعالیت  $i$  = LFi (Latest Finish)

مدت زمان فعالیت  $i$  = Di (Duration)

قواعد محاسبات برگشت:

A) LF (finish) = EF(finish)

B)  $LF_i = \text{Min}\{LS_k\} \quad k=\{i\}$  مجموعه فعالیتهای پس نیاز  $i$

C)  $LS_i = LFi - Di$

EF(Finish) می تواند عددی غیر از EF(Finish) باشد(طبعتا" باید عددی بزرگتر از EF(Finish) باشد) در این صورت ما برای اتمام پروژه مهلتی پیش از حداقل زمان پروژه تعیین کرده.



## چند تعریف

شناوری کل فعالیت (Total Float) :  $TF = LS_i - ES_i$  شناوری کل یک فعالیت مدت زمانی است که یک فعالیت می تواند نسبت به زودترین زمان شروع، دیرتر شروع شود بدون آنکه زمانبندی کل پروژه به تأخیر بیافتد.

$$TF = LS_i - ES_i$$

OR

$$TF = LF_i - EF_i$$

شناوری آزاد (Free Float)(FF) : مدت زمانی است که یک فعالیت می تواند نسبت به زودترین زمانبندی اش دیرتر تمام شود. بدون آنکه بر زمانبندی فعالیت های بعدی تأثیر بگذارد.

$$FF = \min\{ES_j\} - EF_i$$

$j = \{i\}$  مجموعه فعالیت های پس نیاز



شناوری کل در شبکه گرهی

TIME

ES=6

EF=8

Activity 7

LS=7

LF=9

TF

Total Float

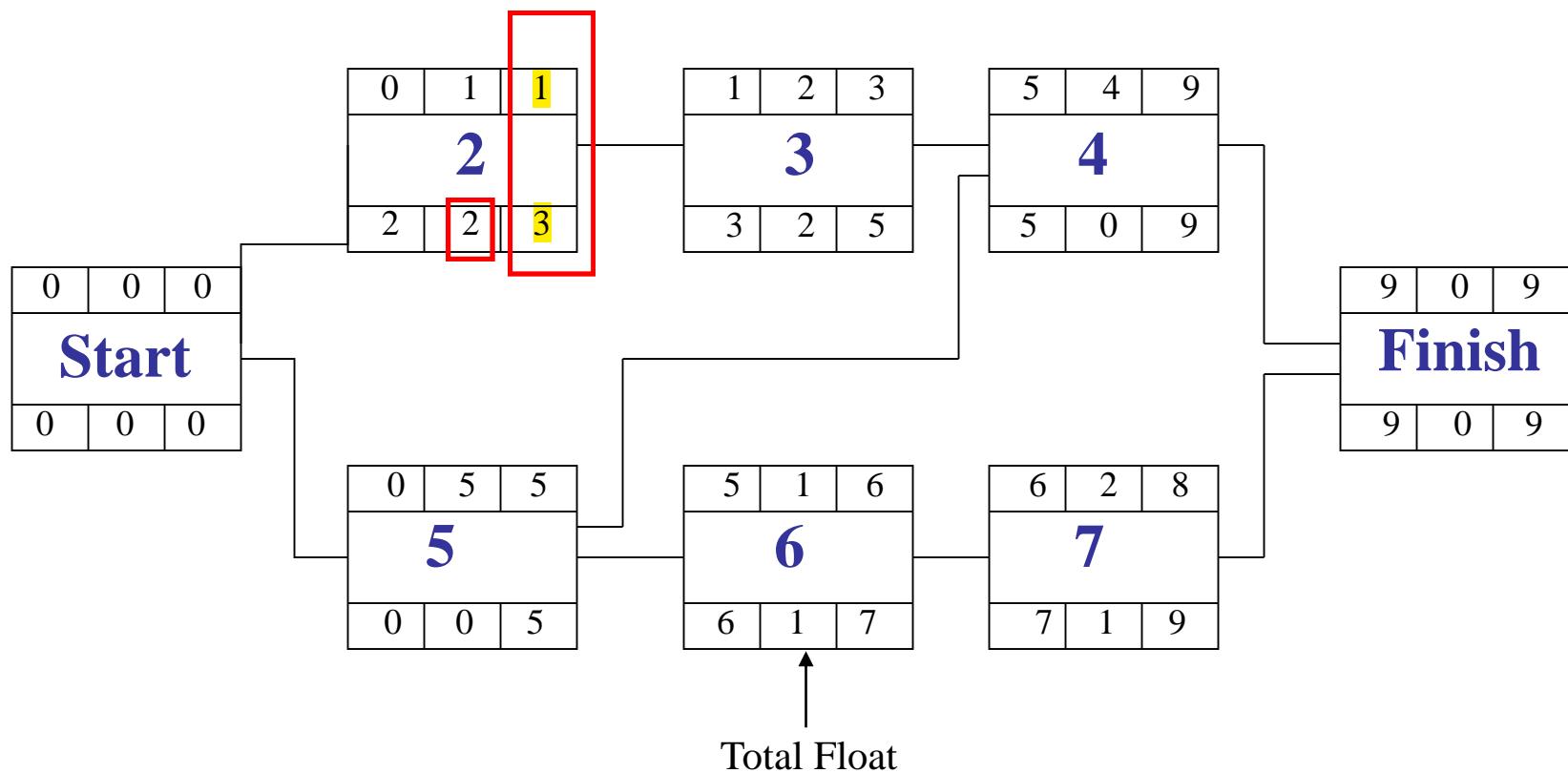
$$TF = LS - ES$$

or

$$TF = LF - EF$$

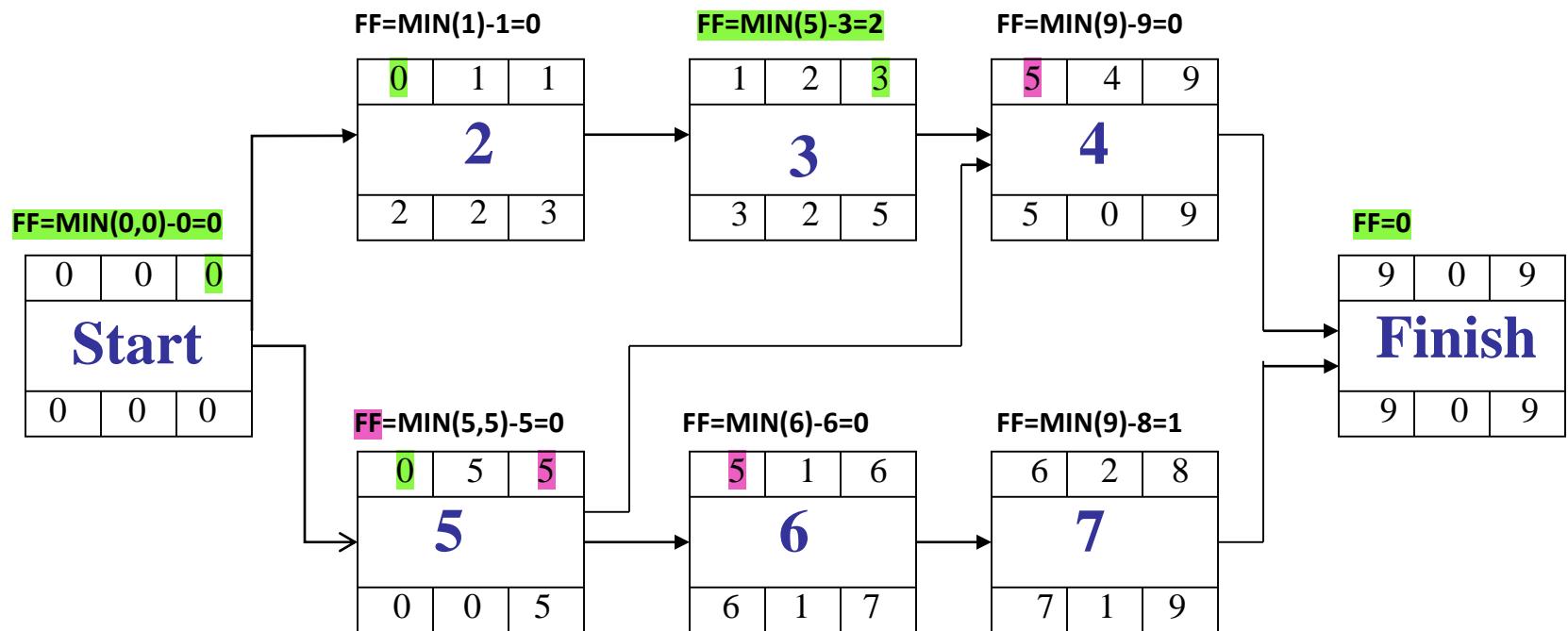


## شناوری کل در شبکه گرهی





## شناوری آزاد در شبکه گرهی





همیشه بین شتاوریها روابط زیر وجود دارد:

$$SF_{ij} \leq TF_{ij}$$

$$IFI_{ij} \leq FF_{ij} \leq TF_{ij}$$

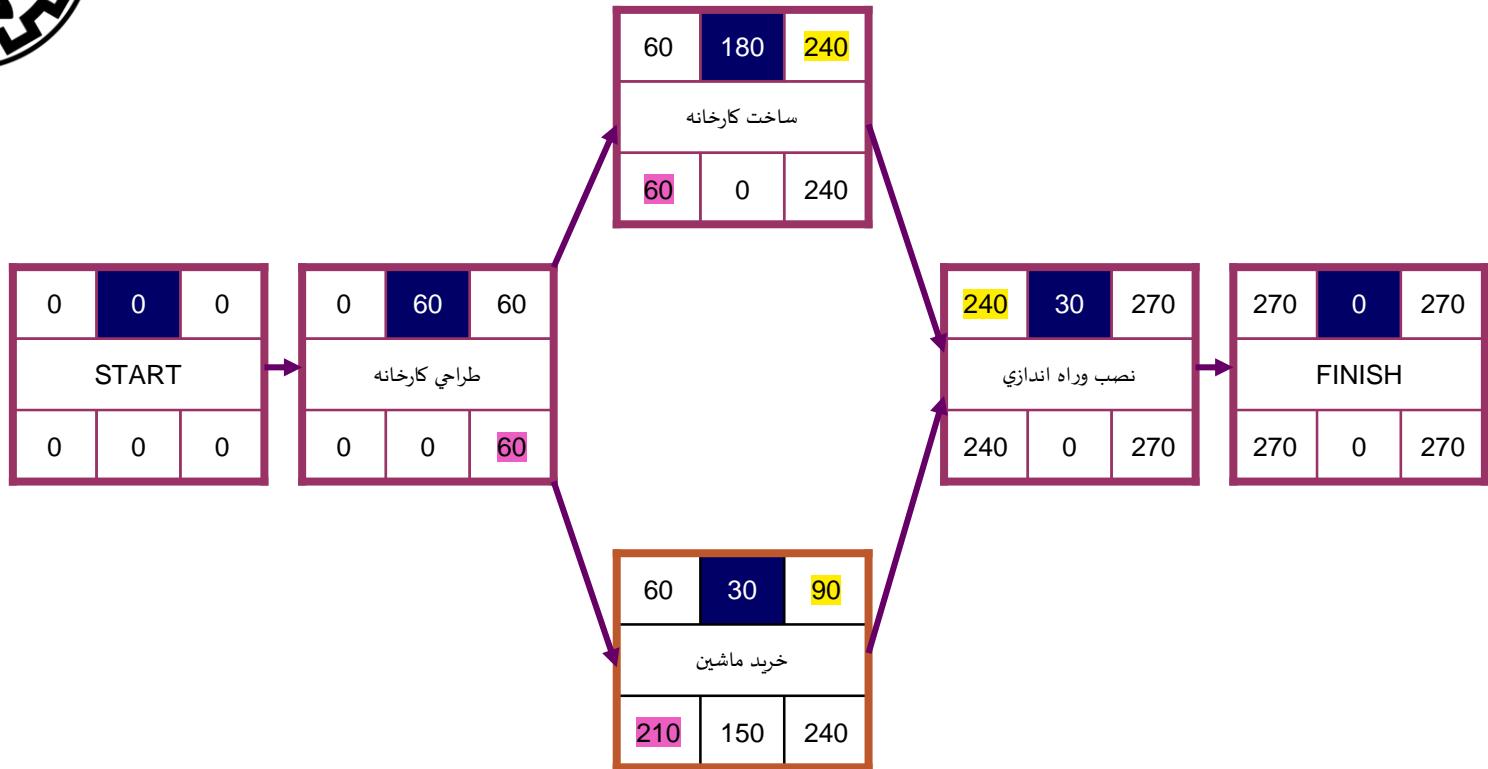
$$IFI_{ij} \leq SF_{ij} \leq TF_{ij}$$



مثال : طراحی وایجاد یک کارخانه را در نظر بگیرید

مقرر شده است که کارخانه‌ای جهت تولید قطعات خودرو ایجاد شود. مطابق بررسی ها انجام شده ابتدا لازم است که طراحی کارخانه ( که ۶۰ روز زمان می‌برد) انجام شود. پس از اتمام طراحی، دو فعالیت می‌توانند شروع شوند فعالیت ساخت کارخانه ( طی ۱۸۰ روز) و فعالیت خرید ماشین‌آلات ( طی ۳۰ روز). پس از اتمام فعالیتهای ساخت کارخانه و همچنین خرید ماشین‌آلات، نصب و راه اندازی ماشین‌آلات در کارخانه طی ۳۰ روز انجام می‌شود.

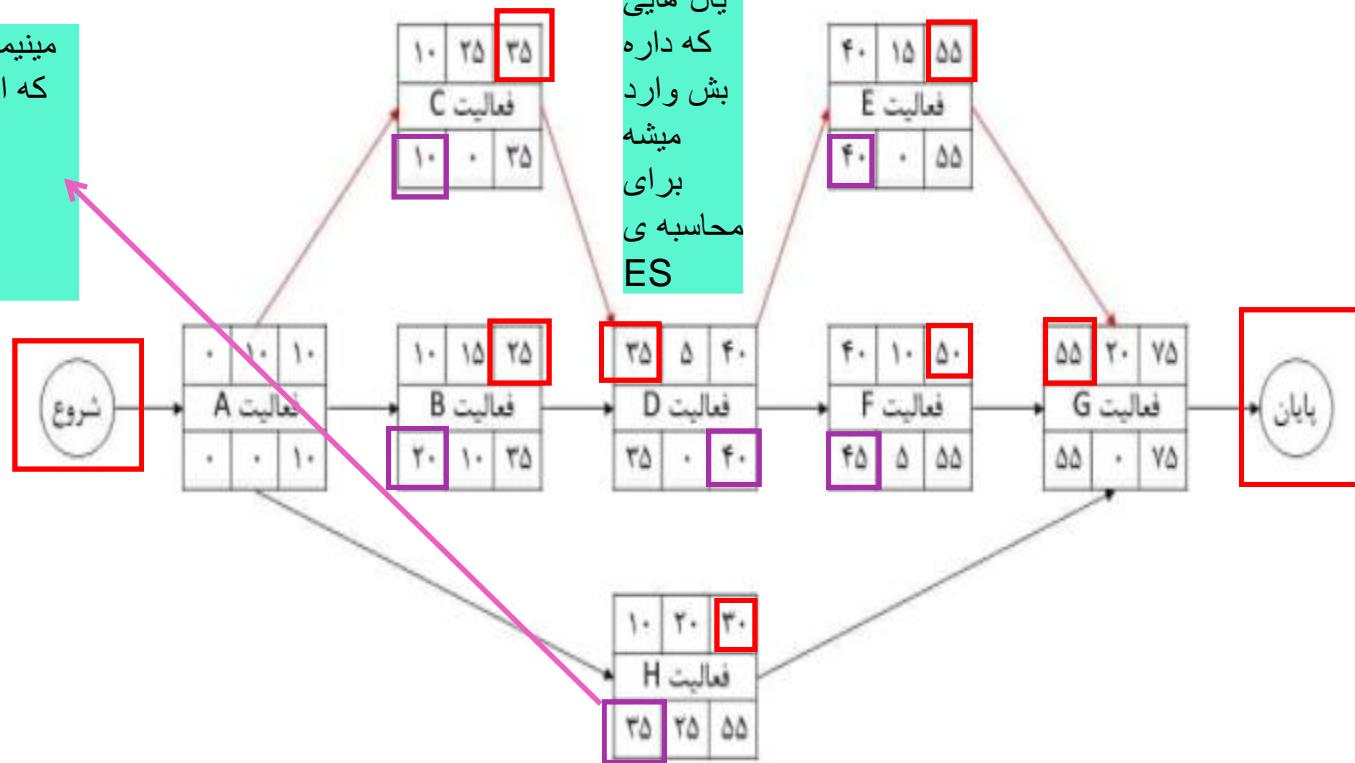
زمانبندی و همچنین شناوری کل و شناوری آزاد فعالیتها را بدست آورید.





مینیمم یال هایی  
که ازش خارج  
شده برای  
محاسبه ی  
LF

ماکسیمم  
یال هایی  
که داره  
 بش وارد  
 میشه  
 برای  
 محاسبه ی  
 ES





# مدیریت کنترل پروژه

---

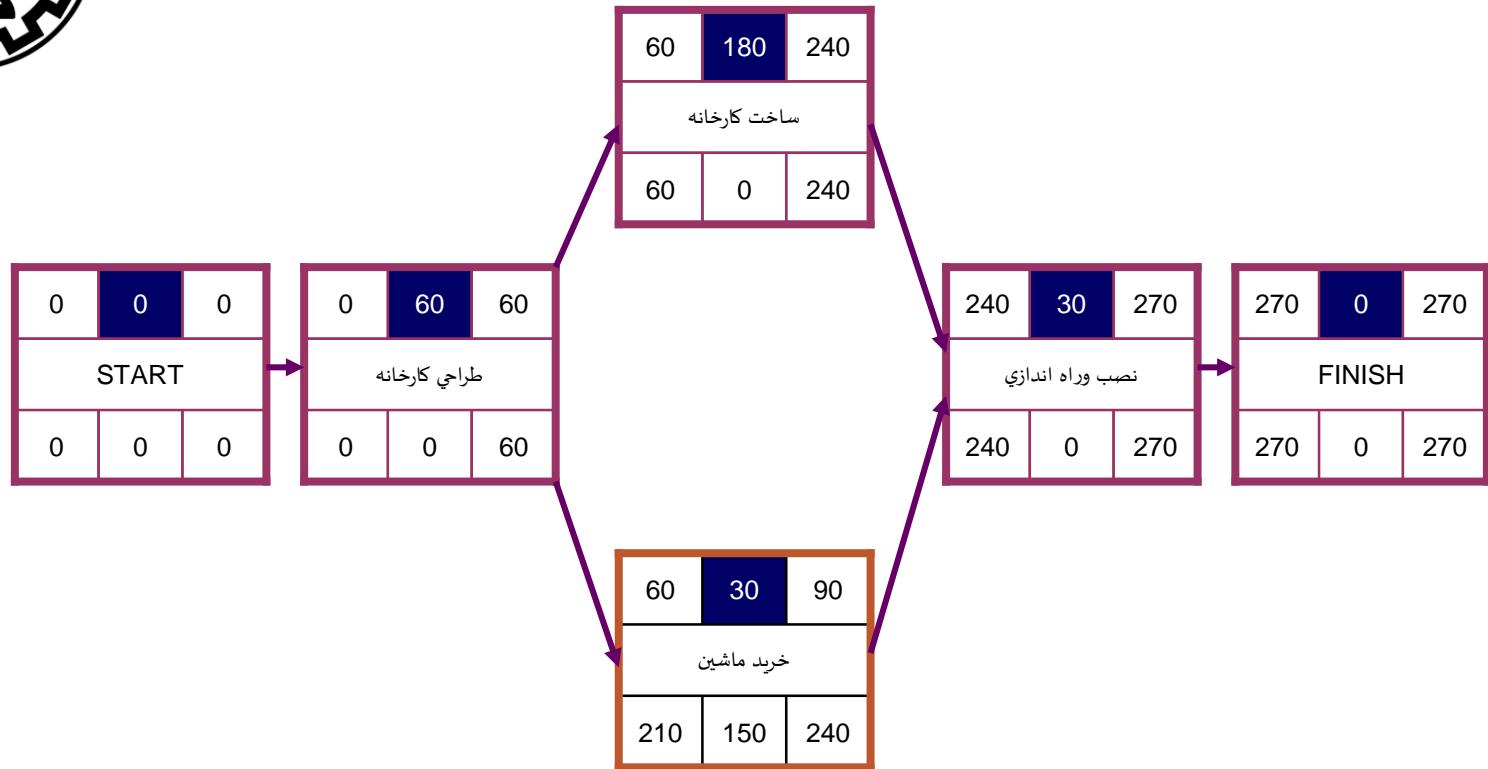
جلسه دوازدهم...

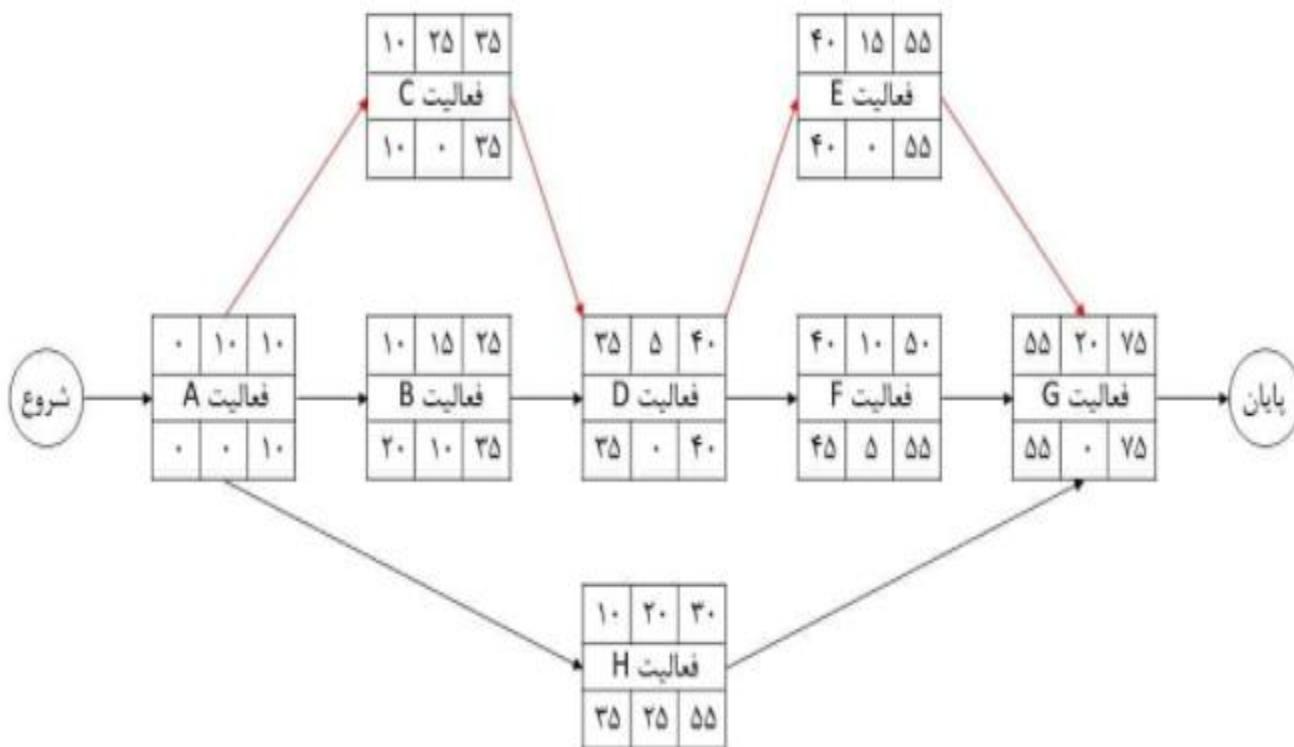


مثال : طراحی و ایجاد یک کارخانه را در نظر بگیرید

مقرر شده است که کارخانه‌ای جهت تولید قطعات خودرو ایجاد شود. مطابق بررسی‌ها انجام شده ابتدا لازم است که طراحی کارخانه (که ۶۰ روز زمان می‌برد) انجام شود. پس از اتمام طراحی، دو فعالیت می‌توانند شروع شوند فعالیت ساخت کارخانه (طی ۱۸۰ روز) و فعالیت خرید ماشین‌آلات (طی ۳۰ روز). پس از اتمام فعالیتهای ساخت کارخانه و همچنین خرید ماشین‌آلات، نصب و راه اندازی ماشین‌آلات در کارخانه طی ۳۰ روز انجام می‌شود.

زمانبندی و همچنین شناوری کل و شناوری آزاد فعالیتها را بدست آورید.





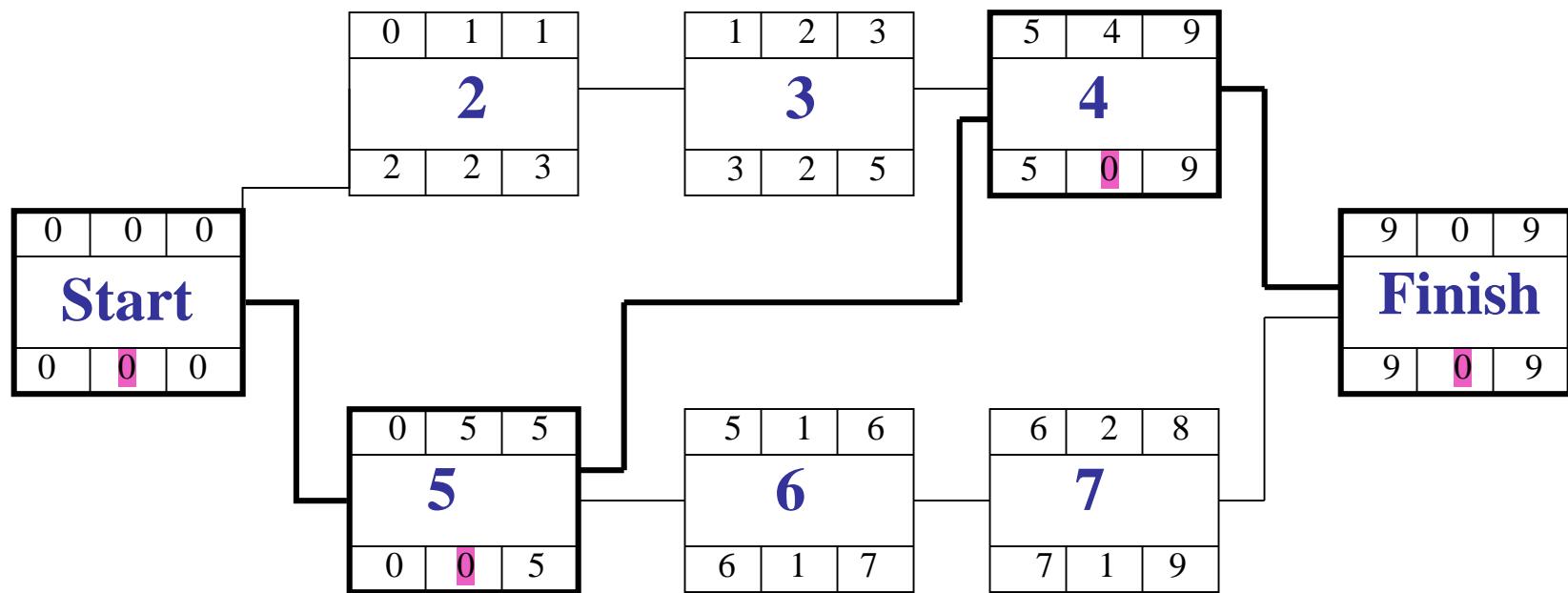


## چند تعریف

- مسیر Path: دنباله‌ای از فعالیتها که از گره شروعی آغاز و به گره پایانی منتهی شوند.
- مسیر بحرانی Critical Path: طولانی‌ترین مسیر شبکه (در غالب موارد مسیری که فعالیتهای با شناوری کل صفر را شامل می‌شود)
- ممکن است در یک شبکه چند مسیر بحرانی داشته باشیم.

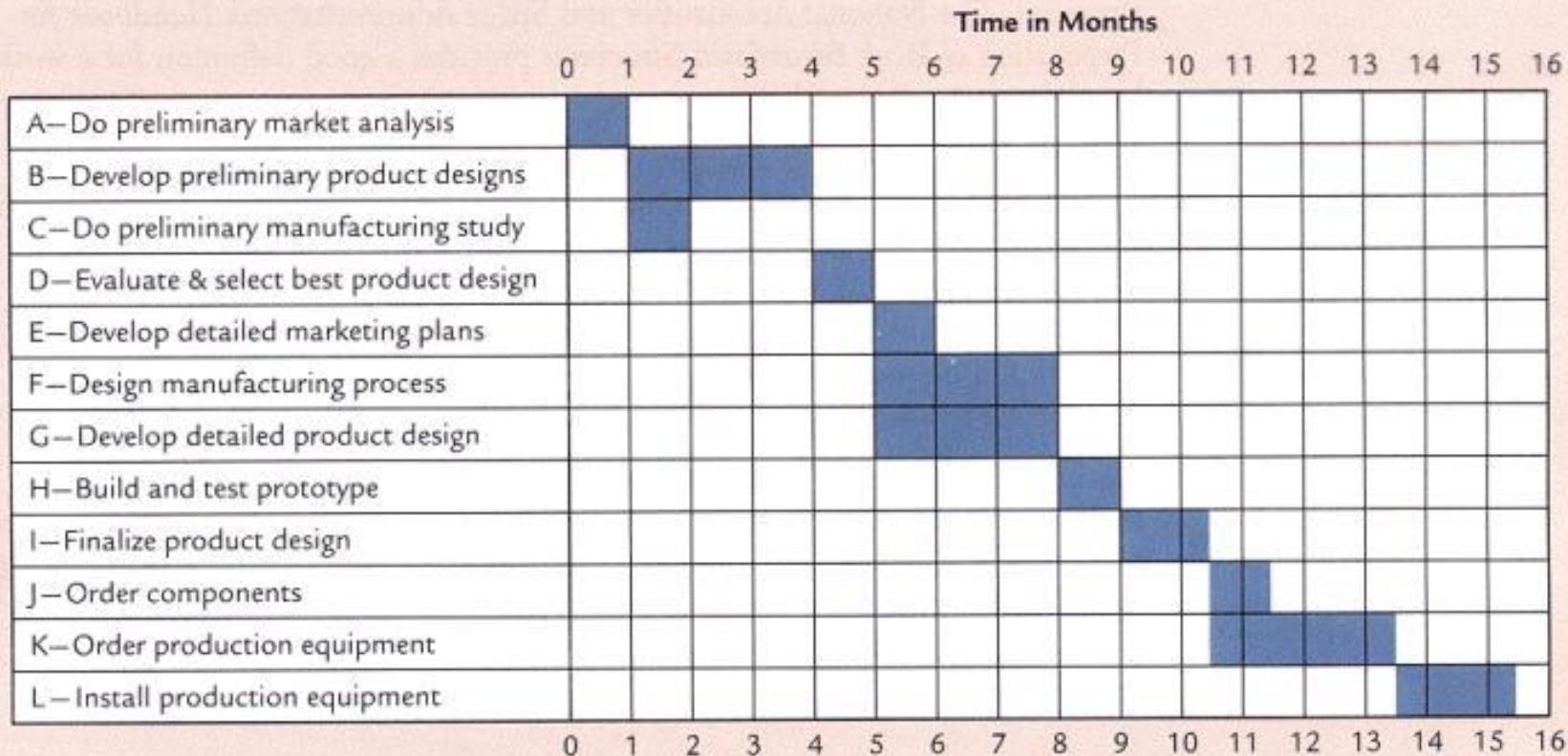


## زمانبندی در شبکه گرهی





## نمودار گانت GANTT CHART

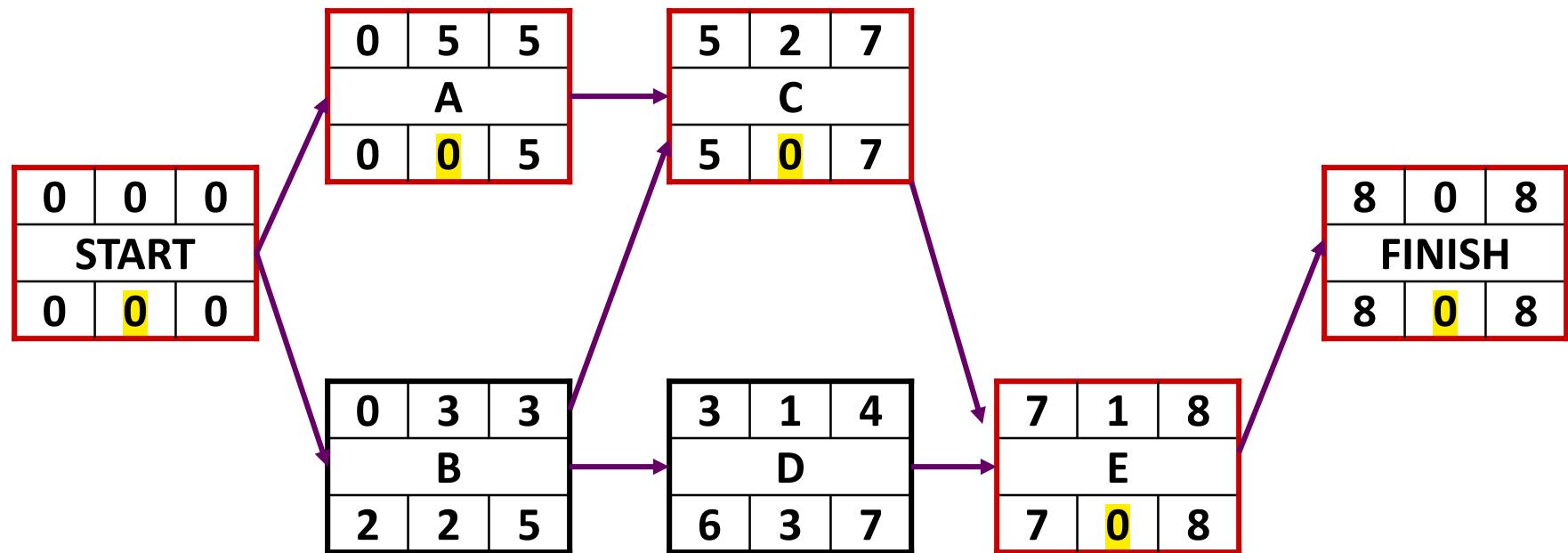


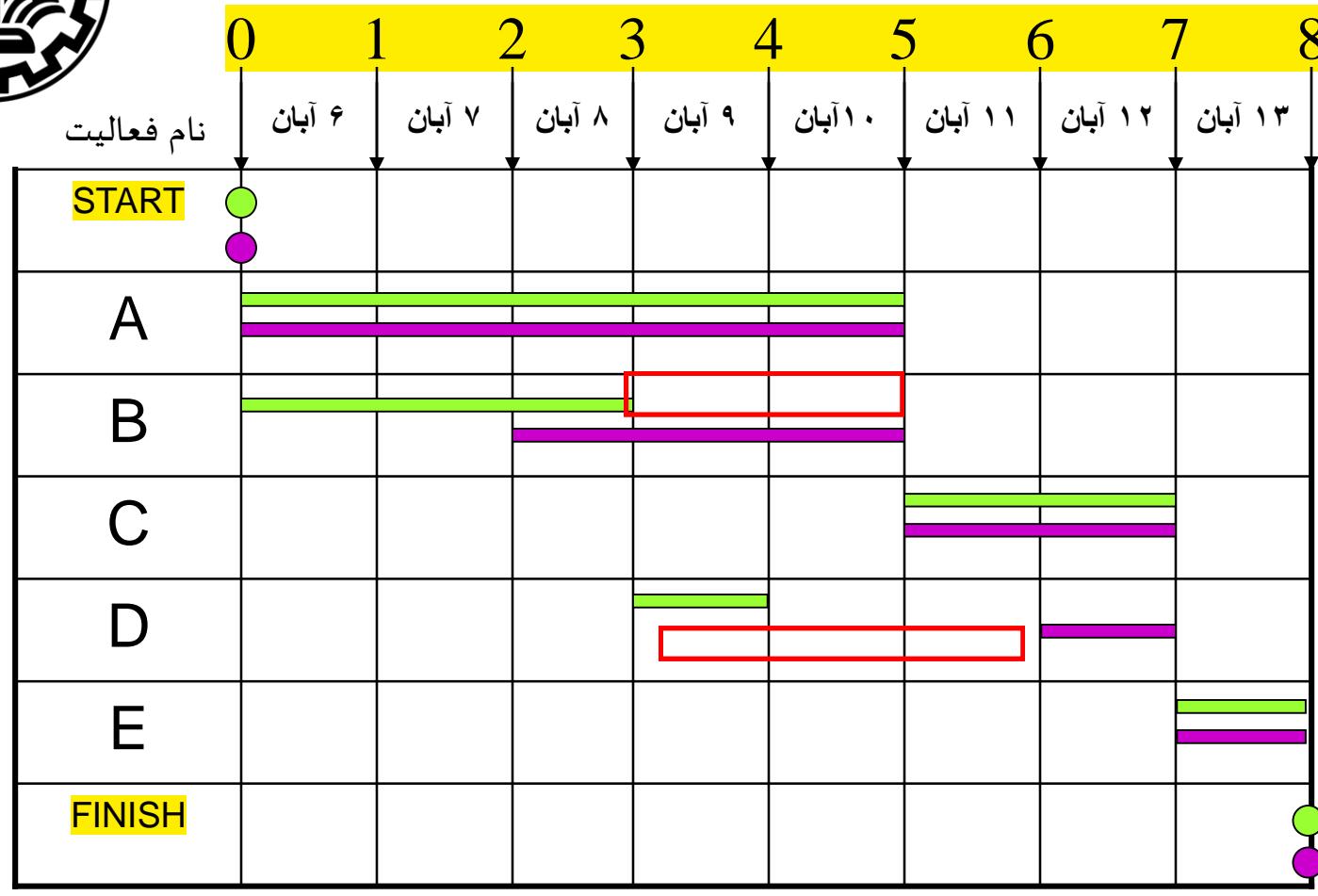


# GANTT CHART

نمودار میله ای زمانبندی پروژه – گانت چارت

پروژه با شبکه‌ی زیر را در نظر بگیرید





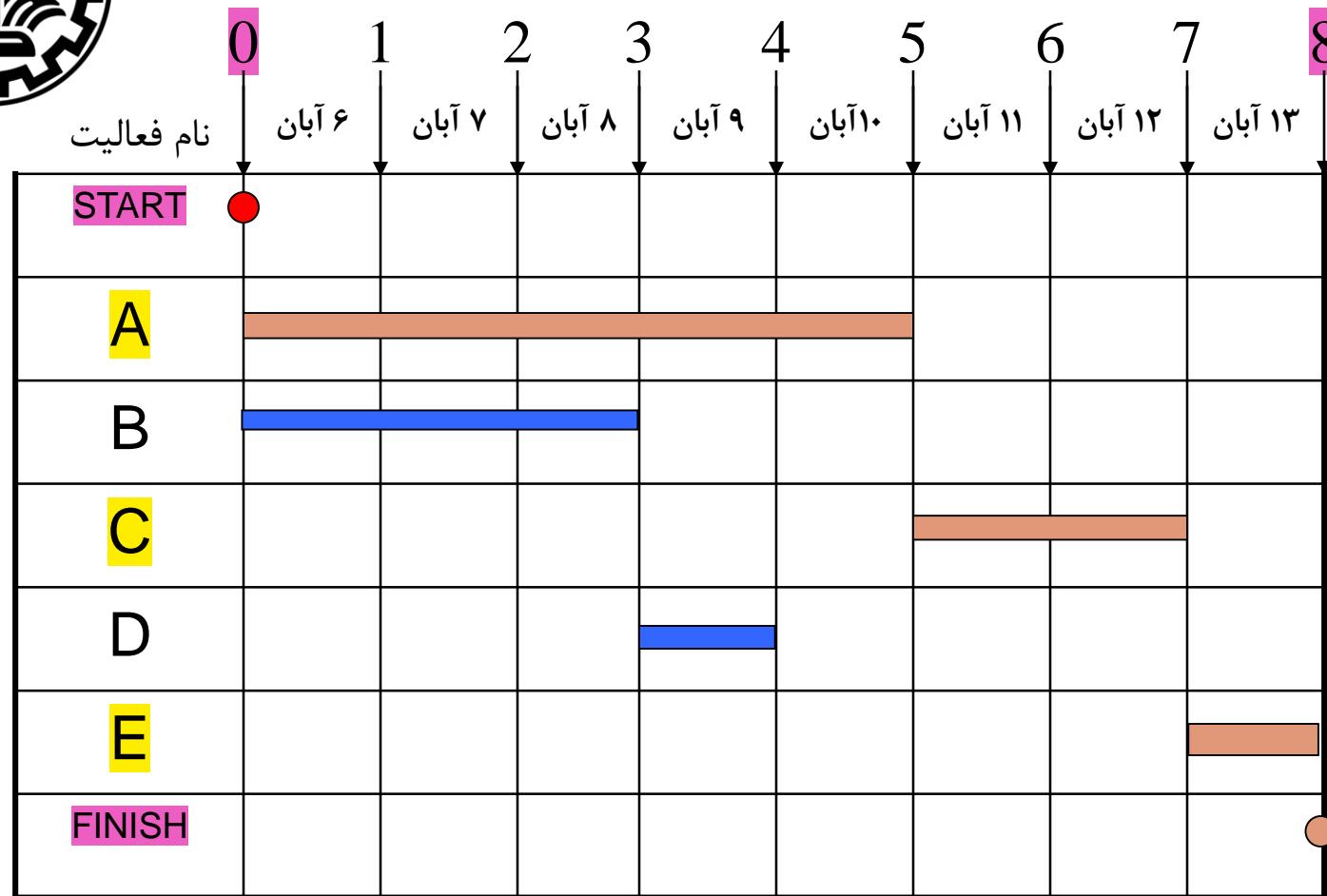
دیرترین زمان

زودترین زمان





## نمودار گانت با تعیین فعالیتهای بحرانی



فعالیتهای بحرانی



فعالیتهای غیربحرانی





## تنظیم برنامه مبنای پروژه یا : (Baseline)

در اکثر پروژه ها در پایان مرحله برنامه ریزی یک زمانبندی پروژه تحت عنوان برنامه اولیه یا Baseline ارائه می شود که مبنای کنترل اجرای پروژه می شود. برنامه Baseline می تواند زمانبندی بر اساس زودترین زمانها یا زمانبندی براساس دیرترین زمانها و یا حدی ما بین ایندو باشد. که با توجه به شرایط حاکم بر پروژه می بایست انتخاب شود.



ترسیم شبکه برداری دارای قواعد زیر است:

(1) هر فعالیت بر روی یک بردار و ما بین دو گره ترسیم می شود.

(2) بین هر دو گره فقط یک فعالیت وجود دارد.

(3) شبکه فقط دارای یک گره پایانی و یک گره آغازین می باشد.

(4) در شبکه حلقه یا LOOP نداریم.

(5) برای تعریف برخی از وابستگی های بین فعالیت ها می توانیم از فعالیت موهمی استفاده کنیم. فعالیت موهمی وجود خارجی ندارد، مدت زمان صفر بوده و فقط برای ترسیم شبکه کشیده می شود.

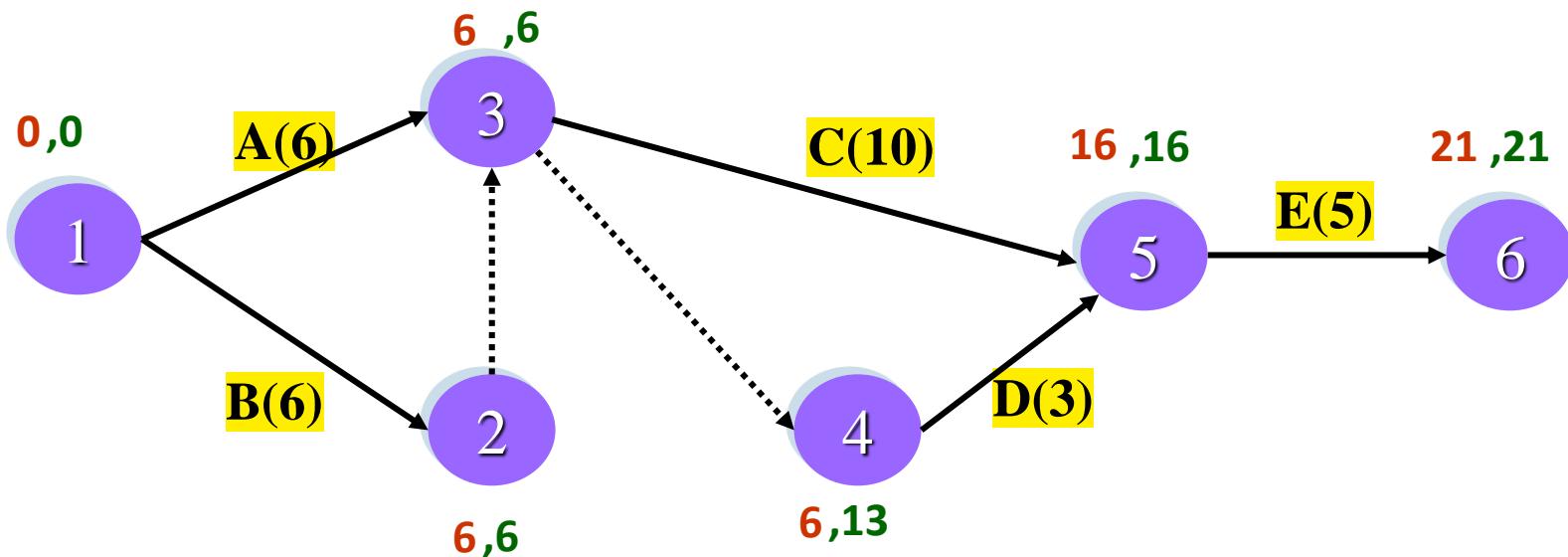
در شبکه می بایست حاصل فعالیت موهمی را داشته باشیم.

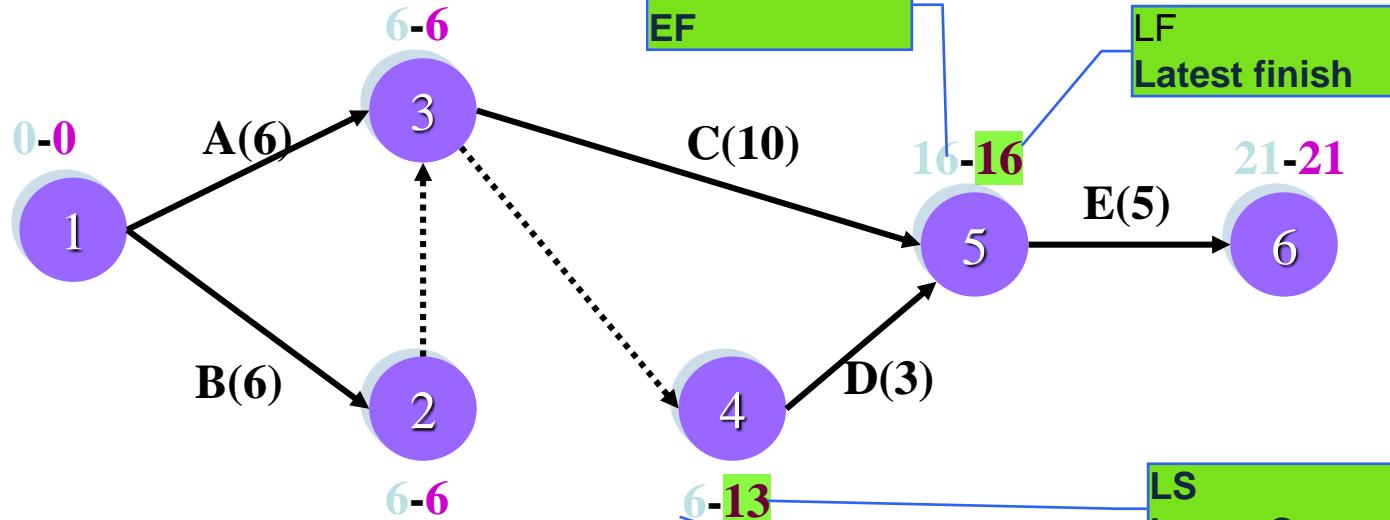
(6) گره ها می بایست شماره گذاری شود، شماره ها نباید تکراری بوده و شماره گره پایانی هر فعالیت بیش از شماره گره شروعی باشد.



## محاسبات زمانبندی پروژه در شبکه های برداری

مدت زمان (روز)	فعالیت	پیش نیاز
6	A	--
6	B	--
10	C	A,B
3	D	A,B
5	E	D,C





فعالیت	ES	EF	LS	LF	TF
A	0	$0+6=6$	$6-6=0$	6	0
B	0	$0+6=6$	$6-6=0$	6	0
C	6	$6+10=16$	$16-10=6$	16	0
D	6	$6+3=9$	$16-3=13$	16	7
E	16	$16+5=21$	$21-5=16$	21	0



محاسبات رفت

$zodterin\ zman\ wou\ greh\ shrou\ 0$

$$(E_i) = \text{Max} \{E_k + D_{ki}\} \quad \text{هر } k \text{ پیش نیاز } i$$

زودترین زمان وقوع گره پایانی بیانگر حداقل زمان اتمام پروژه می باشد.

محاسبات برگشت

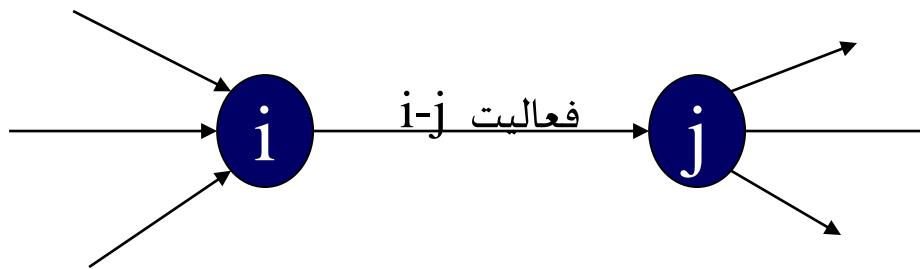
زودترین زمان وقوع گره پایانی = دیرترین زمان وقوع گره پایانی

$$(L_i) = \text{Min} \{L_j - D_{ij}\} \quad \text{هر } j \text{ پس نیاز } i$$

پس از محاسبه زودترین زمان و دیرترین زمان وقوع گره ها نوبت به محاسبه زودترین و دیرترین زمان شروع و پایان فعالیت ها می رسد.



## محاسبات زمانبندی در شبکه برداری



**ES = i - j** زودترین زمان وقوع گره i - فعالیت j

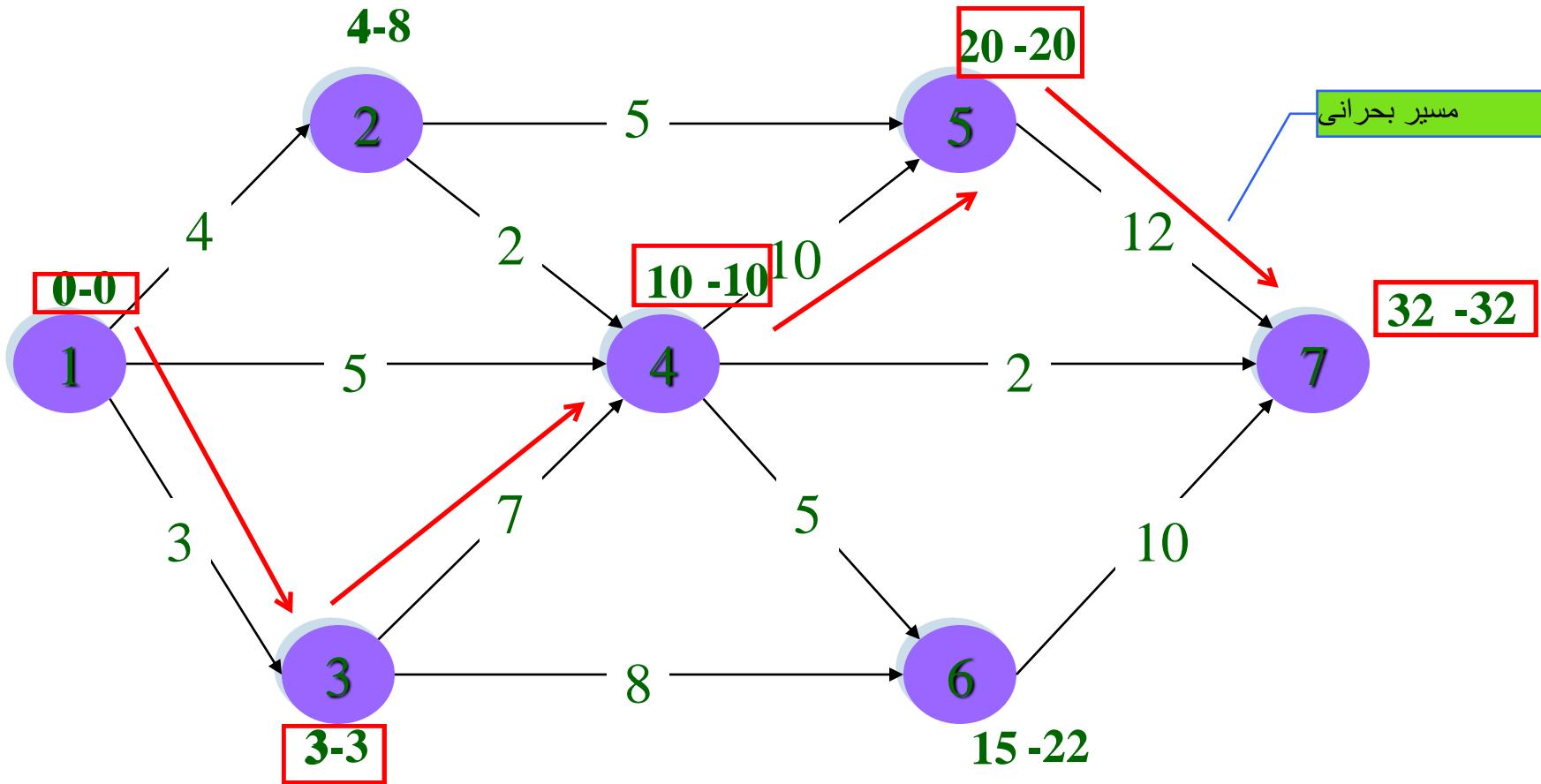
**EF = ES+D** زودترین زمان پایان فعالیت j

**LF = j - i** دیرترین زمان وقوع j - فعالیت i

**LS = LF-D** دیرترین زمان شروع فعالیت j - i



مثال





ES,LS

EF,LF

فعالیت	ES	EF	LS	LF	TF	مثال
1-2	0	$0+4=4$	$8-4=4$	8	4	
1-3	0	$0+3=3$	$3-3=0$	3	0	
1-4	0	$0+5=5$	$10-5=5$	10	5	
2-4	4	$4+2=6$	$10-2=8$	10	4	
3-4	3	$3+7=10$	$10-7=3$	10	0	
2-5	4	$4+5=9$	$20-5=15$	20	11	
3-6	3	$3+8=11$	$22-8=14$	22	11	
4-5	10	$10+10=20$	$20-10=10$	20	0	
4-6	10	$10+5=15$	$22-5=17$	22	7	
4-7	10	$10+2=12$	$32-2=30$	32	20	
5-7	20	$20+12=32$	$32-12=20$	32	0	
6-7	15	$15+10=25$	$32-10=22$	32	7	



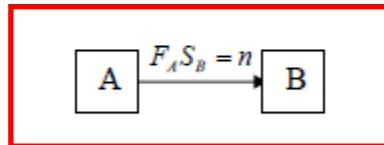
## شبکه‌های هم پوشانی:

شبکه‌های هم پوشانی نوعی از شبکه‌های گرهی هستند که بین فعالیت‌ها وجود دارد، نشان می‌دهد.  
رابطه پیش‌نیازی به شرح زیر هستد:

این رابطه نشان می‌دهد که از پایان فعالیت A تا آغاز رابطه B (Finish to Start)  $F_A S_B = n - 1$

باید به اندازه  $n$  واحد زمانی گذشته باشد.

فعالیت	پیش نیاز
B	D
D,B	L





این رابطه نشان می دهد که از پایان فعالیت A باید n واحد (Finish to Finish)  $F_A F_B = n$  -۲

زمانی گذشته باشد که فعالیت B هم پایان یافته باشد.

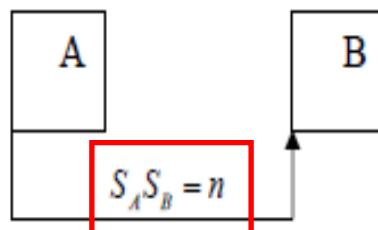
ورود مواد خام به کوره

حرارت دادن مواد

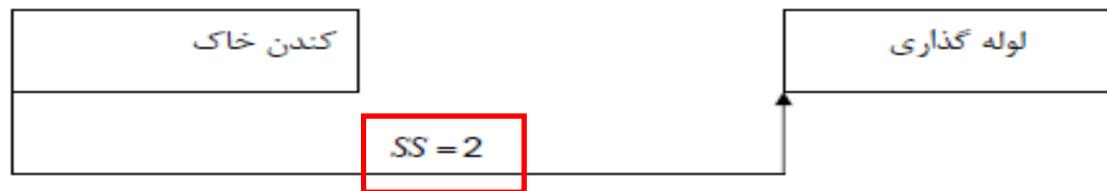
$$FF = 2$$



(Start to Start)  $S_A S_B = n$  -۲  
این رابطه نشان دهنده این است که از شروع رابطه A  $n$  واحد

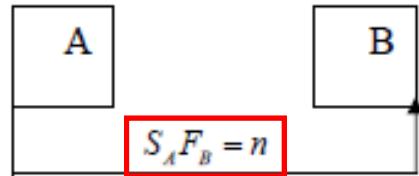


زمانی گذشته پاشد فعالیت B نیز می تواند شروع شود.





۴- این رابطه نشان می دهد که از شروع فعالیت A باید به اندازه  $n$  واحد زمانی گذشته باشد فعالیت B باید تمام شود.



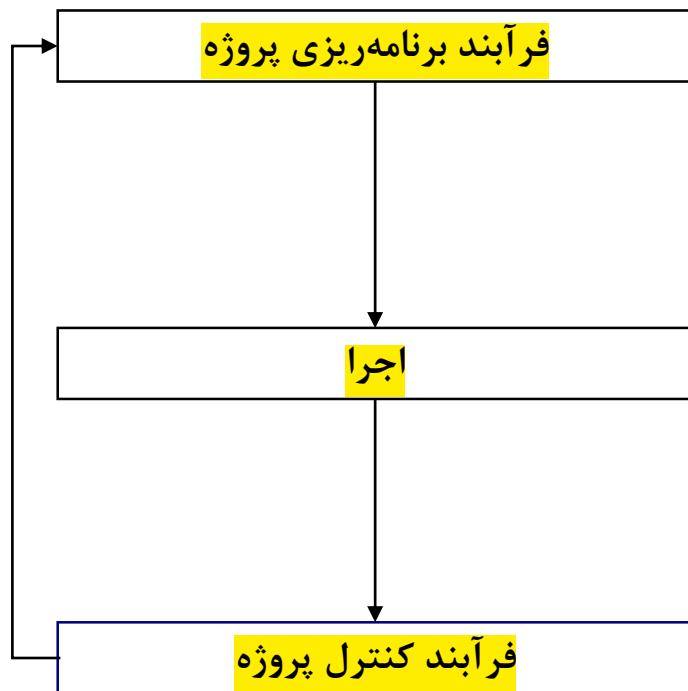
طراحی و تولید محصول جدید

توقف تبلیغات قدیمی

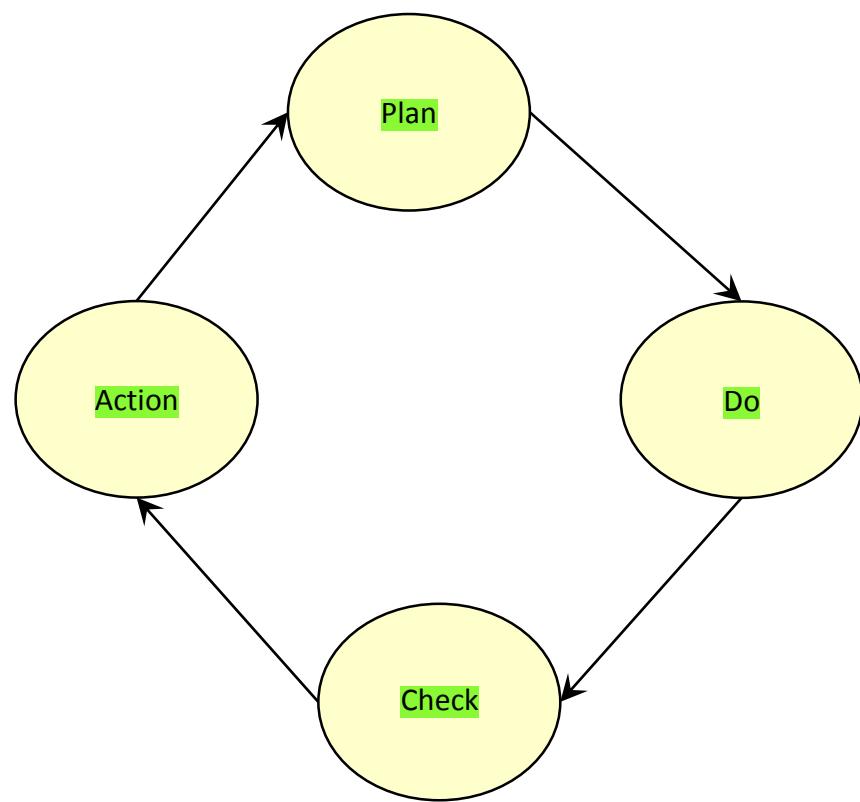
$$S_A F_B = n$$



## مقدمه‌ای بر کنترل پروژه



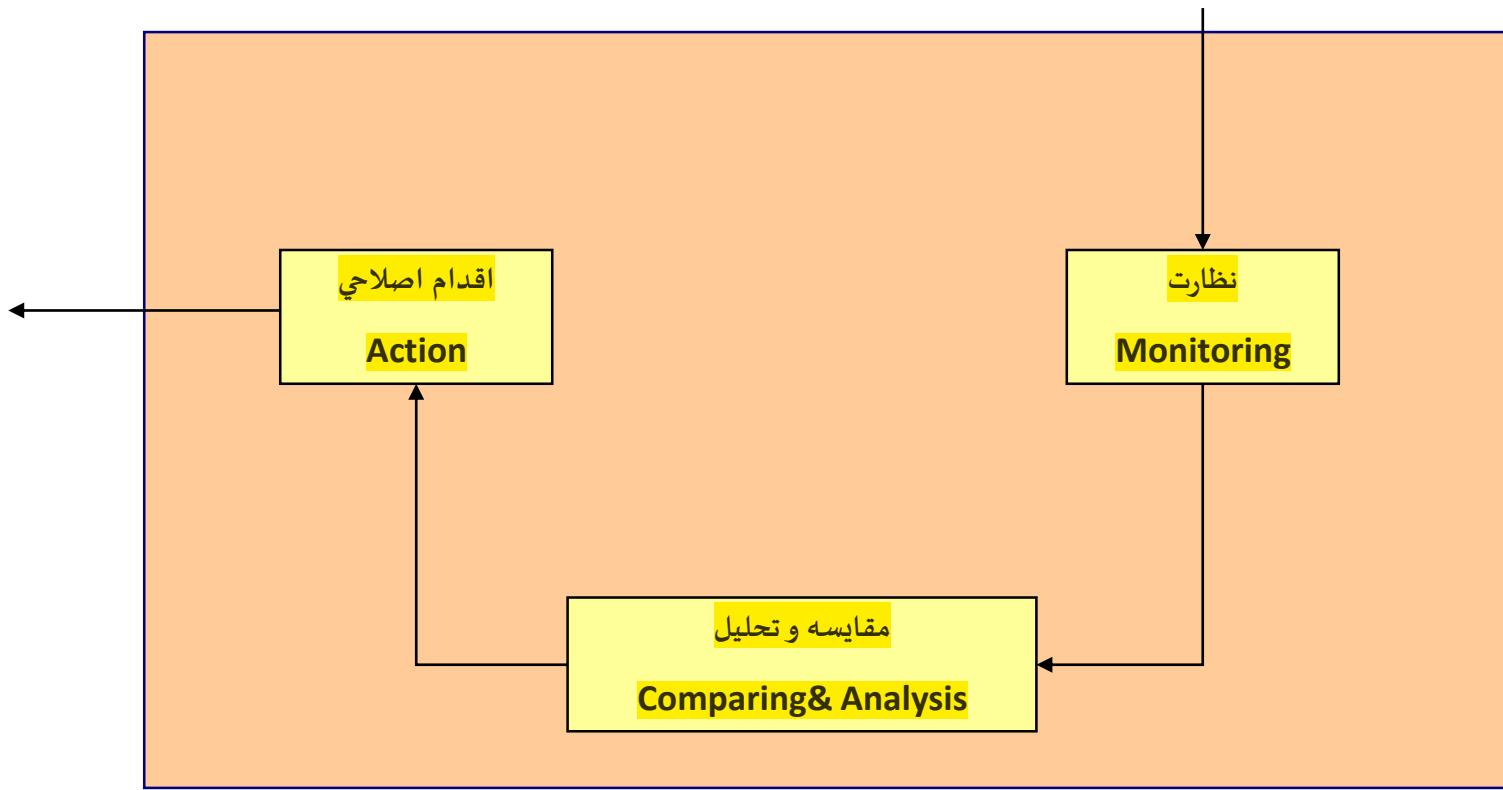
ارتباط فرآیندهای برنامه‌ریزی و کنترل پروژه



چرخه دمینگ در برنامه‌ریزی و کنترل



## فرآیند کنترل پروژه





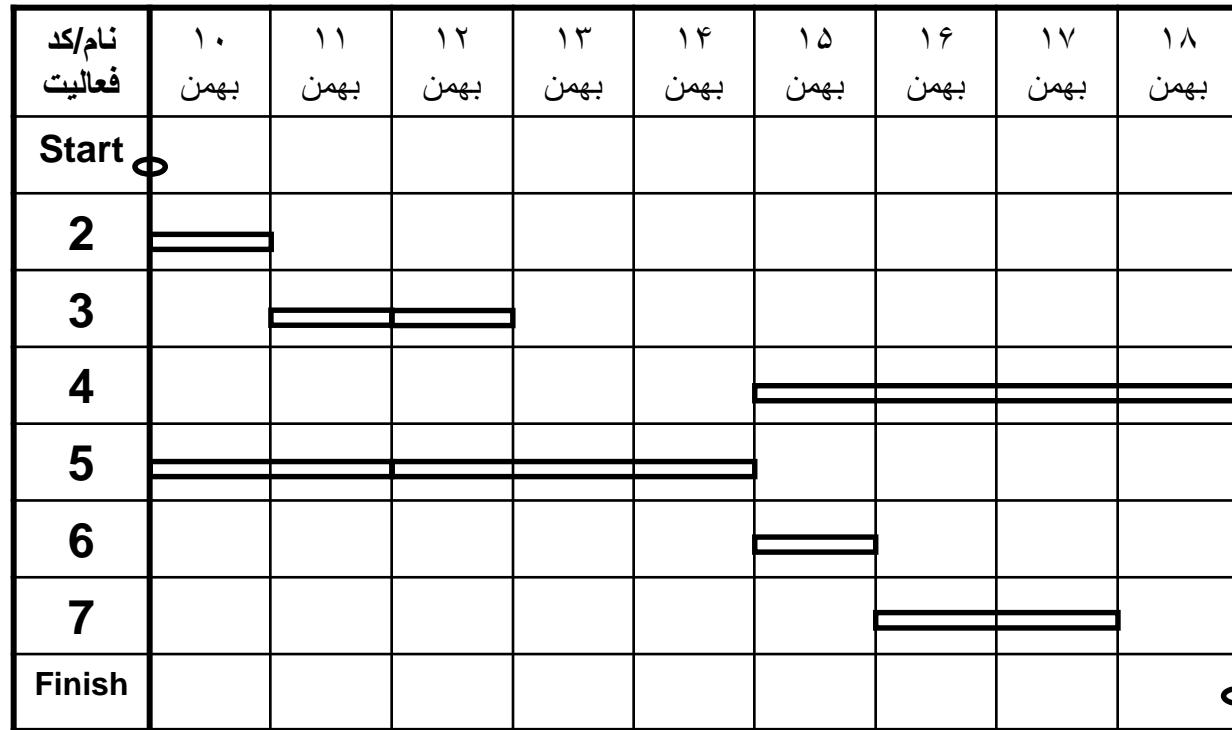
## کنترل‌های مرسوم در کنترل پروژه





## مثال برای کنترل زمانی پروژه

### نمودار گانت پروژه





### مثال برای کنترل زمانی پروژه

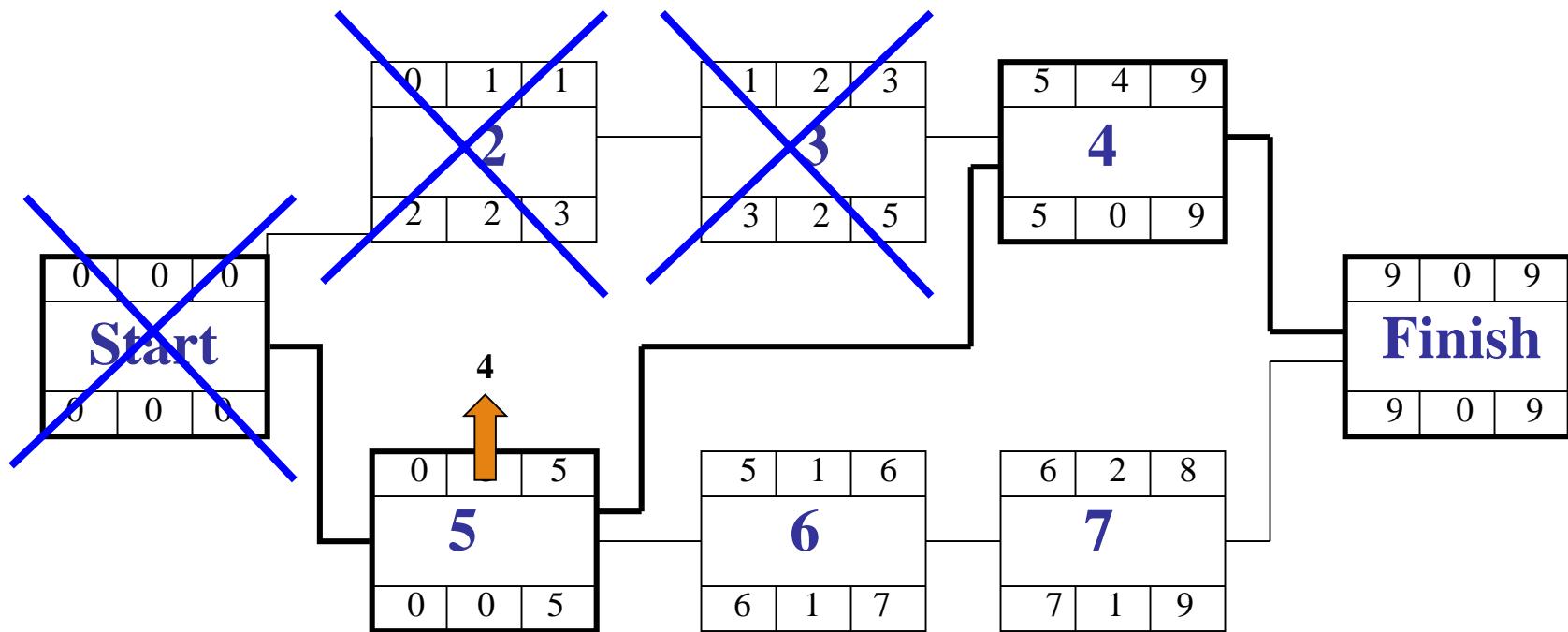
در پایان مورخ ۱۲ بهمن (سه روز پس از شروع پروژه) گزارشی شامل اطلاعات ذیل دریافت می‌شود:

کد فعالیت	تاریخ شروع واقعی	تاریخ پایان واقعی	مدت زمان باقیمانده
۲	۱۰ بهمن ساعت ۸	۱۰ بهمن ساعت ۱۷	
۳	۱۱ بهمن ساعت ۸	۱۲ بهمن ساعت ۱۷	
۵	۱۲ بهمن ساعت ۸	-	۴
سایر فعالیتها شروع نشده اند.			



## فرآیند کنترل پروژه

مثال برای کنترل زمانی پروژه

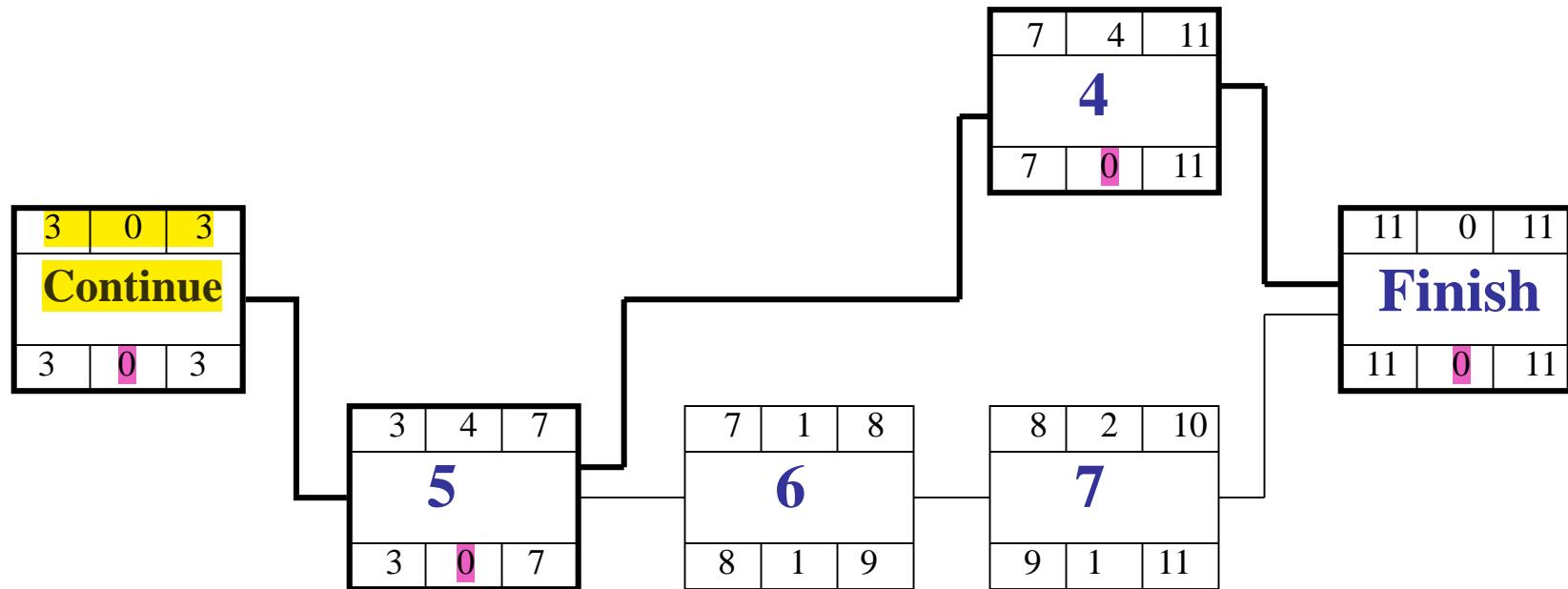




## فرآیند کنترل پروژه

مثال برای کنترل زمانی پروژه

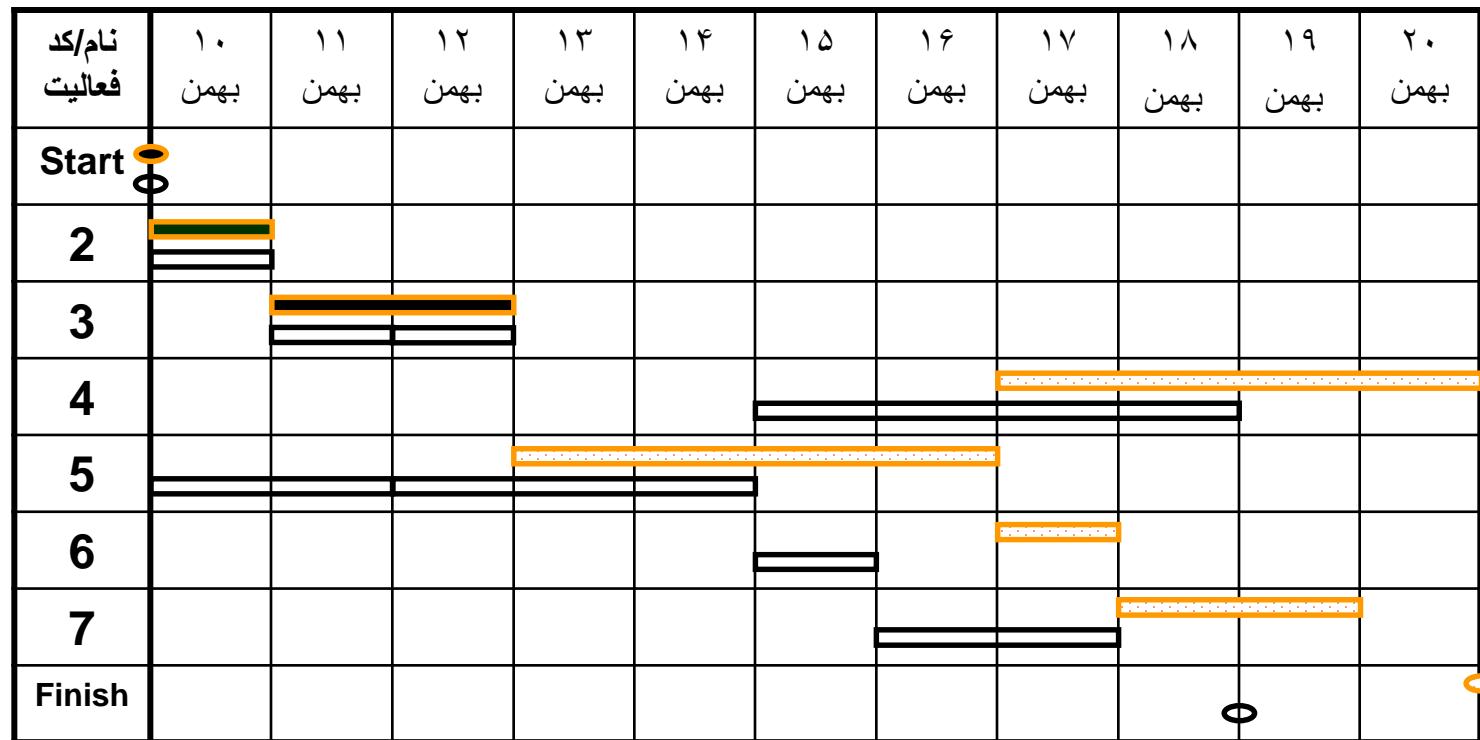
ترسیم شبکه براساس اطلاعات جدید و انجام محاسبات زمانبندی بر روی آن:





## مثال برای کنترل زمانی پروژه

### نمودار گانت هنگام پروژه



برنامه بازنگری شده ( برنامه هنگام )



برنامه اولیه



شرح نماد (Legend)



# مدیریت کنترل پروژه

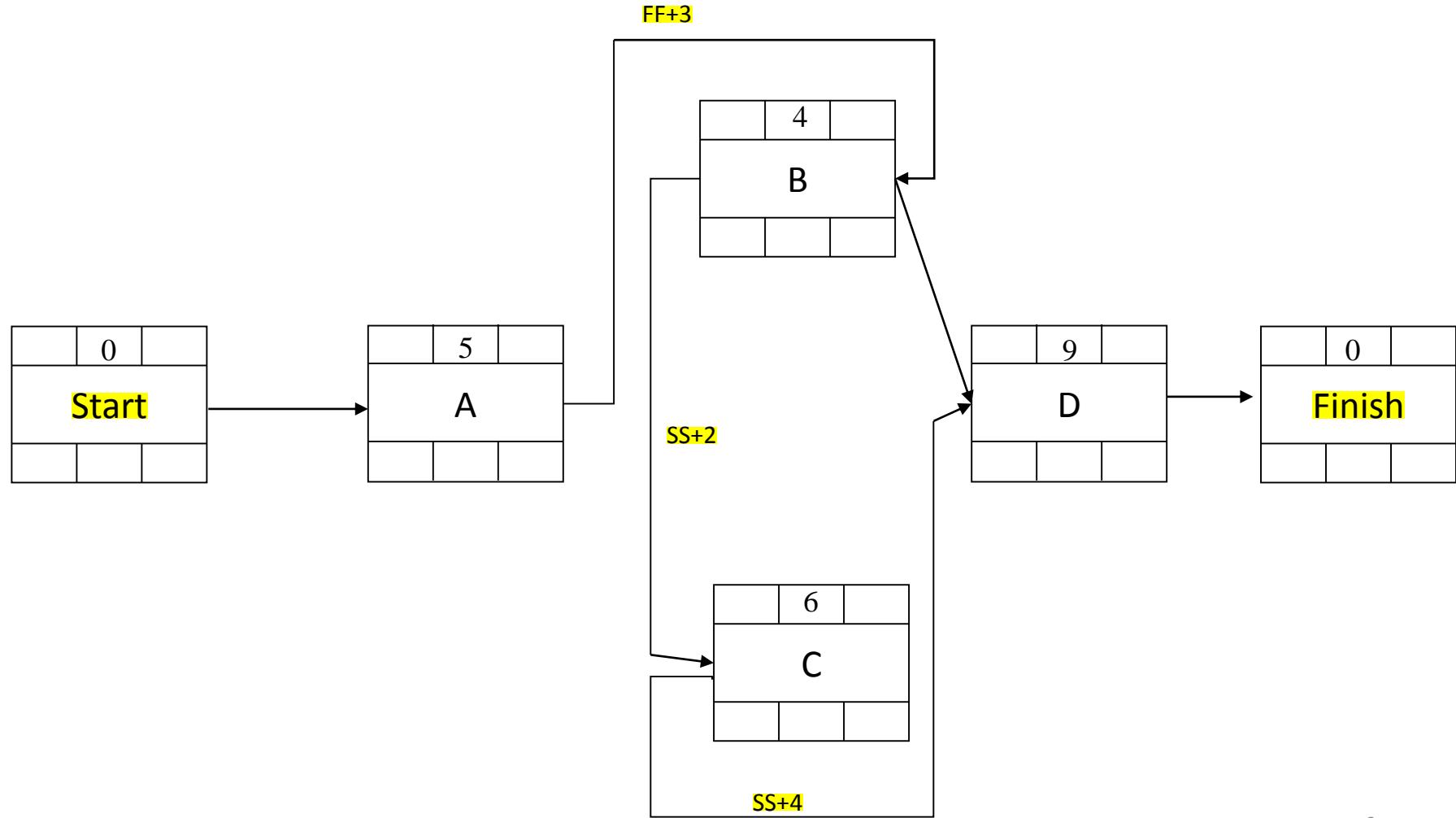
جلسه سیزدهم ...

### ترسیم شبکه پیشنبازی

ترسیم شبکه پیشنبازی بصورت گرهی بوده ولیکن در بردارها، نوع روابط مشخص می شوند.

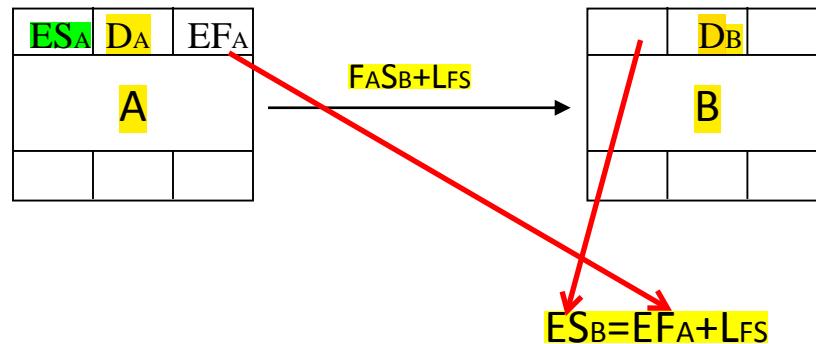
مثال:

پیشنباز	مدت	فعالیت
-	5	A
FAFB+3	4	B
S <sub>B</sub> S <sub>C</sub> +2	6	C
B;S <sub>C</sub> S <sub>D</sub> +4	9	D

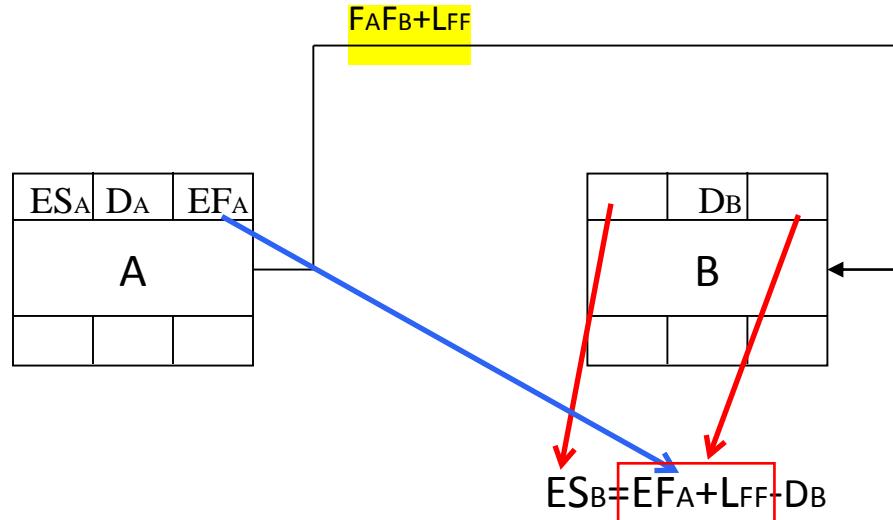


## محاسبات زمانبندی در شبکه پیشنبازی

محاسبات رفت

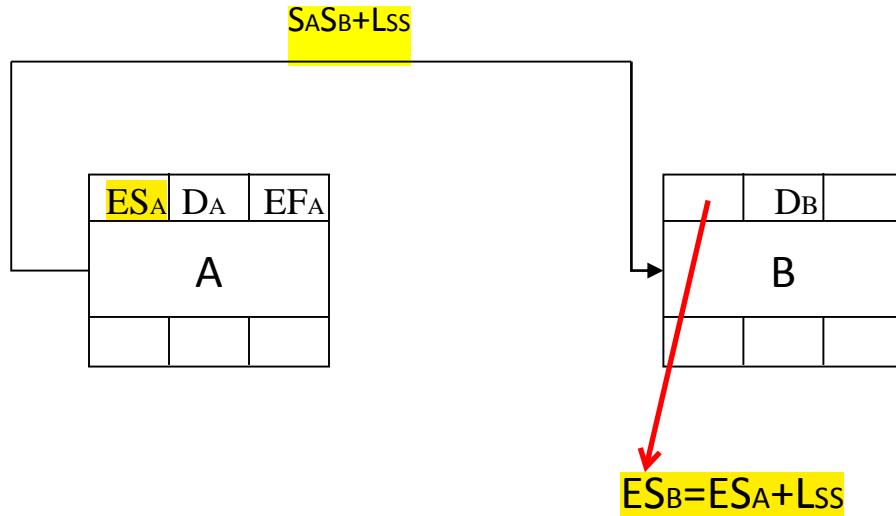


## محاسبات زمانبندی در شبکه پیشنبازی



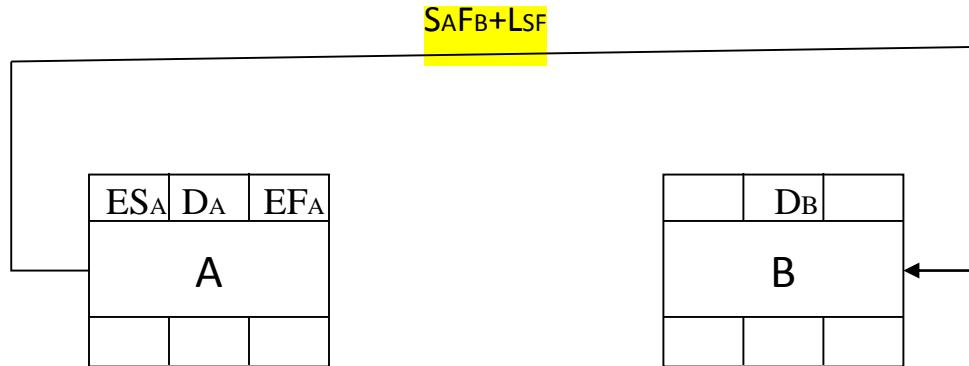
محاسبات رفت

## محاسبات زمانبندی در شبکه پیشنبازی



محاسبات رفت

## محاسبات زمانبندی در شبکه پیشنبازی



$$ES_B = ES_A + LSF - DB$$

## محاسبات رفت

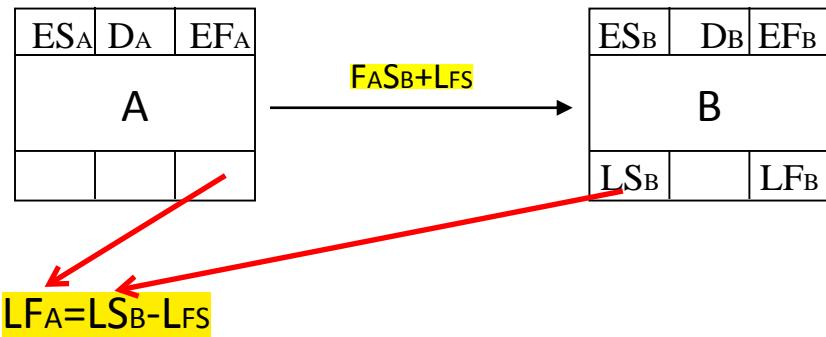
$i$	زودترین زمان شروع فعالیت	$ES_i$	(Earliest Start)
$i$	زودترین زمان پایان فعالیت	$EF_i$	(Earliest Finish)
$i$	مدت زمان فعالیت	$Di$	(Duration)

قواعد محاسبات رفت:

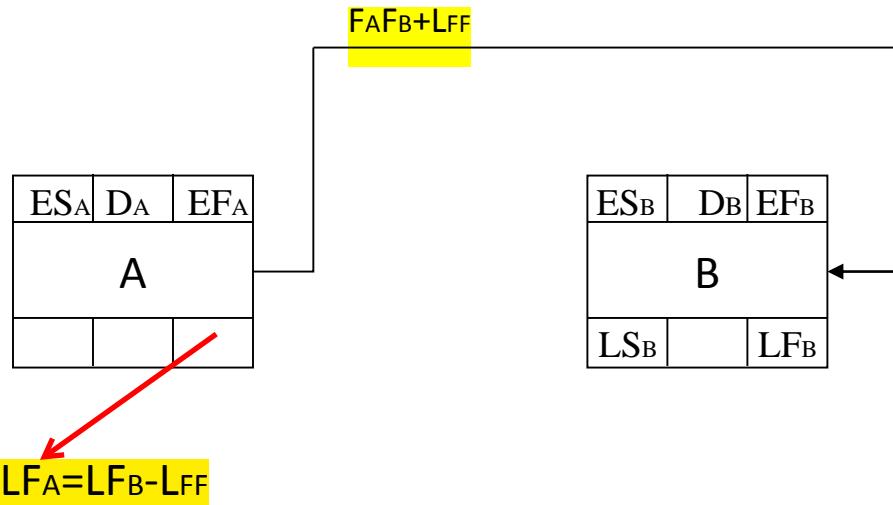
- 1)  $ES(\text{start}) = 0$
- 2)  $ES_i = \text{Max}\{ES_j\}$  به ازای تمامی روابط پیش نیازی فعالیت
- 3)  $EF_i = ES_i + Di$

## محاسبات زمانبندی در شبکه پیش‌نیازی

محاسبات برگشت

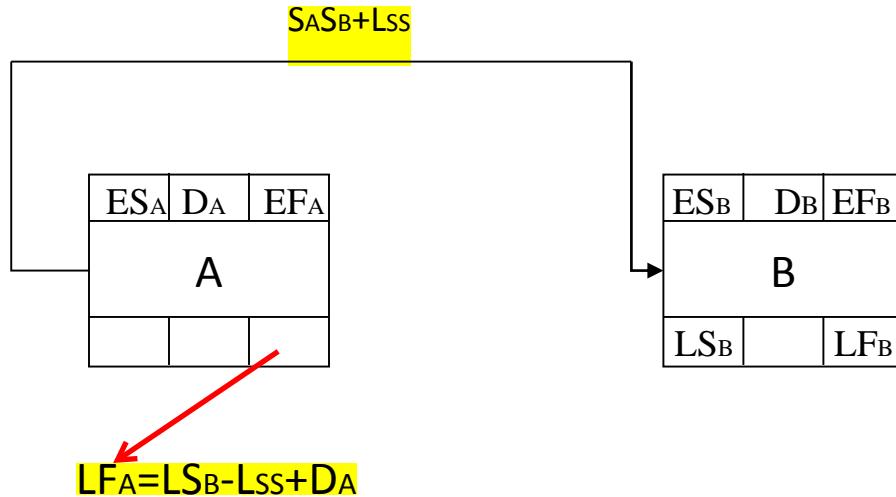


## محاسبات زمانبندی در شبکه پیشنبازی



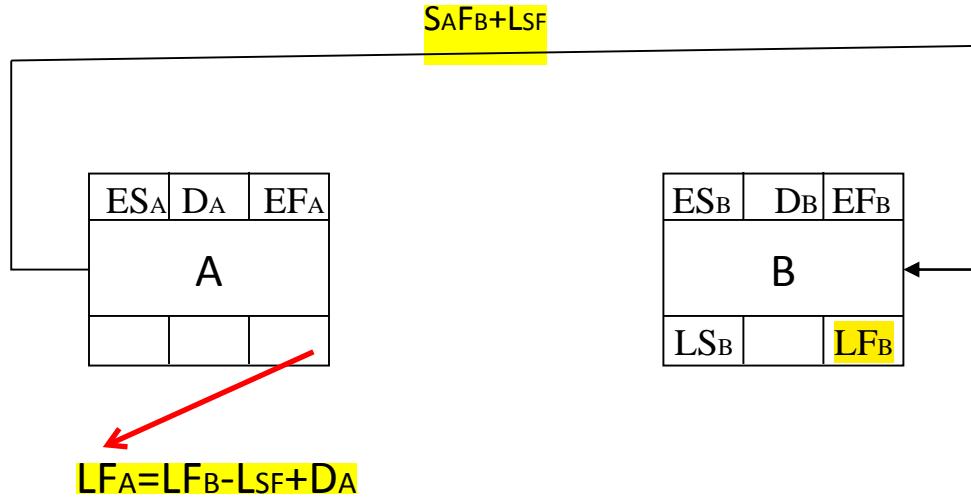
محاسبات برگشت

## محاسبات زمانبندی در شبکه پیشنبازی



محاسبات برگشت

## محاسبات زمانبندی در شبکه پیشنبازی



## محاسبات برگشت

$$\begin{aligned}
 i \text{ دیرترین زمان شروع فعالیت} &= LSi \quad (\text{Latest Start}) \\
 i \text{ دیرترین زمان پایان فعالیت} &= LFi \quad (\text{Latest Finish}) \\
 i \text{ مدت زمان فعالیت} &= Di \quad (\text{Duration})
 \end{aligned}$$

قواعد محاسبات برگشت:

- 1)  $LF(\text{finish}) = EF(\text{finish})$
- 2)  $LF_i = \text{Min}\{LF_j\}$  پس نیازی روابط
- 3)  $LSi = LFi - Di$

تمرین تشویقی: پروژه‌ای با ۵ فعالیت زیر را در نظر بگیرید.

Activity	A	C	B	D	E
Duration	۸	۱۶	۱۲	۹	۴

در روابط بین فعالیتها شرایط زیر حاکم است:

۱- فعالیت B,C نمی‌توانند قبل از تکمیل فعالیت A آغاز شود.

۲- فعالیت C بعد از شروع فعالیت B می‌تواند شروع شود اما لازم است که پایانش حداقل ۲ روز بعد از پایان B باشد.

۳- فعالیت D می‌تواند ۷ روز بعد از شروع فعالیت C و ۴ روز بعد از آغاز فعالیت B شروع شود ولی این فعالیت نمی‌تواند قبل از تکمیل فعالیت C پایان یابد.

۴- همچنین فعالیت D نمی‌تواند زودتر از ۱ روز بعد از تکمیل B تمام شود.

۵- حداقل ۲ روز فاصله زمانی بین تکمیل D و آغاز E زمان نیاز است.

## برنامه‌ریزی منابع

الف- تخصیص منابع محدود

### تخصیص منابع محدود

در محاسبات قبل، فرض براین بود که **منابع موردنیاز به اندازه کافی** در دسترس باشند.

در صورتیکه در منابع پروژه دارای **محدودیتهايی** باشيم می‌بايست محدودیت منابع را در زمانبندی **پروژه منعکس** نمود. زیرا در زمانبندی **پروژه**، **میزان منابع موردنیاز** باید از منابع در دسترس کمتر باشد.

اگر زمانبندی مراحل قبل محدودیت منابع را مراعات نکرد به **تغیيراتی** در زمانبندی نياز است که ممکن است به **افزايش مدت پروژه** منجر شود. اين تغیيرات غالبا به **جابجايی زمانبندی** برخی از **فعالitehای پروژه** برمی‌گردد که طبیعتا منجر به **تعیيراتی** در زمانهای نياز به منابع می‌شود.

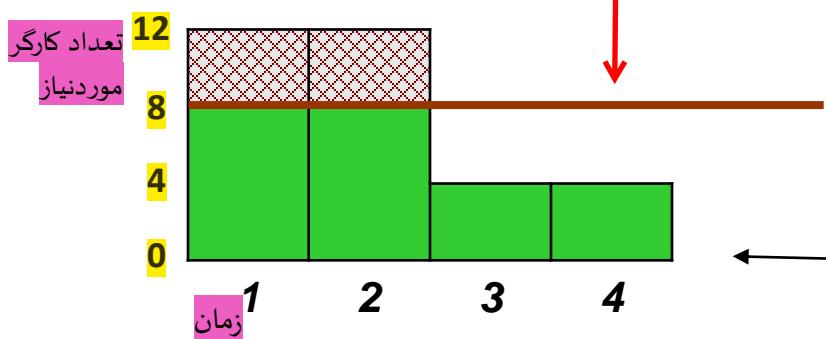
مثالی برای تخصیص منابع محدود

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	█			
B		█		
C	█	█		
D			█	

اطلاعات فعالیتهای پروژه

کد فعالیت	پیشناز	مدت	تعداد کارگر موردنیاز	نام/کد فعالیت
A	-	1	4	
B	A	1	4	
C	-	2	8	
D	C	2	4	



تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر

گراف منابع

استراتژیهای حل مسئله منابع محدود

۱- استفاده از شناوری فعالیتها

۲- طولانی کردن مدت فعالیت و کاهش نیاز به منابع در واحد زمان

۳- گسیختگی زمانبندی یک فعالیت

۴- استفاده از اضافه‌کاری در جهت حل مسئله

۵- افزایش مدت زمان پروژه

۱- استفاده از شناوری فعالیتها

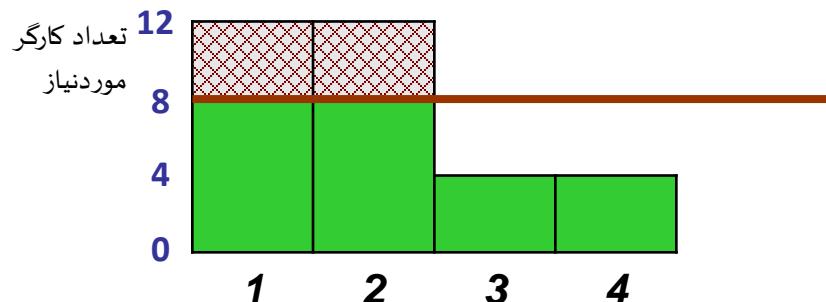
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A		1		
B			2	
C		3		
D				4

اطلاعات فعالیتهای پروژه

کد فعالیت	پیشنباز	مدت	تعداد کارگر موردنیاز
A	-	1	4
B	A	1	4
C	-	2	8
D	C	2	4

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر



۱- استفاده از شناوری فعالیتها

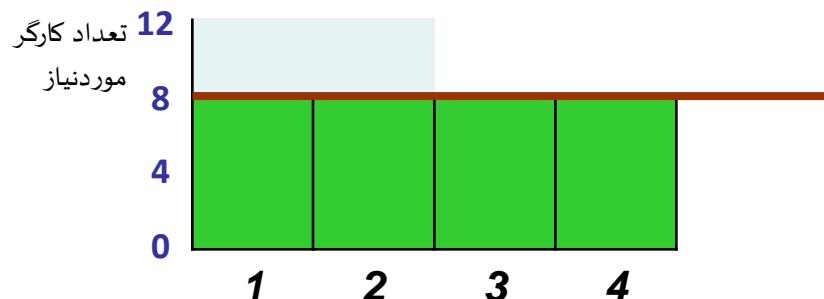
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A			3	
B				4
C	3			
D			4	

اطلاعات فعالیتهای پروژه

تعداد کارگر مورد نیاز	مدت	پیشنباز	کد فعالیت
4	1	-	A
4	1	A	B
8	2	-	C
4	2	C	D

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر



۲- طولانی کردن مدت فعالیت و کاهش نیاز به منابع در واحد زمان

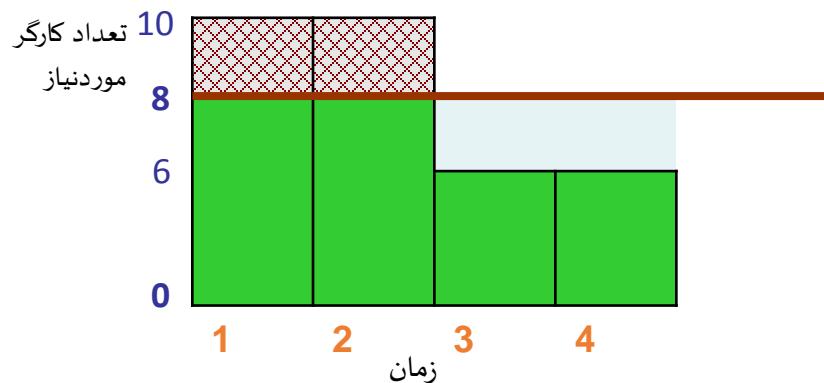
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A		█		
B			█	
C		█		
D				█

اطلاعات فعالیتهای پروژه

تعداد کارگر موردنیاز	مدت	پیشنباز	کد فعالیت
4	1	-	A
4	1	A	B
6	2	-	C
6	2	C	D

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر



۲- طولانی کردن مدت فعالیت و کاهش نیاز به منابع در واحد زمان

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A			3	
B				4
C			3	
D				3

- افزایش مدت زمان فعالیت A به دو روز و کاهش کارگر موردنیاز به روزی دو کارگر

- افزایش مدت زمان فعالیت B به دو روز و کاهش کارگر موردنیاز به روزی دو کارگر

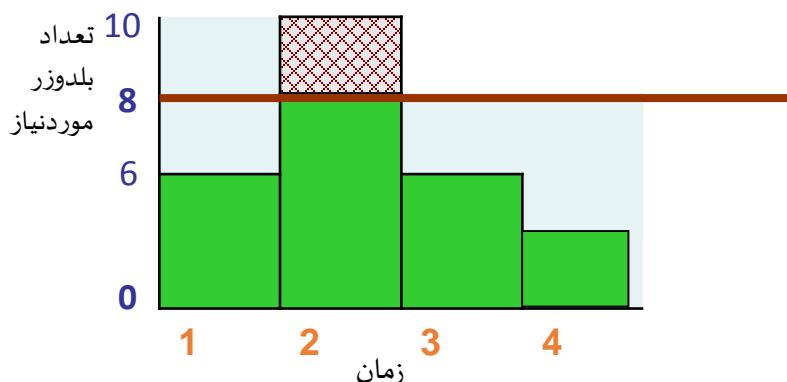


# Resource Planning

## ۳- گسیختگی زمانبندی یک فعالیت

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	۱	۲	۳	۴
A				
B				
C				
D				
E				



اطلاعات فعالیتهای پروژه			
تعداد بلدوzer موردنیاز	مدت	پیشنباز	کد فعالیت
2	2	-	A
2	1	A	B
4	1	-	C
8	1	C	D
4	2	D	E

تعداد بلدوزر در دسترس طی هر روز: 8 نفر

۳- گسیختگی زمانبندی یک فعالیت

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A		█		█
B				█
C	█			
D		█		
E			█	█

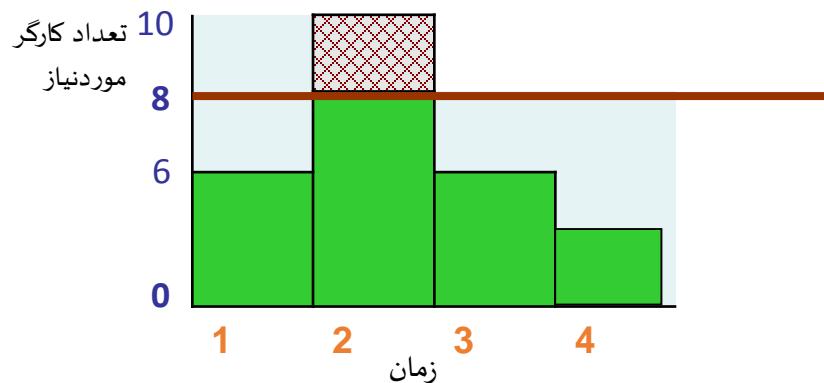
• شکستن فعالیت A به دو بخش



۴- استفاده از اضافه‌کاری در جهت حل مسئله

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A				
B				
C				
D				
E				



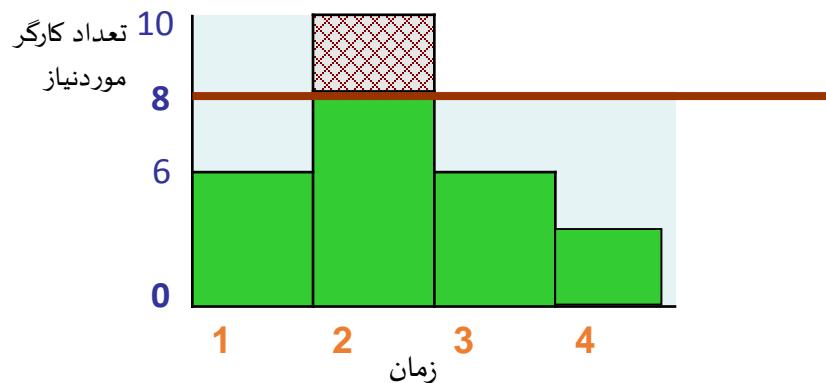
تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر

۴- استفاده از اضافه‌کاری در جهت حل مسئله

نمودار گانت پروژه

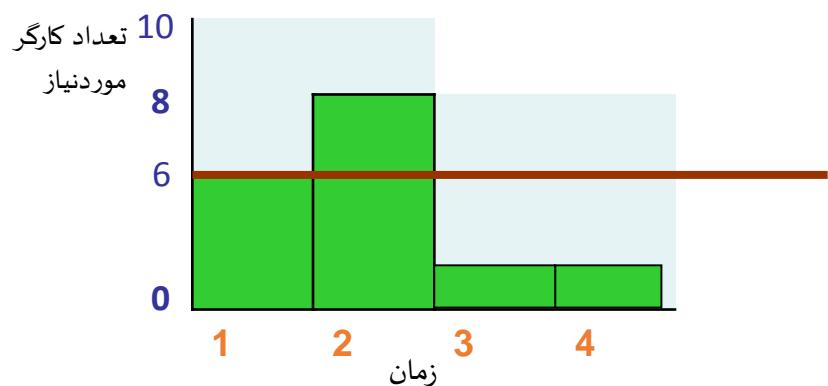
نام/کد فعالیت	۱	۲	۳	۴
A				
B				
C				
D				
E				

- در روز دوم با دادن اضافه‌کاری به کارگران ، جبران کسری منابع صورت پنید.



۵- افزایش مدت زمان پروژه

نمودار گانت پروژه



اطلاعات فعالیتهای پروژه

تعداد کارگر موردنیاز	مدت	پیشنباز	کد فعالیت
4	2	-	A
1	2	A	B
2	1	-	C
4	1	C	D
1	2	D	E

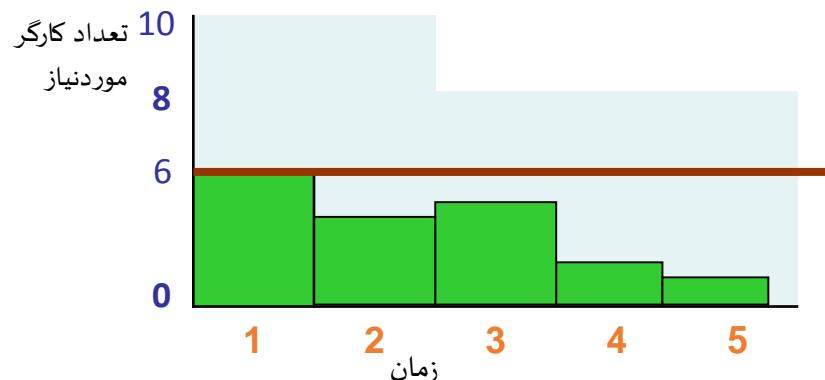
تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 6 نفر

۵- افزایش مدت زمان پروژه

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	۱	۲	۳	۴	۵
A					
B					
C					
D					
E					

- با افزایش یک واحد زمانی به مدت پروژه، کسری منابع جبران گردید.



الگوریتم تخصیص منابع محدود

فرضیات:

امکان بکارگیری استراتژی‌های زیر وجود ندارد.

۱- طولانی کردن مدت فعالیت و کاهش نیاز به منابع در واحد زمان

۲- گسیختگی زمانبندی یک فعالیت

۳- استفاده از اضافه‌کاری در جهت حل مسئله

### الگوریتم تخصیص منابع محدود

قدم‌های الگوریتم:

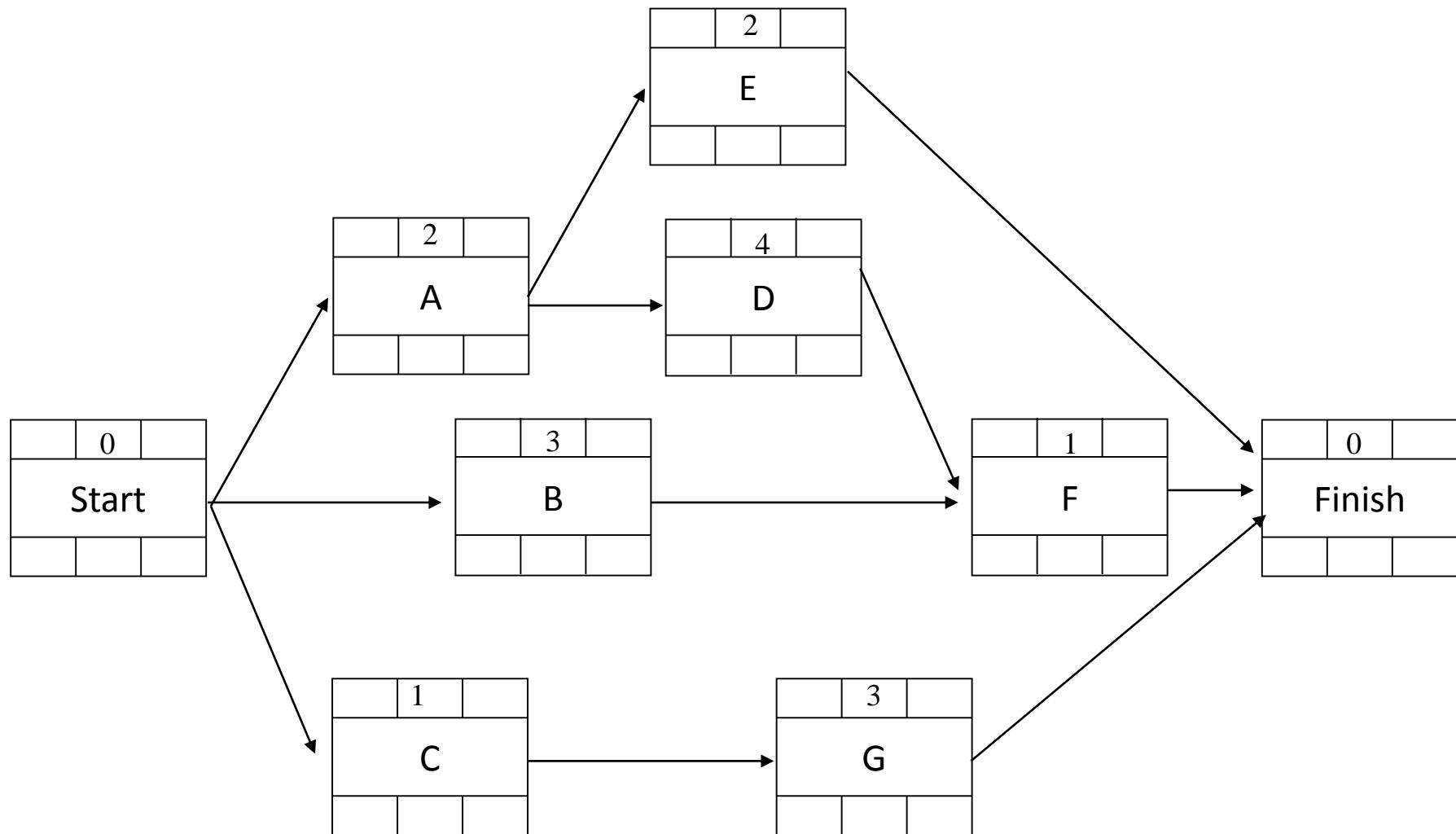
قدم ۱ - محاسبات زمانبندی رفت و برگشت معمول را انجام دهید و قرار دهید  $T=0$

قدم ۲ - مجموعه فعالیتهای **EAS** (مجموعه فعالیتهای **WAGD شرایط**) را مشخص کنید. این مجموعه شامل فعالیتهایی است که هنوز برنامه‌ریزی نشده‌اند و همچنین یا پیشنياز ندارند یا پیشنياز آنها تا زمان  $T$  برنامه‌ریزی و تمام شده باشند.

قدم ۳ - براساس مجموعه فعالیتهای **EAS**، مجموعه **OSS** (مجموعه فعالیتهای مرتب شده برای برنامه‌ریزی **Ordered Scheduling Set**) را تشکیل دهید. در این مجموعه فعالیتهای **EAS** براساس ترتیب صعودی **LS** مرتب شده‌اند و در صورت **تساوی LS** ملاک ترتیب صعودی مدت زمان فعالیت است.

قدم ۴ - فعالیتهای **OSS** را به ترتیب، در صورتی که برای فعالیت در کل زمان اجرا، منابع کافی وجود دارد آن فعالیت را برای شروع در زمان  $T$  برنامه‌ریزی کنید.

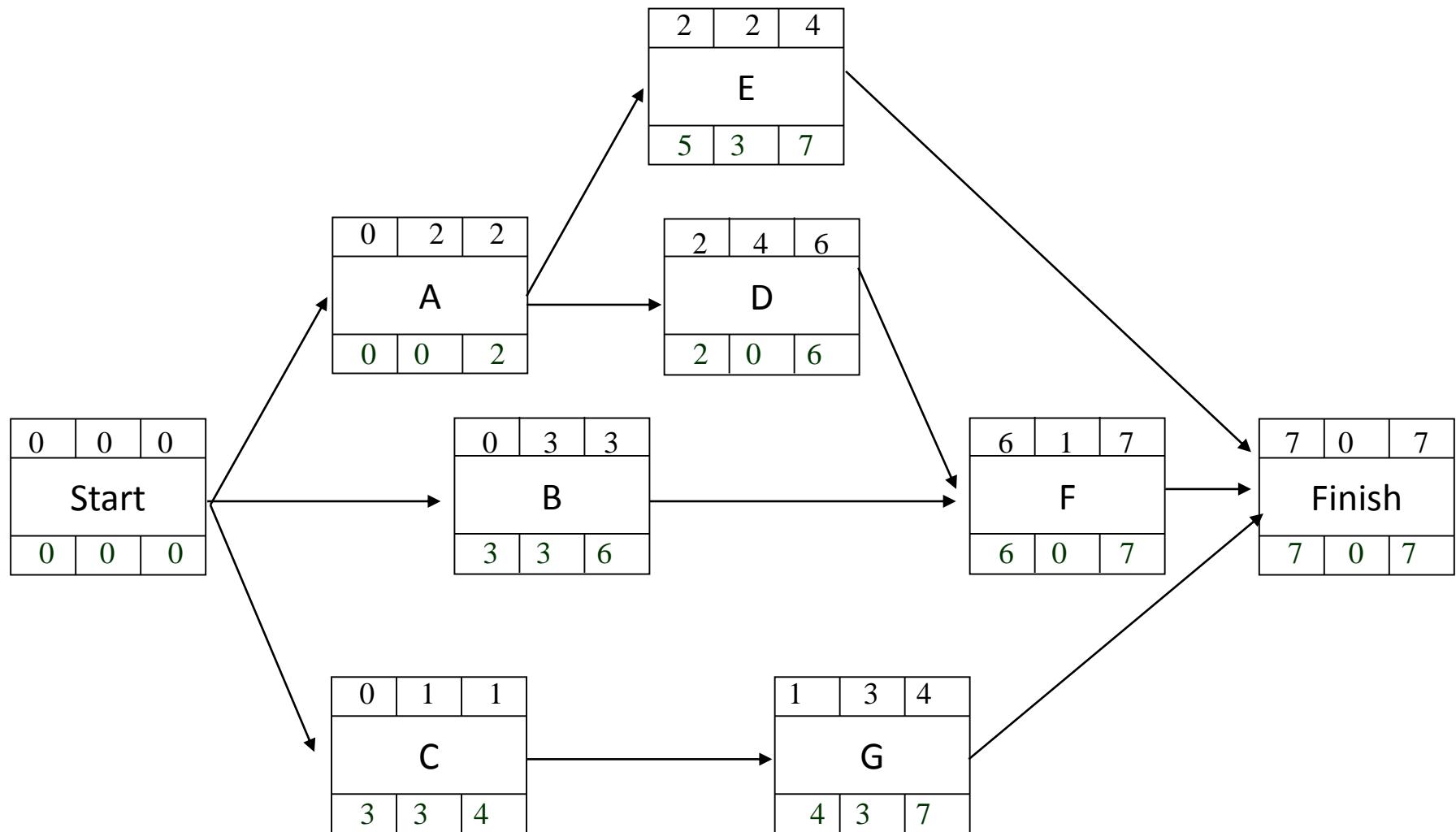
قدم ۵ - در صورتیکه همه فعالیتها برنامه‌ریزی شده‌اند توقف کنید. در غیر این صورت  $T=T+1$  و به قدم ۲ بازگردید.



در این پروژه، به دو نوع منبع نیاز است ماشین آلات ویژه (منبع نوع P) و کارگر (منبع نوع Q) برای اجرای پروژه، ۴ ماشین ویژه و ۵ کارگر در اختیار داریم. میزان نیاز فعالیتها به منابع در جدول زیر نشان داده شده است.

	A	B	C	D	E	F	G
P	2	4	0	2	0	3	0
Q	0	0	2	0	5	0	4

حل مسئله واجري الگوريتم:



ACTIVITY	ES	LS	D	0	1	2	3	4	5	T	6	7	8	9	10
A	0	0	2												
B	0	3	3												
C	0	3	1												
D	2	2	4												
E	2	5	2												
F	6	6	1												
G	1	4	3												
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

T=0 : مرحله اول

ACTIVITY	ES	LS	D	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0	0	2											
B	0	3	3											
C	0	3	1											
D	2	2	4											
E	2	5	2											
F	6	6	1											
G	1	4	3											
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

EAS={A,B,C}

LS: 0 , 3 , 3

براساس ترتیب صعودی.

LS

2.  
اگه مقدار

یکسان بود

براساس ترتیب صعودی مدت فعالیت یا

همان

Di

OSS: A → C → B



ACTIVITY	ES	LS	D	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0	0	2	2	2	0	0							
B	0	3	3											
C	0	3	1											
D	2	2	4											
E	2	5	2											
F	6	6	1											
G	1	4	3											
مقدار منبع P تخصیص داده نشده			2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده			5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

T=0 : مرحله اول

EAS={A,B,C}

LS: 0 , 3 , 3

✓  
OSS: A → C → B

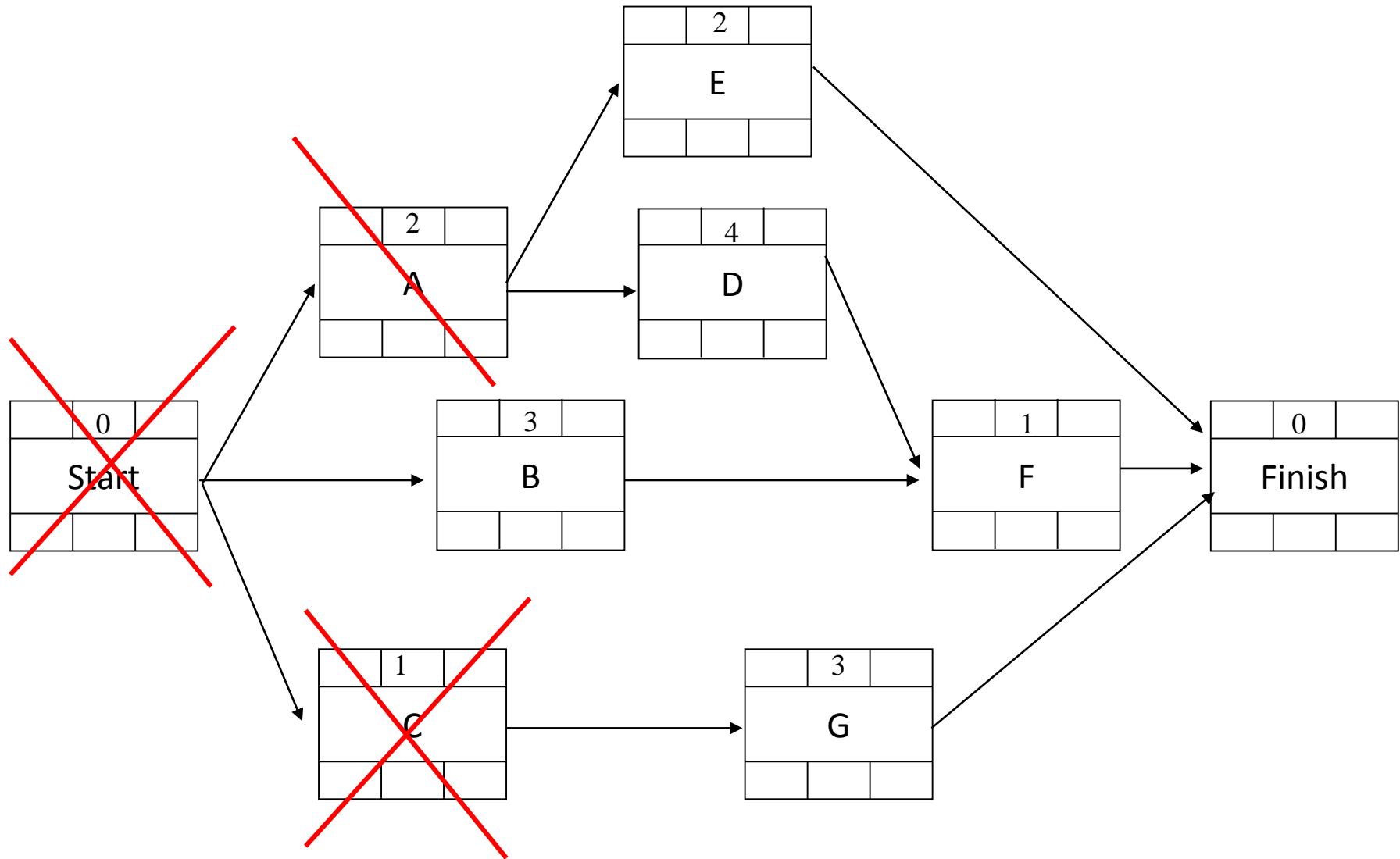
ACTIVITY	ES	LS	D	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0	0	2	2	2	0	0							
B	0	3	3											
C	0	3	1	0										
D	2	2	4											
E	2	5	2											
F	6	6	1											
G	1	4	3											
مقدار منبع P تخصیص داده نشده	2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده	3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

T=0 : مرحله اول

EAS={A,B,C}

LS: 0 , 3 , 3

✓ ✓ ✗  
OSS: A → C → B



ACTIVITY	ES	LS	D	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0	0	2	0	2	2								
B	0	3	3											
C	0	3	1	0	2									
D	2	2	4											
E	2	5	2											
F	6	6	1											
G	1	4	3											
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

T=1 : مرحله دوم

EAS={B,G}

LS: 3 , 4

x  
OSS: B → G

بی چارتا منبع از پی می خاد که  
در زمان  
t=1  
تا منبع  
نداریم پس نمیشه

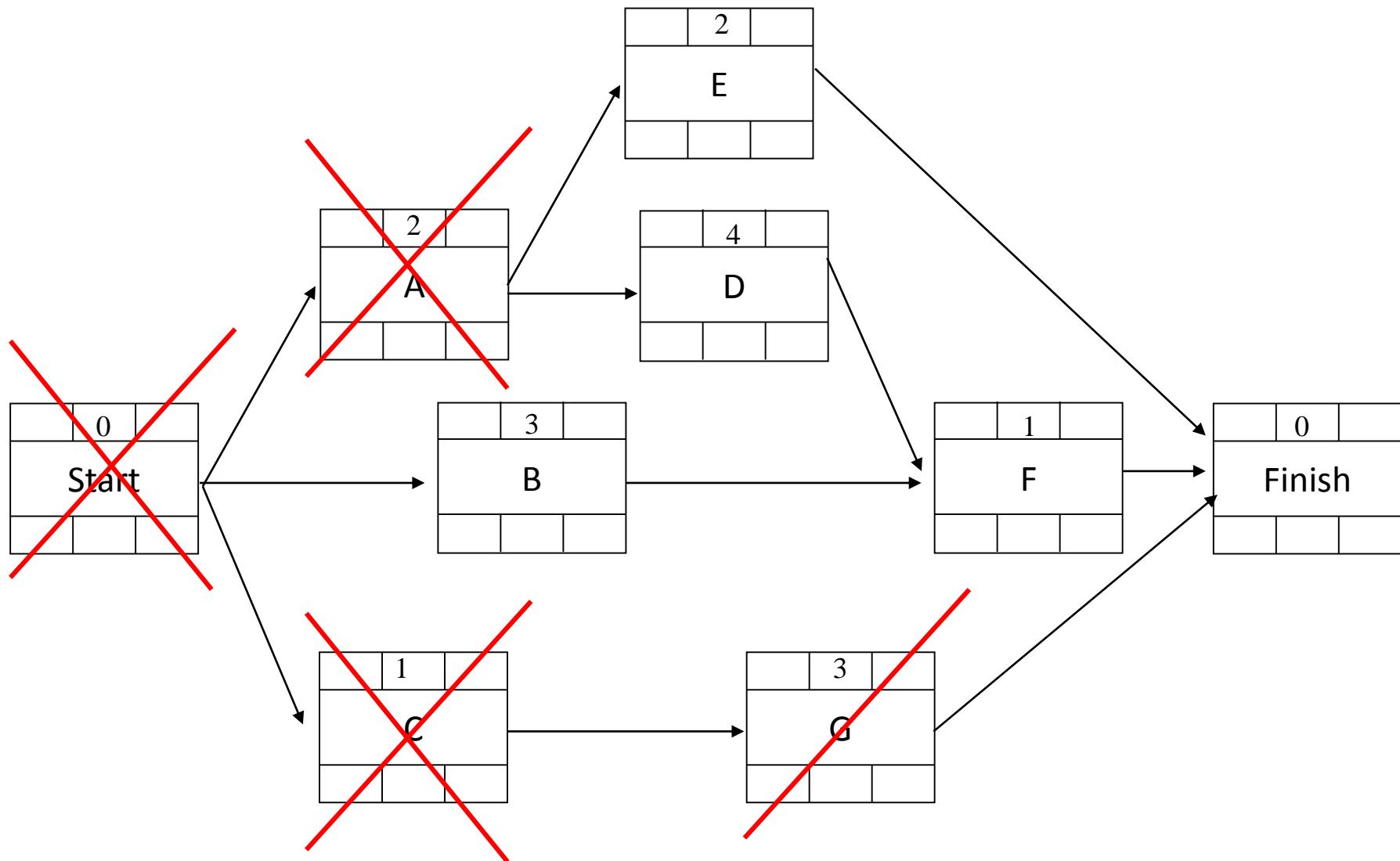
ACTIVITY	ES	LS	D	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0	0	2		2	2								
B	0	3	3											
C	0	3	1	0										
D	2	2	4											
E	2	5	2											
F	6	6	1											
G	1	4	3		0	0	0							
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				4	4	4								
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	

T=1 : مرحله دوم

EAS={B,G}

LS: 3 , 4

x ✓  
OSS: B → G



T=2 : مرحله سوم

ACTIVITY	ES	LS	D	T									
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	0	0	2	2 0	2 0								
B	0	3	3										
C	0	3	1	0 2									
D	2	2	4										
E	2	5	2										
F	6	6	1										
G	1	4	3		0 4	0 4	0 4						
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	5	5	5	5	5	5

EAS={B,E,D}

OSS: D → B → E

LS: 3 , 5 , 2

ACTIVITY	ES	LS	D	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0	0	2	2 0	2 0									
B	0	3	3											
C	0	3	1	0 2										
D	2	2	4			2 0	2 0	2 0	2 0					
E	2	5	2											
F	6	6	1											
G	1	4	3		0 4	0 4	0 4							
مقدار منبع P تخصیص داده نشده			2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4	
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده			3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5	

✓ ✗ ✗

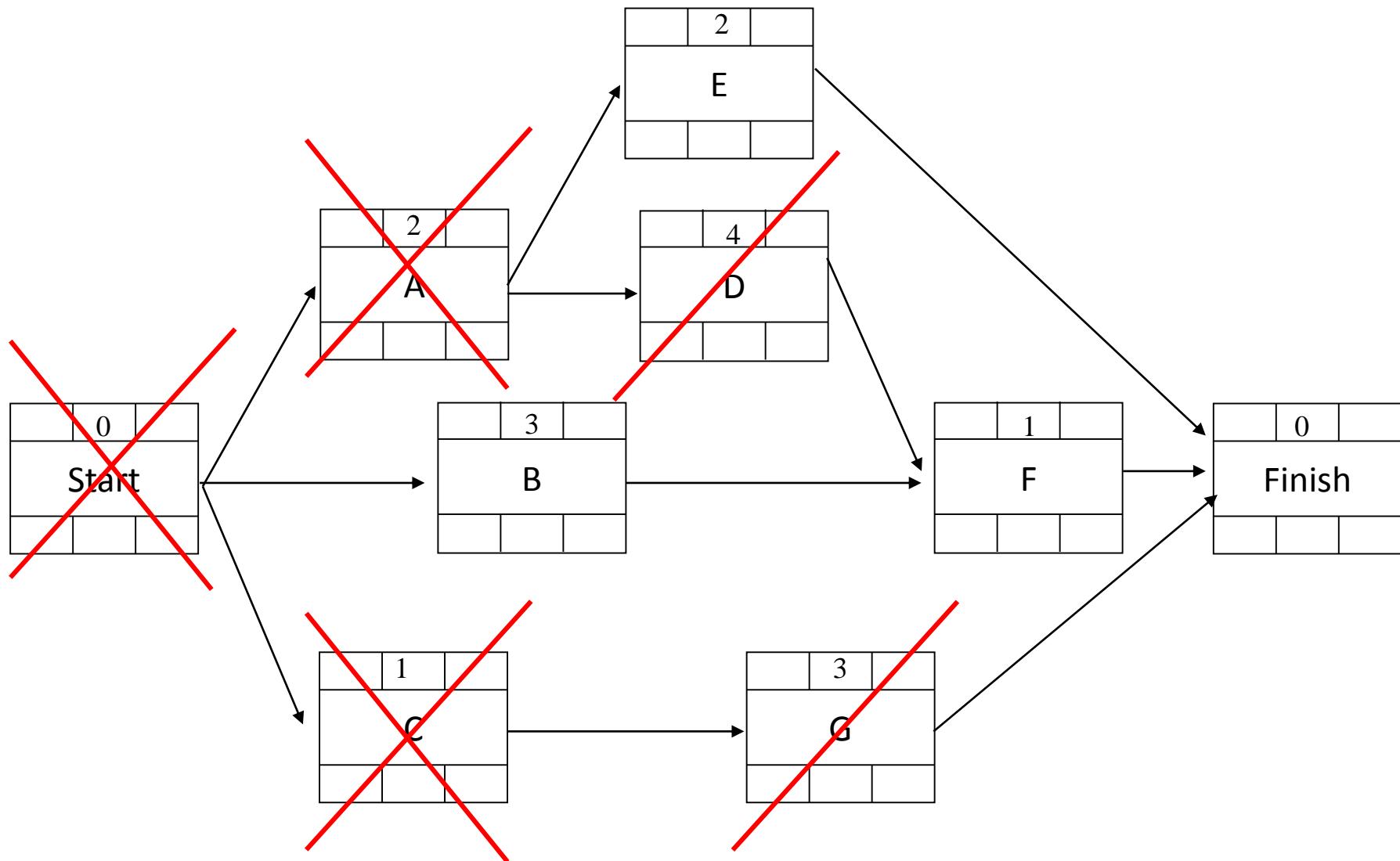
T=2 : مرحله سوم

EAS={B,E,D}

OSS: D → B → E

LS: 3 , 5 , 2

T=3 : مرحله چهارم



T=3 مرحله چهارم :

ACTIVITY	ES	LS	D	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0	0	2	2 0	2 0									
B	0	3	3											
C	0	3	1	0 2										
D	2	2	4			2 0	2 0	2 0	2 0					
E	2	5	2											
F	6	6	1											
G	1	4	3		0 4	0 4	0 4							
مقدار منبع P تخصیص داده نشده			2	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده			3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5	5

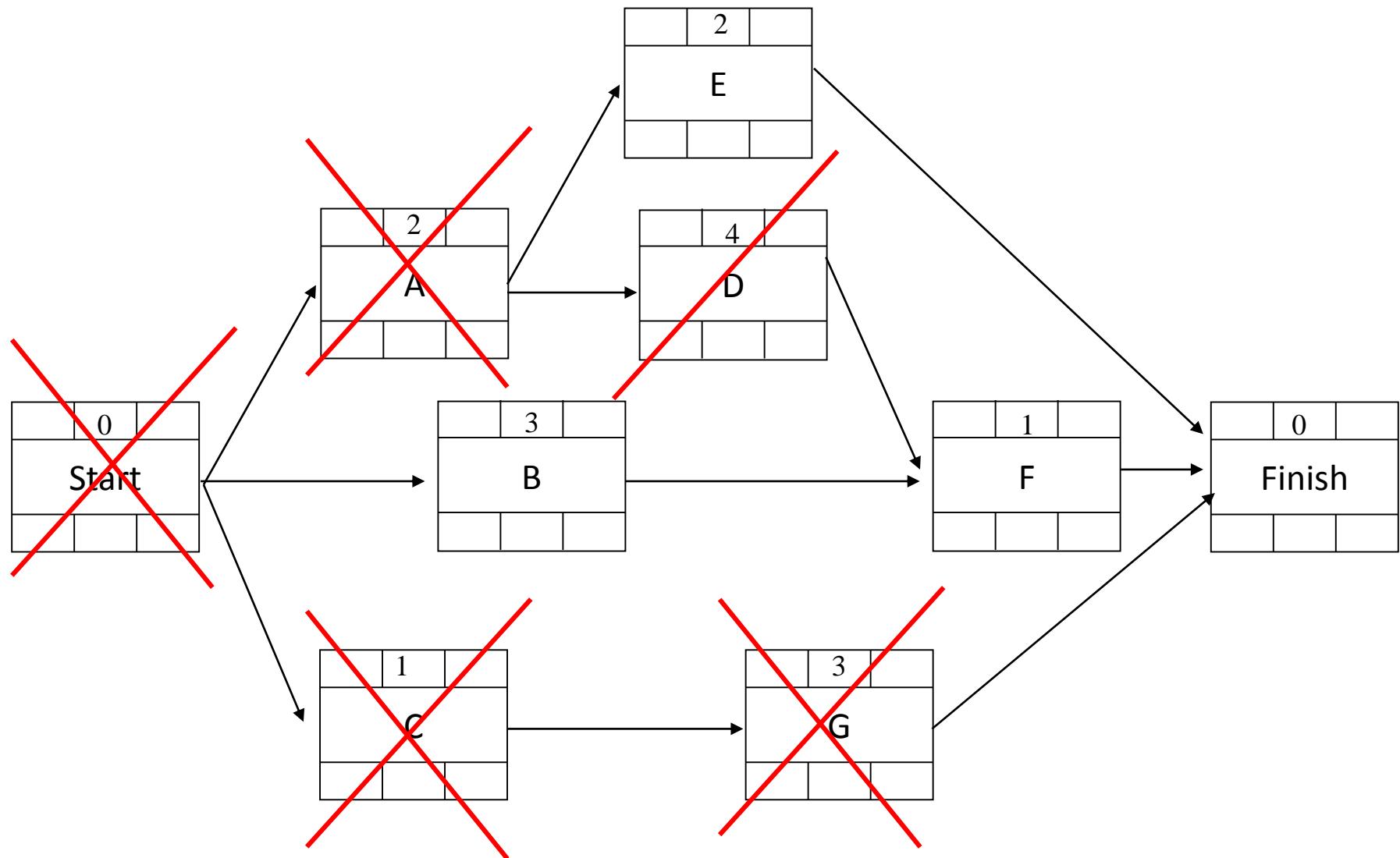
x x

EAS={B,E}

OSS: B → E

LS: 3 , 5

مرحله پنجم :  $T=4$



مرحله پنجم :  $T=4$

ACTIVITY	ES	LS	D	T									
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	0	0	2	2 0	2 0								
B	0	3	3										
C	0	3	1	0 2									
D	2	2	4			2 0	2 0	2 0	2 0				
E	2	5	2										
F	6	6	1										
G	1	4	3		0 4	0 4	0 4						
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	5	5	5	5	5	5

x

$EAS=\{B, E\}$

OSS:  $B \rightarrow E$

LS: 3 , 5

مرحله پنجم :  $T=4$

ACTIVITY	ES	LS	D	T									
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	0	0	2	2 0	2 0								
B	0	3	3										
C	0	3	1	0 2									
D	2	2	4			2 0	2 0	2 0	2 0				
E	2	5	2					0 5	0 5				
F	6	6	1										
G	1	4	3		0 4	0 4	0 4						
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5

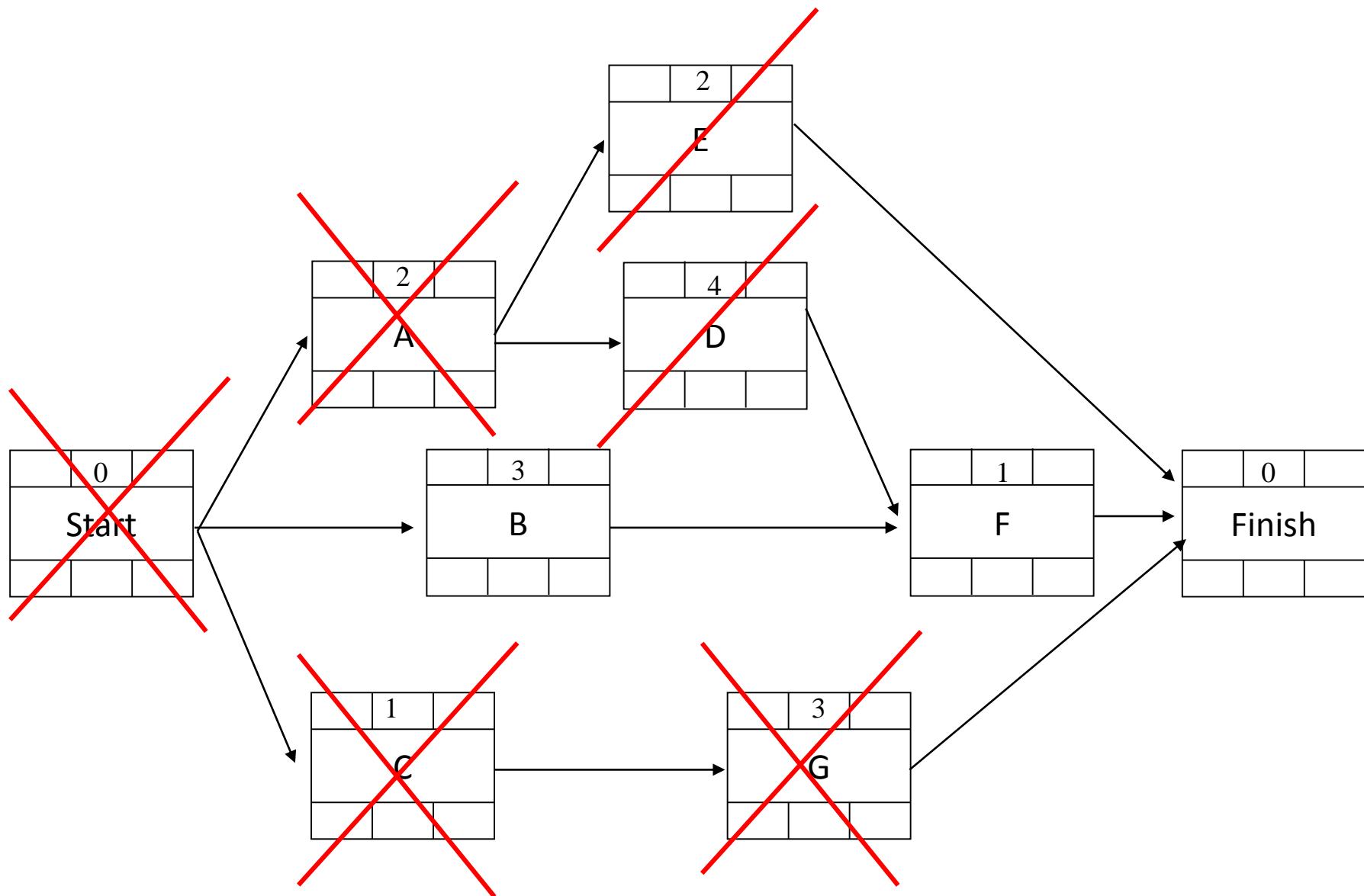
$\times \quad \checkmark$

$EAS=\{B, E\}$

OSS:  $B \rightarrow E$

LS: 3 , 5

T=5 : مرحله ششم



T=5 : مرحله ششم

ACTIVITY	ES	LS	D	0	1	2	3	4	T	5	6	7	8	9	10
A	0	0	2	2 0	2 0										
B	0	3	3												
C	0	3	1	0 2											
D	2	2	4			2 0	2 0	2 0	2 0						
E	2	5	2					0 5	0 5						
F	6	6	1												
G	1	4	3		0 4	0 4	0 4								
مقدار منبع P تخصیص داده نشده			2	2	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده			3	1	1	1	0	0	5	5	5	5			

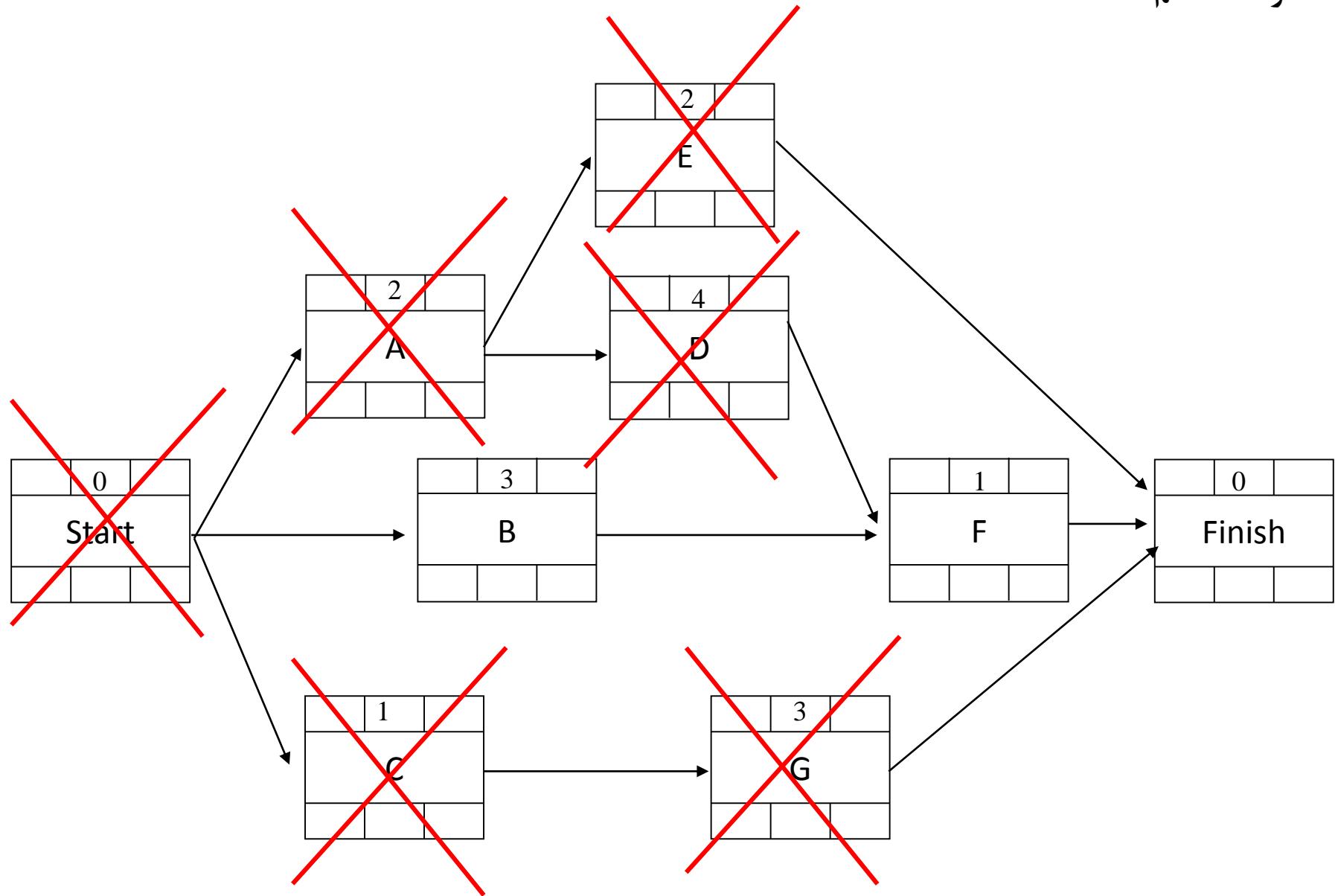
x

EAS={B}

OSS: B

LS: 3

مرحله هفتم :  $T=6$



T=6 : مرحله هفتم

ACTIVITY	ES	LS	D	T									
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	0	0	2	2 0	2 0								
B	0	3	3										
C	0	3	1	0 2									
D	2	2	4			2 0	2 0	2 0	2 0				
E	2	5	2					0 5	0 5				
F	6	6	1										
G	1	4	3		0 4	0 4	0 4						
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5

EAS={B}

OSS: B

LS: 3

ACTIVITY	ES	LS	D	T									
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	0	0	2	2 0	2 0								
B	0	3	3							4 0	4 0	4 0	
C	0	3	1	0 2									
D	2	2	4			2 0	2 0	2 0	2 0				
E	2	5	2					0 5	0 5				
F	6	6	1										
G	1	4	3		0 4	0 4	0 4						
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	0	0	0	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5

✓

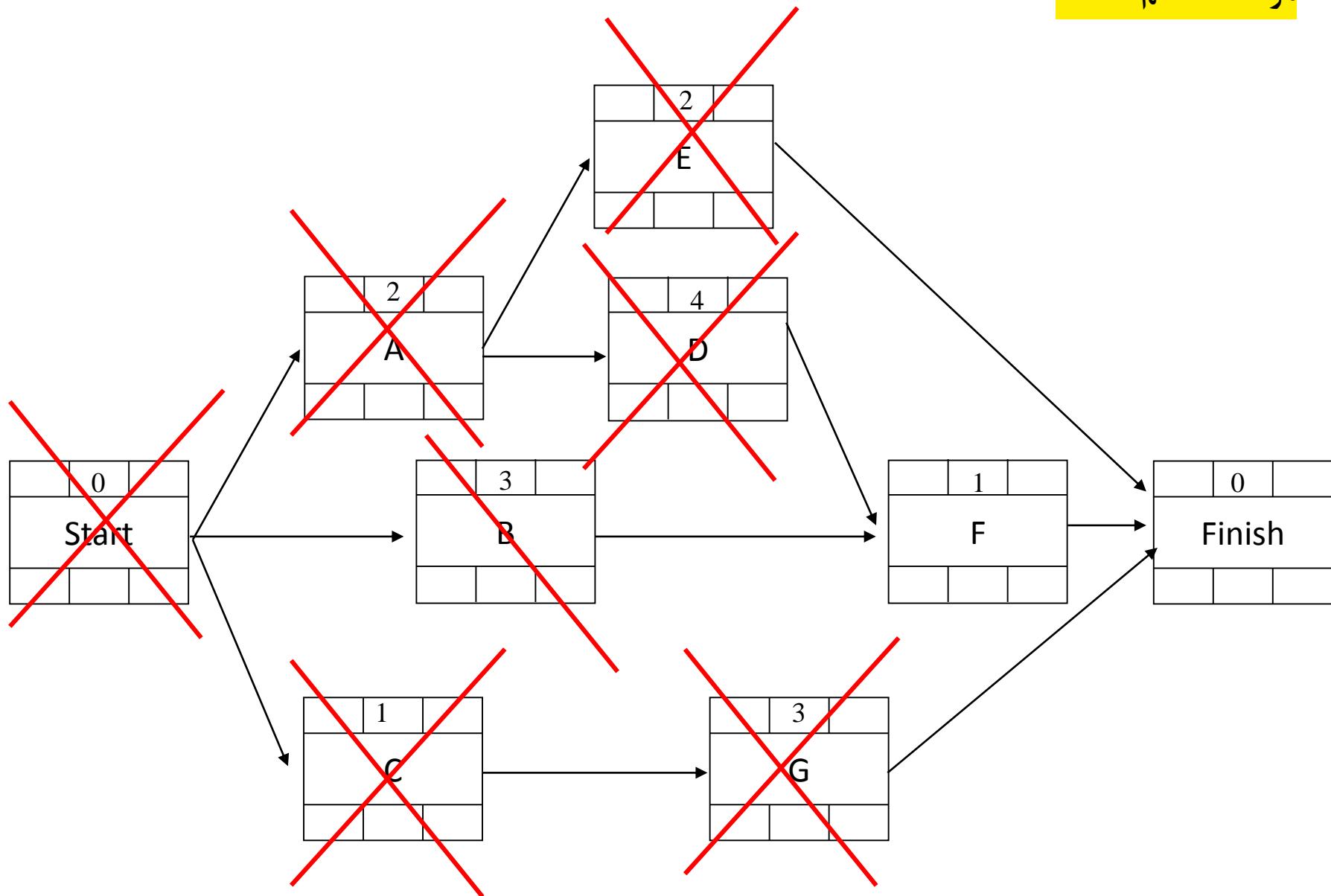
T=6 : مرحله هفتم

EAS={B}

OSS: B

LS: 3

T=7 : مرحله هشتم

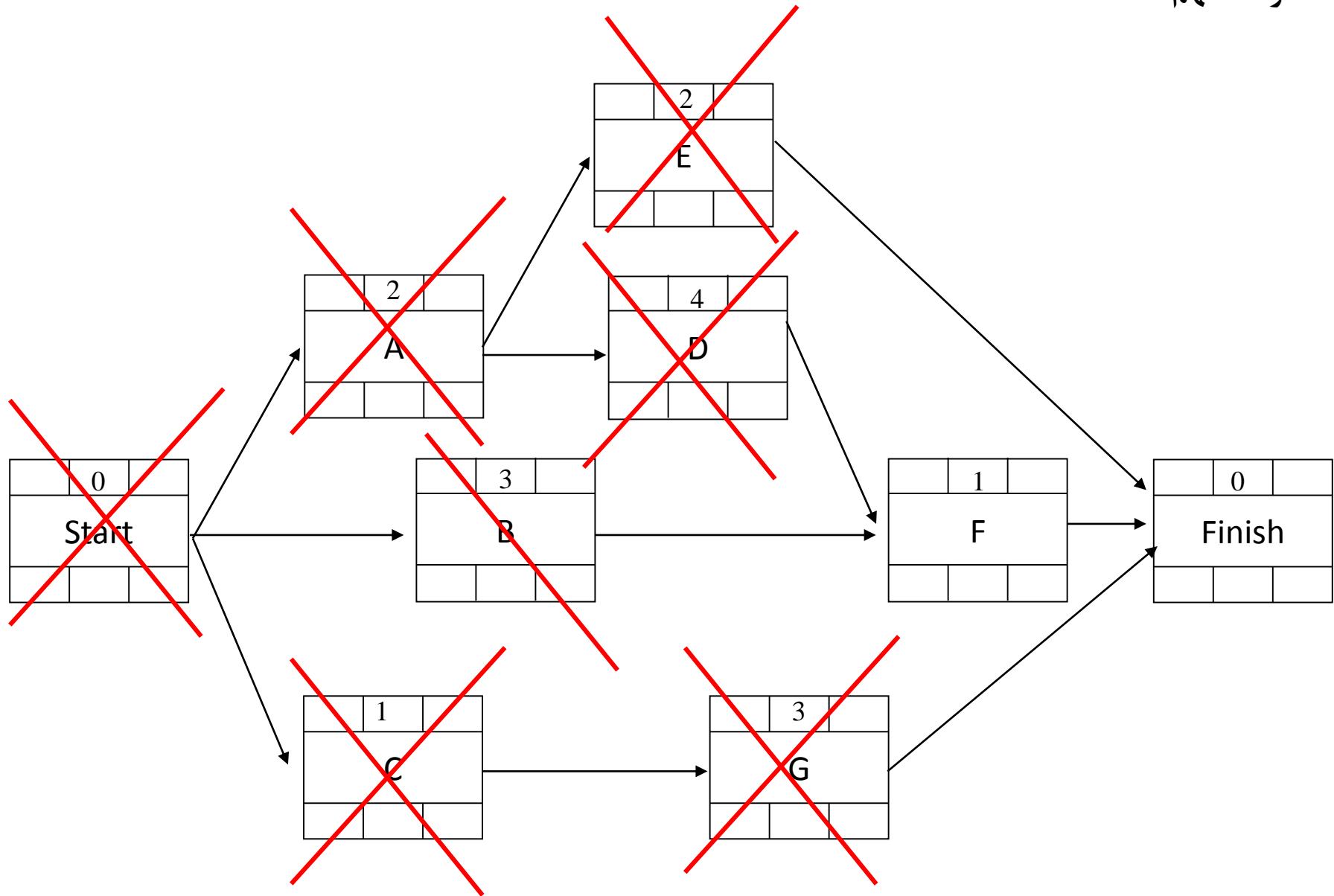


ACTIVITY	ES	LS	D	T									
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	0	0	2	2 0	2 0								
B	0	3	3							4 0	4 0	4 0	
C	0	3	1	0 2									
D	2	2	4			2 0	2 0	2 0	2 0				
E	2	5	2					0 5	0 5				
F	6	6	1										
G	1	4	3		0 4	0 4	0 4						
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	0	0	0	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5

EAS={}

بی پیشناز اف است برای همین تا  
وقتی که بی کامل تomore نشده  
نمیتوانیم اف را شروع کنیم  
پس اف در زمان  
 $t=9$   
عضو واجد شرایط ها میشه

T=8 مرحله نهم :

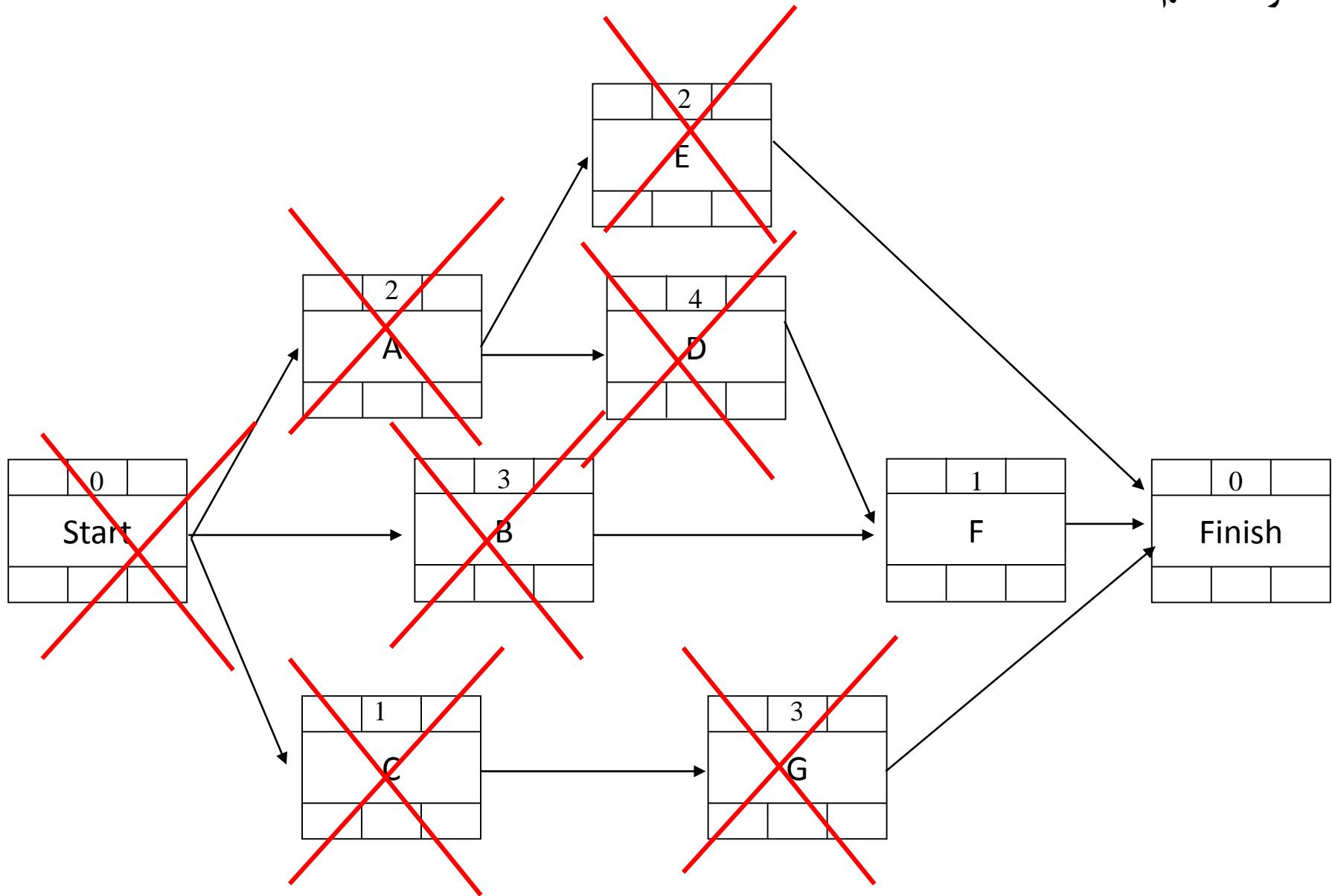


T=8 : مرحله نهم

ACTIVITY	ES	LS	D	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0	0	2	2 0	2 0									
B	0	3	3							4 0	4 0	4 0		
C	0	3	1	0 2										
D	2	2	4			2 0	2 0	2 0	2 0					
E	2	5	2					0 5	0 5					
F	6	6	1											
G	1	4	3		0 4	0 4	0 4							
مقدار منبع P تخصیص داده نشده			2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	4	
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده			3	1	1	1	0	0	5	5	5	5	5	

EAS={}

مرحله دهم :  $T=9$



$T=9$  : مرحله دهم

ACTIVITY	ES	LS	D	T									
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	0	0	2	2 0	2 0								
B	0	3	3							4 0	4 0	4 0	
C	0	3	1	0 2									
D	2	2	4			2 0	2 0	2 0	2 0				
E	2	5	2					0 5	0 5				
F	6	6	1										
G	1	4	3		0 4	0 4	0 4						
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	0	0	0	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5

EAS={F}

OSS: F

T=9 : مرحله دهم

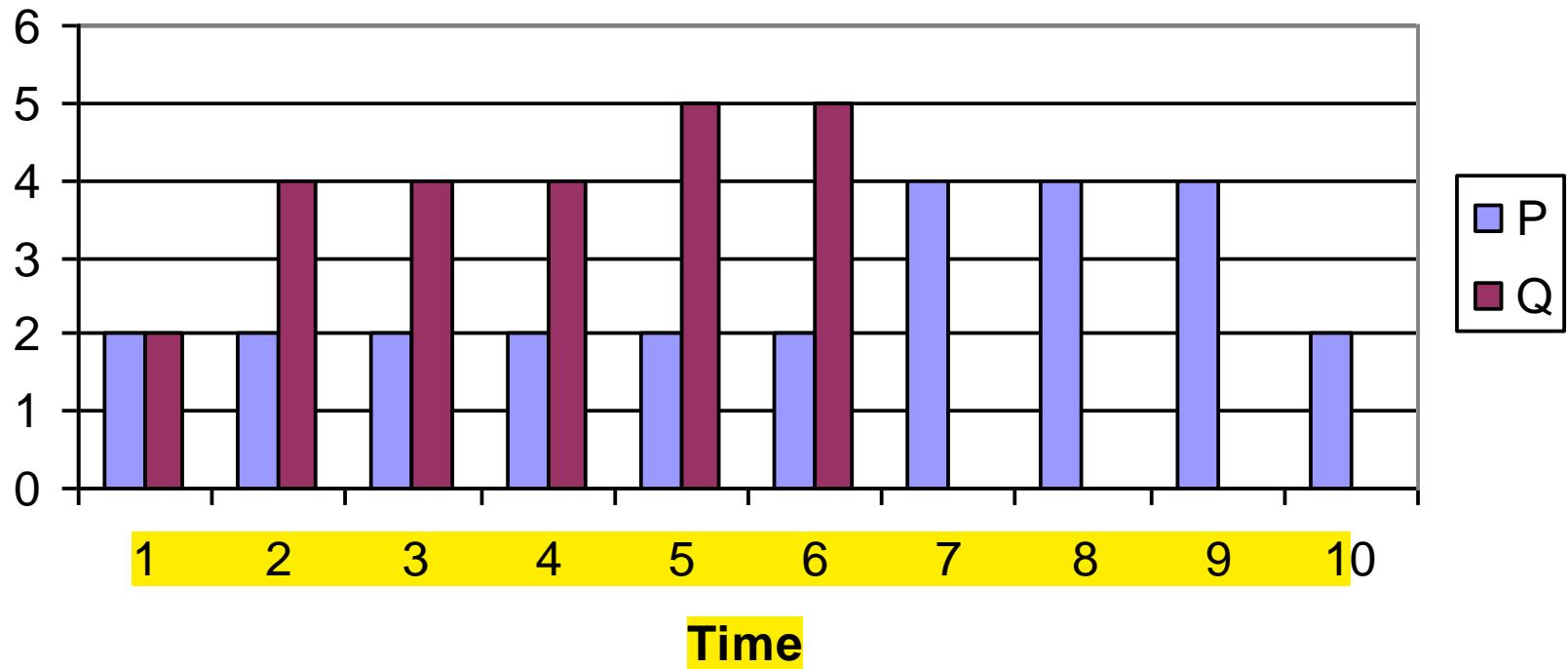
ACTIVITY	ES	LS	D	T									
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	0	0	2	2 0	2 0								
B	0	3	3							4 0	4 0	4 0	
C	0	3	1	0 2									
D	2	2	4			2 0	2 0	2 0	2 0				
E	2	5	2					0 5	0 5				
F	6	6	1										3 0
G	1	4	3		0 4	0 4	0 4						
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	0	0	0	1
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5

✓

EAS={F}

OSS: F

## Resource Graph



## برنامه ریزی منابع

(تسطیح ب - تخصیص منابع نامحدود  
منابع)

جلسه چهاردهم

تعداد منبع مورد استفاده در مقطع زمانی  $t$  :  $r_t$

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{T_c} (r_t)^2$$

## الگوریتم برگس (Burgess)

قدمهای الگوریتم:

قدم ۱ - فعالیتها را به ترتیب شماره گره پایانی و در صورتی که دو فعالیت دارای یک گره پایانی هستند به ترتیب افزایش شماره گره شروعی از بالا به پایین در جدول قرار دهید.

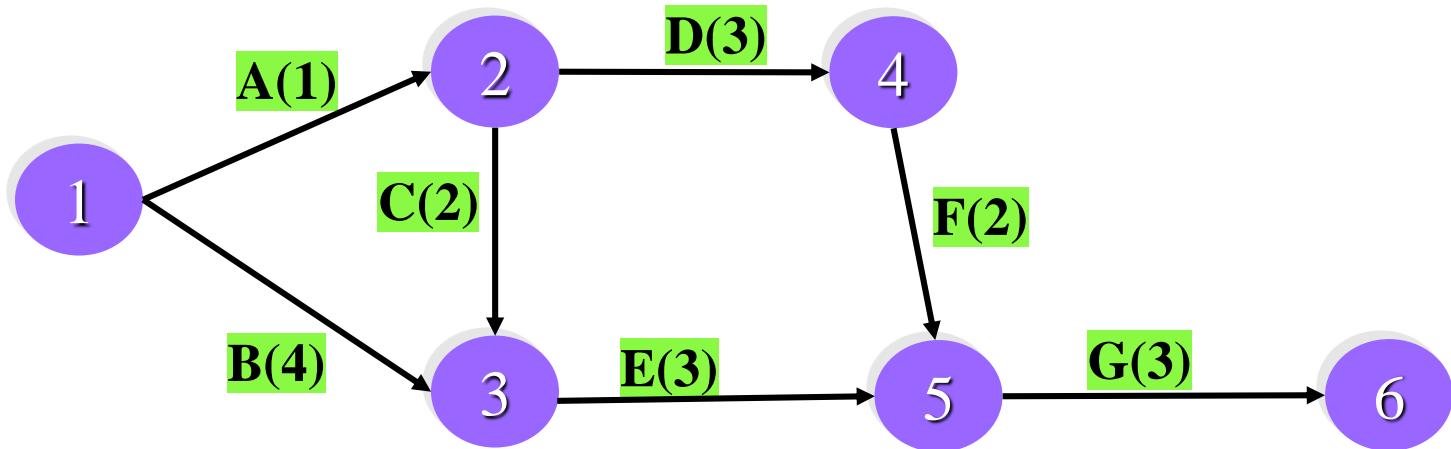
قدم ۲ - از آخرین فعالیت (پایین لیست) شروع نموده و فعالیت را به نحوی برنامه ریزی کنید که رابطه کمینه شود.

$$z = \text{Min} \sum (r_t)^2$$

قدم ۳ - عملیات مربوط به قدم ۲ را به ترتیب برای سایر فعالیتها از پایین به بالا تکرار کنید.

قدم ۴ - پس از آنکه تمامی فعالیتها برنامه ریزی شدند مجدداً از پایین ترین فعالیت جدول، قدم های ۲ و ۳ را برای تمامی فعالیتها تکرار می کنیم. این روند را آنقدر ادامه می دهیم تا کاهش بیشتری درتابع Z ممکن نباشد.

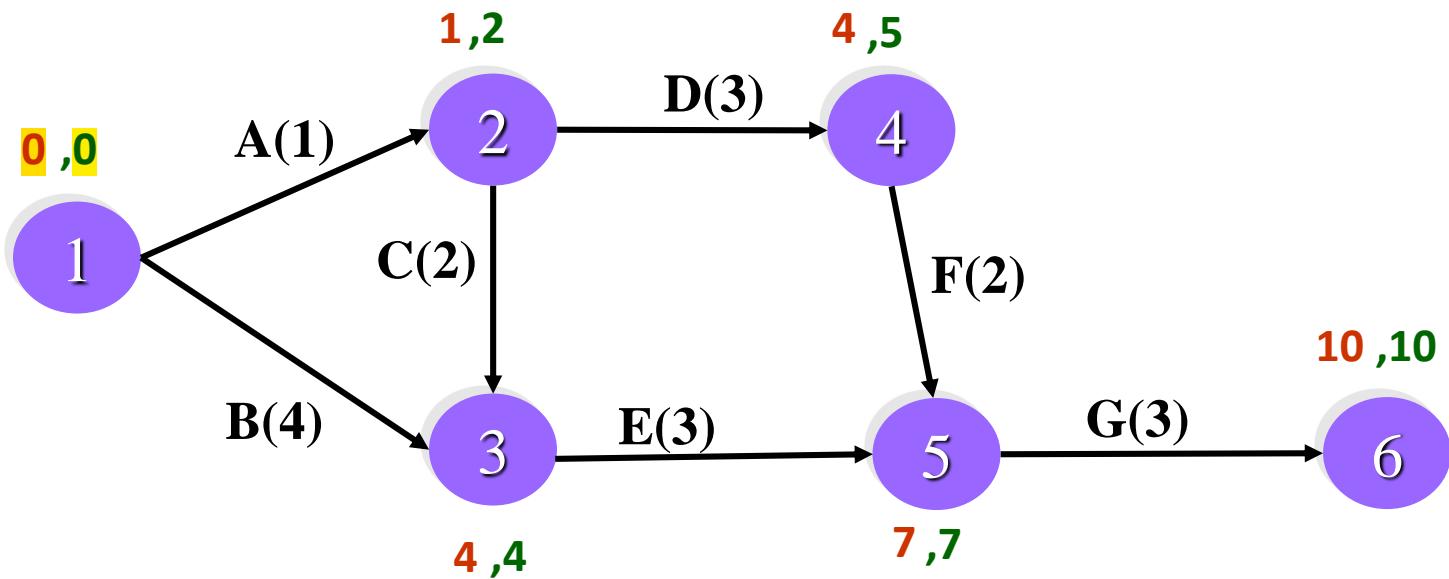
## مثال



	A	B	C	D	E	F	G
تعداد کارگر	1	2	3	2	1	4	4

کارگر را بعنوان منبع نامحدود در نظر بگیرید.

حل مسئله واجرای الگوريتم:



ACTIVITY	ES	LS	r	0	1	2	3	4	5	T										
1-2	0	1	1																	
1-3	0	0	2																	
2-3	1	2	3																	
2-4	1	2	2																	
3-5	4	4	1																	
4-5	4	5	4																	
5-6	7	7	4																	
$r_t$																				
$(r_t)2$																				

ACTIVITY	ES	LS	r	0	1	2	3	4	5	6	T	7	8	9	10
1-2	0	1	1												
1-3	0	0	2												
2-3	1	2	3												
2-4	1	2	2												
3-5	4	4	1												
4-5	4	5	4												
5-6	7	7	4									4	4	4	
$r_t$												4	4	4	
$(r_t)2$												16	16	16	16

ACTIVITY	ES	LS	r	T							
				0	1	2	3	4	5	6	7
1-2	0	1	1						5		
1-3	0	0	2								
2-3	1	2	3								
2-4	1	2	2								
3-5	4	4	1								
4-5	4	5	4						4	4	
5-6	7	7	4							4	4
$r_t$								4	4	4	4
$(r_t)2$								16	16	16	16

ACTIVITY	ES	LS	r	T							
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1								
1-3	0	0	2								
2-3	1	2	3								
2-4	1	2	2								
3-5	4	4	1		1	1	1				
4-5	4	5	4		4	4	4				
5-6	7	7	4		4	4	4				
$r_t$				1	5	5	4	4	4	4	
$(r_t)2$				1	25	25	16	16	16	16	

ACTIVITY	ES	LS	r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	T
1-2	0	1	1											
1-3	0	0	2											
2-3	1	2	3											
2-4	1	2	2		2	2	2							
3-5	4	4	1					1	1	1				
4-5	4	5	4						4	4				
5-6	7	7	4							4	4	4		
$r_t$				2	2	2	1	5	5	4	4	4		
$(r_t)2$				4	4	4	1	25	25	16	16	16		

ACTIVITY	ES	LS	r	T							
1-2	0	1	1								
1-3	0	0	2	2	2	2	2				
2-3	1	2	3		3	3					
2-4	1	2	2	2	2	2					
3-5	4	4	1		1	1	1				
4-5	4	5	4		4	4					
5-6	7	7	4				4	4	4		
$r_t$				2	4	7	7	1	5	5	4
$(r_t)2$				4	16	49	49	1	25	25	16

ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1		1									
1-3	0	0	2		2	2	2	2						
2-3	1	2	3			3	3							
2-4	1	2	2		2	2	2							
3-5	4	4	1					1	1	1				
4-5	4	5	4						4	4				
5-6	7	7	4							4	4	4		
$r_t$				3	4	7	7	1	5	5	4	4	4	
$(r_t)2$				9	16	49	49	1	25	25	16	16	16	

Z=222

ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1		1									
1-3	0	0	2		2	2	2	2						
2-3	1	2	3				3	3						
2-4	1	2	2			2	2	2						
3-5	4	4	1						1	1	1			
4-5	4	5	4							4	4			
5-6	7	7	4									4	4	4
$r_t$				3	4	7	7	1	5	5	4	4	4	
$(r_t)2$				9	16	49	49	1	25	25	16	16	16	

ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1		1									
1-3	0	0	2		2	2	2	2						
2-3	1	2	3					3	3					
2-4	1	2	2		2	2	2	2						
3-5	4	4	1						1	1	1			
4-5	4	5	4							4	4			
5-6	7	7	4								4	4	4	
$r_t$				3	4	7	7	1	5	5	4	4	4	
$(r_t)2$				9	16	49	49	1	25	25	16	16	16	

ACTIVITY	ES	LS	r	T									
1-2	0	1	1	0	1	2							
1-3	0	0	2	2	2	2	2						
2-3	1	2	3			3	3						
2-4	1	2	2			2	2	2					
3-5	4	4	1				1	1	1				
4-5	4	5	4					4	4				
5-6	7	7	4						4	4	4		
$r_t$				3	2	7	7	3	5	5	4	4	4
$(r_t)2$				9	4	49	49	9	25	25	16	16	16

Z=218

ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1		1									
1-3	0	0	2		2	2	2	2						
2-3	1	2	3				3	3						
2-4	1	2	2				2	2	2					
3-5	4	4	1					1	1	1				
4-5	4	5	4						4	4				
5-6	7	7	4							4	4	4		
$r_t$				3	2	7	7	3	5	5	4	4	4	
$(r_t)2$				9	4	49	49	9	25	25	16	16	16	

ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1		1									
1-3	0	0	2		2	2	2	2						
2-3	1	2	3			3	3							
2-4	1	2	2			2	2	2						
3-5	4	4	1					1	1	1				
4-5	4	5	4						4	4				
5-6	7	7	4							4	4	4		
$r_t$				3	2	7	7	3	5	5	4	4	4	
$(r_t)2$				9	4	49	49	9	25	25	16	16	16	

ACTIVITY	ES	LS	r	T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1		1										
1-3	0	0	2		2	2	2	2							
2-3	1	2	3		3	3									
2-4	1	2	2		2	2	2								
3-5	4	4	1						1	1	1				
4-5	4	5	4						4	4					
5-6	7	7	4								4	4	4		
$r_t$					3	5	7	4	3	5	5	4	4	4	
$(r_t)2$					9	25	49	16	9	25	25	16	16	16	16

Z=206

برنامه ریزی و کنترل پروژه

PERT

تکنیکهای اولیه زمانبندی پروژه در اوخر دهه ۱۹۵۰ میلادی ابداع شدند. اولین روش نظاممند که در جهت زمانبندی پروژه با هدف بهینگی توسعه داده شد، روش مسیر بحرانی [۱] میباشد. این روش که تجزیه و تحلیل مسیر بحرانی نیز نام دارد [۲] نتیجه همکاری دوپونت [۳] و رمینگتون رند [۴] در سال ۱۹۵۷ میلادی است. در این روش مدت انجام فعالیتها به صورت یک مقدار عددی تخمین زده می شود و فرض می شود که تغییرات این مدت بسیار ناچیز و قابل چشم پوشی است. این شرایط در پروژه هایی عینیت دارد که سابقا نمونه ای شبیه به آنها اجرا شده و یا تجاری از مدت اجرای فعالیتها در دست باشد.

همزمان با معرفی روش مسیر بحرانی در زمانبندی پروژه ها، نیروی دریایی ایالات متحده با همکاری مشاوران مدیریت بوز آلن همیلتون [۵] و همینطور شرکت هوایپماسازی لاکهید [۶]، تکنیک ارزیابی و مرور پروژه [۷] را در زمانبندی پروژه زیردریایی پولاریس ارایه کرد. موفقیت این روش در زمانبندی پروژه پولاریس به گسترش استفاده از این روش در سالهای بعد متهی شد. کاربرد اصلی روش ارزیابی و مرور برنامه در پروژه هایی است که عدم قطعیت در مدت انجام فعالیتها وجود دارد و نمی توان از یک مقدار عددی ثابت برای تخمین زمان انجام فعالیتها استفاده کرد.

[۱] Critical Path Method (CPM)

[۲] Critical Path Analysis (CPA)

[۳] De Pont

[۴] Remington Rand

[۵] Booz-Allen Hamilton

[۶] Lockheed Corporation

[۷] Project Evaluation & Review Technique (PERT)

مثال

فعالیت طراحی موتور جدید در یک پروژه تحقیقاتی.

از ۱۰ نفر کارشناس مربوطه در خصوص مدت زمان فعالیت نظرخواهی شده و اطلاعات زیر حاصل شده است.

درصد کارشناسان دارای نظر	تعداد کارشناس دارای نظر	مدت زمان فعالیت (ماه)
۱۰/۰	۱	۱
۲۰/۰	۲	۲
۵۰/۰	۵	۳
۱۰/۰	۱	۵
۱۰/۰	۱	۶



## استفاده از تخمین سه زمانه

در روش PERT غالباً از ۳ تخمین برای مدت زمان فعالیت استفاده می‌کنند:

: (a) **Optimistic Time** زمان خوش بینانه

تعداد کمی از کارشناسان این حدس را زده‌اند و این تعداد با دید خوبی‌بینانه زمان را پیش بینی کرده‌اند. و این زمان کمترین مقدار است.

: (m) **Most Likely Time** زمان محتمل

زمانی که بیشترین تعداد کارشناسان این حدس را زده‌اند و یا در بیشتر مواقع زمان انجام فعالیت این باشد.

: (b) **Pessimistic Time** زمان بد بینانه

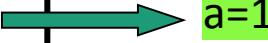
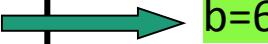
تعداد کمی از کارشناسان این حدس را زده‌اند و این تعداد با دید بدبینانه زمان را پیش بینی کرده‌اند. و این زمان بیشترین مقدار است.

مثال

فعالیت طراحی موتور جدید در یک پروژه تحقیقاتی.

از ۱۰ نفر کارشناس مربوطه در خصوص مدت زمان فعالیت نظرخواهی شده و اطلاعات زیر حاصل شده است.

درصد کارشناسان دارای نظر	تعداد کارشناس دارای نظر	مدت زمان فعالیت (ماه)
۱۰/۰	۱	۱
۲۰/۰	۲	۲
۵۰/۰	۵	۳
۱۰/۰	۱	۵
۱۰/۰	۱	۶

  $a=1$   
  $m=3$   
  $b=6$

فرمولهای تقریب میانگین و واریانس فعالیتها

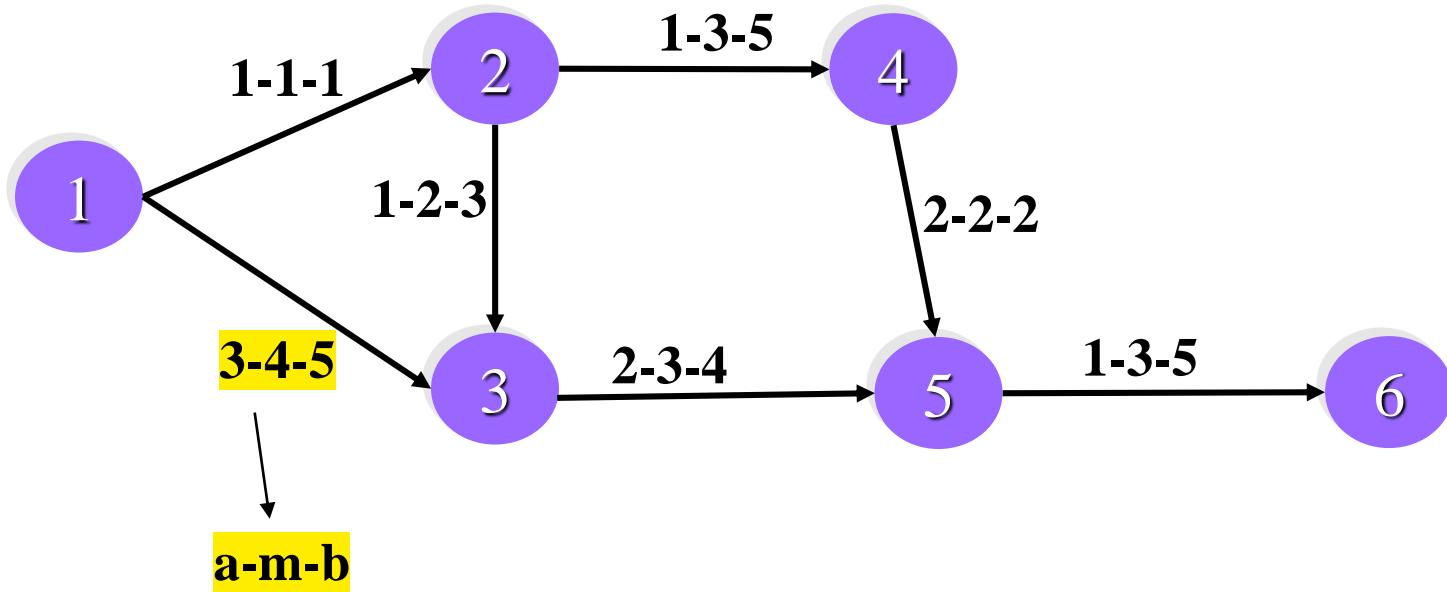
میانگین مدت زمان فعالیت  $E(D) = (a+4m+b)/6$

واریانس مدت زمان فعالیت  $Var(D) = [(b-a)/6]^2$  سیستم بازه  $0\% \text{ تا } 100\%$

### محاسبات زمانبندی در PERT

گام اول در محاسبات PERT محاسبه میانگین و انحراف معیار فعالیتهاست.  
گام دوم محاسبات رفت و برگشت با استفاده از میانگین زمان فعالیتهاست.  
گام سوم تشخیص مسیر بحرانی است.  
گام چهارم انجام تحلیل ها میباشد.

مثال



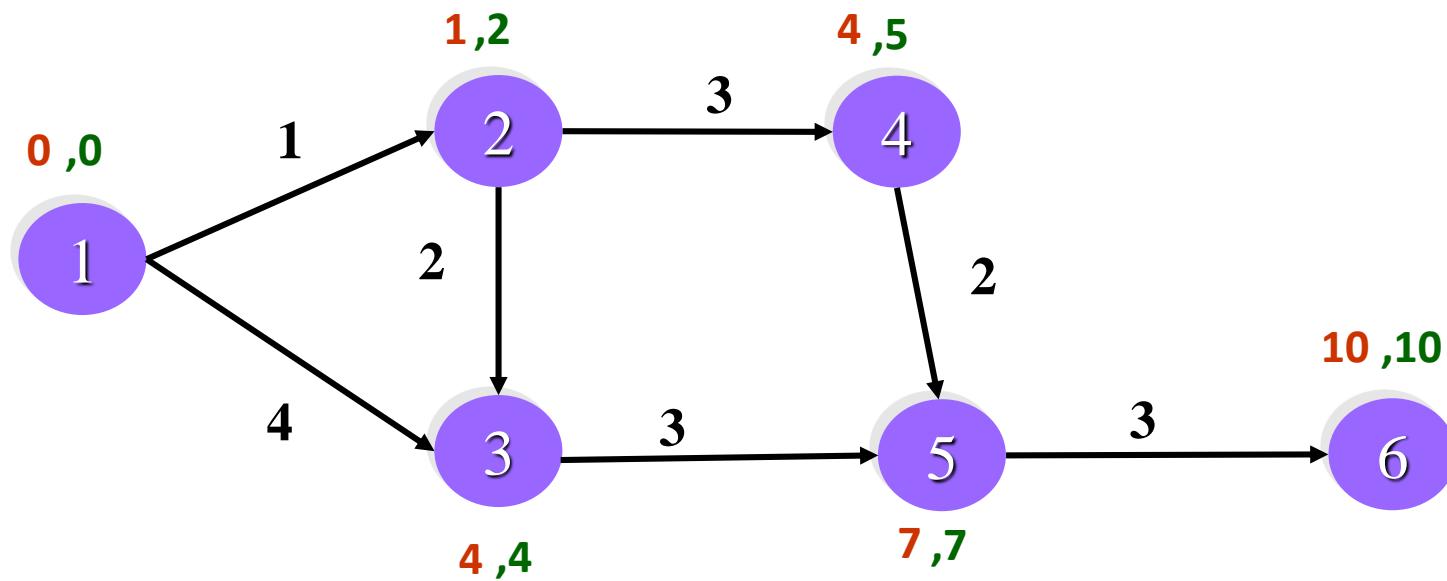
## تکنیک ارزیابی و بازنگری برنامه

---

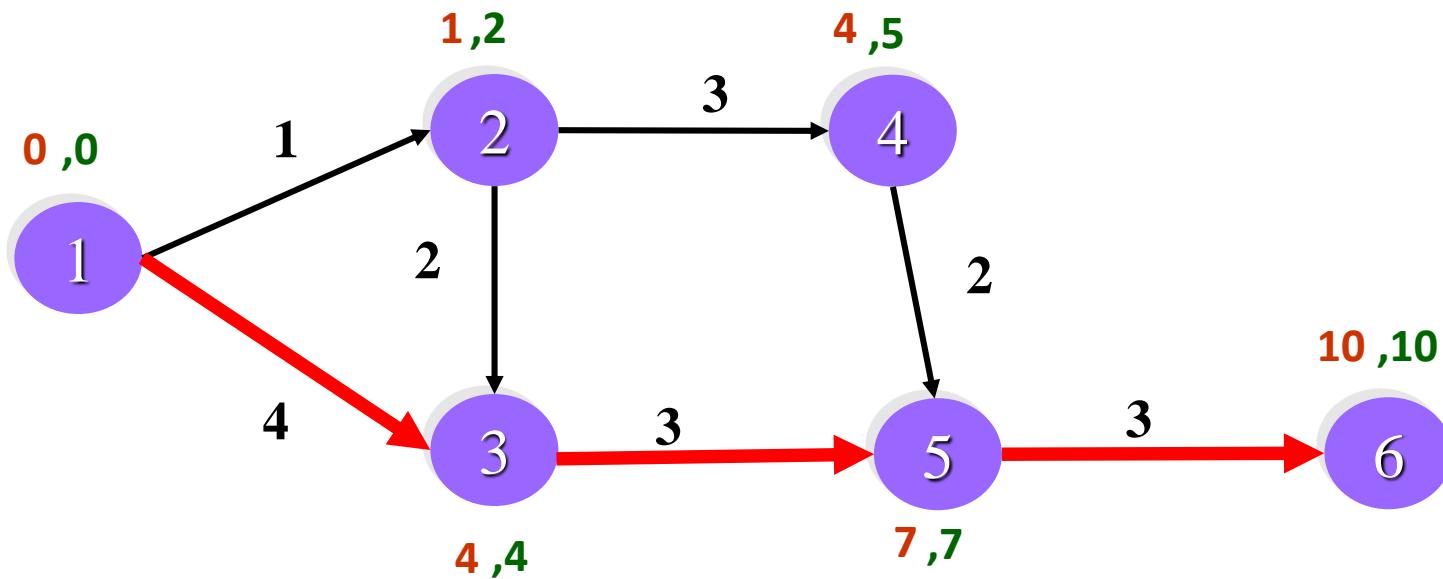


---

فعالیت	1-2	1-3	2-3	2-4	3-5	4-5	5-6
میانگین مدت زمان	1	4	2	3	3	2	3
واریانس مدت زمان	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	0	$\frac{4}{9}$



تشخیص مسیر بحرانی



مسیرهای بحرانی شامل فعالیتهای ۱-۳ و ۳-۵ و ۵-۶ میباشد.

مدت زمان اجرای پروژه برابر است با مجموع فعالیتهای مسیر بحرانی.  
اگر  $T$  برابر مدت زمان اجرای پروژه تعریف شود می‌توان گفت که  $T$  برابر مدت زمان مسیر بحرانی است یا به عبارتی  $T$  برابر مجموع مدت زمان فعالیتهای مسیر بحرانی است و چون زمان فعالیتها متغیر تصادفی (احتمالی) می‌باشد و مدت زمان آنها از هم مستقل است طبق قضیه حد مرکزی  $T$  دارای توزیع نرمال با میانگین زمان مسیر بحرانی و واریانس برابر مجموع واریانس‌های فعالیتهای مسیر بحرانی است.

$$T = D(1-3) + D(3-5) + D(5-6)$$

$$E[T] = E[D(1-3)] + E[D(3-5)] + E[D(5-6)]$$

$$E[T] = 4 + 3 + 3 = 10$$

$$\text{Var}[T] = \text{Var}[D(1-3)] + \text{Var}[D(3-5)] + \text{Var}[D(5-6)]$$

$$\begin{aligned}\text{Var}[T] &= \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9} \\ &= \frac{6}{9}\end{aligned}$$

$$T \sim N(10, \frac{6}{9})$$

$$P(T \leq H) = P(Z \leq \frac{H - E(D)}{\sqrt{Var(D)}})$$

H

با چه احتمالی پروژه در کمتر از ۱۱ روز به اتمام میرسد؟

$$P(T \leq 11) = P(Z \leq \frac{11 - 10}{\sqrt{\frac{6}{9}}}) = P(Z \leq 1.5) = 0.93$$

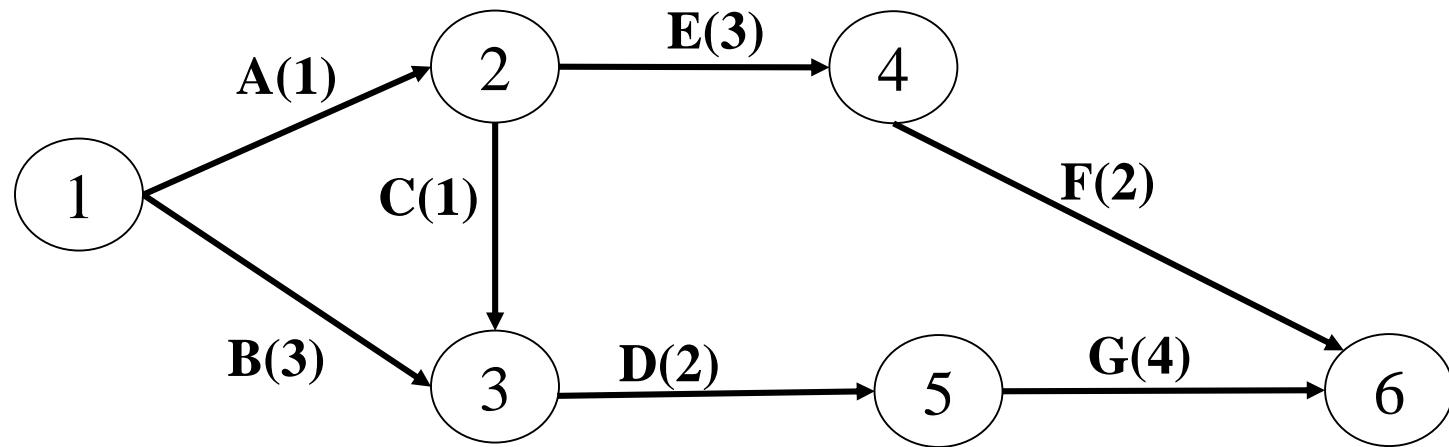
با چه احتمالی پروژه بین ۹ تا ۱۱ روز به اتمام میرسد؟

$$\begin{aligned} P(9 \leq T \leq 11) &= P\left(\frac{9-10}{\sqrt{\frac{6}{9}}} \leq Z \leq \frac{11-10}{\sqrt{\frac{6}{9}}}\right) = P(-1.5 \leq Z \leq 1.5) \\ &= P(Z \leq 1.5) - P(Z \leq -1.5) = 0.93 - 0.07 = 0.86 \end{aligned}$$

زمانی که به احتمال ۹۰ درصد پروژه قبل از آن به اتمام رسیده است؟

$$P(T \leq H) = P(Z \leq \frac{H - 10}{\sqrt{\frac{6}{9}}}) = 0.90$$

$$\frac{H - 10}{\sqrt{\frac{6}{9}}} = 1.28 \quad \rightarrow \quad H = 10.85$$



	A	B	C	D	E	F	G
تعداد کارگر	1	3	2	4	2	3	4

کارگر را بعنوان منبع نامحدود در نظر بگیرید.

ACTIVITY	ES	LS	r	0	1	2	3	4	T	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1												
1-3	0	0	3												
2-3	1	2	2												
2-4	1	4	2												
3-5	3	3	4												
4-6	4	7	3												
5-6	5	5	4							4	4	4	4		
$r_t$										4	4	4	4		
$(r_t)2$										16	16	16	16		

ACTIVITY	ES	LS	r	T									
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1-2	0	1	1										
1-3	0	0	3										
2-3	1	2	2										
2-4	1	4	2										
3-5	3	3	4										
4-6	4	7	3					3	3				
5-6	5	5	4					4	4	4	4		
$r_t$								3	7	4	4	4	
$(r_t)2$								9	49	16	16	16	

ACTIVITY	ES	LS	r	T							
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1								
1-3	0	0	3								
2-3	1	2	2								
2-4	1	4	2								
3-5	3	3	4		4	4					
4-6	4	7	3		3	3					
5-6	5	5	4		4	4	4	4	4	4	
$r_t$				4	7	7	4	4	4		
$(r_t)2$				16	49	49	16	16	16		

ACTIVITY	ES	LS	r	T										
1-2	0	1	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-3	0	0	3											
2-3	1	2	2											
2-4	1	4	2		2	2	2							
3-5	3	3	4				4	4						
4-6	4	7	3					3	3					
5-6	5	5	4						4	4	4	4		
$r_t$				2	2	6	7	7	4	4	4	4		
$(r_t)2$				4	4	36	49	49	16	16	16			

ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1											
1-3	0	0	3											
2-3	1	2	2			2								
2-4	1	4	2		2	2	2							
3-5	3	3	4				4	4						
4-6	4	7	3					3	3					
5-6	5	5	4						4	4	4	4		
$r_t$					2	4	6	7	7	4	4	4		
$(r_t)2$					4	16	36	49	49	16	16	16		

ACTIVITY	ES	LS	r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	T
1-2	0	1	1											
1-3	0	0	3	3	3	3								
2-3	1	2	2			2								
2-4	1	4	2		2	2	2							
3-5	3	3	4				4	4						
4-6	4	7	3					3	3					
5-6	5	5	4						4	4	4	4		
$r_t$				3	5	8	6	7	7	4	4	4		
$(r_t)2$				9	25	64	36	49	49	16	16	16		

ACTIVITY	ES	LS	r	T										
1-2	0	1	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-3	0	0	3	3	3	3								
2-3	1	2	2			2								
2-4	1	4	2		2	2	2							
3-5	3	3	4				4	4						
4-6	4	7	3					3	3					
5-6	5	5	4						4	4	4	4		
$r_t$				4	5	7	6	7	7	4	4	4		
$(r_t)2$				16	25	49	36	49	49	16	16	16		