

# بسمه تعالی

## هوش مصنوعی استنتاج در منطق مرتبهٔ اول - ۲ نیمسال اول ۱۴۰۱-۱۴۰۲

دکتر مازیار پالهنک  
آزمایشگاه هوش مصنوعی  
دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر  
دانشگاه صنعتی اصفهان

■ تبدیل به پایگاه دانش گزاره ای

■ قانون انتزاع تعمیم یافته

■ یکسان سازی

■ جداسازی استاندارد

■ عمومی ترین یکسان ساز

■ زنجیربندی به جلو

■ زنجیربندی به عقب

روش دیگه استنتاج  
در منطق مرتبه اول

فصل لیترال ها میشه کلاوز

# تحلیل Resolution

در حالت منطق مرتبه اول

$$\ell_1 \vee \dots \vee \ell_k,$$

$$m_1 \vee \dots \vee m_n$$

$$\text{SUBST}(\theta, \ell_1 \vee \dots \vee \ell_{i-1} \vee \ell_{i+1} \vee \dots \vee \ell_k \vee m_1 \vee \dots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \dots \vee m_n)$$

که  $\text{UNIFY}(\ell_i, \neg m_j) = \theta$

فرض می شود که دو کلاوز جداسازی استاندارد شده اند  
مثال:

$$\neg \text{Rich}(x) \vee \text{Unhappy}(x)$$

$$\text{Rich}(\text{Amin})$$

$$\text{Unhappy}(\text{Amin})$$

قانون تحلیل را به  $\text{CNF}(\text{KB} \wedge \neg \alpha)$  اعمال می کنیم.  
برای م.م.ا. کامل است.

وقتی میخایم ببینیم که  
آلفا از پایگاه دانش  
ایجاد میشه یا نه باید  
نقیض آلفا را به  
پایگاه دانش اضافه  
کنیم بعدش پایگاه رو  
به شکل  
CNF  
درمیاریم بعد میبینیم  
آیا به تناقض یا کلاوز  
تهی میرسیم یا نه؟

یکی از جملات کلاوز  
سمت چپ بتوانه با  
نقیض یکی از لیترال  
های سمت راست  
یکسان بشه یعنی یه  
تتایی پیدا بشه که  
بتونه این دوتا را مثل  
هم بکنه  
پس میتونیم این دوتا  
لیترال را حذف کنیم و  
بقیه لیترال ها را باهم  
فصل کنیم و یک  
کلاوز جدیدی ایجاد  
کنیم ولییییی  
باید اون یکسان  
سازی که بالا استفاده  
شد روی این کلاوز  
جدیده اعمال بشه

مازیا

این دوتا چون نقیض هم هستند پس میتونیم یکسانشون کنیم و یه یکسان  
ساز بدست بیاریم  
یکسان سازشون میشه امین که به جای ایکس باید بذاریم امین  
پس بقیه ی کلاوز ها را به جز این دوتا با هم باید فصل کنیم و به جای  
متغیرایکس بذاریم امین پس به کمک قانون تحلیل یا رزولوشن  
نتیجه میشه که ایمن خوشحال نیست

## تبدیل به شکل عطفی عادی

■ هر کسی که همه حیوانات را دوست دارد، کسی او را دوست دارد:

$$\forall x [\forall y \text{ Animal}(y) \Rightarrow \text{Loves}(x,y)] \Rightarrow [\exists y \text{ Loves}(y,x)]$$

■ ۱- حذف دو شرطی و شرطی:

$$\forall x [\neg \forall y \neg \text{Animal}(y) \vee \text{Loves}(x,y)] \vee [\exists y \text{ Loves}(y,x)]$$

■ ۲- حرکت  $\neg$  به داخل:  $\neg \forall x p \equiv \exists x \neg p$ ,  $\neg \exists x p \equiv \forall x \neg p$

$$\begin{aligned} & \forall x [\exists y \neg (\neg \text{Animal}(y) \vee \text{Loves}(x,y))] \vee [\exists y \text{ Loves}(y,x)] \\ & \forall x [\exists y \neg \neg \text{Animal}(y) \wedge \neg \text{Loves}(x,y)] \vee [\exists y \text{ Loves}(y,x)] \\ & \forall x [\exists y \text{ Animal}(y) \wedge \neg \text{Loves}(x,y)] \vee [\exists y \text{ Loves}(y,x)] \end{aligned}$$

دوتا سور وجودی داریم ک هردوشون از  
وای استفاده کردن و این دوتا وای هیچ  
ارتباطی باهم ندارن پس میتونیم از  
جداسازی استاندارد استفاده کنیم

# تبدیل به شکل عطفی عادی

۳- جداسازی استاندارد متغیرها:

$$\forall x [\exists y \text{ Animal}(y) \wedge \neg \text{Loves}(x, y)] \vee [\exists z \text{ Loves}(z, x)]$$

۴- اسکلم کردن (شکل کلی تر حذف وجودی)

باید دقت کرد:

ما می‌خواهیم این سورهای وجودی که داریم را حذف کنیم  
در روشی که قبلاً گفته بودیم باید سور رو حذف می‌کردیم و به جای اون متغیری که توی سور وجودی استفاده شده یه ثابت اسکلم می‌داشتیم ولی اینجا باید دقت کنیم و از تابع اسکلم استفاده کنیم نه ثابت!

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

# مثالی از تابع اسکلم

■ هر کسی یک قلب دارد

$$\forall x \text{ Person}(x) \Rightarrow \exists y \text{ Heart}(\boxed{y}) \wedge \text{Has}(x, \boxed{y})$$

■ اگر دقت نکنیم:

$$\forall x \text{ Person}(x) \Rightarrow \text{Heart}(\boxed{H}) \wedge \text{Has}(x, \boxed{H})$$

■ با استفاده از تابع اسکلم

$$\forall x \text{ Person}(x) \Rightarrow \text{Heart}(\boxed{F(x)}) \wedge \text{Has}(x, \boxed{F(x)})$$

سور وجودی را  
حذف کردیم و به  
جای متغیرش یه  
ثابت اسکلم  
گذاشتیم  
یعنی داریم میگیم  
همه ادم ها یه قلب  
واحد دارن که  
یکسان است خب  
این اشتباهه

این اج ثابتی است که  
نشان دهنده یک قلب  
واحد است برای همه

$F(x)$   
ینی اون شی ای که  
مربوط به ایکس  
است که قلب است

هوش مصنوعی =

مازیار پالهنک

# تبدیل به شکل عطفی عادی

۳- جداسازی استاندارد متغیرها

$$\forall x [\exists y \text{ Animal}(y) \wedge \neg \text{Loves}(x, y)] \vee [\exists z \text{ Loves}(z, x)]$$

۴- اسکلم کردن (شکل کلی تر حذف وجودی)  
باید دقت کرد:

$$\forall x [\text{Animal}(A) \wedge \neg \text{Loves}(x, A)] \vee \text{Loves}(B, x)$$



هر متغیر وجودی با یک تابع اسکلم جایگزین می شود. از متغیرهای عمومی که در آن قرار گرفته

این سور عمومی حذف میشه

$$\forall x [\text{Animal}(F(x)) \wedge \neg \text{Loves}(x, F(x))] \vee \text{Loves}(G(x), x)$$

اگه با ثابت اسکلم  
بریم جلو ینی  
همه یه حیوان خاصی  
را دوست ندارند یا  
یه فرد خاصی همه ی  
اون افراد را دوست  
داره که این منظور ما  
نیست  
پس از تابع اسکلم  
استفاده میکنیم

استفاده از  
ثابت اسکلم

# تبدیل به شکل عطفی عادی

۵- انداختن سورهای عمومی

$$[Animal(F(x)) \wedge \neg Loves(x, F(x))] \vee Loves(G(x), x)$$

۶- توزیع  $\vee$  روی  $\wedge$

$$[Animal(F(x)) \vee Loves(G(x), x)] \wedge [\neg Loves(x, F(x)) \vee Loves(G(x), x)]$$



اگه به جای ایکس بذاریم مزدور  
یکسان سازی انجام دادیم بعدش که  
رزولوشن یا قانون تحلیل انجام بشه  
این دوتا که نقیض هم هستند باهم  
میرن و بقیه میمونن که باید هر جا که  
ایکس باشه مزدور بذاریم به جاش

## بازدید مثال قبل

این جمله به فرم  
CNF  
دراومده

$$\neg \text{Iranian}(x) \vee \neg \text{Weapon}(y) \vee \neg \text{Hostile}(z) \vee \neg \text{Sells}(x, z, y) \vee \text{Criminal}(x)$$

$$\neg \text{Criminal}(\text{Mozdour})$$

$$\text{Iranian}(\text{Mozdour})$$

$$\neg \text{Iranian}(\text{Mozdour}) \vee \neg \text{Weapon}(y) \vee \neg \text{Hostile}(z) \vee \neg \text{Sells}(\text{Mozdour}, z, y)$$

توی پایگاه دانش  
اینو داریم

$$\neg \text{Missile}(x) \vee \text{Weapon}(x)$$

$$\neg \text{Weapon}(y) \vee \neg \text{Hostile}(z) \vee \neg \text{Sells}(\text{Mozdour}, z, y)$$

$$\text{Missile}(M1)$$

$$\neg \text{Missile}(y) \vee \neg \text{Hostile}(z) \vee \neg \text{Sells}(\text{Mozdour}, z, y)$$

قانون تحلیل یا  
رزولوشن انجام  
میشه

$$\neg \text{Missile}(x) \vee \neg \text{Owns}(\text{Farzi}, x) \vee \text{Sells}(\text{Mozdour}, \text{Farzi}, x)$$

$$\neg \text{Hostile}(z) \vee \neg \text{Sells}(\text{Mozdour}, z, M1)$$

$$\text{Missile}(M1)$$

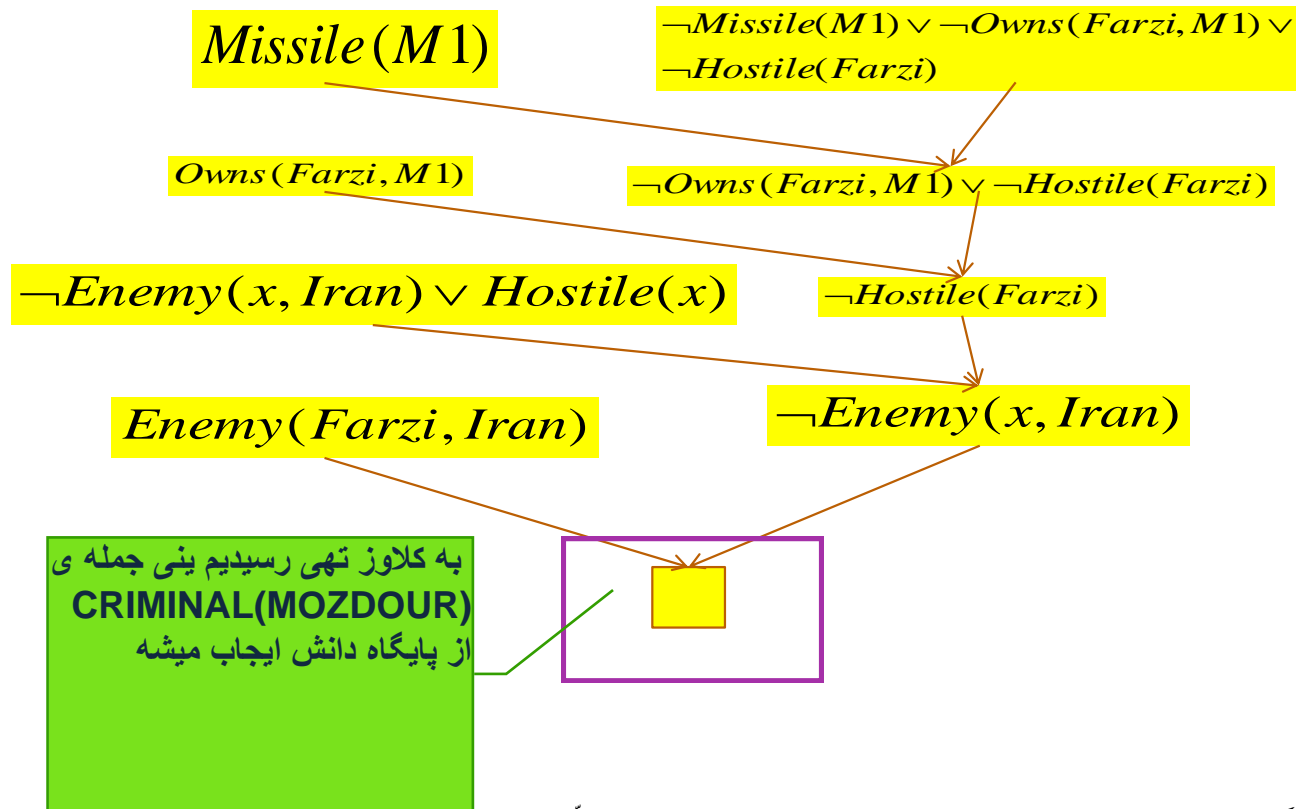
$$\neg \text{Missile}(M1) \vee \neg \text{Owns}(\text{Farzi}, M1) \vee \neg \text{Hostile}(\text{Farzi})$$

قانونی که در پایگاه  
دانش به صورت  
CNF  
دراومده

مازیار پالهنه

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

# بازدید مثال قبل



# مثال

- هر کسی همه حیوانات را دوست داشته باشد کسی او را دوست دارد.
- هر کسی که حیوانی را بکشد هیچکس او را دوست ندارد.
- امین همه حیوانات را دوست دارد.
- امین یا امیر گربه ای به نام گ ۱ را کشتند.
- آیا امیر گربه را کشت؟

با منطق مرتبه اول میخایم بفهمیم امیر گربه را کشته یا نه؟  
پس جملات بالا را باید درگام اول به منطق مرتبه اول تبدیل کنیم

■ .

- A.  $\forall x [\forall y \text{ Animal}(y) \Rightarrow \text{Loves}(x, y)] \Rightarrow [\exists y \text{ Loves}(y, x)]$
- B.  $\forall x [\exists y \text{ Animal}(y) \wedge \text{Kills}(x, y)] \Rightarrow [\forall z \neg \text{Loves}(z, x)]$
- C.  $\forall x \text{ Animal}(x) \Rightarrow \text{Loves}(\text{Amin}, x)$
- D.  $\text{Kills}(\text{Amin}, G1) \vee \text{Kills}(\text{Amir}, G1)$
- E.  $\text{Cat}(G1)$
- F.  $\forall x \text{ Cat}(x) \Rightarrow \text{Animal}(x)$

همان گربه گ ۱

$\neg G. \neg \text{Kills}(\text{Amir}, G1)$

باید صریحا بگیم که  
گربه ها حیوان هستند

نقیض سوالمون را  
به پایگاه دانش  
اضافه میکنیم

مازیار پالهنک

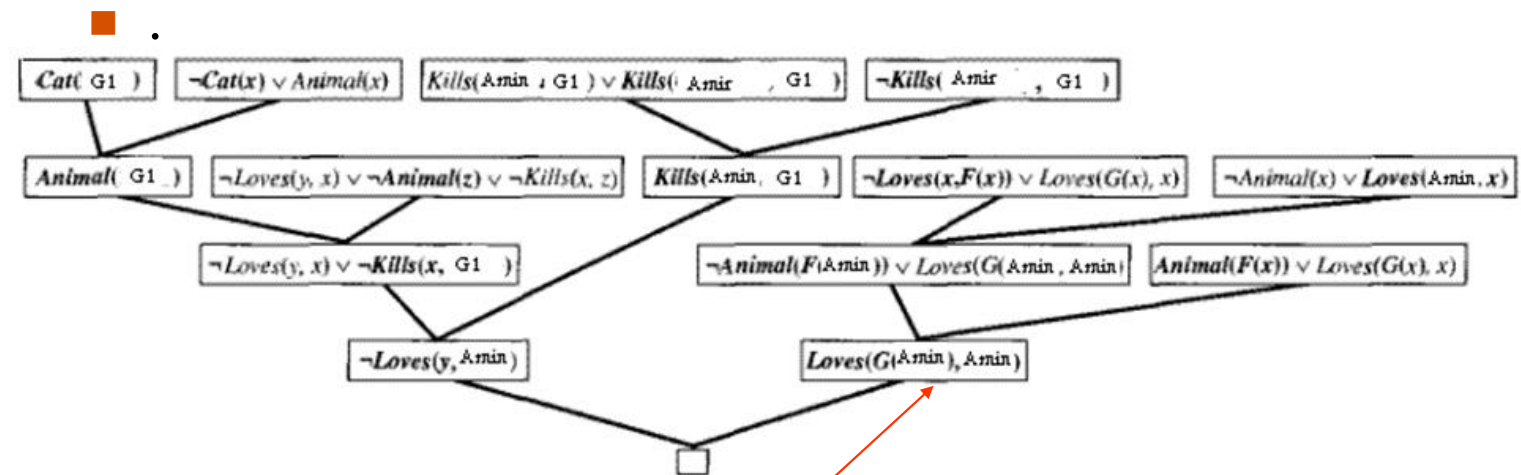
هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

12

جمله های بالا را باید به  
**cnf**  
 تبدیل کنیم  
 حذف شرطی و دوشروطی  
 حذف سورهای وجودی و عمومی  
 از تابع اسکلم اگ نیازه استفاده کن  
 نقیض ها را اعمال میکنیم از قانون دمورگان هم استفاده کن

- A1.  $Animal(F(x)) \vee Loves(G(x), x)$
- A2.  $\neg Loves(x, F(x)) \vee Loves(G(x), x)$
- B.  $\neg Animal(y) \vee \neg Kills(x, y) \vee \neg Loves(z, x)$
- C.  $\neg Animal(x) \vee Loves(Amin, x)$
- D.  $Kills(Amin, G1) \vee Kills(Amir, G1)$
- E.  $Cat(G1)$
- F.  $\neg Cat(x) \vee Animal(x)$
- ¬G.  $\neg Kills(Amir, G1)$

اعمال قانون تحلیل روی جمله  
های بالا



**Figure 9.12** A resolution proof that Amir killed the cat. Notice the use of factoring in the derivation of the clause  $Loves(G(Amin), Amin)$ .

- اغلب علاقمند هستیم که بدانیم چه کسی گ ۱ را کشت؟
- سؤال بصورت  $\exists w \text{ Kills}(w, G1)$
- شکل CNF:  $\neg \text{Kills}(w, G1)$
- با اثباتی مشابه با جایگزینی  $\{w/Amir\}$

$$\boxed{\text{Kills}(\text{Amin}, G1) \vee \text{Kills}(\text{Amir}, G1)} \quad \boxed{\neg \text{Kills}(w, G1)}$$

- مشکل: تحلیل با  $\text{Kills}(\text{Amin}, G1) \vee \text{Kills}(\text{Amir}, G1)$
- با  $\{w/\text{Amin}\}$  به  $\text{Kills}(\text{Amir}, G1)$  می رسیم
- دوباره تحلیل با  $\neg \text{Kills}(w, G1)$  به تهی می رسیم!



وقتی که به جای

W

گذاشتیم امیر و به جواب نرسیدیم به  
عقبگرد کنیم که آیا میشد به جای

W

به مقدار دیگه به جز امیر قرار بدیم؟

■ حل ۱: محدود کنیم که جایگزینی برای متغیرهای سؤال فقط یک بار انجام شود.

■ با عقبگرد به جواب صحیح می رسیم

■ حل ۲: اضافه کردن لیترال پاسخ و نتیجه هر گاه به لیترال پاسخ تک رسیدیم.

■ در مورد مثال قبل:  $\neg \text{Kills}(w, G1) \vee \text{Answer}(w)$

■ با جایگزینی صحیح به  $\text{Answer}(\text{Amir})$  می رسیم.

■ با جایگزینی نادرست به  $\text{Answer}(\text{Amin}) \vee \text{Answer}(\text{Amir})$

# برخورد با برابری

■ اگر در پایگاه داشته باشیم:

■  $A=B$

■  $P(A)$

چه چیزهایی به جای  
ایکس میتونه قرار  
بگیره؟

■ سؤال:  $P(X)$ ؟

■ فقط  $X=A$  پاسخ خواهیم گرفت.

# برخورد با برابری

■ یک روش ایجاد چند اصل برای برابری:

■ خواص انعکاسی، تقارنی، و تریایی:

$$\forall x \ x = x$$

$$\forall x, y \ x = y \Rightarrow y = x$$

$$\forall x, y, z \ x = y \wedge y = z \Rightarrow x = z$$

$$\forall x, y \ x = y \Rightarrow (P_1(x) \Leftrightarrow P_1(y))$$

$$\forall x, y \ x = y \Rightarrow (P_2(x) \Leftrightarrow P_2(y))$$

⋮

$$\forall w, x, y, z \ w = y \wedge x = z \Rightarrow (F_1(w, x) = F_1(y, z))$$

$$\forall w, x, y, z \ w = y \wedge x = z \Rightarrow (F_2(w, x) = F_2(y, z))$$

⋮

■ و برای هر مسند و تابع:

# برخورد با برابری

مشکل این روش در برخورد با برابری

این سه تا ارگومان میگیره

تولید نتایج زیاد نامربوط

روش دیگر قانون استنتاج demodulation:

برای هر ترم  $x, y, z$  که  $z$  در جایی از لیترال  $m_i$  ظاهر شده

است و  $\text{Unify}(x, z) = \theta$

برای یک لیترال تک

$$\frac{x = y, \quad m_1 \vee \dots \vee m_n}{\text{SUB}(\text{SUBST}(\theta, x), \text{SUBST}(\theta, y), m_1 \vee \dots \vee m_n)}$$

که  $\text{SUB}(x, y, m)$  یعنی جایگزینی  $x$  با  $y$  هر جا که  $x$  در  $m$

ظاهر شده است.

اون چیزی که باعث شده ایکس و زد باهم یکسان بشن رو باید هم روی ایکس هم وای اعمال بشه

هرجایی که ایکس توی ام حضور داره به جاش وای بذاریم

هوش مصنوعی

# برخورد با برابری

اگه به جای ایکس بذاریم  
امین یکسان میشه جمله  
ها

■ مثال: با داشتن:

$$Father(Father(x)) = PaternalGrandfather(x)$$

$$Birthdate(Father(Father(Amin)), 1320)$$

می توانیم نتیجه بگیریم:

$$Birthdate(PaternalGrandfather(\text{Amin}), 1320)$$

به کمک قانون  
demodulation

# برخورد با برابری

■ بسط قانون قبلی به کلاوزهای غیر تک، بنام قانون  
:paramodulation

■ برای هر ترم  $x, y$ ، و  $z$  که  $z$  در جایی از لیترال  $m_i$  ظاهر شده  
است و  $\text{Unify}(x, z) = \theta$ :

$$\frac{\ell_1 \vee \dots \vee \ell_k \vee x = y, \quad m_1 \vee \dots \vee m_n}{\text{SUB}(\text{SUBST}(\theta, x), \text{SUBST}(\theta, y), \text{SUBST}(\theta, \ell_1 \vee \dots \vee \ell_k \vee m_1 \vee \dots \vee m_n))}.$$

اعمال تتا روی ایکس

اعمال تتا روی وای

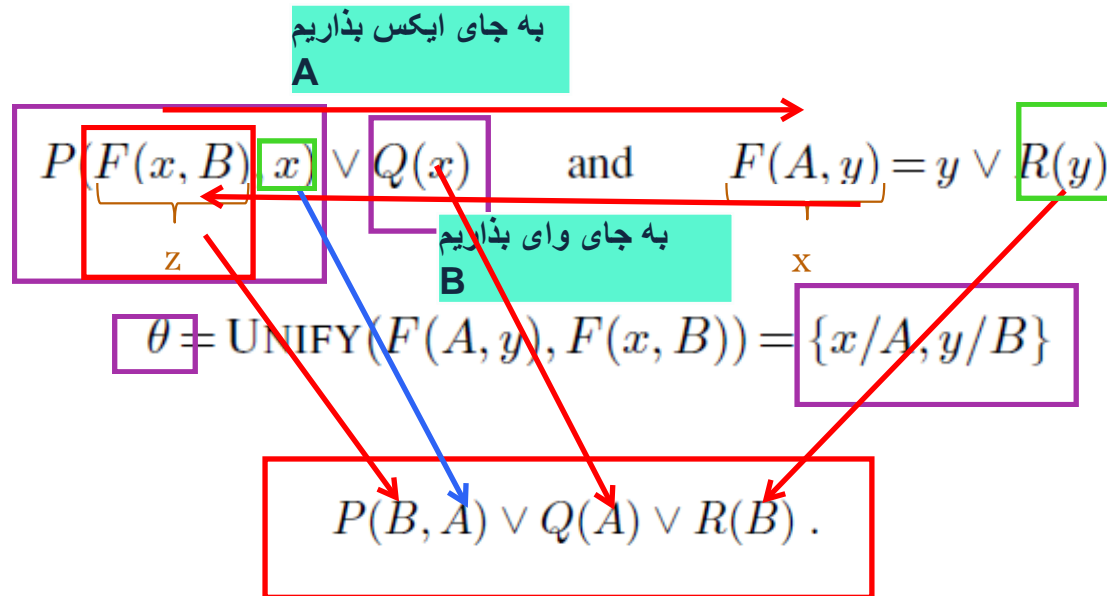
به جای زد  
وای را میگذاریم  
دقت کن ک باید تتا را  
روی همه ی لیترال  
ها اعمال کنی

به کمک قانون  
paramodulation

ایا میشه زد را با ایکس یکسان  
کرد؟

## برخورد با برابری

■ مثال:



## خلاصه

- تحلیل در منطق مرتبه اول
- تبدیل به شکل عادی عطفی
- استفاده از تابع اسکلم
- برخورد با برابری





م. پالهنك

دانشگاه صنعتی اصفهان - مجموعه مفاخر اصفهان

مازیار پالهنك

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

25

- دقت نمائید که پاورپوینت ابزاری جهت کمک به یک ارائه شفاهی می باشد و به هیچ وجه یک جزوه درسی نیست و شما را از خواندن مراجع درس بی نیاز نمی کند.
- لذا حتماً مراجع اصلی درس را مطالعه نمائید.
- در تهیه اسلایدها از سایت کتاب استفاده شده است.