

# بسمه تعالی

## هوش مصنوعی منطق مرتبه اول - ۲ نیمسال اول ۱۴۰۱-۱۴۰۲

دکتر مازیار پالهنک  
آزمایشگاه هوش مصنوعی  
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر  
دانشگاه صنعتی اصفهان

# منطق مرتبه اول

- منطق گزاره ای فرض می کند دنیا شامل واقعیتها است.
- منطق مرتبه اول فرض می کند دنیا شامل:
  - اشیاء: مردم، خانه ها، امین، رنگها، کشورها، اعداد، ...
  - روابط: برادر، بزرگتر از، درون، قسمتی از، دارای رنگ، دربر دارنده، ..
  - روابط یکتائی (خواص): قرمز، گرد، اول، ...
  - توابع: پدر، بهترین دوست، یکی بیش از، ...

# یادآوری

- در درس ساختمانهای گسسته:
- رابطه (دوتائی)  $R$  یک مجموعه از زوجهای مرتب است که می تواند زیرمجموعه ای از ضرب دکارتی دو مجموعه باشد:

$$R \subseteq A \times B$$

- مثلاً رابطه کوچکتر بودن:

$$< = \{ < 1, 2 >, < 2, 3 >, < 3, 4 >, \dots \}$$



مازیار پالهنک

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

3

$\mathbb{Z} * \mathbb{Z}$   
در مجموعه اعداد  
صحیح تعریف شده

ترتیب مهم است

# یادآوری

■ می توان آن را بصورت زیر نیز نمایش داد:

$<(1,2)$

LessThan(1,2)

$<(2,3)$

LessThan(2,3)

$<(3,4)$

LessThan(3,4)

...

...

روش های نمایش کوچکتر  
بودن

■ یا گاهی برای سادگی بصورت:

$1 < 2$

$2 < 3$

$3 < 4$

...

# یادآوری

- به همین صورت رابطه  $n$  تائی  $R$  یک مجموعه از  $n$  تائیهای مرتب است که زیرمجموعه ای از ضرب دکارتی  $n$  مجموعه است.
- در واقع در اینجا از نماد مسند برای نمایش روابط استفاده می کنیم.

ان تا مجموعه را  
با هم ضرب دکارتی  
کنیم  
اعضای ان تایی های  
مرتب به ترتیب از  
این ان تا مجموعه  
هستند ترتیب  
قرارگیری اشیا مهم  
هست

# یادآوری

ضرب دکارتی

طبق تعریف که برای  
تابع داشتیم این  
رابطه ی مربع یک  
تابع است

■ یک تابع (دوتائی) هم یک رابطه خاص بود که دامنه اش همه اعضای مجموعه اول در ضرب دکارتی بود و هر عضو از مجموعه اول نیز فقط به یک عضو از مجموعه دوم نگاشت می شد.

■ مثلاً رابطه squared روی مجموعه اعداد حقیقی:

عضو اول توی  
مجموعه اعداد حقیقی

$$\text{Squared} = \{ \dots, \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 9 \rangle, \dots \}$$

■ که عضو دوم در هر یک از زوجهای مرتب را می توانیم با نماد  $\text{Squared}(2)$ ,  $\text{Squared}(3)$  و .... نیز نشان دهیم.

از یار پالهنک

عضو دوم توی  
مجموعه اعداد حقیقی  
و مربع عضو اول  
است

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

این میشه یه شی  
داره به نتیجه ی این تابع  
که عدد ۴ است اشاره  
میکنه پس شی است

هر عضو اول فقط به  
یک عضو دیگه  
نگاشت میشه

# یادآوری

■ یا رابطه + بصورت:

$$+= \{ \dots, \langle 1, 2, 3 \rangle, \langle 2, 3, 5 \rangle, \langle 4, 3, 7 \rangle, \dots \}$$

■ که عضو سوم از هر سه تایی مرتب را می توانیم بصورت زیر نیز رجوع کنیم:

Sum(1,2)

Sum(2,3)

Sum(4,3)

■ در این درس از نماد تابعی برای رجوع به یک شیء استفاده شده است.

ترم میتونه یک ثابت  
باشه  
یا به صورت نماد  
تابعی باشه مثل پای  
چپ امین  
یا ترم مرکب باشه

ترم

■ ترم: یک عبارت منطقی که به یک شیء رجوع می کند.

■ ثابت: امین

■ پای چپ امین LeftLegOf(Amin)

■ ترم مرکب: نماد تابع بدنبال یک لیست از ترمها داخل پرانتز

هرارگومان خودش  
یه ترم



married  
یه مسند است

# جملات ساده یا اتمی

■ یک نماد مسندی بدنبال یک لیست از ترمها داخل پرانتز

■ Brother(Amin, Amir)

■ Married(Father(Amin), Mother(Amin))

■ یک جمله اتمی درست است اگر رابطه ای که بوسیله نماد مسندی به آن اشاره می شود بین اشیائی که بوسیله آرگومانها به آنها اشاره می شود برقرار باشد.

پدر امین یه تابع است  
که تابع خودش ترم حساب میشود

مازیار پالهنک

۱۴۰۱-۰۲

تفاوت تابع و مسند؟

اگر مسند بنویسیم معمولا همیشه بهش مقدار درست و غلط نسبت داد

ولی تابع داره به یک شی رجوع میکنه

نمیشه بش درست و نادرست نسبت داد

مثلا پدر امین یه تابع است و همیشه مقدار درست و غلط بش بدیم

ولی به برادر بودن و ازدواج کردن همیشه ارزش درست و نادرست داد

## جملات مرکب

■ استفاده از رابطهای منطقی

$\text{Brother}(A,B) \wedge \text{Brother}(B,A)$  ■

$\text{Older}(A,30) \vee \text{Younger}(B,30)$  ■

$\text{Older}(A,30) \Rightarrow \neg \text{Younger}(A,30)$  ■

# سورها

■ علاقمند به بیان خصوصياتی مربوط به همه یا برخی از اشیاء

این جمله برای تمام  
اشیایی که در دامنه  
ی مدل ما هستند باید  
برقرار باشد

## سور عمومی

- برای هر شیء  $x$ ، اگر  $x$  یک مار باشد آنگاه  $x$  یک خزنده است.

$$\forall x \text{ Snake}(x) \Rightarrow \text{Reptile}(x)$$

- $\forall xP$  در مدل  $m$  درست است اگر و تنها اگر برای هر شیء در دامنه مدل  $m$  درست باشد. یا:

$$\text{Snake}(M1) \Rightarrow \text{Reptile}(M1) \quad \boxed{\wedge}$$

$$\text{Snake}(M2) \Rightarrow \text{Reptile}(M2) \quad \boxed{\wedge}$$

$$\text{Snake}(M3) \Rightarrow \text{Reptile}(M3) \quad \boxed{\wedge \dots}$$

اگه فرض کنیم  
 $M1, M2, M3$   
اشیا مدل ما هستند  
جمله ی بالا که یه  
شرطه باید برای همه  
اینها برقرار باشه

## سور عمومی

یک تابع داریم که ارگومانش هم یه ثابت  
مثل امین است  
چون ارگومانش ثابت است بش ترم زمینه  
ای میگیریم  
اگه بود  
 $Father(x)$   
دیگه بش ترم زمینه ای نمیگفتیم

■ یک ترم بدون متغیر یک **ترم زمینه** (ground term) نامیده می شود.

■ مثال:  $Father(Amin)$

■ دقت: همه مارها خزنده هستند باید بصورت **شرطی** نوشته شود.

■ سور عمومی شامل همه اشیاء دامنه میشود حتی برای اشیائی که مار نیستند

■ بصورت زیر صحیح نیست

$$\forall x Snake(x) \wedge Reptile(x)$$

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

13

چون باید برای همه  
ی اشیای دامنه ی  
مدل ما برقرار باشه  
اگه ایکس یه میز  
باشه این جمله  
درست نمیشه  
پس نمیشه جمله ی  
موردنظر را نشان داد  
اگه جمله شرطی  
باشه وایکس میز  
باشه به منتفی مقدم  
کل جمله درست نمیشه

مازیار

# سور وجودی

- بیان جمله ای که برای برخی از اشیاء دامنه درست است.
- مار M1 برادری دارد که مار است:

$$\exists x \text{ Brother}(x, M1) \wedge \text{Snake}(x)$$

اشیای دامنه را به  
جای ایکس میگذاریم  
و باهم فصل میکنیم  
جمله ها را

■ هم ارز با

$$\begin{aligned} & (\text{Brother}(M2, M1) \wedge \text{Snake}(M2)) \vee \\ & (\text{Brother}(M3, M1) \wedge \text{Snake}(M3)) \vee \\ & (\text{Brother}(M4, M1) \wedge \text{Snake}(M4)) \vee \dots \end{aligned}$$

حداقل یکی از این کلاوز ها  
که درست بشه کل جمله  
درست میشه

# سور وجودی

- دقت: برخی A ها B هستند را باید با عطف بیان کرد نه با شرطی
- برخی سیبها قرمز هستند:

$$\exists x \quad Apple(x) \wedge Red(x)$$

- نه بصورت:

$$\exists x \quad Apple(x) \Rightarrow Red(x)$$

- در حالت شرطی اگر X سیب نباشد جمله به انتفای مقدم درست است.

به ازای همه ی جفت  
اشیای دامنه این  
رابطه برقرار است

اگه ایکس ولی وای  
باشه انگاه وای  
فرزند ایکس است

## سورهای تو در تو

■ علاقمند به بیان جملات پیچیده تر

$$\forall x \forall y \text{ Parent}(x, y) \Rightarrow \text{Child}(y, x)$$

■ یا

$$\forall x, y \text{ Parent}(x, y) \Rightarrow \text{Child}(y, x)$$

پرای ساده تر نوشتن  
وقتی دوتا  
سور عمومی پشت سر  
هم هستند اینطوری  
مینویسیم

■ هر کسی با فردی دوست است

$$\forall x \exists y \text{ Friend}(x, y)$$

$$\exists x \forall y \text{ Friend}(x, y)$$

■ شخصی وجود دارد که دوست همه است



این ایکس وابسته به سور عمومی است

این ایکس وابسته به سور وجودی است

## سورهای تو در تو

محدوده ی هرمتغیری به نزدیکترین سورش وابسته میشه تو این مثال ایکس دوجا استفاده شده معنای ایکس در هرکدوم از این پرانتز ها به نزدیک ترین سورش بستگی داره

- ترتیب قرار دادن سورها بطور کلی مهم است.
- استفاده از پرانتز به درک بهتر کمک می کند
- می توان همانند حلقه های تو در تو تصور کرد
- هنگامی که دو سور از یک متغیر استفاده می کنند:

$$\forall x [Cat(x) \vee (\exists x Brother(A, x))]$$

- متغیر وابسته به نزدیکترین سوری است که در حوزه آن قرار دارد.
- بهتر است متغیرهای متفاوتی استفاده شوند:

$$\forall x [Cat(x) \vee (\exists z Brother(A, z))]$$

ایکس سیب را دوست  
داشته پاشه

سور عمومی

## رابطه بین سورها

■ همه سیب را دوست ندارند.

■ هیچکسی وجود ندارد که سیب دوست داشته باشد

$$\forall x \neg Likes(x, Apples) \equiv \neg \exists x Likes(x, Apples)$$

■ یا

■ هر کسی سیب دوست دارد

■ هیچکس وجود ندارد که سیب را دوست نداشته باشد

$$\forall x Likes(x, Apples) \equiv \neg \exists x \neg Likes(x, Apples)$$

به ازای همه ی  
اشیای دامنه نقیض  
پی درست است  
هم ارز است با  
وجودنداره شی ای  
که پی برایش درست  
باشد

## رابطه بین سورها

■ در واقع چون سور عمومی یک عطف بر روی دامنه اشیاء است و سور وجودی یک فصل رابطه فوق همان قانون دموورگان است.

$$\forall x \neg P \equiv \neg \exists x P$$

$$\neg \forall x P \equiv \exists x \neg P$$

$$\forall x P \equiv \neg \exists x \neg P$$

$$\exists x P \equiv \neg \forall x \neg P$$

$$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$$

$$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$$

$$P \wedge Q \equiv \neg(\neg P \vee \neg Q)$$

$$P \vee Q \equiv \neg(\neg P \wedge \neg Q)$$

اینطور نیست که به  
ازای هرایکس پی  
درست باشد  
معادل با اینکه  
وجود داره ایکسی که  
نقیض پی برایش  
درسته  
یا پی برایش نادرسته

اینطور نیست که به  
ازای هرایکسی  
نقیض پی درست  
باشد  
یا پی نادرست باشد

اینطوری نیست که یه  
ایکسی وجود داشته  
باشد که پی برایش  
نادرست باشد

هوش من

# برابری

■ روش دیگر ساختن جملات ساده

$AtomicSentence \rightarrow Predicate \mid Predicate(Term, \dots) \mid Term = Term$

ترم اول  
پدر امین  
ترم دوم  
امیر

■ نشان دادن اینکه دو ترم به یک شیء رجوع می کنند.

■  $Father(Amin) = Amir$

ایکوال مسند یا  
رابطه ی ما همیشه  
که با مساوی نشان  
دادیم

■ روش ساده تر برای  $Equal(Father(Amin), Amir)$

■ استفاده دیگر: ذکر اینکه دو ترم برابر نیستند.

■  $A$  حداقل دو برادر دارد:

$\exists x, y \quad Brother(A, x) \wedge Brother(A, y)$  ❌

$\exists x, y \quad Brother(A, x) \wedge Brother(A, y) \wedge \neg(x = y)$

مازیار پالهنک

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

20

این دو ترم برابر  
نیستند

# دقت

■ امین دو برادر دارد:

$$Brother(Amir, Amin) \wedge Brother(Hamid, Amin)$$

■ لازم است ذکر شود که Amir و Hamid به افراد متفاوتی رجوع می کنند.

■ کاملاً، امین فقط دو برادر دارد:

$$Brother(Amir, Amin) \wedge Brother(Hamid, Amin) \wedge Amir \neq Hamid \wedge (\forall x \text{ Brother}(x, Amin) \Rightarrow (x = Amir) \vee (x = Hamid))$$

- یک پیشنهاد استفاده از ایده مورد استفاده در پایگاههای داده
- هر نماد ثابت به شیء متفاوتی اشاره می کند.
- **فرض نامهای یکتا** unique-names assumption
- جملات اتمی که نمی دانیم درست هستند، در واقع نادرست فرض می شوند.
- **فرض دنیای بسته** closed-world assumption
- هر مدل عناصر دامنه اش بیش از نمادهای ثابت استفاده شده نیست.
- **فرض بسته بودن دامنه** domain closure

■ در این شرایط جمله

$Brother(Amir, Amin) \wedge Brother(Hamid, Amin)$

■ دقیقاً بیان می کند که امین دو برادر دارد.



م. پالهنګ  
دانشگاه صنعتی اصفهان - پژوهشکده فاوا  
هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲  
مازیار پالهنګ



■ در تهیه این اسلایدها، از اسلایدهای سایت کتاب استفاده شده است.