



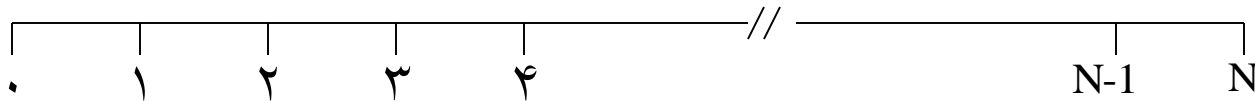
معرفی و کاربرد فاکتورها



نمودار جریان نقدی:

نمودارهایی هستند که وقایع مالی اتفاق افتاده در طی عمر یک پروژه سرمایه گذاری را نشان میدهد، همچنین عمر پروژه نیز در این نمودارها نشان داده شده است. در یک پروژه معمولاً دو نوع اتفاق مالی شامل دریافت یا پرداخت صورت می گیرد.

محور افقی نشان دهنده محور زمان بوده و عمر پروژه یا افق زمانی بررسی طرح سرمایه گذاری را نشان می دهد. فلش های به سمت پایین نمایش گر پرداخت ها و فلش های به سمت بالا نشان گر دریافت های پروژه هستند. اندازه فلش ها به طور نسبی تفاوت دریافت و یا پرداخت را نشان می دهد.





محاسبه ارزش آینده معادل با یک مبلغ فعلی

دوره زمانی	سرمایه در ابتدای دوره	بهره سالیانه	سرمایه در آخر دوره
1	P	iP	$P(1+i)$
2	$P(1+i)$	$iP(1+i)$	$P(1+i)^2$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n	$P(1+i)^{n-1}$	$iP(1+i)^{n-1}$	$P(1+i)^n$

$$\Rightarrow F = P(1+i)^n \longrightarrow F = Pf\left(\frac{F}{P}, i\%, n\right)$$



محاسبه ارزش فعلی معادل با یک مبلغ آینده:

روش بدست آوردن فرمول مشابه حالت قبل می باشد.

$$\Rightarrow P = F(1+i)^{-n} \longrightarrow P = F\left(\frac{P}{F}, i\%, n\right)$$

به کمک جدول



جدول خوانی:

$(X / Y, i\%, n)$

تعداد دوره ها
نرخ بهره
معلوم
مجهول

مثال ۱:

$(F/P, 3.00\%, 15) = 1.5580$

ستون های کناری جدول
بالای جدول
بالای هر ستون

با داشتن ارزش فعلی و ضرب آن در فاکتور مربوطه، ارزش آینده را بدست خواهیم آورد.



درون یابی خطی:

گاهی برای یک مقدار مشخص i و یا یک دوره مشخص n مقدار فاکتور در جدول موجود نیست.

مثلا فاکتور $(10, 7.3\%, A/P)$ در جدول موجود نیست.

برای نرخ‌های 7% و 8% در مدت 10 سال فاکتور A/P را می‌توان از جدول به دست آورد.

برای مقدار $(10, 7.3\%, A/P)$ ؟ ...

پاسخ: با درون‌یابی خطی بین نرخ‌های کمتر و بیشتر از 7.3% که 7% و 8% می‌باشند می‌توان به دست آورد.

رابطه خطی می‌تواند صحیح باشد چنانچه دو عدد کمتر یا بیشتر از پارامتر مجهول (i یا n) نزدیک به آن پارامتر باشند.



درون یابی خطی:

برای به دست آوردن $(A/P, 7.3\%, 10)$...
مقادیر $(A/P, 7\%, 10)$ و ...
 $(A/P, 8\%, 10)$ را از جدول به دست آورده و ...
تناسب زیر را ایجاد می کنیم.

$$7\% \rightarrow 0.1424$$

$$8\% \rightarrow 0.1490$$

$$7.3\% \rightarrow ?$$

$$7\%-8\% \rightarrow 0.1424-0.1490$$

$$7.3\%-7\% \rightarrow C = 0.3 * (0.1424-0.1490) = 0.00198$$

از آنجا که مقدار فاکتور A/P از ۷٪ به ۸٪ در حال افزایش است، مقدار C بایستی به مقدار فاکتور در ۷٪ افزوده شود

$$X = 0.1424 + 0.00198 = 0.14438$$

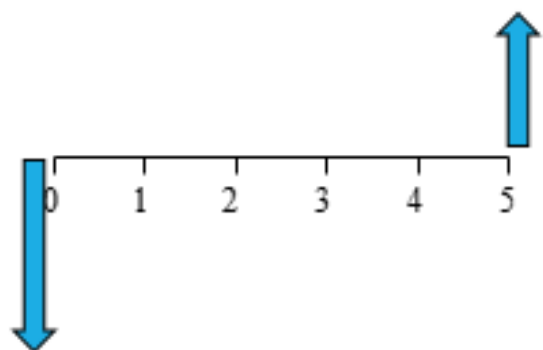


مثال:

۱) چنانچه در حال حاضر مبلغ ۱,۰۰۰,۰۰۰ واحد پولی در پروژه ای سرمایه گذاری شود و نرخ سود پروژه ۲۰٪ در سال باشد بعد از ۵ سال شما چه مبلغ سرمایه در پروژه خواهید داشت و موجودی شما در پروژه چقدر خواهد بود؟

$$P = 1000000$$

$$F = ?$$



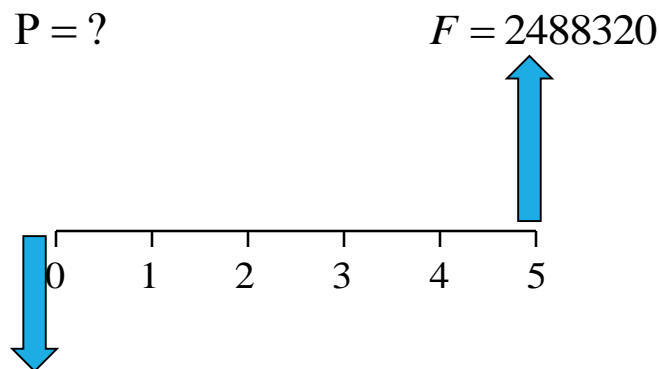
$$F = 1000000(1 + 0.2)^5 = 2488320$$

$$F = 1000000 f\left(\frac{F}{P}, 20\%, 5\right) \Rightarrow F = 1000000(2.488320) = 2488320$$



مثال:

۲) چه مبلغی در حال حاضر باید در بانکی که دارای نرخ بهره ۲۰٪ در سال می باشد پس انداز گردد تا بتوان بعد از ۵ سال ۲۴۸۸۳۲۰ واحد پولی برداشت نمود؟



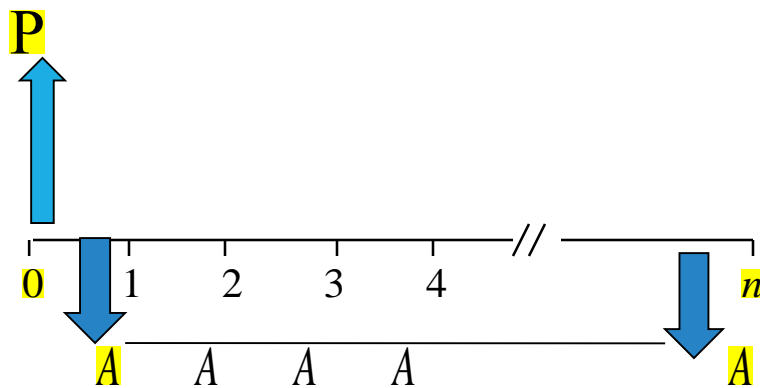
$$P = 2488320(1 + 0.2)^{-5} = 1000000$$

$$P = Ff\left(\frac{P}{F}, 20\%, 5\right) \Rightarrow P = 2488320(.401878) = 1000000$$

ارزش سری یکنواخت:



تعریف: سری یکنواخت عبارت است از یک جریان نقدی که مشتمل بر n دریافت یا پرداخت مساوی به مقدار A در انتهای n دوره می باشد.



$$P = A(1+i)^{-1} + A(1+i)^{-2} + A(1+i)^{-3} + \dots + A(1+i)^{-n}$$

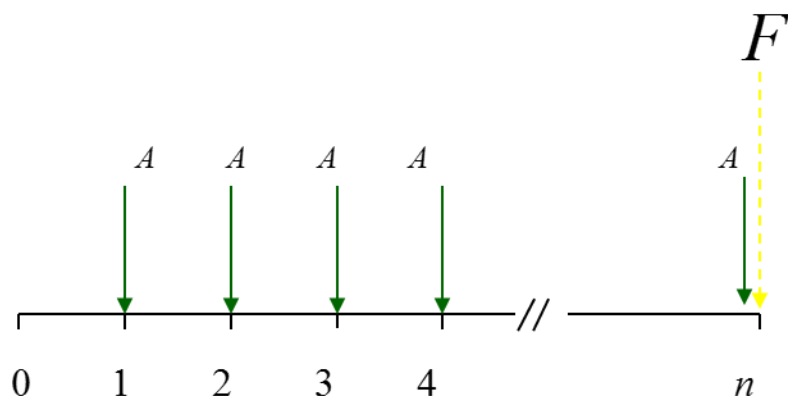
$$P = A \left(\frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right)$$

$$\Rightarrow P = A \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right) \Rightarrow P = A \left(\frac{P}{A}, i\%, n \right)$$



محاسبه ارزش آینده معادل سری یکنواخت معادل:

روش بدست آوردن فرمول مشابه حالت قبل می باشد.



$$F = A + A(1+i) + (1+i)^2 + \dots + A(1+i)^{n-1}$$

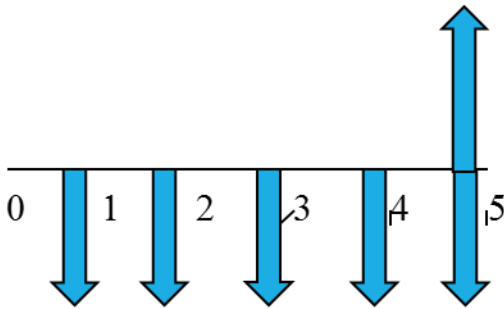
$$F = A \left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} \right]$$

$$F = A \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) \quad \Rightarrow \quad F = A \left(\frac{F}{A}, i\%, n \right)$$



مثال:

۳) شخصی مبلغ ۵۰۰ تومان در آخر هر سال به مدت ۵ سال در حساب خود قرار می دهد مبلغ پس انداز این شخص با نرخ بازگشت ۷٪ در پایان سال ۵ ام چقدر خواهد بود؟



$$F = 500f(F/A, 7\%, 5) = 500 * 5.525\ 2763 = 2785$$



تمرین شماره ۱:

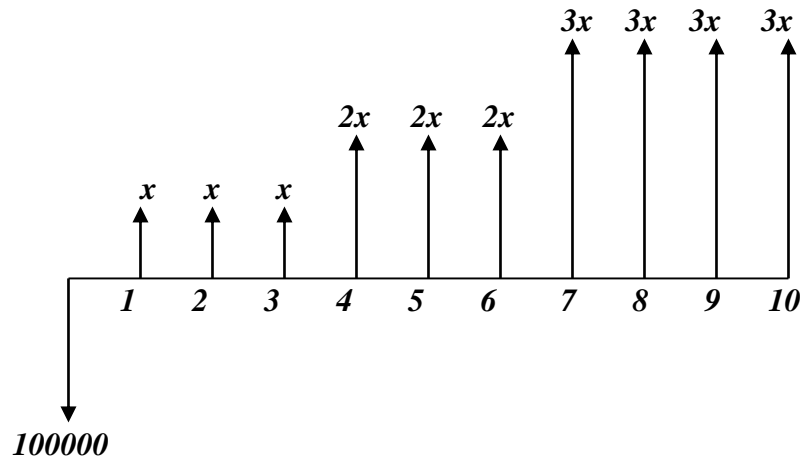
الف) با استفاده از روابط ریاضی، از ضریب $\left(\frac{F}{A}, i, n\right)$ به رابطه‌ای براساس ضریب $\left(\frac{P}{F}, i, n\right)$ برسید.
جواب خود را با استفاده از جدول بهره برای نرخ بهره ۵٪ و ۵ سال محاسبه کنید.

ب) اگر در فاکتور تبدیل جریان نقدی با شیب یکنواخت (G)، به ارزش فعلی (P) طول دوره را به سمت بی‌نهایت میل دهیم فاکتور به چه مقداری میل می‌کند؟



تمرین شماره ۲:

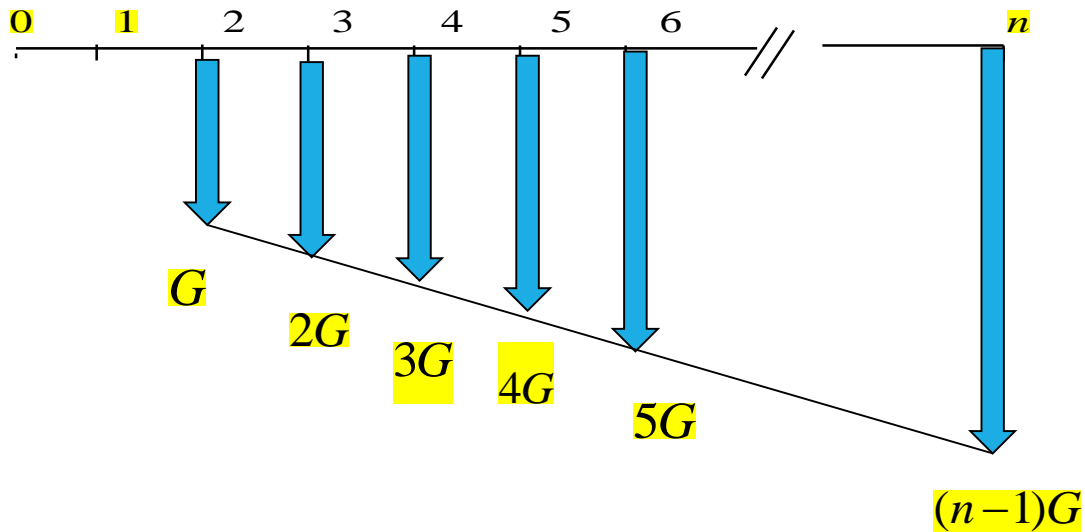
در فرآیند مالی زیر مقدار X را تعیین نمایید. فرض کنید نرخ بهره ۸٪ است.





سری شیب یکنواخت:

تمرین تشویقی





محاسبه ارزش فعلی معادل با یک سری شیب یکنواخت

$$P = G \left[\frac{1}{i} \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right) \right] \Rightarrow P = G \left(\frac{P}{G}, i\%, n \right)$$

محاسبه سری یکنواخت معادل با یک سری شیب یکنواخت

$$A = G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right] \Rightarrow A = G \left(\frac{A}{G}, i\%, n \right)$$

محاسبه ارزش آینده معادل با یک سری شیب یکنواخت

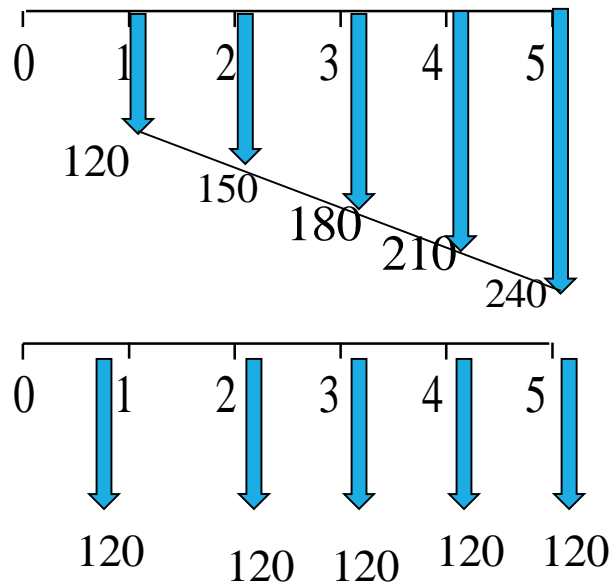
$$F = G \left[\frac{1}{i} \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right) \right] \Rightarrow F = G \left(\frac{F}{G}, i\%, n \right)$$



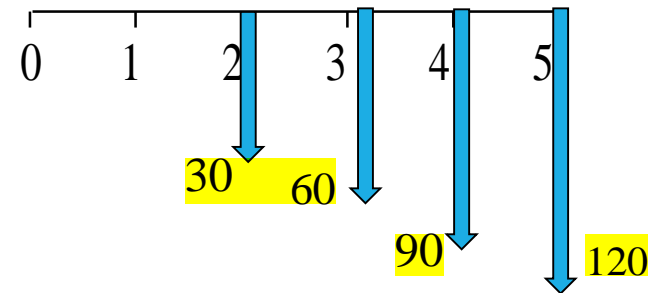
مثال:

۴) هزینه تعمیرات و نگهداری یک ماشین تراش در جدول زیر آمده است. در صورتی که بخواهیم هزینه تعمیرات و نگهداری را یک جا پرداخت کنیم و حداقل نرخ بازگشت قابل قبول برای پیمان کار ۵٪ در نظر گرفته شود، چقدر بایستی به این سرمایه گذار در سال صفر پرداخت کنیم؟

سال	هزینه تعمیرات
۱	۱۲۰
۲	۱۵۰
۳	۱۸۰
۴	۲۱۰
۵	۲۴۰



+



$$P = 120 f\left(\frac{P}{A}, 5\%, 5\right) + 30 f\left(\frac{P}{G}, 5\%, 5\right) =$$

$$120(4.329477) + 30(8.236917) = 766.64$$



۵) یک کارخانه نساجی در هند کارگاه‌های نساجی جدیدی را دایر کرده است. انتظار می‌رود که هزینه‌های تعمیرات در ابتدا زیاد بوده ولی به مرور زمان کاهش یابد در صورتی که نرخ برگشت را ۱۰٪ در نظر بگیریم هزینه معادل سالیانه تعمیرات را محاسبه کنید؟

$$A = 24000 - 6000f\left(\frac{A}{G}, 10\%, 4\right) = 15714$$

سال	هزینه تعمیرات
۱	۲۴۰۰۰
۲	۱۸۰۰۰
۳	۱۲۰۰۰
۴	۶۰۰۰



مثال:

۶) چه پرداختی در حال حاضر در قبال پرداخت های ۱۲۰۰ تومانی و در انتهای سال های ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ با نرخ بهره ۵٪ قابل قبول است؟

سال	مقدار پرداخت
۵	۱۲۰۰
۱۰	۱۲۰۰
۱۵	۱۲۰۰
۲۰	۱۲۰۰



$$1) P = 1200 \left[f \left(\frac{P}{F}, 5\%, 20 \right) + f \left(\frac{P}{F}, 5\%, 15 \right) \right. \\ \left. + f \left(\frac{P}{F}, 5\%, 10 \right) + f \left(\frac{P}{F}, 5\%, 5 \right) \right] = 2706.4$$

$$2) P = 1200 f \left(\frac{A}{F}, 5\%, 5 \right) f \left(\frac{P}{A}, 5\%, 20 \right) = 2706.4$$