سوال ۱   حدیث صفوی   ۹۸۲۰۳۴۱۳

الگوریتم CYK

$S \rightarrow KT \mid TV$

$V \rightarrow d \mid KT$

$K \rightarrow TK \mid d$

$T \rightarrow VV \mid v$

$\emptyset$				
$\{S,V\}$	$\emptyset$			
$\{S,V,K\}$	$\{T\}$	$\emptyset$		
$\{T\}$	$\{T\}$	$\{S,V\}$	$\emptyset$	
$\{V,K\}$	$\{V,K\}$	$\{V,K\}$	$\{T\}$	$\{T\}$
$\cancel{11}$ d	$\cancel{22}$ d	$\cancel{33}$ d	$\cancel{44}$ v	$\cancel{55}$ v

$\{V,K\}$ حرف d را می‌سازند

$\{T\}$ هم حرف v

$x_{12} = (x_{11}, x_{22})$

$\{V,K\}.\{V,K\} = (VV, VK, KV, KK)$

$T \rightarrow VV \rightarrow \boxed{x_{12} = \{T\}}$

$x_{23} = (x_{22}, x_{33})$ مثل x_{12} می‌شود $\rightarrow x_{23} = \{T\}$

$x_{34} = (x_{33}, x_{44})$ $\{V,K\}.\{T\} = (VT, KT)$

rule های $S \rightarrow KT$ و $V \rightarrow KT$ می‌توانند x_{34} را بسازند ←

$x_{34} = \{S,V\}$ $x_{45} = (x_{44}, x_{55}) = \{T\}.\{T\} = TT$

هیچ rule ای وجود ندارد برای ساخت TT ← $\boxed{x_{45} = \emptyset}$

$X_{12} = \{T\}$ → $\{T\}.\{S,V\} = \{TS, TV\}$

$X_{34} = \{S,V\}$

طبق گرامر داده شده

$S \to TV$ می‌رود

rule ای که

می‌تواند TV را بسازد → S است

$X_{13} = \{S,V,K\}$ $\{S,V,K\}.\{T\} = \{ST, VT, KT\}$

$X_{44} = \{T\}$

طبق گرامر هم ←

$S \to KT$

$V \to KT$

که S و V از قبل در مجموعه X_{14} بودند →

درنهایت $X_{14} = \{S,V\}$

اجتماع گرفتیم

$X_{25} = (X_{22}, X_{35})$ یا (X_{23}, X_{45}) یا (X_{24}, X_{55})

$X_{22} = \{V,K\}$ → $\{V,K\}.\varnothing = \varnothing$

$X_{35} = \varnothing$

$X_{23} = \{T\}$ → $\{T\}.\varnothing = \varnothing$ ضرب $\varnothing$ در هر چیز $\varnothing$ می‌شود

$X_{45} = \varnothing$

$X_{24} = \{T\}$ $\{T\}.\{T\} = TT$

$X_{55} = \{T\}$

هیچ rule ای نداریم که TT را تولید کند

$\boxed{X_{25} = \varnothing}$

$X_{13} = (X_{11}, X_{23})$ یا (X_{12}, X_{33})

وقتی بخواهیم X_{11} بخش اول را بسازد و X_{23} بخش دوم را ؟

به کمک خانه‌های قبلی جدول که بدست آوردیم

$X_{11} = \{V, K\}$ $\longrightarrow$ $\{V, K\}.\{T\} = \{VT, KT\}$

$X_{23} = \{T\}$

چه rule هایی هستند که VT و یا KT را بسازند ؟

$S \to KT$ $\longrightarrow$ $\{S, V\}$

$V \to KT$

تا اینجا

بخش اول را بسازد — بخش دوم چه

برای (X_{12}, X_{33}) ← طبق جدول که قبلاً بدست آمده ←

$X_{12} = \{T\}$ $\longrightarrow$ $\{T\}.\{V, K\} = \{TV, TK\}$

$X_{33} = \{V, K\}$

چه rule هایی می‌توانند TV یا TK را بسازند ؟

$S \to TV$ $\longrightarrow$ $\{S, K\}$

$K \to TK$ را به خانه‌ی X_{13} اضافه می‌کنیم

اجتماع دو حالت بالا ←

$\boxed{X_{13} = \{S, V, K\}}$

$X_{24} = (X_{22}, X_{34})$ یا (X_{23}, X_{44})

$\{V, K\}.\{S, V\}$

$X_{14} = (X_{11}, X_{24})$ یا (X_{12}, X_{34}) یا (X_{13}, X_{44})

$X_{11} = \{V, K\}$ $\rightarrow$ $\{V, K\}.\{T\} = \{VT, KT\}$

$X_{24} = \{T\}$

طبق گرامر ؟

$S \to KT$ $\longrightarrow$ $\boxed{S, V}$

$V \to KT$

را اضافه می‌کنیم

$X_{15} = (X_{11}, X_{25})$ یا (X_{12}, X_{35}) در نهایت

یا (X_{13}, X_{45}) یا (X_{14}, X_{55})

اجتماع جواب‌های این حالت‌ها X_{15} را تشکیل می‌دهد

طبق جدول که قبلاً به‌دست آورده بودیم خانه‌های

① $\begin{cases} X_{11} = \{V, K\} \\ X_{25} = \emptyset \end{cases} \longrightarrow \{V, K\} . \emptyset = \emptyset$

② $\begin{cases} X_{12} = \{T\} \\ X_{35} = \emptyset \end{cases} \longrightarrow \{T\} . \emptyset = \emptyset$

③ $\begin{cases} X_{13} = \{S, V, K\} \\ X_{45} = \emptyset \end{cases} \longrightarrow \{S, V, K\} . \emptyset = \emptyset$

④ $\begin{cases} X_{14} = \{S, V\} \\ X_{55} = \{T\} \end{cases} \quad \{S, V\} . \{T\} = \boxed{ST, VT}$

هیچ قاعده‌ای وجود ندارد که ST یا VT را بسازد ← این حالت هم ∅ می‌شود ← اجتماع همه ۴ حالت ← در نهایت ∅ می‌شود ←

چون S در خانه X_{15} جدول (X_{15}) وجود ندارد ← این رشته توسط گرامر داده شده پذیرفته $\boxed{\text{نمی‌شود}}$

سوال ۲

$S \rightarrow HJ$

$X \rightarrow h \mid hX$

$H \rightarrow HH \mid h$

$J \rightarrow Xt$

برای اثبات مبهم بودن یک گرامر می‌توانیم ۲ تا LMD (left most drivation) ارائه دهیم یا درخت تجزیه بکشیم

اگر بتوانیم برای یک رشته مثل $\boxed{hhht}$ ، ۲ تا LMD داشته باشیم یعنی گرامر ، مبهم است

① $S \Rightarrow HJ \Rightarrow hJ \Rightarrow hXt \Rightarrow hhXt \Rightarrow \boxed{hhht}$

بجای H ، h

بجای J ، Xt

بجای X ، h

② $S \Rightarrow HJ \Rightarrow HHJ \Rightarrow hHJ \Rightarrow hhJ \Rightarrow hhXt \Rightarrow \boxed{hhht}$

بجای H ، HH

بجای H ، h

بجای J ، Xt

بجای X ، h

۲ تا LMD داریم ← مبهم است

سوال ۳

تبدیل NFA به DFA B

$Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$

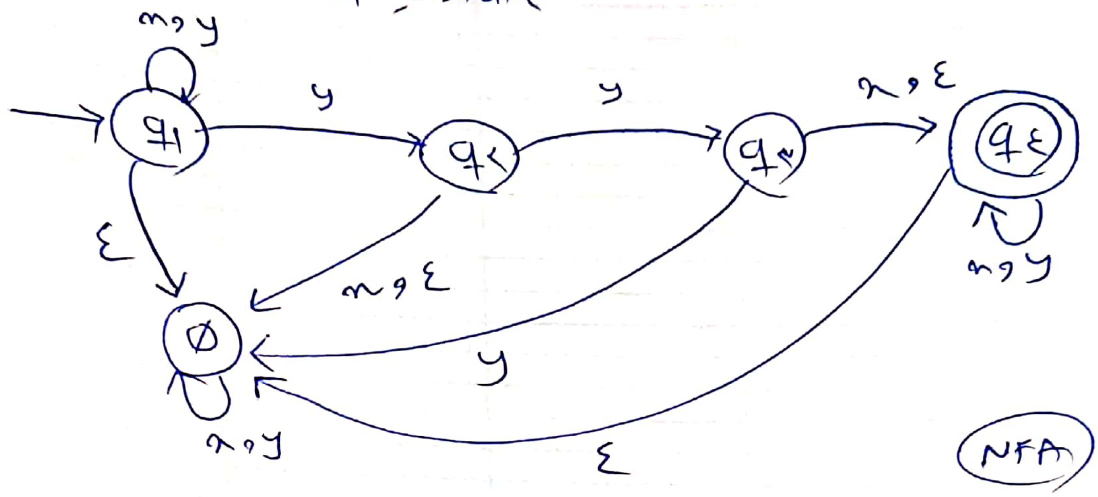
$\Sigma = \{x, y\}$, $F = \{q_4\}$

حروف   final state

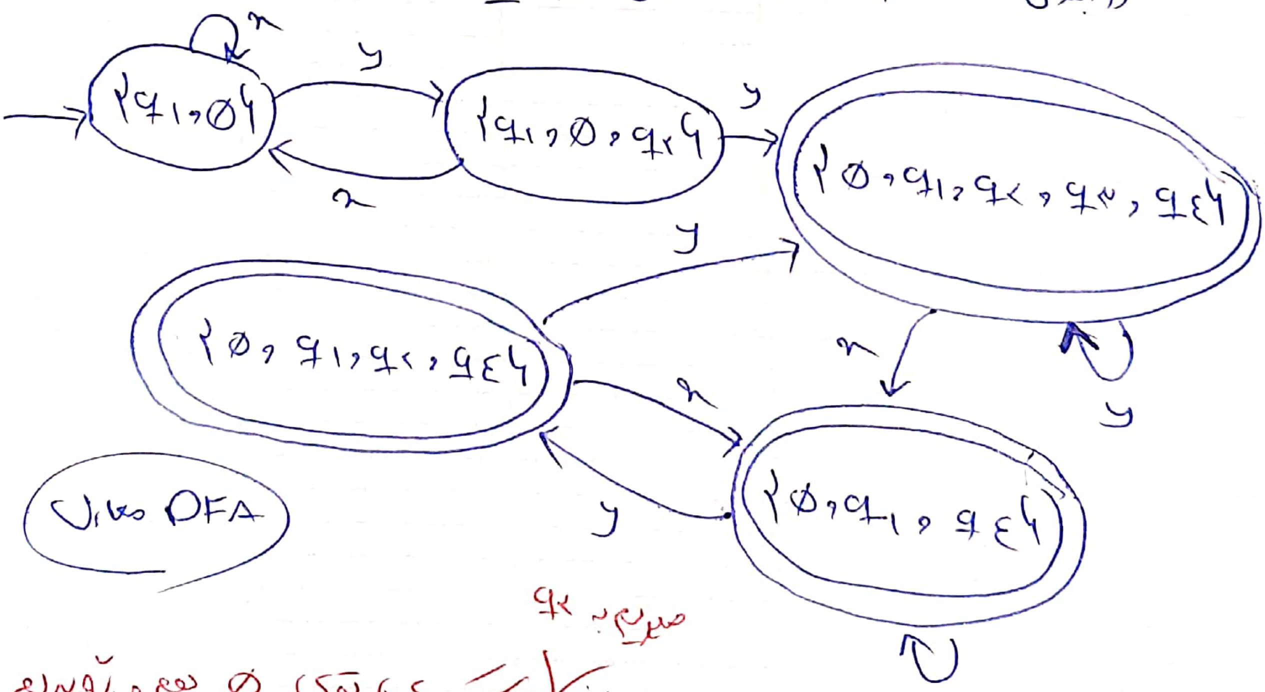
اول NFA معادل داده‌شده را رسم می‌کنیم

بعد ولی تابع transition و

رابطه‌ها ← DFA را رسم می‌کنیم



در ابتدای کار ← در state های q_1 یا $\emptyset$ هستیم



میریم به q_2

وقتی توی q_1 هستیم اگر x را بخوانیم به کمک ε و توی $\emptyset$ هم می‌رسیم

در q_1 یا $\emptyset$ اگر باشیم ← x را بخوانیم ← دوباره میریم تو خود q_1 و $\emptyset$

اگر y را بخوانیم علاوه بر q_1 و $\emptyset$ به کمک $\delta(q_1, y) = \{q_1, q_2\}$

به q_2 هم میریم ← در کل $\{q_1, \emptyset, q_2\}$ B

۲) وقتی در state $\{q_1, \emptyset, q_2\}$ هستیم اگر x را بخوانیم

طبق تابع transition،

$q_1 \xrightarrow{x \text{ را بخواند}} q_1$

$q_2 \xrightarrow{x \text{ را بخواند}} \times$ یعنی به $\{q_1, \emptyset\}$ می‌رسیم

$\emptyset \xrightarrow{x} \emptyset$

اگر y بخوانیم

$q_1 \xrightarrow{y \text{ بخوانیم}} \{q_1, q_2, \emptyset\}$

$\emptyset \xrightarrow{y} \emptyset$

$q_2 \xrightarrow{y} \{q_3, q_4\}$

به دلیل ε وقتی داریم q_3 در NFA می‌رسیم، به q_4 هم می‌توانیم دسترسی داشته باشیم ← اجتماع حالات بالا را B

$\{\emptyset, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ می‌شود

چون q_4 final state است ← این state هم final می‌شود

در state $= \{\emptyset, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ که هستیم اگر x را بخوانیم مثل حالت قبل، به چه state می‌رسیم.

اگر x را بخوانیم

$\emptyset \xrightarrow{x} \emptyset$

$q_1 \xrightarrow{x} q_1$

$q_2 \xrightarrow{x} \emptyset$

$q_3 \xrightarrow{x} q_4, \emptyset$

$q_4 \xrightarrow{x} q_4$

به همین ترتیب بقیه را هم حساب می‌کنیم

اگر x را بخوانیم $\{\emptyset, q_1, q_4\}$

$\emptyset \xrightarrow{x} \emptyset$

$q_1 \xrightarrow{x} q_1$

$q_2 \xrightarrow{x} \emptyset$

$q_3 \xrightarrow{x} q_4$

$q_4 \xrightarrow{x} q_4$

سوال ۴

ثابت کنید L نامنتظم است.

$$L = \{ w \in \{b, r\}^* \mid n_r(w) = 2n_b(w) \text{ یا } n_r(w) = 7n_b(w) \}$$

تعداد r ها ← ۲ برابر b ها باشد

یا

تعداد r ها ← ۷ برابر تعداد b ها باشد

اثبات: فرض می‌کنیم L یک زبان منتظم است ← یک p داریم که رشته‌های به طول حداقل p را می‌توان pump کرد

اگر $s = b^p r^{2p}$ باشد ← چون s داخل زبان است و $|s| \geq p$ ← می‌توانیم s را به صورت xyz تجزیه کنیم طوری که شامل سه شرط زیر باشند (طول s بیشتر از p است)

1) $|xy| \leq p$

2) $|y| > 0 \rightarrow y \neq \varepsilon$

3) $xy^iz \in L$ برای $i \geq 0$

چون $|xy| \leq p$ است ← و چون b^p را داریم ← xy باید از b^p انتخاب شوند ← y یک توانی از b است.

اگر طول y را k در نظر بگیریم

$$b^{p-k} \, b^k \, r^{2p}$$

اگر رشته را صفر بار pump کنیم ← یعنی xz ← رشته $\boxed{b^{p-k} r^{2p}}$ می‌شود

چون طول y بزرگتر صفر است ← $\boxed{k \geq 1}$ است

این رشته چون باید تعداد r ها ۲ برابر b ها باشد یا ۷ برابر b ها ←

$7p - 7k = 2p$ یا $2p - 2k = 2p$

باید

ادامه‌ی سوال ۴

$\cancel{2p} - 2k = \cancel{2p} \rightarrow k = 0$ ✗

تناقض با شرط

$7p - 7k = 2p \rightarrow 5p = 7k$ ✗

k و p عدد صحیح هستند ← تناقض دارد با شرط ←

نقض عدد به شرط قابل قبول میشه ← s ∈ داخل زبان نیست و

فرض خلف باطل است ← زبان نامنظم است

سوال ۵

برای مکمل L ← یک CFG

$L = \{a^i d^j h^k \mid i \neq j + k\}$ $\Sigma = a, d, h$

$(\bar{L})$ مکمل زبان ← یعنی $i = j + k$ باشد

یعنی تعداد a برابر ~~[illegible]~~ جمع تعداد d و h باشد

پس

$$n_a(L) = n_d(L) + n_h(L)$$

یعنی به ازای هر d یا h که اضافه می‌کنیم یک a هم اضافه کنیم به رشته ←

جواب

$$\boxed{\begin{array}{ll} S \to aSh \mid T & ① \\ T \to aTd \mid \varepsilon & ② \end{array}}$$

① ← به تعداد مساوی a و h درست کن یا برو به rule ۲ (دوم)

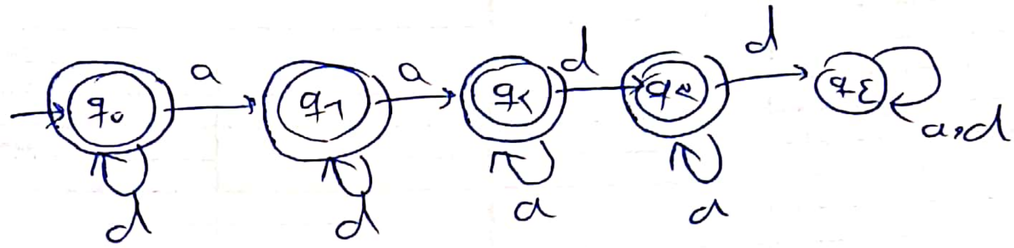
② به تعداد مساوی a , d درست کن و چون $T \to \varepsilon$ داریم پس
به همین جا ختم می‌شه ←
تعداد a ها برابر جمع h ها و d ها می‌شود

سوال ۴

یک regex برای رشته‌هایی که شامل S نیستند

اول DFA مکمل این زبان را رسم می‌کنیم

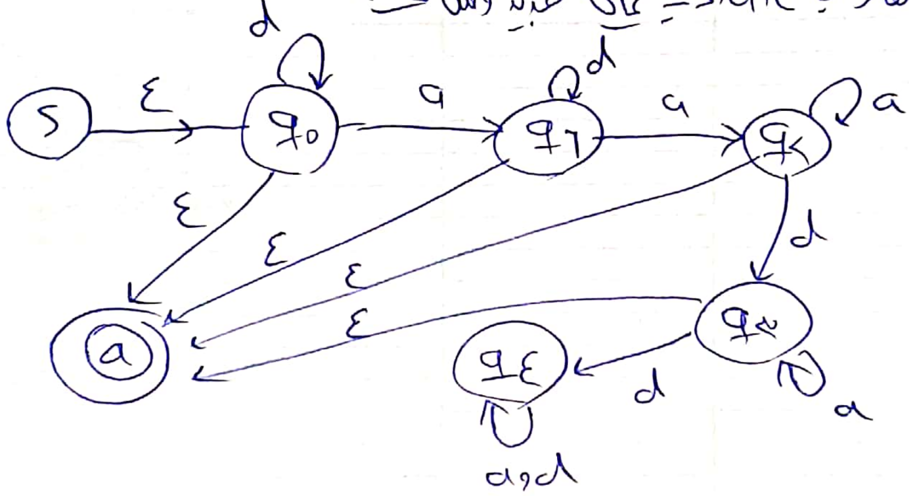
S = aadd



باید DFA را به یک GNFA تبدیل کنیم

مرحله اول یک start state ، final state جدید اضافه می‌کنیم

و final ها را به state های جدید وصل می‌کنیم

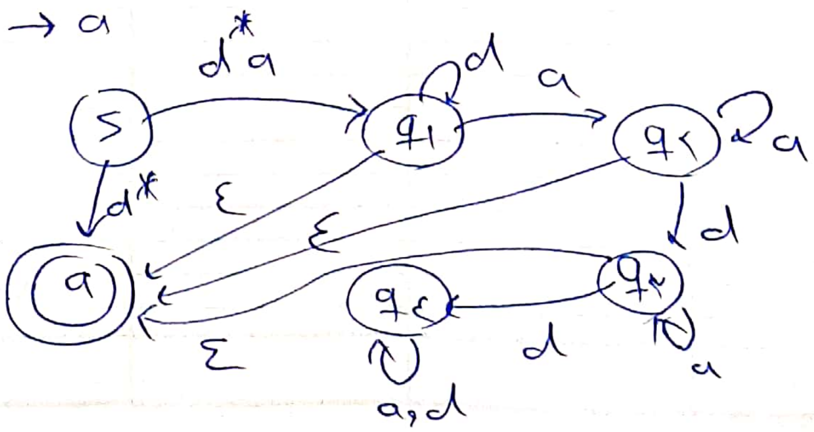


حالا باید state ها را حذف کنیم و اثرشان را به صورت regex روی یال ها نشان دهیم.

حذف q0

S → q0 → q1

S → q0 → a



Scanned by CamScanner

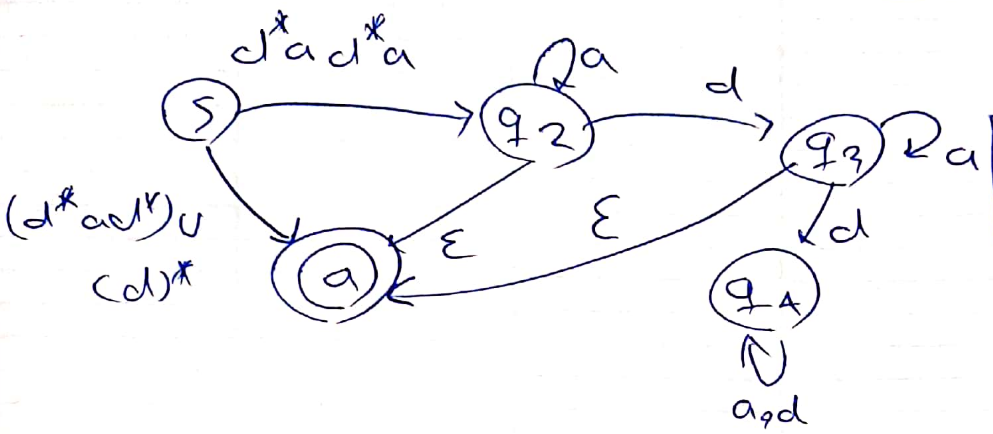
ادامه سوال ۶

حذف q_1

$S \to q_1 \to q_2$: $d^*a(d)^*a$

$S \to q_1 \to a$: $(d^*a)d^*\varepsilon = d^*ad^*$

چون قبلاً از S به a یک یال داشتیم ← اجتماع می‌گیریم بین این دو حالت



$(d^*ad^*)\cup(d^*)$

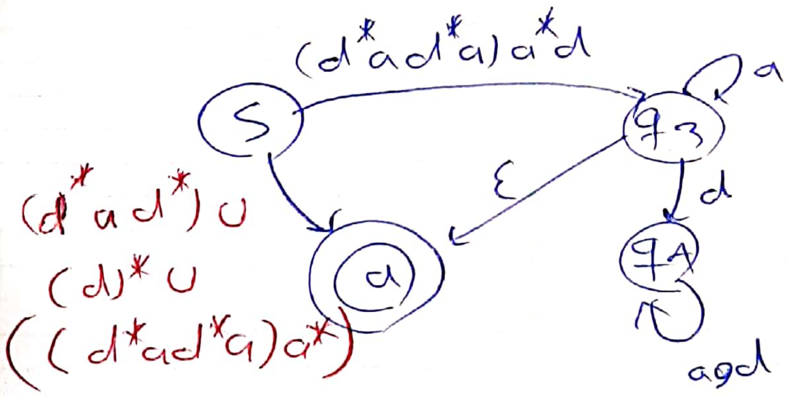
حذف q_2

$S \to q_2 \to q_3$: $(d^*ad^*a)a^*d =$

$\boxed{S \to q_2 \to a}$ $(d^*ad^*a)a^*d$

$(d^*ad^*a)a^*\varepsilon = (d^*ad^*a)a^*$

از S به a قبلاً یال داشتیم ← اجتماع می‌گیریم بین این دو یال قبلی



$(d^*ad^*)\cup(d)^*\cup((d^*ad^*a)a^*)$

Scanned by CamScanner

ادامه سوال ۶ | حذف q_3

$S \to q_3 \to q_4$ B

$(d^*ad^*a)\, a^*d\, a^*d$

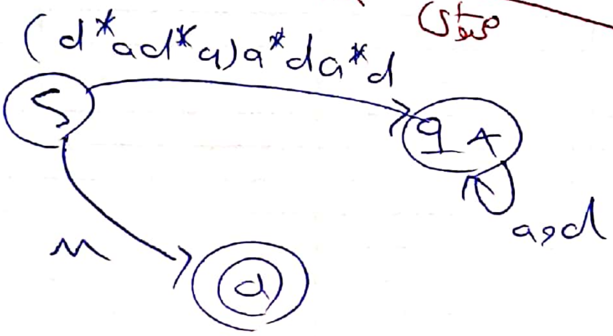
$S \to q_3 \to a$

$\to (d^*ad^*a)a^*d(a^*)$

از S به a و قبلاً یال داشتیم ← اجتماع میگیریم

$M = \left((d^*ad^*a)\, a^*d\,(a^*)\right) \cup \left((d^*ad^*) \cup (d^*) \cup ((d^*ad^*a)a^*)\right)$

$S \to a$ قبلی



اگر q4 را حذف کنیم تاثیری در جواب ندارد چون یک trap بوده ←

جواب =

$\left((d^*ad^*a)\, a^*d\, a^*\right) \cup \left((d^*ad^*) \cup (d^*) \cup ((d^*ad^*a)\, a^*)\right)$

regex مربوط به یال آخر = عبارت منظم تغییر DFA