



نرخ اسمی و موثر



# نرخ اسمی - نرخ موثر

نرخ اسمی - نرخ موثر :

❖ در صورتیکه سود سرمایه گذاری در پایان هر دوره یکساله محاسبه شود در این

حالت از اصلاح نرخ بهره سالانه استفاده می شود.

❖ در صورتیکه سود یا بهره در چند نوبت در بین دوره یا فاصله های بیش از یکسال

محاسبه و پرداخت شود مقوله های نرخ موثر و نرخ اسمی مطرح می شود.



## نرخ موثر سالیانه

چنانچه ارزش زمانی پول را با توجه به دوره مرکب شدن در نظر بگیریم، نرخ حاصل خواهد شد که این نرخ (نرخ موثر سالیانه) نامیده می شود.

$$i = \frac{r}{m}$$

$$i_e = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

$$i_{ef} = e^r - 1$$

$$r = \text{نرخ بهره اسمی سالیانه}$$

$$i = \text{نرخ بهره دوره ای}$$

$$m = \text{تعداد مرکب شدن در سال}$$

$$i_e = \text{نرخ بهره موثر سالیانه}$$

$$i_{ef} = \text{نرخ موثر پیوسته}$$

# مرکب شدن بصورت لحظه ای ( پیوسته )



$$F = P \left[ \lim_{m \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{r}{m} \right)^{mn} \right]$$

$$x = \frac{r}{m}$$

$$mn = \frac{1}{x} (rn)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} = e$$

$$F = P \left[ \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} \right]^{rn} \Rightarrow F = P e^{rn}$$

$$\Rightarrow P = F e^{-rn}$$



مثال: اگر شخصی ۱۰۰۰۰ واحد پولی در بانک پس انداز نماید و نرخ بهره ۱۲٪ در سال باشد و بهره بصورت ماهیانه پرداخت گردد، پس از ۱۵ سال چه مقدار سرمایه خواهد داشت.

روش ۱

نرخ بهره ماهیانه  $12\% / 12 = 1\%$

تعداد دوره ها ماه  $15 * 12 = 180$

$$F = P(F/P, 1\%, 180) = 10000(F/P, 1\%, 180) = ?$$

روش ۲

$$i_e = (1 + r/t)^t - 1 = (1 + 12\%/12)^{12} - 1 = 12.68\%$$

$$F = P(F/P, 12.68\%, 15) = 10,000*$$

مثال: اگر مبلغ ۲۰۰۰۰۰ واحد پولی با نرخ ۱۲٪ (اسمی) در سال بطور مرکب پیوسته سرمایه گذاری شود، پس از ۵ سال سرمایه چقدر خواهد بود. (اصل و فرع)

$$F = P(F/P, 12\%, 5)$$

$$F = 200000(1.8221) = 364420$$



## مثال:

نرخ بهره ی بانکی 5٪ در ماه است نرخ موثر سالیانه ی آن را حساب کنید.

$$5\% * 12 = 60\%$$

نرخ اسمی سالیانه

$$i_e = \left(1 + \frac{0.6}{12}\right)^{12} - 1 = 60.683\%$$

نرخ موثر سالیانه



اگر شما ۵۰۰ واحد پولی را در جایی سرمایه گذاری کنید که ۴٪ بهره برای هر ۳ ماه در نظر بگیرد.

— مطلوبست ارزش این سرمایه گذاری در پایان ۳ سال؟

— نرخ بهره موثر سالیانه؟

$$P = 500$$

$$i = 4\%$$

— نرخ بهره اسمی سالیانه؟

$$m * i = 4 * 4\% = 16\%$$

$$F = 500 f\left(\frac{F}{P}, 4\%, 12\right) = 500(1.601) = 800.5$$

$$i_e = (1 + 0.04)^4 - 1 = 16.98\%$$



## مثال:

۹) بانک بعد از ۱۰ سال به صاحبان پس انداز ۵۰۰۰ تومان پرداخت می کند. چنانچه نرخ برگشت ۶٪ باشد که پیوسته مرکب می شود، چقدر باید در حال حاضر برای پس انداز پرداخت کنیم؟  
نرخ موثر پیوسته چقدر می باشد؟

$$P = Fe^{-rn} \Rightarrow P = 5000 * e^{-0.06 * 10} = 2744$$

$$i_{ef} = e^r - 1 \Rightarrow i_{ef} = e^{0.06} - 1 = 6.18\%$$





## مثال:

۱۰) موقعیتی پیش آمده تا شخصی بتواند در آخر سال به مبلغ ۱۰۰۰ تومان زمینی را بخرد، برای این کار او باید خر ماه مقداری را پس انداز کند تا بتواند پول لازم را جهت خرید زمین داشته باشد، در صورتی که نرخ بهره بانک ۶٪ باشد که ماهانه مرکب می شود، چقدر باید این شخص هر ماه پس انداز نماید؟

$$F = 1000$$

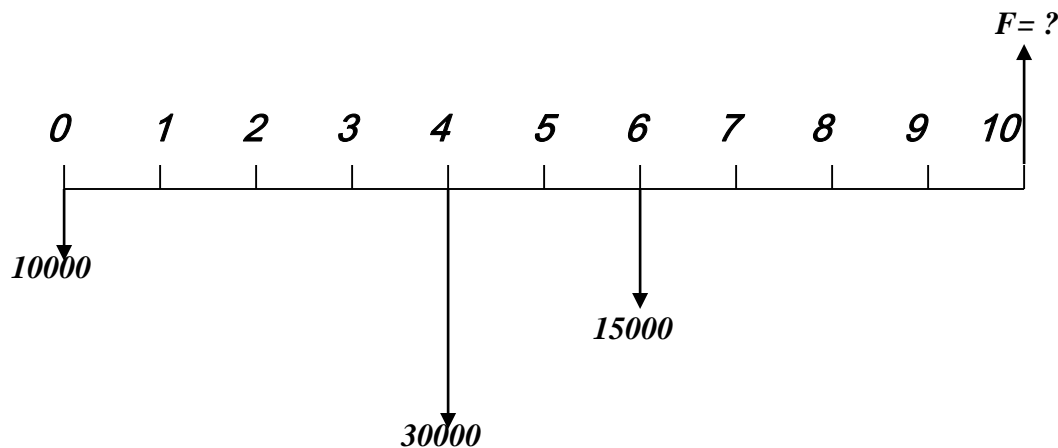
$$r = 6$$

$$i = \frac{r}{m} = \frac{6}{12} = 0.5\%$$

$$A = Ff\left(\frac{A}{F}, i\%, n\right) \Rightarrow A = 1000f\left(\frac{A}{F}, 5\%, 12\right) = 1000 * 0.081066 = 81.066$$



(۱۱) مثال: اگر ۱۰۰۰۰ واحد پولی را امروز و ۳۰۰۰۰ واحد پولی را چهار سال دیگر در چنین روزی و ۱۵۰۰۰ واحد پولی را شش سال دیگر در همین روز با نرخ سالیانه ۶٪ در بانک پس انداز نماییم، در صورتیکه بهره هر شش ماه یکبار محاسبه شود، در ۱۰ سال دیگر در چنین روزی سرمایه ما در بانک چقدر خواهد بود.



$$i_e = (1 + 0.06/2)^2 - 1 = 0.0609 = 6.09\% \quad \text{نرخ مؤثر}$$

$$F = 10000(F/P, 6.09\%, 10) + 30000(F/P, 6.09\%, 6) + 15000(F/P, 6.09\%, 4)$$

$$F = 79800$$



## مثال

یک کارخانه صنعتی یک ماشین به ارزش ۷۰,۰۰۰ ریال خریداری می‌کند. قرار است کارخانه هر ماه مبلغ ۲۰۰۰ ریال برای مدت ۴۸ ماه پرداخت کند تا کل قیمت ماشین پرداخت شود.

الف) نرخ بهره اسمی و مؤثر سالیانه چقدر است؟

ب) نرخ بهره اسمی و مؤثر ماهیانه چقدر است؟



الف)  $1, \dots, 12 \dots f\left(\frac{P}{A}, z_i, \epsilon_A\right) \Rightarrow f\left(\frac{P}{A}, z_i, \epsilon_A\right) = 1,5$

در اینجا  $\left\{ \begin{array}{l} f\left(\frac{P}{A}, z_1, \epsilon_A\right) = 14,0425 \\ f\left(\frac{P}{A}, z_2, \epsilon_A\right) = 15 \\ f\left(\frac{P}{A}, z_3, \epsilon_A\right) = 15,5418 \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \frac{1,10 - 1,3}{34,0425 - 35,5418} = \frac{i - 1,3}{30 - 35,5418} \Rightarrow \frac{0,2}{-1,4993} = \frac{i - 1,3}{-0,5418}$$

$$\Rightarrow -1,4993 i + 1,9499 = -0,10836$$

$$\Rightarrow -1,4993 i = -2,0574 \Rightarrow i = 1,372\% \rightarrow \text{نرخ اسمی} = \text{نرخ مؤثر معیاره}$$

بدین انگیزه دوره پرداخت

و دوره مرکب شدن مساوی

ستند، نرخ اسمی و مؤثر

اها نه با هم برابر هستند.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نرخ اسمی سالانه} = 12 \times 1,372 = 16,464\% \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نرخ مؤثر سالانه} = \left(1 + \frac{16,464}{12}\right)^{12} - 1 = 17,768\% \end{array} \right.$$