

# برنامه ریزی منابع

(تسطیح ب- تخصیص منابع نامحدود  
منابع)

جلسه چهاردهم

$r_t$  : تعداد منبع مورد استفاده در مقطع زمانی  $t$

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{T_c} (r_t)^2$$

## قدم‌های الگوریتم:

قدم ۱- فعالیتها را به ترتیب شماره گره پایانی و در صورتی که دو فعالیت دارای یک گره پایانی هستند به ترتیب افزایش شماره گره شروعی از بالا به پایین در جدول قرار دهید.

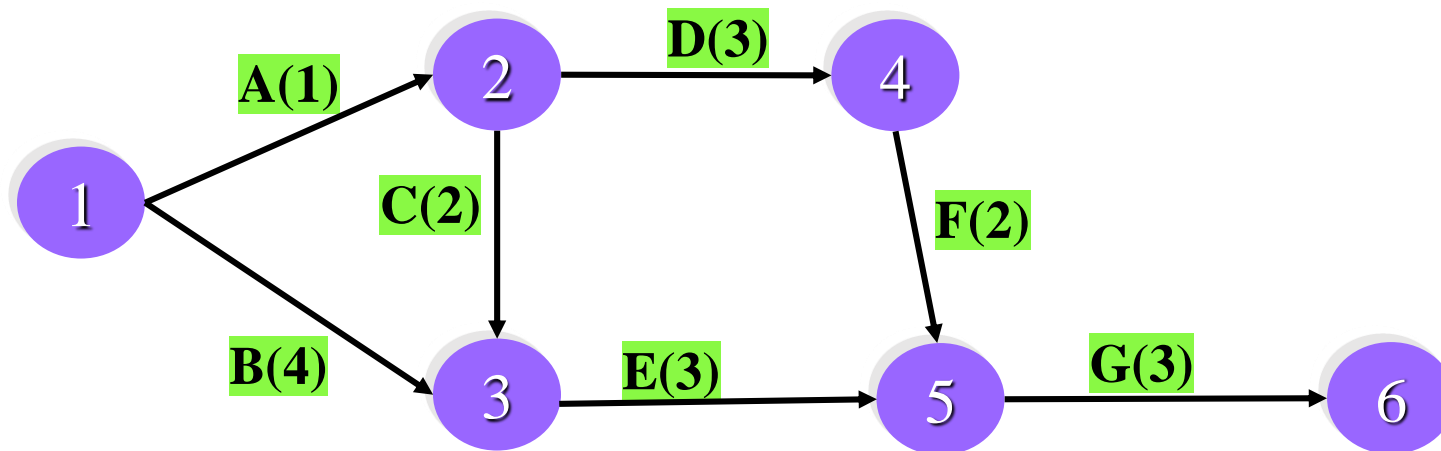
قدم ۲- از آخرین فعالیت (پایین لیست) شروع نموده و فعالیت را به نحوی برنامه ریزی کنید که رابطه کمینه شود.

$$z = \text{Min} \sum (r_t)^2$$

قدم ۳- عملیات مربوط به قدم ۲ را به ترتیب برای سایر فعالیتها از پایین به بالا تکرار کنید.

قدم ۴- پس از آنکه تمامی فعالیتها برنامه‌ریزی شدند مجدداً از پایین‌ترین فعالیت جدول، قدم‌های ۲ و ۳ را برای تمامی فعالیتها تکرار می‌کنیم. این روند را آنقدر ادامه می‌دهیم تا کاهش بیشتری در تابع Z ممکن نباشد.

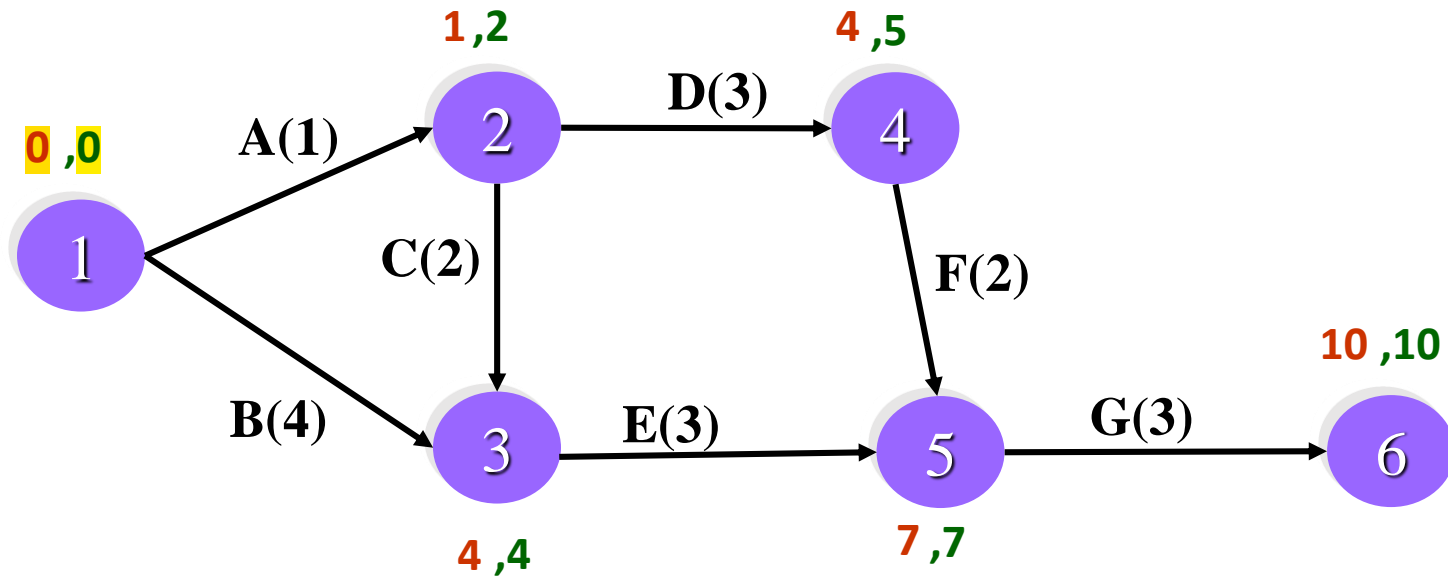
# مثال



	A	B	C	D	E	F	G
تعداد کارگر	1	2	3	2	1	4	4

کارگر را بعنوان منبع نامحدود در نظر بگیرید.

حل مسئله و اجراي الگوريتم:

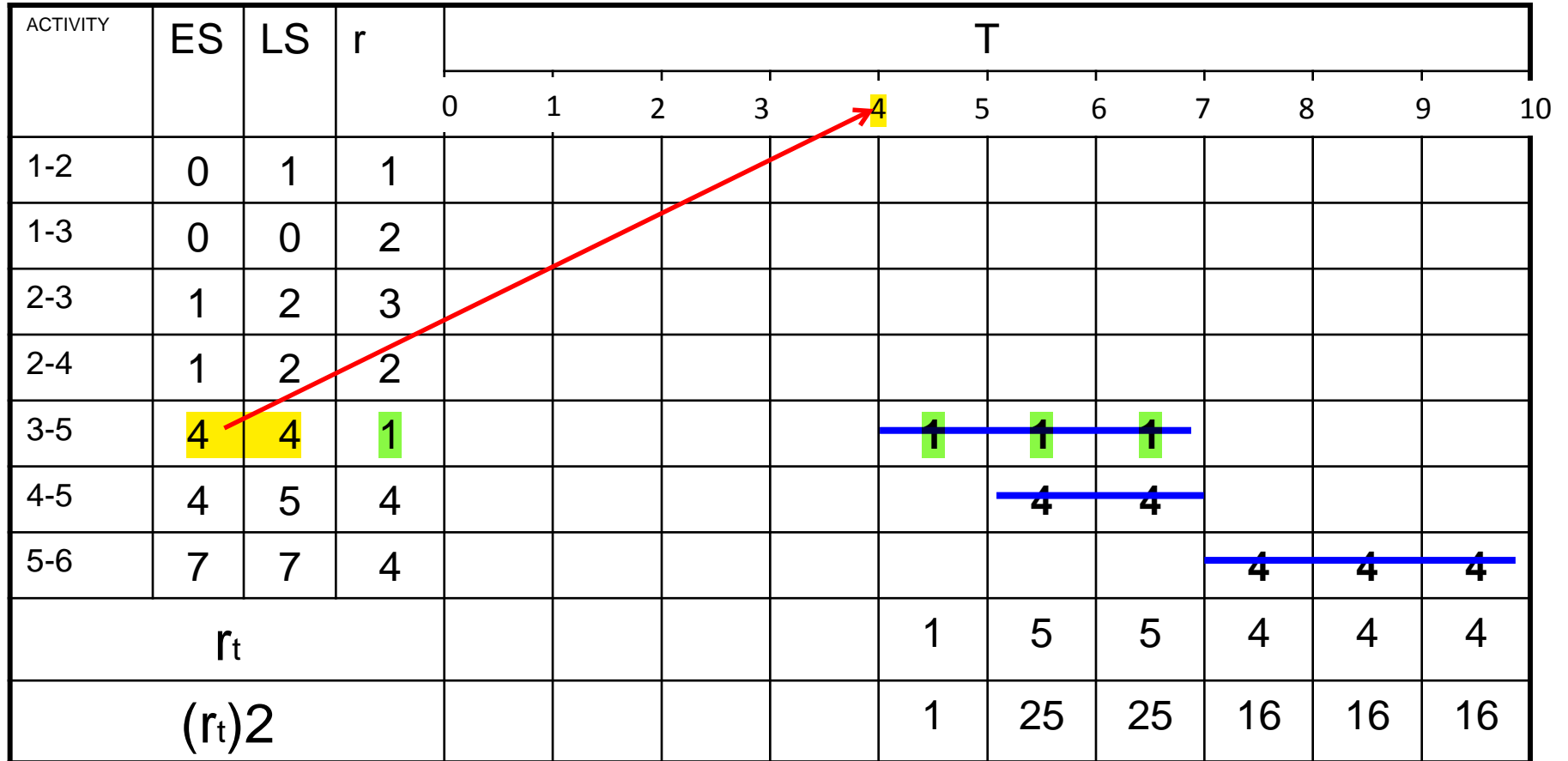


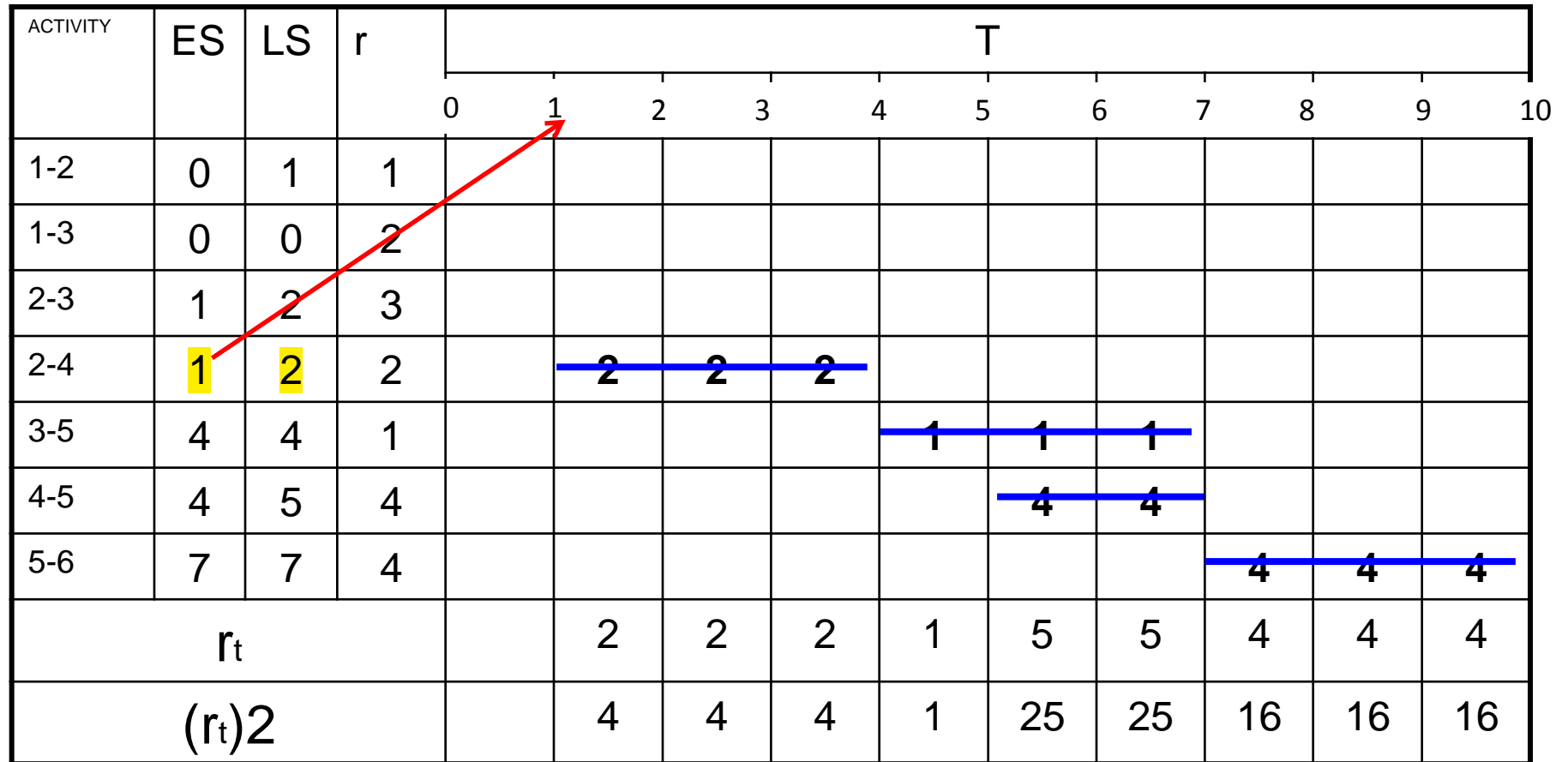
ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1											
1-3	0	0	2											
2-3	1	2	3											
2-4	1	2	2											
3-5	4	4	1											
4-5	4	5	4											
5-6	7	7	4											
r <sub>t</sub>														
(r <sub>t</sub> ) <sup>2</sup>														

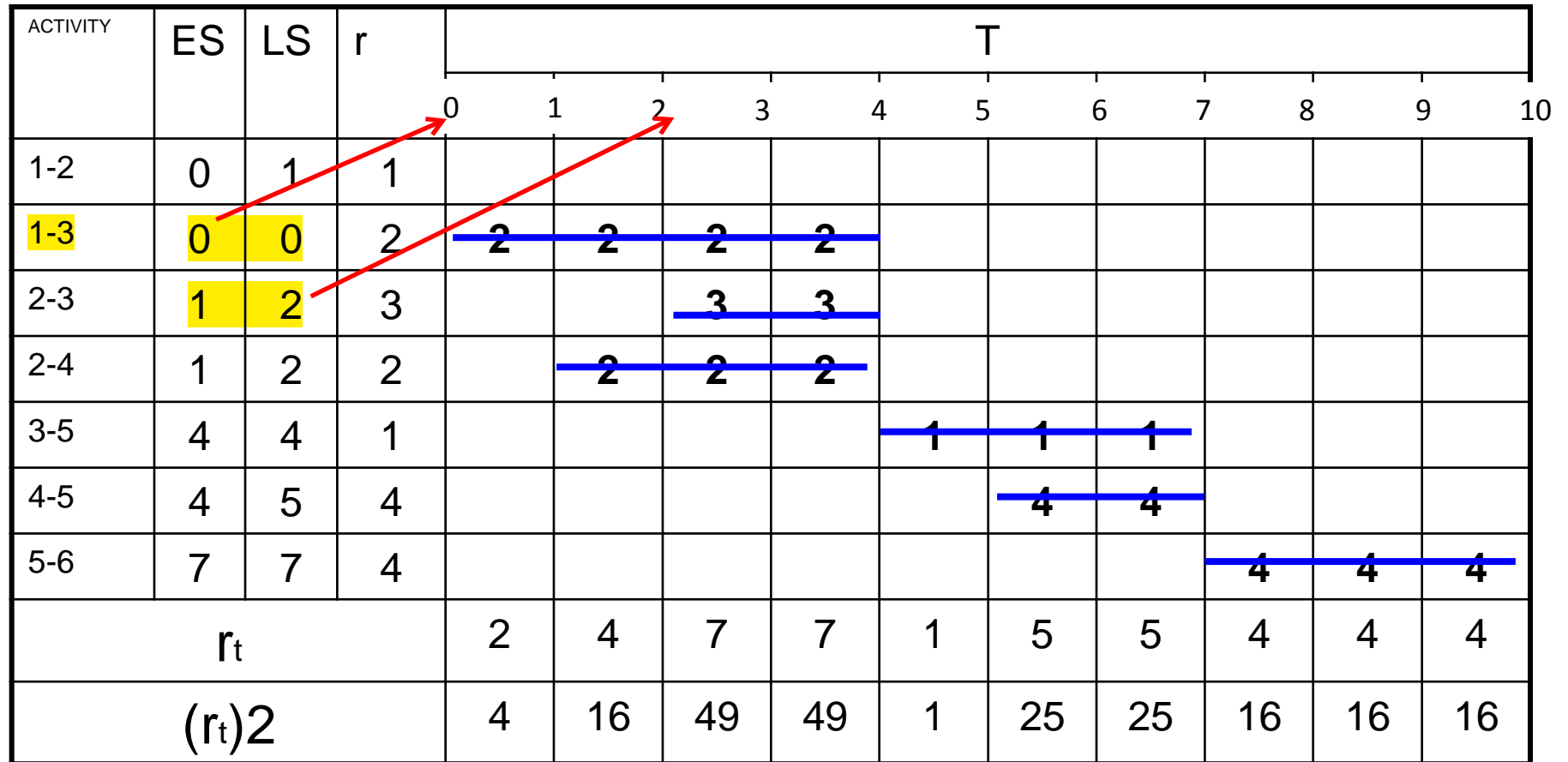
ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1											
1-3	0	0	2											
2-3	1	2	3											
2-4	1	2	2											
3-5	4	4	1											
4-5	4	5	4											
5-6	7	7	4											
r <sub>t</sub>												4	4	4
(r <sub>t</sub> ) <sup>2</sup>												16	16	16

ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1											
1-3	0	0	2											
2-3	1	2	3											
2-4	1	2	2											
3-5	4	4	1											
4-5	4	5	4							4	4			
5-6	7	7	4									4	4	4
$r_t$										4	4	4	4	4
$(r_t)^2$										16	16	16	16	16







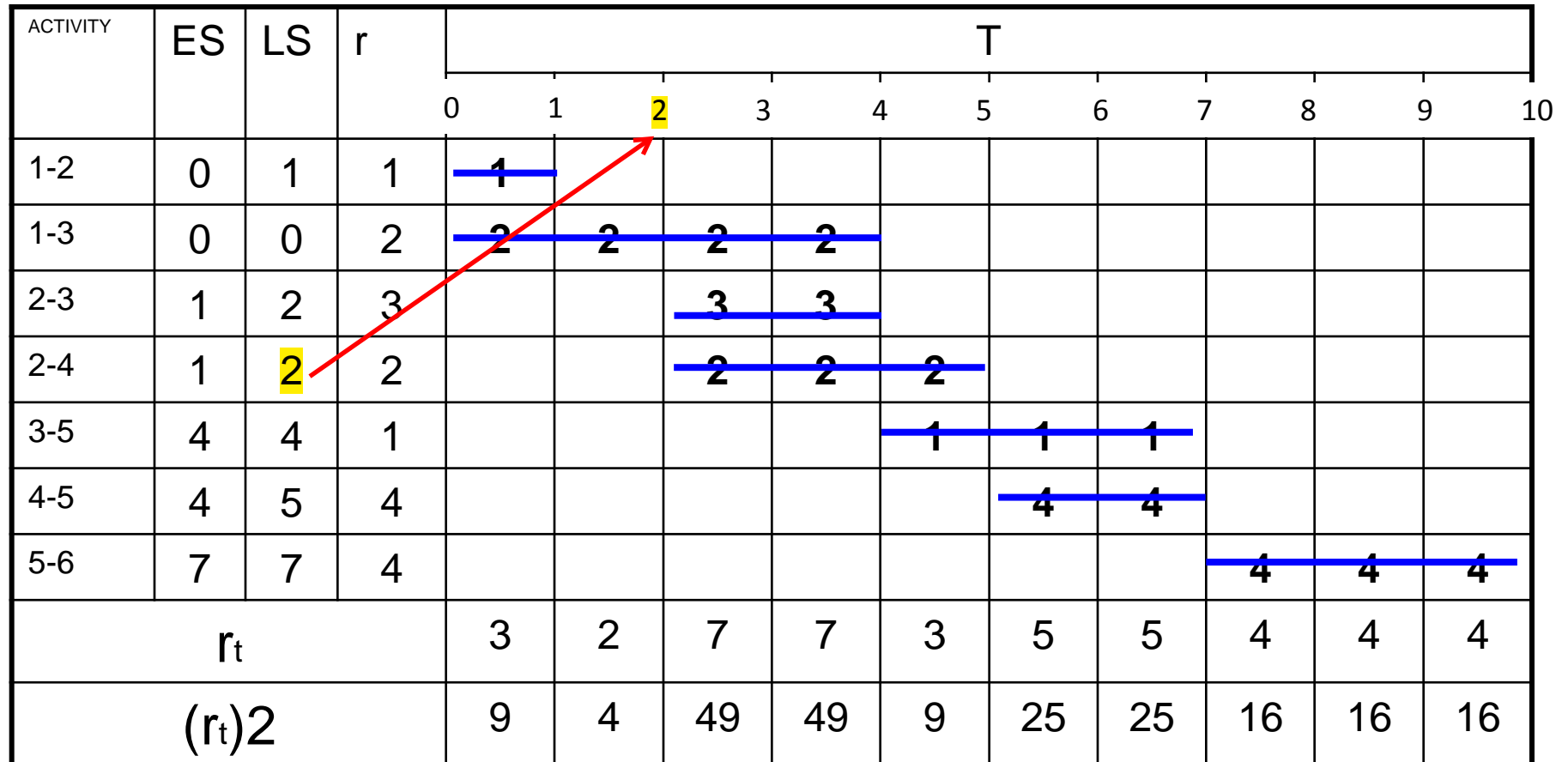


ACTIVITY	ES	LS	r	T											
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1-2	0	1	1	<u>1</u>											
1-3	0	0	2	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>								
2-3	1	2	3			<u>3</u>	<u>3</u>								
2-4	1	2	2		<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>								
3-5	4	4	1					<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>					
4-5	4	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>					
5-6	7	7	4								<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>		
r <sub>t</sub>				3	4	7	7	1	5	5	4	4	4		
(r <sub>t</sub> ) <sup>2</sup>				9	16	49	49	1	25	25	16	16	16		

**Z=222**

ACTIVITY	ES	LS	r	T											
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1-2	0	1	1	<u>1</u>											
1-3	0	0	2	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>								
2-3	1	2	3			<u>3</u>	<u>3</u>								
2-4	1	2	2		<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>								
3-5	4	4	1					<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>					
4-5	4	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>					
5-6	7	7	4								<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>		
r <sub>t</sub>				3	4	7	7	1	5	5	4	4	4		
(r <sub>t</sub> ) <sup>2</sup>				9	16	49	49	1	25	25	16	16	16		

ACTIVITY	ES	LS	r	T											
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1-2	0	1	1	<b>1</b>											
1-3	0	0	2	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>								
2-3	1	2	3			<b>3</b>	<b>3</b>								
2-4	1	2	2		<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>								
3-5	4	4	1					<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>					
4-5	4	5	4						<b>4</b>	<b>4</b>					
5-6	7	7	4								<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		
$r_t$				3	4	7	7	1	5	5	4	4	4		
$(r_t)^2$				9	16	49	49	1	25	25	16	16	16		

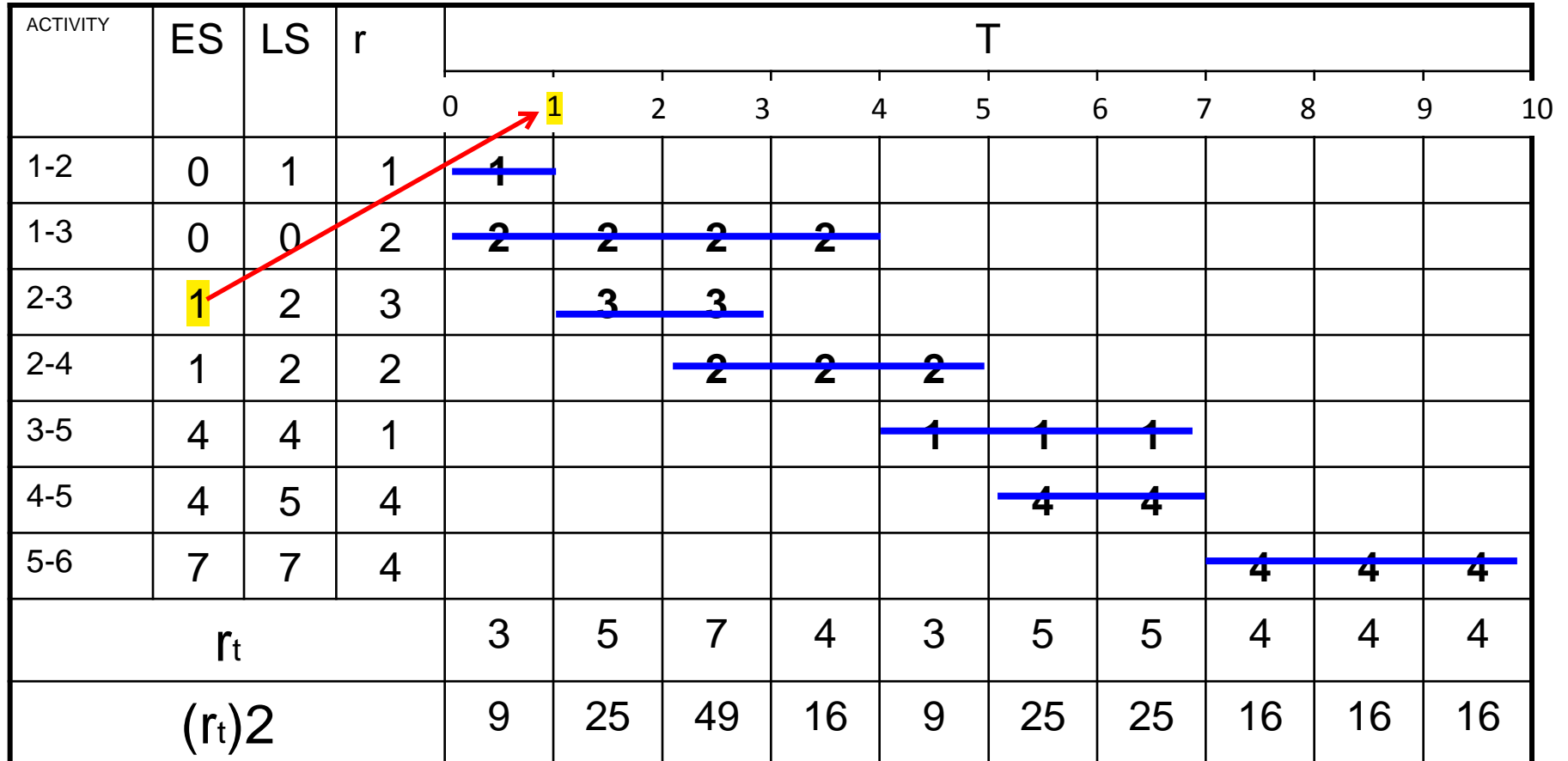


**Z=218**

ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1	<u>1</u>										
1-3	0	0	2	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>							
2-3	1	2	3			<u>3</u>	<u>3</u>							
2-4	1	2	2			<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>						
3-5	4	4	1					<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>				
4-5	4	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>				
5-6	7	7	4								<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	
$r_t$				3	2	7	7	3	5	5	4	4	4	
$(r_t)^2$				9	4	49	49	9	25	25	16	16	16	



ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1	<u>1</u>										
1-3	0	0	2	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>							
2-3	1	2	3			<u>3</u>	<u>3</u>							
2-4	1	2	2			<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>						
3-5	4	4	1					<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>				
4-5	4	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>				
5-6	7	7	4								<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	
$r_t$				3	2	7	7	3	5	5	4	4	4	
$(r_t)^2$				9	4	49	49	9	25	25	16	16	16	



**Z=206**

# برنامه ريزي و كنترل پروژه

PERT

تکنیکهای اولیهٔ زمانبندی پروژه در اواخر دههٔ ۱۹۵۰ میلادی ابداع شدند. اولین روش نظام‌مند که در جهت زمانبندی پروژه با هدف بهینگی توسعه داده شد، روش مسیر بحرانی [1] می‌باشد. این روش که تجزیه و تحلیل مسیر بحرانی نیز نام دارد [2] نتیجهٔ همکاری دوپونت [3] و رمینگتون رند [4] در سال ۱۹۵۷ میلادی است. در این روش مدت انجام فعالیتها به صورت یک مقدار عددی تخمین زده می‌شود و فرض می‌شود که تغییرات این مدت بسیار ناچیز و قابل چشم پوشی است. این شرایط در پروژه‌هایی عینیت دارد که سابقاً نمونه‌ای شبیه به آنها اجرا شده و یا تجاربی از مدت اجرای فعالیتها در دست باشد. همزمان با معرفی روش مسیر بحرانی در زمانبندی پروژه‌ها، نیروی دریایی ایالات متحده با همکاری مشاوران مدیریت بوز آلن همیلتون [5] و همینطور شرکت هواپیماسازی لاکهید [6]، تکنیک ارزیابی و مرور پروژه [7] را در زمانبندی پروژهٔ زیردریایی پولاریس ارایه کرد. موفقیت این روش در زمانبندی پروژهٔ پولاریس به گسترش استفاده از این روش در سالهای بعد منتهی شد. کاربرد اصلی روش ارزیابی و مرور برنامه در پروژه‌هایی است که عدم قطعیت در مدت انجام فعالیتها وجود دارد و نمی‌توان از یک مقدار عددی ثابت برای تخمین زمان انجام فعالیتها استفاده کرد.

---

[1] Critical Path Method (CPM)

[2] Critical Path Analysis (CPA)

[3] De Pont

[4] Remington Rand

[5] Booz-Allen Hamilton

[6] Lockheed Corporation

[7] Project Evaluation & Review Technique (PERT)

مثال

فعالیت طراحی موتور جدید در یک پروژه تحقیقاتی .

از ۱۰ نفر کارشناس مربوطه در خصوص مدت زمان فعالیت نظرخواهی شده و اطلاعات زیر حاصل شده است.

مدت زمان فعالیت (ماه)	تعداد کارشناس دارای نظر	درصد کارشناسان دارای نظر
۱	۱	۱۰/۰
۲	۲	۲۰/۰
۳	۵	۵۰/۰
۵	۱	۱۰/۰
۶	۱	۱۰/۰

## استفاده از تخمین سه زمانه

در روش PERT غالباً از ۳ تخمین برای مدت زمان فعالیت استفاده می کنند:

زمان خوش بینانه **Optimistic Time** (a) :

تعداد کمی از کارشناسان این حدس را زده اند و این تعداد با دید خوشبینانه زمان را پیش بینی کرده اند. و این زمان **کمترین مقدار** است.

زمان محتمل **Most Likely Time** (m) :

زمانی که **بیشترین تعداد کارشناسان** این حدس را زده اند و یا **در بیشتر مواقع** زمان انجام فعالیت این باشد.

زمان بد بینانه **Pessimistic Time** (b) :

**تعداد کمی** از کارشناسان این حدس را زده اند و این تعداد با دید بدبینانه زمان را پیش بینی کرده اند. و این زمان **بیشترین مقدار** است.

مثال

فعالیت طراحی موتور جدید در یک پروژه تحقیقاتی .

از ۱۰ نفر کارشناس مربوطه در خصوص مدت زمان فعالیت نظرخواهی شده و اطلاعات زیر حاصل شده است.

مدت زمان فعالیت (ماه)	تعداد کارشناس دارای نظر	درصد کارشناسان دارای نظر
۱	۱	۱۰/۰
۲	۲	۲۰/۰
۳	۵	۵۰/۰
۵	۱	۱۰/۰
۶	۱	۱۰/۰

 **a=1**  
 **m=3**  
 **b=6**

فرمولهای تقریب میانگین و واریانس فعالیتها

میانگین مدت زمان فعالیت  $E(D) = (a+4m+b)/6$

واریانس مدت زمان فعالیت  $Var(D) = [(b-a)/6]^2$

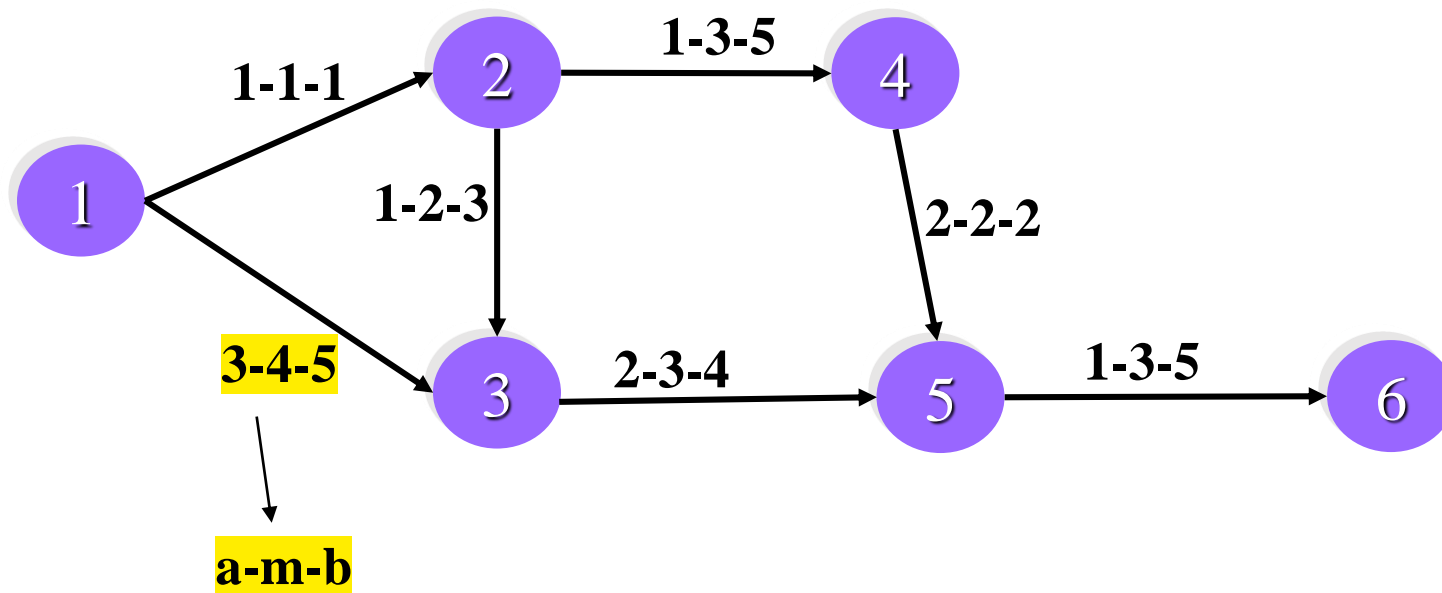
سیستم بازه ۰٪ تا ۱۰۰٪



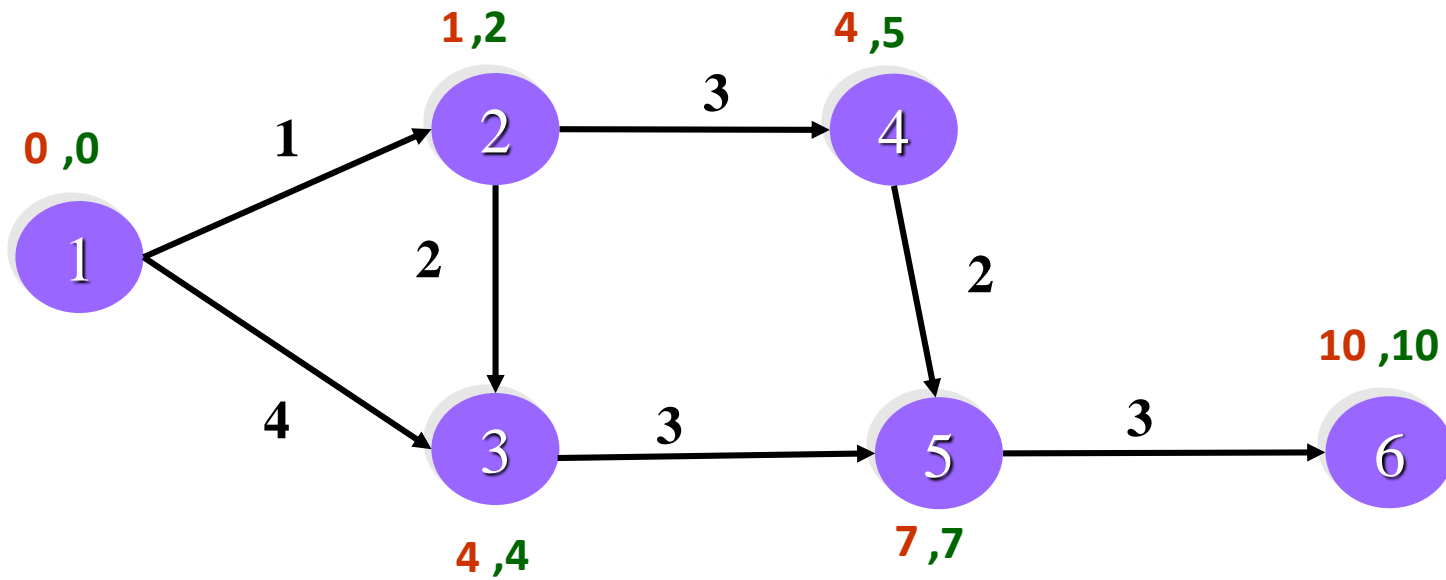
محاسبات زمانبندی در *PERT*

- گام اول در محاسبات *PERT* محاسبه میانگین و انحراف معیار فعالیتهاست.
- گام دوم محاسبات رفت و برگشت با استفاده از میانگین زمان فعالیتهاست.
- گام سوم تشخیص مسیر بحرانی است.
- گام چهارم انجام تحلیل ها می باشد.

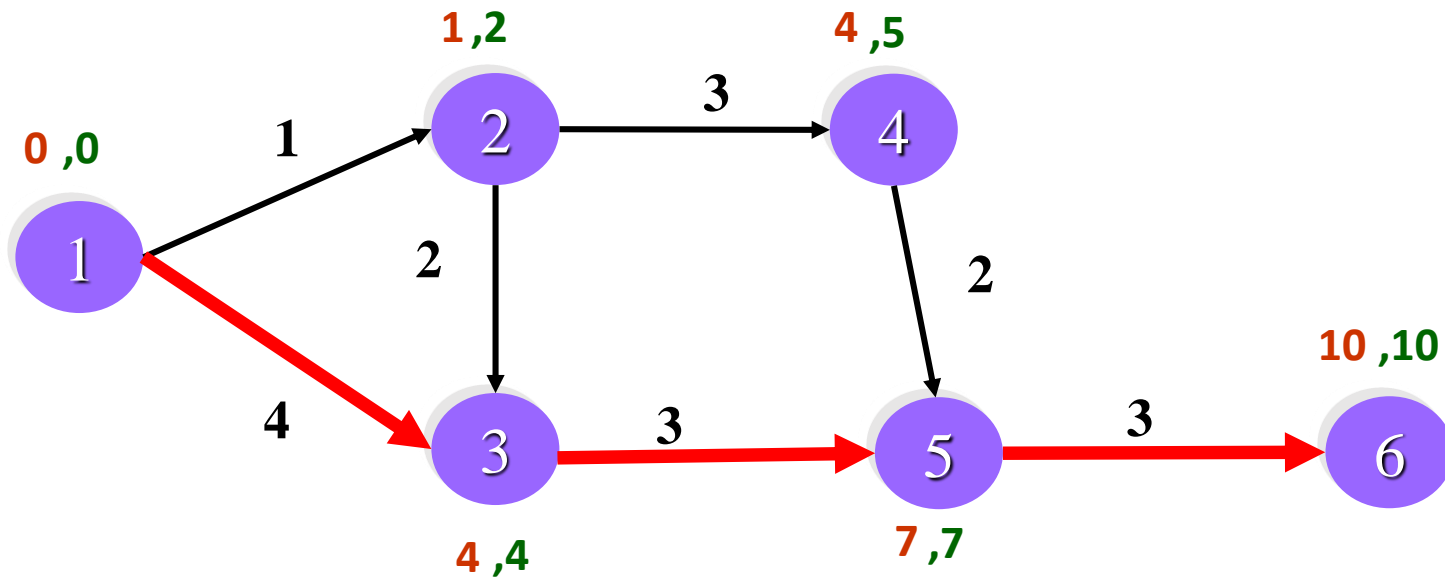
مثال



فعالیت	1-2	1-3	2-3	2-4	3-5	4-5	5-6
میانگین مدت زمان	1	4	2	3	3	2	3
واریانس مدت زمان	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	0	$\frac{4}{9}$



تشخیص مسیر بحرانی



مسیرهای بحرانی شامل فعالیت‌های ۱-۳ و ۳-۵ و ۵-۶ می‌باشد.

مدت زمان اجرای پروژه برابر است با مجموع فعالیتهای مسیر بحرانی. اگر  $T$  برابر مدت زمان اجرای پروژه تعریف شود می توان گفت که  $T$  برابر مدت زمان مسیر بحرانی است یا به عبارتی  $T$  برابر مجموع مدت زمان فعالیتهای مسیر بحرانی است و چون زمان فعالیتهای متغیر تصادفی (احتمالی) می باشد و مدت زمان آنها از هم مستقل است طبق قضیه حد مرکزی  $T$  دارای توزیع نرمال با میانگین زمان مسیر بحرانی و واریانس برابر مجموع واریانسهای فعالیتهای مسیر بحرانی است.

$$T = D(1-3) + D(3-5) + D(5-6)$$

$$E[T] = E[D(1-3)] + E[D(3-5)] + E[D(5-6)]$$

$$E[T] = 4 + 3 + 3 = 10$$

$$\text{Var}[T] = \text{Var}[D(1-3)] + \text{Var}[D(3-5)] + \text{Var}[D(5-6)]$$

$$\begin{aligned}\text{Var}[T] &= \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9} \\ &= \frac{6}{9}\end{aligned}$$

$$T \sim N(10, \frac{6}{9})$$

$$P(T \leq H) = P\left(Z \leq \frac{H - E(D)}{\sqrt{\text{Var}(D)}}\right)$$



با چه احتمالی پروژه در کمتر از ۱۱ روز به اتمام میرسد؟

H

$$P(T \leq 11) = P\left(Z \leq \frac{11-10}{\sqrt{\frac{6}{9}}}\right) = P(Z \leq 1.5) = 0.93$$

با چه احتمالی پروژه بین ۹ تا ۱۱ روز به اتمام میرسد؟

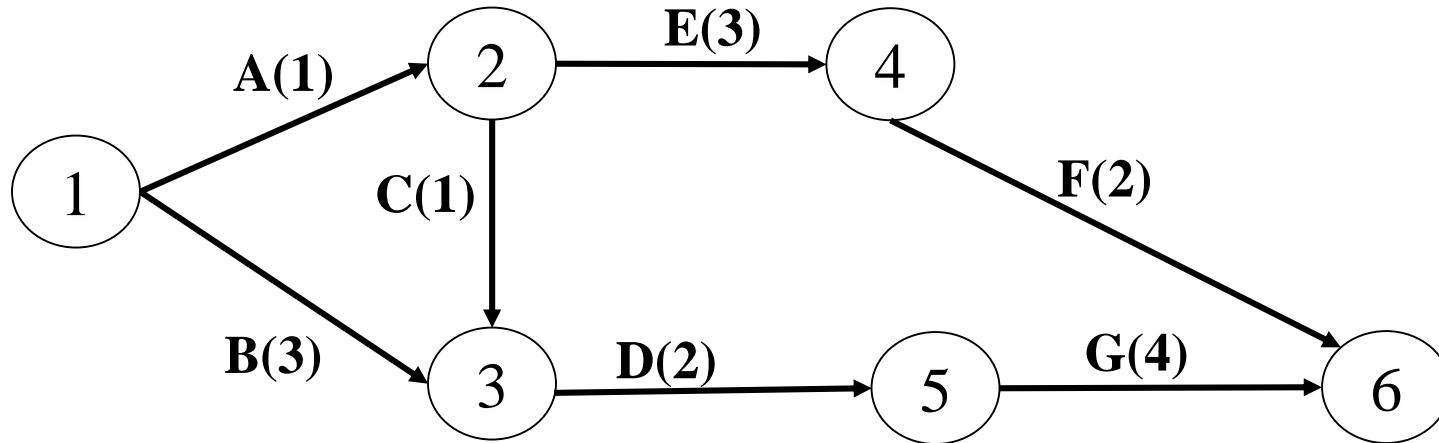
$$P(9 \leq T \leq 11) = P\left(\frac{9-10}{\sqrt{\frac{6}{9}}} \leq Z \leq \frac{11-10}{\sqrt{\frac{6}{9}}}\right) = P(-1.5 \leq Z \leq 1.5)$$

$$= P(Z \leq 1.5) - P(Z \leq -1.5) = 0.93 - 0.07 = 0.86$$

زمانی که به احتمال ۹۰ درصد پروژه قبل از آن به اتمام رسیده است؟

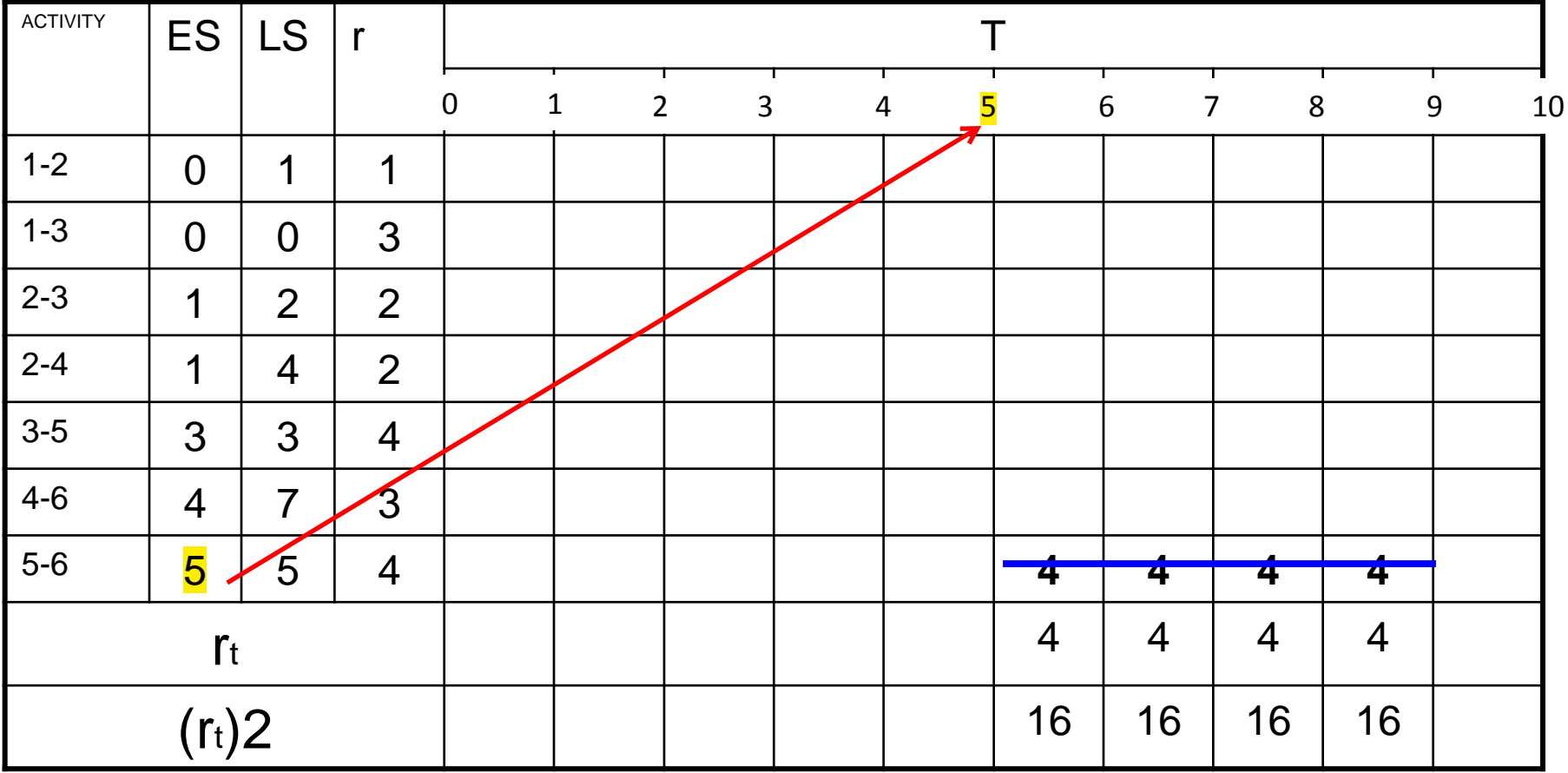
$$P(T \leq H) = P\left(Z \leq \frac{H-10}{\sqrt{\frac{6}{9}}}\right) = 0.90$$

$$\frac{H-10}{\sqrt{\frac{6}{9}}} = 1.28 \quad \Rightarrow \quad H=10.85$$

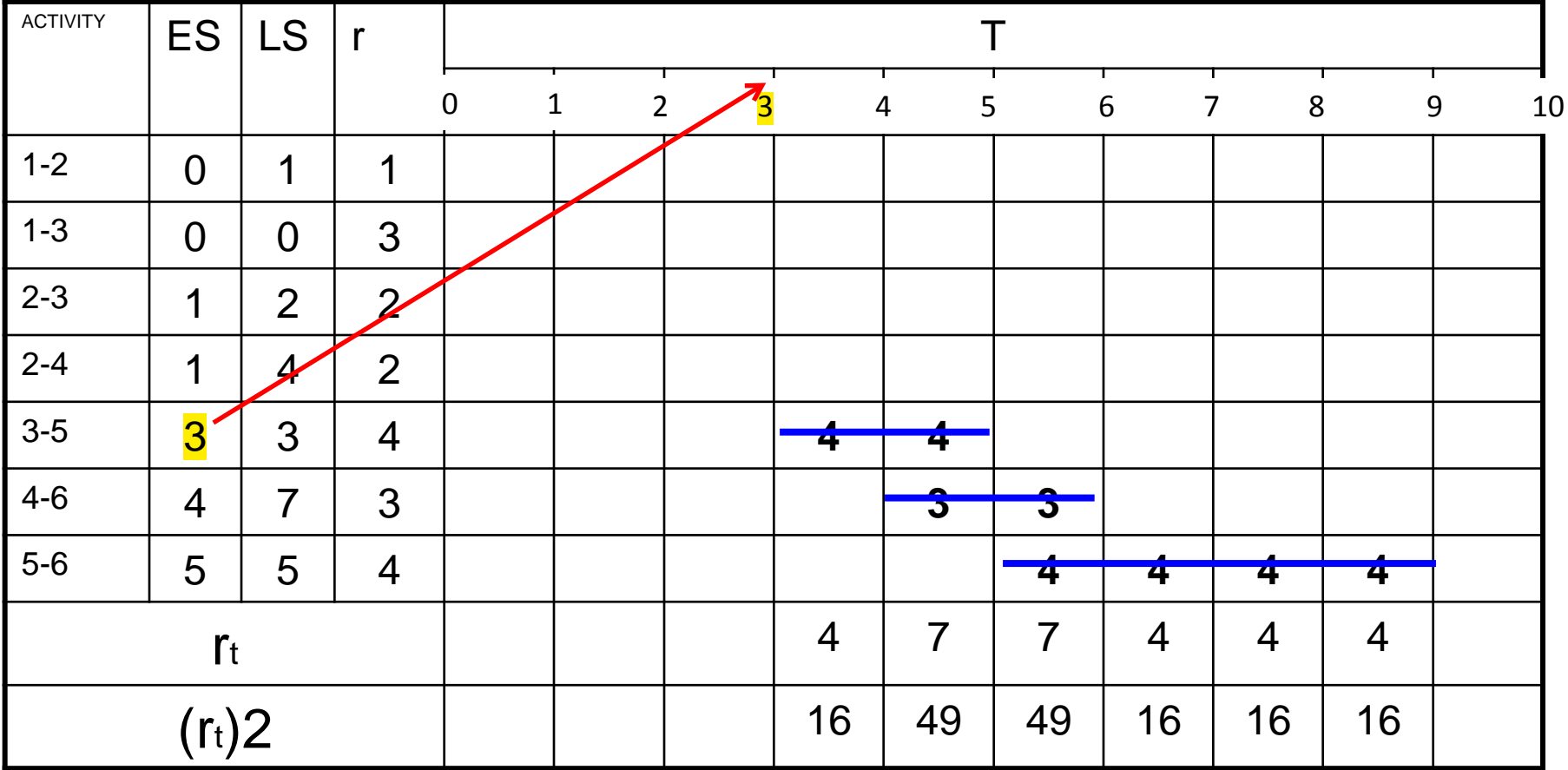


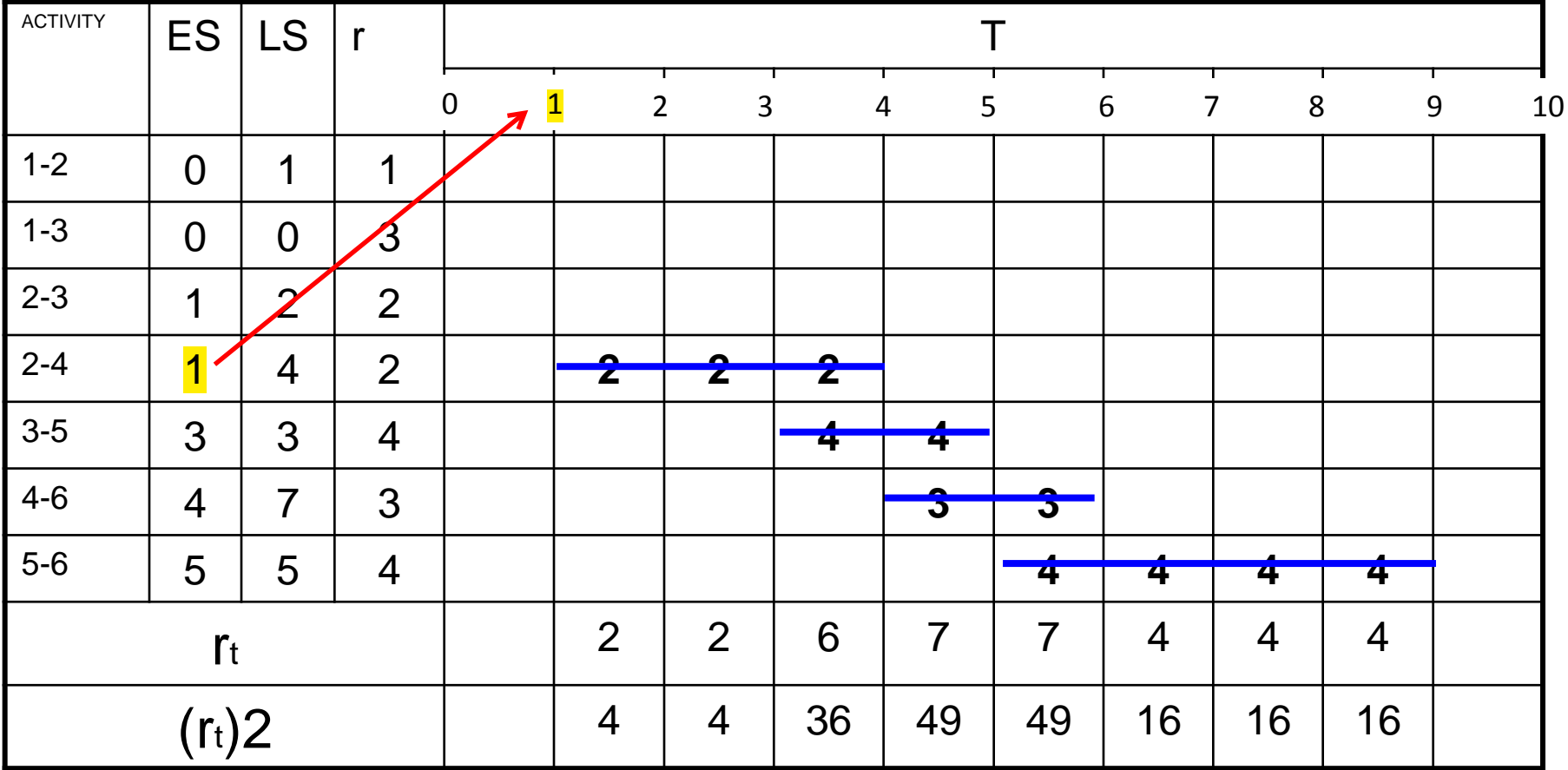
	A	B	C	D	E	F	G
تعداد کارگر	1	3	2	4	2	3	4

کارگر را بعنوان منبع نامحدود در نظر بگیرید.

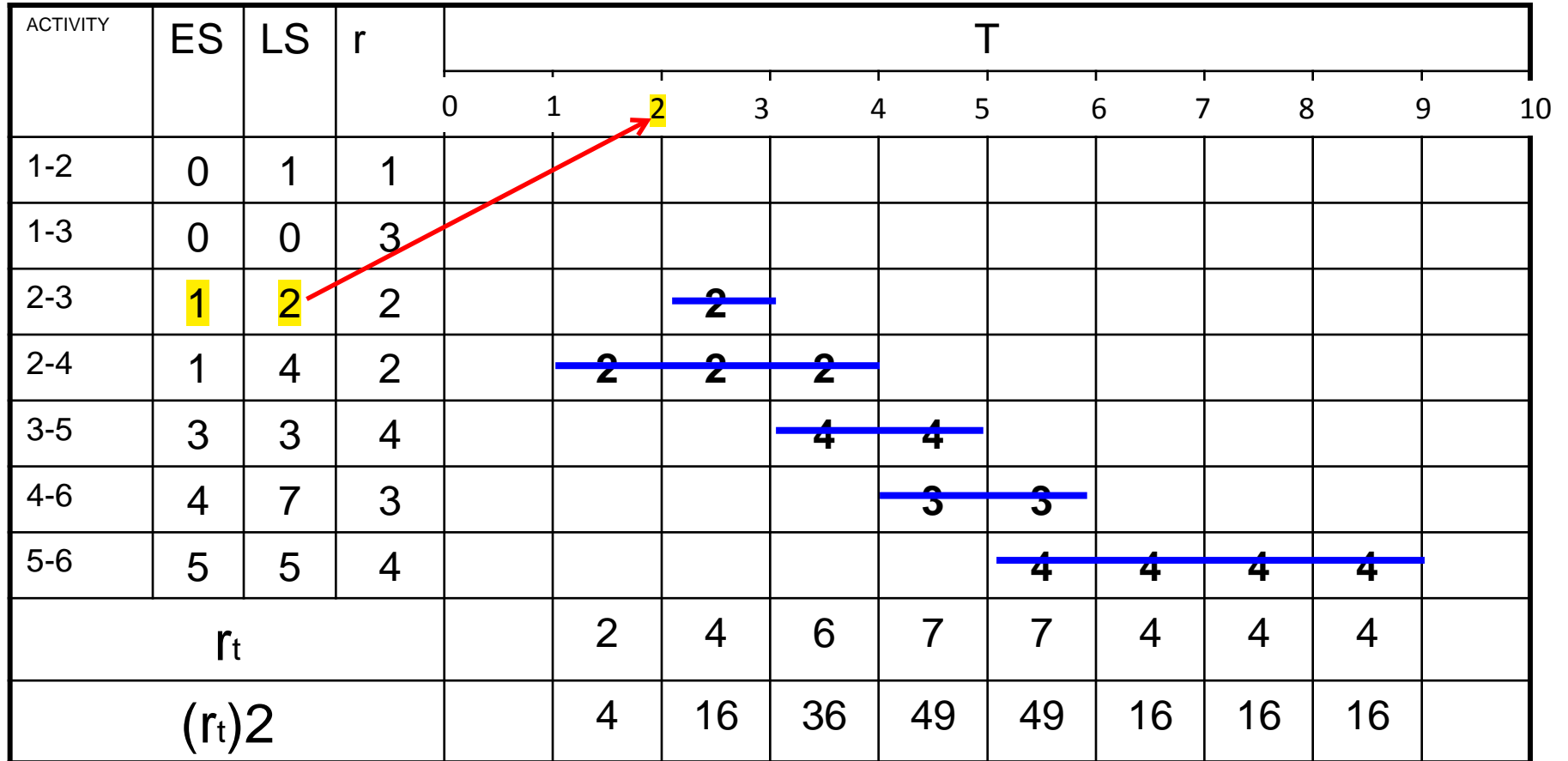


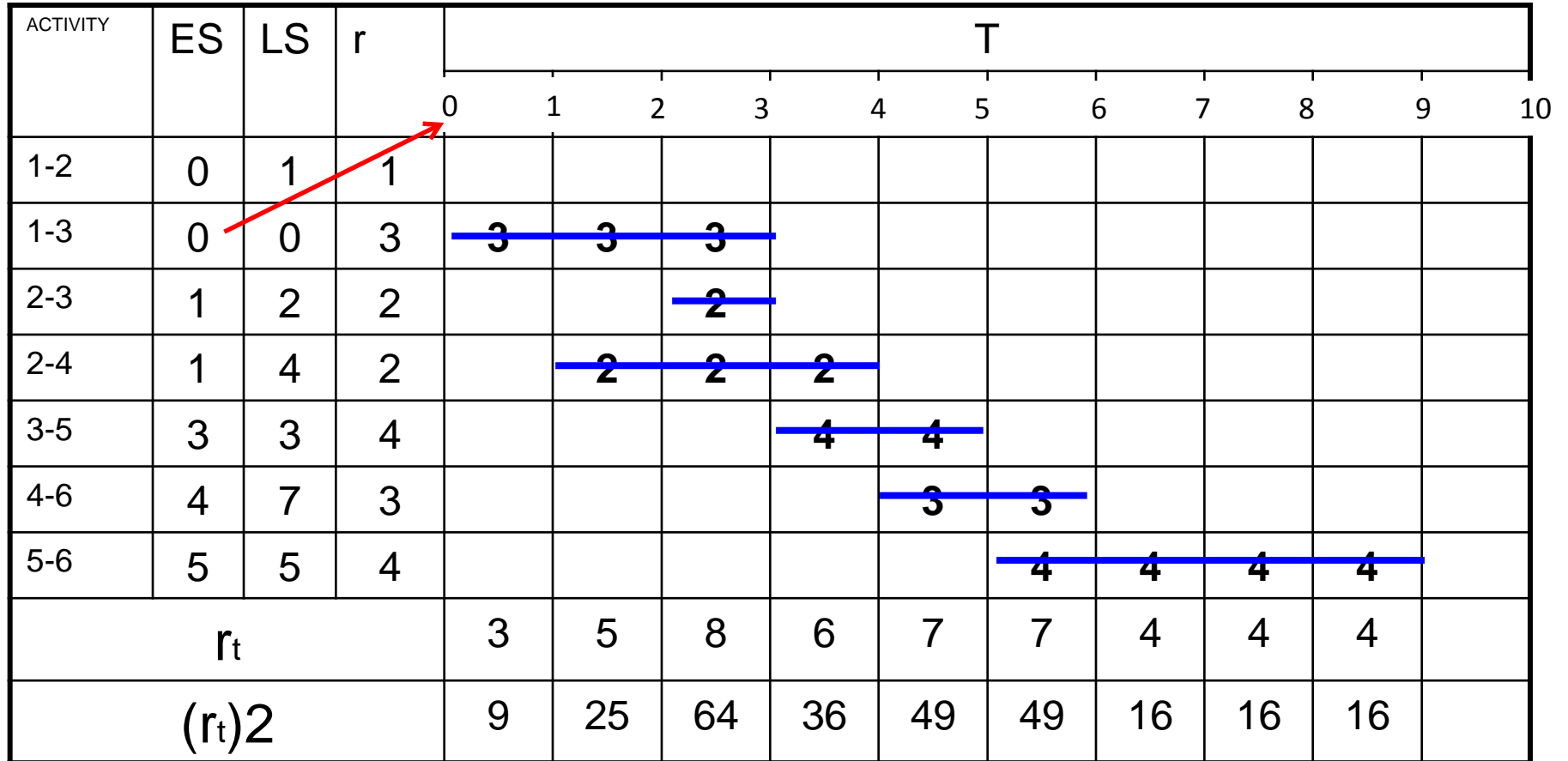
ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1											
1-3	0	0	3											
2-3	1	2	2											
2-4	1	4	2											
3-5	3	3	4											
4-6	4	7	3						3	3				
5-6	5	5	4							4	4	4	4	
$r_t$									3	7	4	4	4	
$(r_t)^2$									9	49	16	16	16	











ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1	<u>1</u>										
1-3	0	0	3	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>								
2-3	1	2	2			<u>2</u>								
2-4	1	4	2		<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>							
3-5	3	3	4				<u>4</u>	<u>4</u>						
4-6	4	7	3					<u>3</u>	<u>3</u>					
5-6	5	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>		
r <sub>t</sub>				4	5	7	6	7	7	4	4	4		
(r <sub>t</sub> ) <sup>2</sup>				16	25	49	36	49	49	16	16	16		