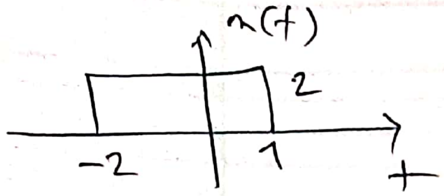
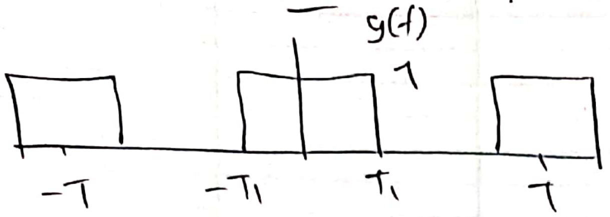
سوال ۶



$T=4 \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

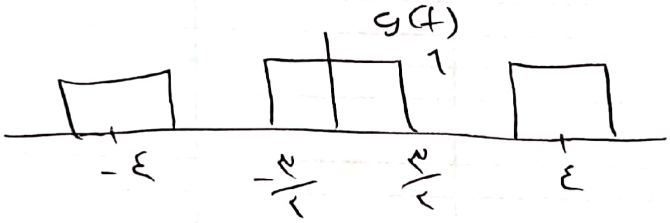
به کمک ضرائب سری فوریه سیگنال پالس که قبلاً بدست آورده‌ایم



اگر ضرائب سری فوریه $g(t)$ را a_k در نظر بگیریم

$k=0 \rightarrow a_0 = \frac{2T_1}{T}$

$k \neq 0 \rightarrow a_k = \frac{2\sin(k\omega_0 T_1)}{k\omega_0 T}$



در اینجا $T_1 = \frac{3}{2}$ و $T=4$

$k=0 \rightarrow a_0 = \frac{3}{4}$

$k \neq 0 \rightarrow a_k = \frac{\cancel{2}\sin(k\frac{\pi}{2} \times \frac{3}{2})}{k \times \frac{\pi}{\cancel{2}} \times \cancel{4}} = \frac{\sin(\frac{3k\pi}{4})}{k\pi}$

اگر $g(t)$ را به اندازه $\frac{1}{2}$ به چپ منتقل کنیم و ۲ برابر کنیم ← $x(t)$ بدست میاید

پس انتقال زمانی داریم ← $x(t) = 2g(t+\frac{1}{2})$

$x(t-t_0) \xleftrightarrow{FS} e^{-jk\omega_0 t_0} a_k$

پس اگر ضرائب سری فوریه $x(t)$ ، b_k باشد ← $b_k = 2e^{-jk\omega_0 t_0} a_k$

در اینجا t_0 ← $t_0 = -\frac{1}{2}$

$b_k = 2e^{-jk\frac{\pi}{2} \times -\frac{1}{2}} a_k \Rightarrow b_k = 2e^{jk\frac{\pi}{4}} a_k$

Scanned by CamScanner

ادامه‌ی سوال ۴

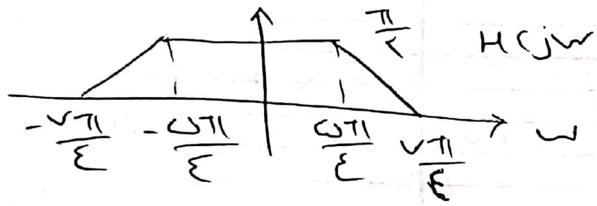
$$b_k = \begin{cases} 2a_0 = 2\times\frac{3}{4} = \frac{3}{2} & k=0 \\ \dfrac{2e^{jk\frac{\pi}{4}}\sin\left(\frac{3k\pi}{4}\right)}{k\pi} & k\neq 0 \end{cases}$$

جواب الف

ب) می دانیم که

$$Y(S) = X(S).H(S)$$

$$b_k = a_k H(jk\omega_0)$$



$$H(j\omega) = \begin{cases} -\omega+\frac{7\pi}{4} & \frac{5\pi}{4}\le\omega\le\frac{7\pi}{4} \\ \frac{\pi}{2} & -\frac{5\pi}{4}\le\omega\le\frac{5\pi}{4} \\ \omega+\frac{7\pi}{4} & -\frac{7\pi}{4}\le\omega\le-\frac{5\pi}{4} \end{cases}$$

$$\left(-\frac{7\pi}{4}, 0\right), \left(-\frac{5\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\boxed{\omega_0 = \frac{\pi}{2}}$$

$$\cancel{\frac{\frac{\pi}{2}}{-\frac{5\pi}{4}+\frac{7\pi}{4}}} \quad \cancel{\frac{2\pi}{4}} = 1$$

$$y - 0 = m\cancel{\left(x+\frac{7\pi}{4}\right)}$$

$$\left(jk\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\omega + \frac{7\pi}{4}$$

$k=0 \rightarrow H(0)$

$k=1 \rightarrow H\left(j\frac{\pi}{2}\right)$

$k=-1 \rightarrow H\left(-j\frac{\pi}{2}\right)$

$k=2 \rightarrow H(j\pi)$

$k=3 \rightarrow H\left(+3\frac{\pi}{2}\right)$

$k=-2 \rightarrow H(-j\pi)$

$k=-3 \rightarrow H\left(-3\frac{\pi}{2}\right)$

$k=4 \rightarrow H(2\pi)$ ✗ تو بازه نیست و صفره

پس باید برای مقادیر $k=0$ و $k=\pm1$ و $k=\pm2$ و $k=\pm3$ ، b_k را پیدا کنیم

Scanned by CamScanner

ادامه سوال ۶

$$b_k = a_k \, H(jk\omega_0)$$

$$k=0 \longrightarrow b_0 = a_0 \, H(0) \qquad \boxed{H(0) = \frac{\pi}{2}} \longrightarrow$$

$$b_0 = \frac{3}{2} \times \frac{\pi}{2} = \boxed{\frac{3\pi}{4}}$$

$$k=1 \longrightarrow b_1 = a_1 H\left(j\frac{\pi}{2}\right) \longrightarrow b_1 = a_1 \frac{\pi}{2}$$

$$b_{-1} = a_{-1} H\left(-j\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow b_{-1} = a_{-1} \frac{\pi}{2}$$

$$b_2 = a_2 H(j\pi) \rightarrow b_2 = a_2 \frac{\pi}{2}$$

$$b_{-2} = a_{-2} H(-j\pi) \rightarrow b_{-2} = a_{-2} \frac{\pi}{2}$$

$$b_3 = a_3 H\left(\frac{3}{2} j\pi\right)$$

$$b_{-3} = a_{-3} H\left(-\frac{3}{2} j\pi\right)$$

$$b_3 = a_3 \times \left(-\frac{6\pi}{4} + \frac{7\pi}{4}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{\pi}{4}$$

$$\boxed{b_3 = \frac{\pi}{4} a_3}$$

$$\boxed{b_{-3} = \frac{\pi}{4} a_{-3}}$$

Scanned by CamScanner