۹۸۱۰۵۳۶۱۴ تکلیف نظریه - حدیث غفوری

سوال ۶

$L_6 = \{a^n b^m \mid n \leq m+3\}$

$n \leq m+3 \rightarrow n < m+3$

$n = m+3$

۲ حالت دارد

$$
\begin{aligned}
&① \; S \rightarrow aaaA \mid aaA \mid aA \mid \varepsilon \\
&② \; A \rightarrow aAb \mid B \\
&③ \; B \rightarrow bB \mid \varepsilon
\end{aligned}
$$

برای تست ← اگر $m=3$ ← $\boxed{n \leq 6}$ ←

$a^6 b^3$ یا $a^5 b^3$ یا $a^4 b^3$ یا $a^3 b^3$, ...

مثال → $a^6 b^3$ =۱

$S \xrightarrow{1} aaaA \xrightarrow{2} aaaaAb \xrightarrow{2} aaaaaAbb \xrightarrow{2}$

$aaaaaaAbbb \xrightarrow{2} aaaaaaBbbb \xrightarrow{3} \underbrace{aa\ldots a}_{a^6}\ \underbrace{bbb}_{b^3}$ = $a^6 b^3$

$ex_2 = a^2 b^6$

$S \xrightarrow{1} aA \xrightarrow{2} aaAb \xrightarrow{2} aaBb \xrightarrow{3} aabBb \xrightarrow{3}$

$aabbBb \xrightarrow{3} aabbbBb \xrightarrow{3} aabbbbBb \xrightarrow{3}$

$aabbbbbBb \xrightarrow{3} \underbrace{aabbbbbb}_{a^2 b^6}$

$L_7 = \{a^n b^m c^k \mid k = |n-m|\}$

اگر $k = |n-m|$ ←

$① \; k = n-m \rightarrow n = k+m$

$② \; k = m-n \rightarrow m = k+n$

① حالت $= a^{k+m} b^m c^k = a^k a^m b^m c^k$

② حالت $= a^n b^{n+k} c^k = a^n b^n b^k c^k$

$$S \to S_1 \mid S_2$$
$$S_1 \to T_1 T_2$$
$$T_1 \to aT_1b \mid \varepsilon$$
$$T_2 \to bT_2c \mid \varepsilon$$
$$S_2 \to aS_2c \mid B$$
$$B \to aBb \mid \varepsilon$$

تولید رشته های $\boxed{a^n b^n b^k c^k}$ تعداد a و b مساوی
تعداد c و b هم مساوی

تولید رشته های $a^k a^n b^n c^k$ → تعداد a و b مساوی
و تعداد c و a هم مساوی

$L_2 = \{a^n b^m \mid 2n \le m \le 3n\}$

وقتی $2n \le m \le 3n$ ←

$m = 3n$ یا $m = 2n$ ← ۲ حالت داریم

$a^n b^{2n}$ یا $a^n b^{3n}$

جواب $\boxed{S \to aSbb \mid aSbbb \mid \varepsilon}$

مثال ← $n=2$ ← $4 \le m \le 6$

a^2b^4 یا a^2b^5 یا a^2b^6

$S \to aSbb \to aaSbbbb \to aabbbb = a^2b^4$

$S \to aSbb \to aaSbbbbb \to aabbbbb = a^2b^5$

$S \to aSbbb \to aaSbbbbbb \to aabbbbbb = a^2b^6$

$\boxed{L4} = \{w \mid w \in \{a,b,c\}^*,\ n_a(w) + n_b(w) = n_c(w)\}$

$$S \to aSc \mid cSa \mid bSc \mid cSb \mid SS \mid \varepsilon$$

مثال → تست رشته cabbbccc

$S \to SS \to cSaS \to caS \to cabSc \to cabbScc \to cabbbSccc \to \boxed{cabbbccc}$

Scanned by CamScanner

ادامه سوال ٦

$L_6 = \{a^n b^m \mid n = m-1\}$

$a^{m-1} b^m$

تعداد a ها یکی کمتر از b باشد

$$\boxed{\begin{aligned} S &\to S_1 b \\ S_1 &\to a S_1 b \mid \varepsilon \end{aligned}}$$

$L_7 = \{w_1 \# w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a,b\}^*, w_1 \neq w_2^R\}$

$$\begin{aligned} S &\to T \mid \# \\ T &\to aTa \mid bTb \mid aNb \mid bNa \mid aM\# \mid \#Ma \mid bM\# \mid \#Mb \\ N &\to aN \mid bN \mid \#M \\ M &\to aM \mid bM \mid \varepsilon \end{aligned}$$

چون w_1 و w_2 می‌توانند $\emptyset$ باشند ← حالت‌هایی که $w_1\#$ یا $\#w_2$ داریم هم باید در نظر بگیریم.

چون $w_1 \neq w_2^R$ باشد ← اول و آخر رشته‌ی ورودی در صورتی که w_1 و w_2 وجود داشته باشند ← نباید مساوی باشند یا اگر مساوی هستند حرف‌های قبلی نباید مثل هم باشند یعنی اگر

$S \to T \to aTa \to aaNba$

حرف اول و آخر یکی است ولی حرف قبلی w_1 و w_2 متفاوت

$S \to T \to aNb \to aaNb \to aabNb \to aab\#Mb \to aab\#b$

با M می‌توانیم هر تعداد a یا b بسازیم.

سوال ۲

فرم نرمال چامسکی

$S \to ABED$
$E \to EaE \mid B$
$B \to bB \mid Bb \mid \lambda$
$A \to AgA \mid EE$
$D \to DA \mid c$

① یک start variable جدید می‌گذاریم

$S_0 \to S$
$S \to ABED$
$E \to EaE \mid B$
$B \to bB \mid Bb \mid \lambda$
$A \to AgA \mid EE$
$D \to DA \mid c$

② حذف اثر λ در رول $B \to \lambda$

$S_0 \to S$
$S \to ABED \mid AED$
$E \to EaE \mid \lambda \mid B$
$B \to bB \mid Bb \mid b$
$A \to AgA \mid EE$
$D \to DA \mid c$

③ حذف اثر λ در $E \to \lambda$

$S_0 \to S$
$S \to ABED \mid AED \mid ABD \mid AD$
$E \to EaE \mid Ea \mid aE \mid a \mid B$
$B \to bB \mid Bb \mid b$
$A \to AgA \mid EE \mid E \mid \lambda$
$D \to DA \mid c$

④ حذف اثر λ در rule ها

$\boxed{A \to \lambda}$

$S_0 \to S$
$S \to ABED \mid AED \mid ABD \mid BED \mid AD \mid ED \mid BD \mid D$
$E \to EaE \mid Ea \mid aE \mid a \mid B$
$B \to bB \mid Bb \mid b$
$A \to AgA \mid Ag \mid gA \mid g \mid EE \mid E$
$D \to DA \mid D \mid c$

⑤ حذف unit rule ها $S \to S_0$

$S_0 \to ABED \mid AED \mid ABD \mid BED \mid AD \mid ED \mid BD \mid D$
$S \to ABED \mid AED \mid ABD \mid BED \mid AD \mid ED \mid BD \mid D$
$E \to EaE \mid Ea \mid aE \mid a \mid B$
$B \to bB \mid Bb \mid b$
$A \to AgA \mid Ag \mid gA \mid g \mid EE \mid E$
$D \to DA \mid D \mid c$

⑥ حذف unit rule = $S_0 \to D$, $S \to D$, $D \to D$,
$A \to E$, $E \to B$

$S_0 \to ABED \mid AED \mid ABD \mid BED \mid AD \mid ED \mid BD \mid DA \mid c$

$S \to ABED \mid AED \mid ABD \mid BED \mid AD \mid ED \mid BD \mid DA \mid c$

$E \to EaE \mid Ea \mid aE \mid a \mid \cancel{B}\ bB \mid Bb \mid b$

$B \to bB \mid Bb \mid b$

$A \to AgA \mid Ag \mid gA \mid g \mid EE \mid \cancel{E}\ EaE \mid Ea \mid aE \mid a \mid bB \mid b$

~~$D \to DA \mid D \mid c$~~

$D \to DA \mid c$

$S_0 \to \overset{T_1T_2}{\cancel{ABED}} \mid \overset{AT_2}{\cancel{AED}} \mid \overset{T_1D}{\cancel{ABD}} \mid \overset{BT_2}{\cancel{BED}} \mid AD \mid ED \mid BD \mid DA \mid c$

$S \to \underset{T_1T_2}{\cancel{ABED}} \mid \underset{AT_2}{\cancel{AED}} \mid \underset{T_1D}{\cancel{ABD}} \mid \underset{BT_2}{\cancel{BED}} \mid AD \mid ED \mid BD \mid DA \mid c$

$E \to \underset{H_1E}{\cancel{EaE}} \mid \underset{EX}{\cancel{Ea}} \mid \underset{XE}{\cancel{aE}} \mid a \mid \underset{YB}{\cancel{bB}} \mid \underset{BY}{\cancel{Bb}} \mid b$

$\boxed{H_1E} \leftarrow \cancel{EXE}$

$B \to \underset{YB}{bB} \mid \underset{BY}{Bb} \mid b$

$A \to \underset{H_2A}{AgA} \mid \underset{AG}{\cancel{Ag}} \mid \underset{GA}{\cancel{gA}} \mid g \mid EE \mid \underset{H_1E}{\cancel{EaE}} \mid \underset{EX}{\cancel{Ea}} \mid \underset{XE}{\cancel{aE}} \mid a \mid \underset{YB}{\cancel{bB}} \mid b$

$\boxed{H_2A} \leftarrow \cancel{AGA}$

$D \to DA \mid c$

$X \to a$ $\quad T_1 \to AB$

$Y \to b$ $\quad T_2 \to ED$

$G \to g$ $\quad H_1 \to EX$

$H_2 \to AG$

⑦ حذف اثر long rule ها

① جواب c

$S_0 \rightarrow T_1T_2 \mid AT_2 \mid T_1D \mid BT_2 \mid AD \mid ED \mid BD \mid DA \mid c$

$S \rightarrow T_1T_2 \mid AT_2 \mid T_1D \mid BT_2 \mid AD \mid ED \mid BD \mid DA \mid c$

$E \rightarrow H_1E \mid EX \mid XE \mid YB \mid BY \mid a \mid b$

$B \rightarrow YB \mid BY \mid b$

$A \rightarrow H_2A \mid AG \mid GA \mid EE \mid H_1E \mid EX \mid XE \mid YB \mid a \mid b \mid g$

$D \rightarrow DA \mid c$

$X \rightarrow a$

$Y \rightarrow b$

$G \rightarrow g$

$T_1 \rightarrow AB$

$T_2 \rightarrow ED$

$H_1 \rightarrow EX$

$H_2 \rightarrow AG$

راستی،

$\boxed{abbbb}$

$S \rightarrow aAB \rightarrow$

$abBbB \rightarrow$

$abbB \rightarrow$

$abbA \rightarrow abbbBb \rightarrow \boxed{abbbb}$

$\boxed{\text{سوال ۳}}$ ① الف

$S \rightarrow aAB \rightarrow abBbB \rightarrow abAbB \rightarrow abbBbbB \rightarrow$

$abbbbB \rightarrow \boxed{abbbb}$

برای رشته‌ی abbbb ←

۲ تا leftmost drivation داریم ← گرامر مبهم است

سوال 3- ب

$S \to SS \mid aSb \mid bSa \mid \varepsilon$

رشته ی abab را می توانیم با ۲ تا leftmost drivation متفاوت نشان دهیم

① $S \to SS \to aSbS \to abS \to abaSb \to \boxed{abab}$

② $S \to SS \to aSbS \to abSabS \to ababS \to \boxed{abab}$

ε

پس این گرامر مبهم است.

سوال 3- پ

$S \to AB \mid aaB$

$A \to a \mid Aa$

$B \to b$

برای رشته ی $\boxed{aab}$ ۲ تا LMD پیدا می کنیم که نشان می دهد این گرامر مبهم است.

① $S \to AB \to AaB \to aaB \to \boxed{aab}$

② $S \to aaB \to \boxed{aab}$

سوال ۴

$S \to baAB$

$A \to bAB \mid \lambda$

$B \to BAa \mid A \mid \lambda$

① اضافه کردن یک start var جدید

$S_0 \to S$

$S \to baAB$

$A \to bAB \mid \lambda$

$B \to BAa \mid A \mid \lambda$

② حذف اثر $A \to \lambda$

$S_0 \to S$

$S \to baAB \mid baB$

$A \to bAB \mid bB \mid$

$B \to BAa \mid Ba \mid A \mid \lambda$

③ حذف اثر λ در rule ها

$\boxed{B \to \lambda}$

$S_0 \to S$

$S \to baAB \mid baB \mid baA \mid ba$

$A \to bAB \mid bB \mid bA \mid b$

$B \to BAa \mid Ba \mid A \mid Aa \mid a$

④ حذف unit rule ها ؟

$\boxed{S_0 \to S}$ و $\boxed{B \to A}$

~~$S_0 \to S$~~ $S_0 \to baAB \mid baB \mid baA \mid ba$

$S \to baAB \mid baB \mid baA \mid ba$

$A \to bAB \mid bB \mid bA \mid b$

$B \to BAa \mid Ba \mid Aa \mid a \mid bAB \mid bB \mid bA \mid b$

حذف long rule ⑥

$$\begin{array}{l} YXAB \quad YXB \quad YXA \\ S_0 \to \cancel{ba}AB \mid \cancel{ba}B \mid \cancel{ba}A \mid \cancel{ba} \quad XY \end{array}$$

$$\begin{array}{l} S \to \cancel{ba}AB \mid \cancel{ba}B \mid \cancel{ba}A \mid \cancel{ba} \quad XY \\ YXAB \quad YXB \quad YXA \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A \to \cancel{b}AB \mid \cancel{b}B \mid \cancel{b}A \mid b \\ YAB \quad YB \quad YA \end{array}$$

$$\begin{array}{l} B \to B\cancel{Aa} \mid B\cancel{a} \mid A\cancel{a} \mid a \mid \cancel{b}AB \mid \cancel{b}B \mid \cancel{b}A \mid b \\ BAX \quad BX \quad AX \quad YAB \quad YB \quad YA \end{array}$$

$X \to a$

$Y \to b$

---

⑨

$$\begin{array}{l} T_2T_1 \quad T_2B \quad T_2A \\ S_0 \to \cancel{YXAB} \mid \cancel{YXB} \mid \cancel{YXA} \mid XY \end{array}$$

$$\begin{array}{l} T_2T_1 \quad T_2B \quad T_2A \\ S \to \cancel{YXAB} \mid \cancel{YXB} \mid \cancel{YXA} \mid XY \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A \to \cancel{YAB} \mid YB \mid YA \mid b \\ YT_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} B \to \cancel{BAX} \mid BX \mid AX \mid a \mid \cancel{YAB} \mid YB \mid YA \mid b \\ T_3X \qquad\qquad\qquad YT_1 \end{array}$$

$X \to a$

$Y \to b$

$T_1 \to AB$

$T_2 \to YX$

$T_3 \to BA$

⑦

$S_0 \to T_2T_1 \mid T_2B \mid T_2A \mid XY$

$S \to T_2T_1 \mid T_2B \mid T_2A \mid XY$

$A \to YT_1 \mid YB \mid YA \mid b$

$B \to T_3X \mid BX \mid AX \mid YT_1 \mid YB \mid YA \mid a \mid b$

$X \to a$

$Y \to b$

$T_1 \to AB$

$T_2 \to YX$

$T_3 \to BA$

Scanned by CamScanner

سوال ۶

$suffix(L) = \{y \mid xy \in L\}$

با کمک PDA می‌توانیم ثابت کنیم که y هم ه مستقل از متن است.

۱) یک PDA به نام M فرض می‌کنیم که M می‌تواند suffix های زبان L را هم accept کند

۲) چون L یک زبان مستقل از متن است ← یک PDA برایش وجود دارد که L را accept می‌کند ← اسم آن PDA را ه M1 می‌گذاریم

۳) یک کپی از M1 می‌سازیم و اسمش را M2 می‌گذاریم. M2 دقیقاً state ها و stack ه و تابع transition مشابه M1 دارد.

۴) پس ترکیب M1 و M2 (که تکراری است) M2 را تغییر دهیم تا بتواند suffix ها را ignore کند ه می‌شود کل M که PDA اصلی بود.

۵) بخش input ـ transition ها در M2 را تغییر می‌دهیم ← input ها را ه $\boxed{\varepsilon}$ می‌گذاریم ولی stack اش را تغییر دهیم.

یعنی اگر transition ه $\boxed{a, b \to \varepsilon}$ باشد ه ما به حالت $\boxed{\varepsilon, b \to \varepsilon}$ تغییرش می‌دهیم

۶) برای هر state ه M2 در یک transition به صورت $\boxed{\varepsilon, \varepsilon \to \varepsilon}$ اضافه می‌کنیم (برای state های متناظر در M1 تا بتوانیم قسمت prefix را هم ~~[illegible]~~ ignore کنیم)

۷) state شروع (start state) M2 را ه start state کل PDA می‌گذاریم

۸) در این حالت ه M ه stack را می‌سازد و input را ignore می‌کند و

۹) M در یک لحظه ه به طور nondeterministic از ه state در M2 به state ـ متناظرش در M1 می‌رود و شروع به گرفتن اولین کاراکتر suffix از ورودی می‌کند و transition ها را در M1 انجام می‌دهد ← تمام suffix های رشته‌های زبان L تعلق دارند ه توسط M هم قبول می‌شوند ← مستقل از متن است. که