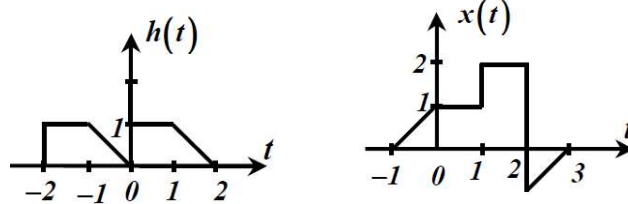




\* قسمت‌های مشخص شده با رنگ آبی، اختیاری و برای تمرین بیشتر هستند.

۱. سیگنال‌های  $x(t)$  و  $h(t)$  را به صورت زیر در نظر بگیرید.

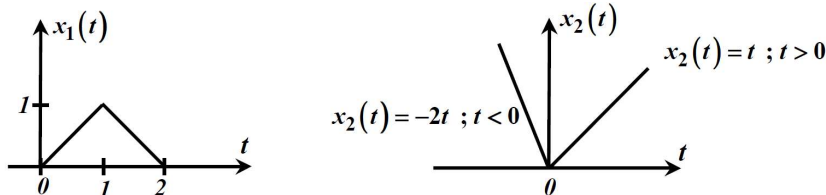


الف) شکل سیگنال‌های زیر را رسم نمایید. (مقادیر محورها را با جزئیات نمایش دهید)

الف-۱)  $x(2t + 2)$       الف-۲)  $x(2 - \frac{t}{3})$       الف-۳)  $x(t) \left[ \delta(t + \frac{3}{2}) - \delta(t - \frac{3}{2}) \right]$   
 الف-۴)  $x(t)h(t + 1)$       الف-۵)  $h(1 - t)u(t + \frac{3}{2})$       الف-۶)  $h(\frac{t}{2})\delta(t + 1)$   
 الف-۷)  $x(t)h(-t)$

ب) فرم تحلیلی توابع  $x(t)$  و  $h(t)$  نشان داده شده در سؤال ۱ را برحسب توابع پله واحد  $u(t)$  و شیب واحد  $r(t)$  بنویسید.

۲. سیگنال‌های زیر را در نظر بگیرید:



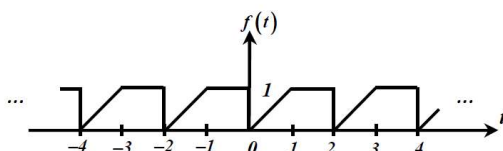
الف) قسمت‌های زوج و فرد سیگنال‌های فوق را رسم نمایید. (مقادیر محورها را با جزئیات نمایش دهید)

ب) اگر  $x(t)$  یک سیگنال حقیقی بوده و  $x_e(t)$  و  $x_o(t)$  به ترتیب قسمت‌های زوج و فرد آن باشند، نشان دهید تساوی زیر برای انرژی سیگنال‌ها برقرار است:

$$E\{x(t)\} = E\{x_e(t)\} + E\{x_o(t)\}$$

آیا تساوی فوق برای حالت گسسته نیز برقرار است؟ نشان دهید.

۳. اگر داشته باشیم:



$$f_1(t) = f(t)[u(t) - u(t - 2)]$$

و

$$f_2(t) = f_1(1 - \frac{t}{2})$$

حاصل انتگرال  $\int_{-\infty}^t f_2(\tau) d\tau$  را محاسبه نمایید.

۴. متناوب بودن سیگنال‌های زیر را بررسی نموده و در صورت متناوب بودن، دوره تناوب اصلی آن‌ها را محاسبه نمایید.

الف)  $\cos(t) + \sin(\sqrt{2}t)$  ب)  $\left| \cos \frac{4}{3}t \right| + \sin \frac{3}{4}t$  ج)  $\text{even}\{\cos(5\pi t)u(t)\}$  د)  $\cos(t) \cos(\sqrt{3}t)$

ه)  $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} (\cos(\frac{t}{2}) + e^{-j\pi t^2}) \delta(t-k)$  و)  $\left[ \cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right) + 2 \sin\left(\frac{16\pi t}{3}\right) \right] \sin(\pi t)$  ز)  $\cos(\frac{\pi}{8}n^3)$  ح)  $\sin(n-\pi)$  ط)  $\cos(\pi^2 n)$

ی)  $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{j6t-n}$  ک)  $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{-(t-2n)^3}$  ل)  $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \cos(\frac{t}{2}) \delta(t-k\pi)$  م)  $\cos(\frac{n}{2}) \cos(\frac{n\pi}{4})$

۵. الف) حاصل عبارت‌های زیر را محاسبه نمایید.

الف-۱)  $\int_{-\infty}^{+\infty} (t^2 + 3t - 1) \delta'(t+1) dt$  الف-۲)  $\int_1^4 3t^2 u(-3t+6) dt$

الف-۳)  $\int_{-\infty}^{+\infty} (t^2 + 1) \delta''(t-1) dt$  الف-۴)  $\int_{-\pi}^{+\pi} \cos(t) \delta^{(n)}(t) dt$

الف-۵)  $\sum_{n=-3}^5 \sin(\frac{n\pi}{6}) \delta[n-1]$

ب) حاصل عبارات زیر را به ساده‌ترین فرم بنویسید.

ب-۱)  $r[u[n]] + r[\delta[n]] + \delta[u[n]]$  ب-۲)  $\int_{t-5}^5 \tau^2 \delta(2\tau-6) d\tau$

۶. ویژگی‌های خطی بودن، تغییرناپذیر با زمان بودن، بدون حافظه بودن، علی بودن و پایداری سیستم‌های زیر را که رابطه‌ی بین ورودی  $x$  و خروجی  $y$  آن‌ها داده شده، با ذکر دلیل مشخص نمایید.

الف)  $y(t) = e^{x(t)}$  ب)  $y(t) = \text{Re}\{x(t)\}$  ج)  $y(t) = x'(t)$

د)  $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) x(\tau+t) d\tau$  ه)  $y(t) = x(-|t|^{\frac{1}{2}})$  و)  $y(t) = \begin{cases} \frac{x(t)}{|x(t)|} & x(t) \neq 0 \\ 0 & x(t) = 0 \end{cases}$

ز)  $y(t) = \frac{\sin(x(t)+2t)}{x(t-1)}$  ح)  $y[n] = x[-|n|]$  ط)  $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \delta[n-2k]$

ی)  $y[n] = \begin{cases} x[n+1] & n \text{ is even} \\ x[n-1] & n \text{ is odd} \end{cases}$  ک)  $y[n] = \frac{n^3 x[n]}{3n^2-36}$  ل)  $y[n] = x[n \bmod 27]$

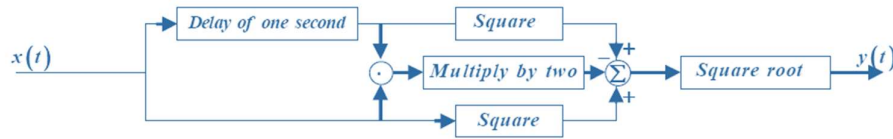
۷. معکوس‌پذیری سیستم‌های زیر را که رابطه‌ی بین ورودی  $x$  و خروجی  $y$  آن‌ها داده شده، بررسی نمایید.

الف)  $y(t) = t^2 x(2t+1)$  ب)  $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) e^{\tau} d\tau$  ج)  $y(t) = \begin{cases} x(t) & x(t) < 0 \\ x^2(t) & x(t) \geq 0 \end{cases}$

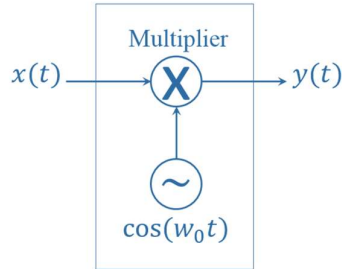
د)  $y[n] = x^2[n]$  ه)  $x[n] = \begin{cases} x[n-2] & n \geq 2 \\ 0 & n = 1 \\ x[n] & n \leq 0 \end{cases}$  و)  $y[n] - |y[n-1]| = x[n]$

۸. سیستمی با بلوک دیاگرام زیر را در نظر بگیرید.

سیستم ۱:



سیستم ۲:

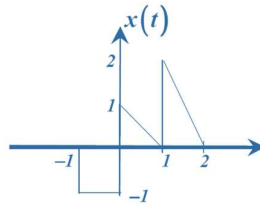


الف) رابطه‌ی ریاضی صریح بین ورودی  $x(t)$  و خروجی  $y(t)$  را برای دو سیستم فوق پیدا کنید.

ب) خطی بودن، تغییرناپذیر با زمان بودن، حافظه‌دار بودن، علی بودن و پایداری دو سیستم را بررسی نمایید.

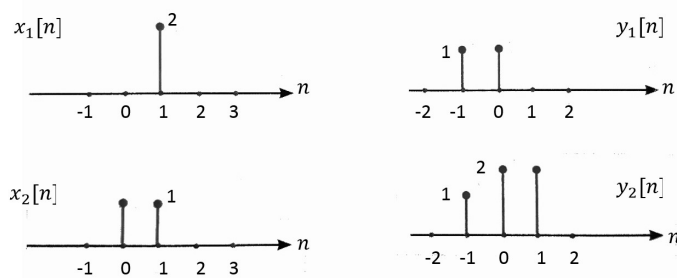
ج) اگر دو سیستم به صورت سری با یکدیگر متصل شوند، آیا سیستم حاصل خطی و تغییرناپذیر با زمان خواهد بود؟

د) اگر ورودی سیستم ۱ به صورت نشان داده شده در زیر باشد، خروجی سیستم را رسم نمایید.



۹. دو زوج رابطه ورودی-خروجی یک سیستم به صورت زیر است، آیا سیستم مذکور خطی و تغییرناپذیر با زمان است؟ پاسخ

به ورودی ضربه را بدست آورید.



موفق باشید