

بسمه تعالی

هوش مصنوعی عدم قطعیت - ۲ نیمسال اول ۱۴۰۱-۱۴۰۲

دکتر مازیار پالهنک
آزمایشگاه هوش مصنوعی
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر
دانشگاه صنعتی اصفهان

عامل منطقی باوجود عدم قطعیت نمیتونه به خوبی توی محیط استنتاج کنه و نمیتونه دنباله ی اعمالی را پیدا کنه که بتونه اونو به هدفش با قاطعیت برسونه

یادآوری

- عدم موفقیت عامل منطقی در حالت عدم قطعیت
- عدم امکان استنتاج عملی که با موفقیت او را به هدفش برساند.
- عدم امکان بوجود آوردن قوانینی که کامل باشند بدلیل:
 - تنبلی، نادانی نظری، نادانی عملی
- نظریهٔ تصمیم = نظریهٔ احتمال + نظریهٔ سودمندی
- متغیر تصادفی و دامنهٔ آن
- فضای نمونه، حادثهٔ اتمی، حادثه
- اصول احتمال
- احتمال پیشین
- توزیع احتمال
- توزیع احتمال توأم
- احتمال شرطی
- توزیع شرطی
- استنتاج با فهرست کردن از روی توزیع احتمال توأم کلی
- عادی سازی هنگام یافتن یک توزیع شرطی

استقلال

■ A و B مستقل هستند اگر و تنها اگر:

■ $P(A, B) = P(A)P(B)$ یا $P(B | A) = P(B)$ یا $P(A | B) = P(A)$

■ مثال: به متغیرهای دندان درد، کشیدن و کرم خوردگی، متغیر وضع هوا را نیز اضافه کنیم

■ توزیع توأم کلی:

■ $P(\text{Toothache}, \text{Catch}, \text{Cavity}, \text{Weather})$

■ جدول با ۳۲ ورودی

متغیر وضعیت هوا که
۴
مقدار را بخودش
میگرفت

$$2 * 2 * 2 * 4 = 32$$

مازیار پالهنک

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

دندان درد و کشیدگی
و کرمخوردگی به
ابری بودن ربطی
ندارن پس میشه
مستقل گرفت وضعیت
هوا را از اون ۳ تا

پیدا کردن احتمال این
به کمک قانون ضرب

$$P(\text{toothache}, \text{catch}, \text{cavity}, \text{cloudy}) =$$

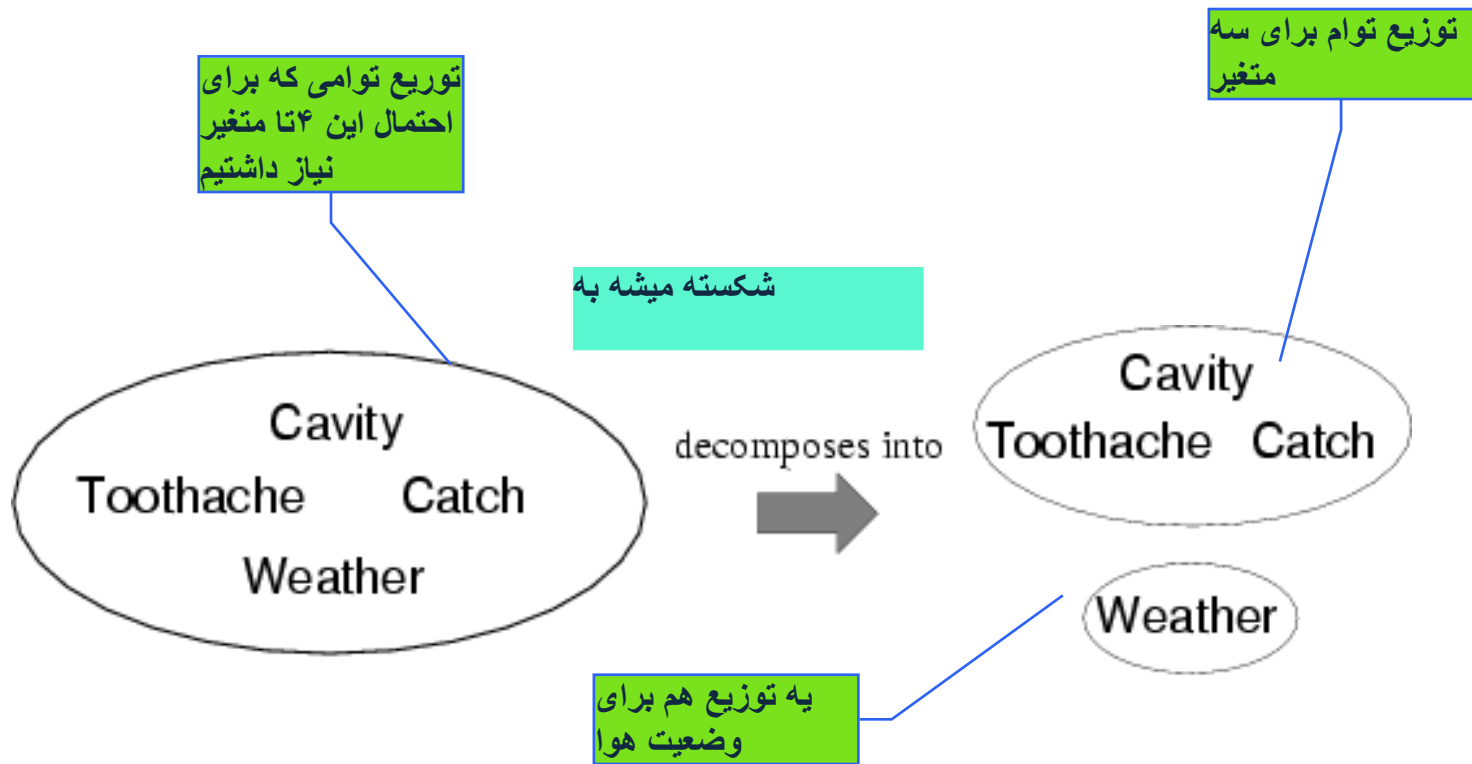
$$P(\text{cloudy} \mid \text{toothache}, \text{catch}, \text{cavity}) \times$$

$$P(\text{toothache}, \text{catch}, \text{cavity})$$

$$P(\text{toothache}, \text{catch}, \text{cavity}, \text{cloudy}) =$$

$$P(\text{cloudy}) \times$$

$$P(\text{toothache}, \text{catch}, \text{cavity})$$



$$8 + 4 = 12$$

■ ۱۲ ورودی به جای ۳۲ ورودی

■ استقلال مطلق به سختی وجود دارد.

استقلال شرطی
کچ از دندان در
مستقل همیشه

استقلال شرطی

- توزیع $P(\text{Toothache}, \text{Cavity}, \text{Catch})$ را در نظر بگیرید.
- در صورت وجود کرم خوردگی، احتمال کشیده شدن دندان مستقل از داشتن دندان درد است.

$$P(\text{catch}|\text{toothache}, \text{cavity}) = P(\text{catch}|\text{cavity})$$

- به همین صورت:

$$P(\text{catch}|\text{toothache}, \neg \text{cavity}) = P(\text{catch}|\neg \text{cavity})$$

- یا:

$$P(\text{Catch}|\text{Toothache}, \text{Cavity}) = P(\text{Catch}|\text{Cavity})$$

ماریار پالهنک

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

6

به صورت توزیعی

$$p(a,b|c) = p(a|c) * p(b|c)$$

$$P(a,b) = p(a) * p(b)$$

رابطه ای که برای استقلال شرطی داشتیم

استقلال شرطی

- در صورت وجود کرم خوردگی، احتمال کشیده شدن دندان مستقل از داشتن دندان درد است.

$$P(\text{toothache, catch} | \text{cavity}) = P(\text{toothache} | \text{cavity}) P(\text{catch} | \text{cavity})$$

$$P(\text{cavity} | \text{toothache, catch}) =$$

$$\alpha P(\text{toothache} | \text{cavity}) P(\text{catch} | \text{cavity}) P(\text{cavity})$$

$$p(a|b) = (p(b|a) * p(a)) / p(b)$$

استقلال شرطی

■ بطور کلی

$$P(X, Y | Z) = P(X | Z)P(Y | Z)$$

ایکس و وای مستقل
از هم هستند با وجود
زد

قانون بیز

■ قانون ضرب: $P(a,b)=P(a | b)P(b)=P(b | a)P(a)$

■ قانون بیز:

$$P(b | a) = \frac{P(a | b)P(b)}{P(a)}$$

■ بصورت توزیعی:

$$P(Y | X) = \frac{P(X | Y)P(Y)}{P(X)}$$

قانون بیز

■ با داشتن دلیل e

$$P(Y | X, e) = \frac{P(X | Y, e)P(Y | e)}{P(X | e)}$$

فرض کنیم ما به
سری اثر داریم
میخایم سبب یا علتش
را پیدا کنیم

احتمال سبب به شرط
اثر

■ مفید برای کارهای تشخیصی

$$P(\text{cause} | \text{effect}) = \frac{P(\text{effect} | \text{cause})P(\text{cause})}{P(\text{effect})}$$

■ بطور مثال اگر M بیماری مننژیت و S گردن درد باشد:

$$P(m|s) = \frac{P(s|m)P(m)}{P(s)} = \frac{0.8 \times 0.0001}{0.1} = 0.0008$$

مازیار پالهنک

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

احتمال مننژیت داشتن
به شرط گردن درد
داشتن چقدره

قانون بیز و استقلال شرطی

$$P(Cavity|toothache \wedge catch)$$

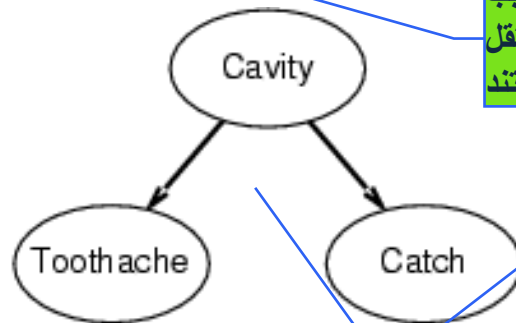
$$= \alpha P(toothache \wedge catch|Cavity)P(Cavity)$$

$$= \alpha P(toothache|Cavity)P(catch|Cavity)P(Cavity)$$

■ داشتیم:

■ نمونه ای از مدل بیز ساده Naïve Bayes

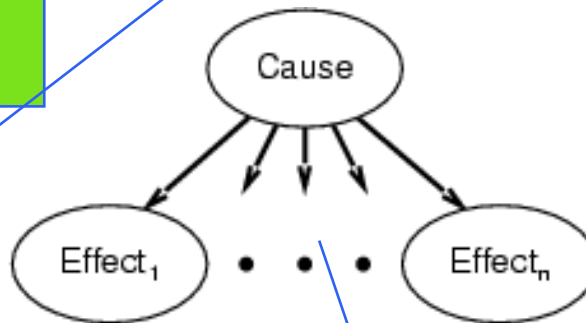
$$P(Cause, Effect_1, \dots, Effect_n) = P(Cause) \prod_i P(Effect_i|Cause)$$



با داشتن سبب
آثار از هم مستقل
هستند

ضرب احتمال رخداد
هر کدام از آثار به
شرط سبب یا دلیلی
که داریم

با حضور کرم
خوردگی دندان درد و
دندان کشیدن از هم
مستقل میشن



با وجود این سبب
آثار از هم مستقل
هستند

هوش مصنوعی

دنیای دیو – بازدید دوباره

- دنیای دیو نیمه مشاهده پذیر است بدین دلیل **عدم قطعیت** در آن وجود دارد.

- حالت مقابل:

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2 B OK	2,2	3,2	4,2
1,1 OK	2,1 B OK	3,1	4,1

احتمال وجود گودال

نسیم توی این
خانه ها حس
شده

عامل این سه تا خانه
را بازدید کرده و
فهمیده امن هستند

عامل باید احتمال وجود گودال توی اون سه تا خونه را
بدست بیاره بعد تصمیم بگیره بره یا نه

- عامل منطقی خالص نمی تواند نتیجه بگیرد کدام مربع محتملتر است که امن باشد.
- می تواند بصورت تصادفی انتخاب کند.
- هدف: محاسبه احتمال آنکه هر یک از سه خانه دارای گودال باشد.
- فعلاً دیو و طلا را در نظر نمی گیریم.
- فرض: هر مربع به جز [۱و۱] با احتمال ۰،۲ دارای گودال است.

عامل سه تا خانه را
بازدید کرده

متغیر تصادفی که
برای وجود نسیم در
خانه ی ۱ و ۱ استفاده
شده

تا متغیر ۱۶
تصادفی است که
هرمتغیر تصادفی
برای وجود گودال در
خانه ی مجاورش
استفاده میشه

■ P_{ij} درست اگر $[i,j]$ دارای گودال باشد.

■ B_{ij} درست اگر $[i,j]$ دارای نسیم باشد.

■ مشخص کردن توزیع توأم کلی

استفاده از قانون
ضرب

$$P(P_{1,1}, \dots, P_{4,4}, B_{1,1}, B_{1,2}, B_{2,1}) =$$

$$P(B_{1,1}, B_{1,2}, B_{2,1} | P_{1,1}, \dots, P_{4,4}) P(P_{1,1}, \dots, P_{4,4})$$

■ ترم اول برای مربعاتی که گودالها و نسیمها نزدیک هستند ۱ و
در غیر این صورت صفر است.

گودال توی این خانه
هست

وجود گودال در یک
خانه مستقل از خانه
ی دیگری است

ضرب احتمال روی
همه ی خانه ها

داریم:

$$P(P_{1,1}, \dots, P_{4,4}) = \prod_{i,j=1,1}^{4,4} P(P_{i,j})$$

میدانیم تو خانه ی
یک و یک نسیم
نیست

تو خانه ی ۱ و ۲
میدانیم نسیم هست

دلایل فعلی: مشاهده یا عدم مشاهده نسیم در مربعهای بازدید

شده. $(b = \neg b_{1,1} \wedge b_{1,2} \wedge b_{2,1})$

اسم این عطف را بی
میداریم

و اینکه این مربعها دارای گودال نیستند.

توزیعش چقدره؟

$(\text{known} = \neg p_{1,1} \wedge \neg p_{1,2} \wedge \neg p_{2,1})$

علاقمند با پاسخ به سؤالی همانند $P(P_{1,3} | \text{known}, b)$

مازیار پالهنک

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

اطلاعاتی که داریم
کجاها گودال و نسیم
هست یا نیست

با این احتمالات و
اطلاعاتی که از
مساله داریم احتمال
وجود گودال در خانه
ی ۳ و ۱ چقدره؟

16

جمع میزنیم روی
همه ی متغیرهای
ناشناخته یا نهان

گودال های شناخته
شده که سه تا بود

- فرض **unknown** ترکیب متغیرهای گودال به جز مربعهای شناخته شده و سؤال

$$\mathbf{P}(P_{1,3} | known, b) = \alpha \sum_{unknown} \mathbf{P}(P_{1,3}, unknown, known, b)$$

- با داشتن توزیع توأم کلی می توان محاسبه فوق را انجام داد.

■ ۱۲ مربع ناشناس

- جمع دارای $2^{12}=4096$ ترم است.

خانه ی سوال که
میخایم ببینیم توش
گودال هست یا ن

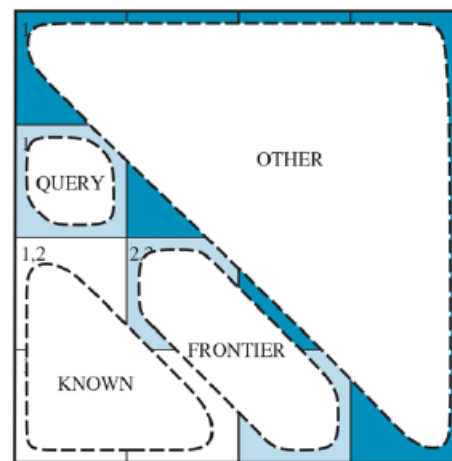
توی این ۱۲ تا مربع
میتونه گودال باشه یا
نباشه
پس ۴۰۹۶ تا حالت
داریم برای محاسبه
این جمع

- آیا محتوای $[4,4]$ بر روی گودال بودن $[1,3]$ اثر دارد؟
- فرض frontier متغیرهای گودال نزدیک به مربعهای بازدید شده به جز مربع سؤال
- Other متغیرهای گودال دیگر ناشناخته

مربع سؤال

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2 B OK	2,2	3,2	4,2
1,1 OK	2,1 B OK	3,1	4,1

(a)



(b)

(a) After finding a breeze in both $[1,2]$ and $[2,1]$, the agent is stuck—there is no safe place to explore. (b) Division of the squares into *Known*, *Frontier*, and *Other*, for a query about $[1,3]$.

■ نسیمهای مشاهده شده بطور شرطی از دیگر متغیرها مستقل شرطی هستند به شرط داشتن متغیرهای known، frontier، و query

این قسمت فرانتیر
داره به قسمت
other

$$P(X | e) = \alpha P(X, e) = \alpha \sum_y P(X, e, y)$$

$$P(P_{1,3} | known, b)$$

$$= \alpha \sum_{unknown} P(P_{1,3}, known, b, unknown)$$

(from Equation (12.23))

$$= \alpha \sum_{unknown} P(b | P_{1,3}, known, unknown) P(P_{1,3}, known, unknown) \quad (\text{product rule})$$

$$= \alpha \sum_{frontier} \sum_{other} P(b | known, P_{1,3}, frontier, other) P(P_{1,3}, known, frontier, other)$$

$$= \alpha \sum_{frontier} \sum_{other} P(b | known, P_{1,3}, frontier) P(P_{1,3}, known, frontier, other),$$

بالهنگ

احتمال وجود نسیم یعنی بی
به شرط داشتن
known,p13,frontier
از
other
مستقل است پس حذف میشه

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

20

$$\mathbf{P}(P_{1,1}, \dots, P_{4,4}) = \prod_{i,j=1,1}^{4,4} \mathbf{P}(P_{i,j})$$

$$\mathbf{P}(P_{1,3} \mid \text{known}, b)$$

$$= \alpha \sum_{\text{frontier}} \sum_{\text{other}} \mathbf{P}(b \mid P_{1,3}, \text{known}, \text{frontier}) \mathbf{P}(P_{1,3}, \text{known}, \text{frontier}, \text{other})$$

گودال ها از هم
مستقل هستند

$$= \alpha \sum_{\text{frontier}} \mathbf{P}(b \mid P_{1,3}, \text{known}, \text{frontier}) \sum_{\text{other}} \mathbf{P}(P_{1,3}, \text{known}, \text{frontier}, \text{other})$$

$$= \alpha \sum_{\text{frontier}} \mathbf{P}(b \mid P_{1,3}, \text{known}, \text{frontier}) \sum_{\text{other}} \mathbf{P}(P_{1,3}) \mathbf{P}(\text{known}) \mathbf{P}(\text{frontier}) \mathbf{P}(\text{other})$$

$$= \alpha \mathbf{P}(\text{known}) \mathbf{P}(P_{1,3}) \sum_{\text{frontier}} \mathbf{P}(b \mid P_{1,3}, \text{known}, \text{frontier}) \mathbf{P}(\text{frontier}) \sum_{\text{other}} \mathbf{P}(\text{other})$$

$$= \alpha' \mathbf{P}(P_{1,3}) \sum_{\text{frontier}} \mathbf{P}(b \mid P_{1,3}, \text{known}, \text{frontier}) \mathbf{P}(\text{frontier})$$

جمعش روی همه ی
وضعیت هایی است
که
other
به خودش میگیره
پس یک میشه

هوش مصنوعی - نی

= 1

مازیار پالهنک

■ $P(b | \text{known}, P_{1,3}, \text{frontier})$ برابر ۱ است وقتی که frontier با مشاهدات نسیم سازگار باشد.

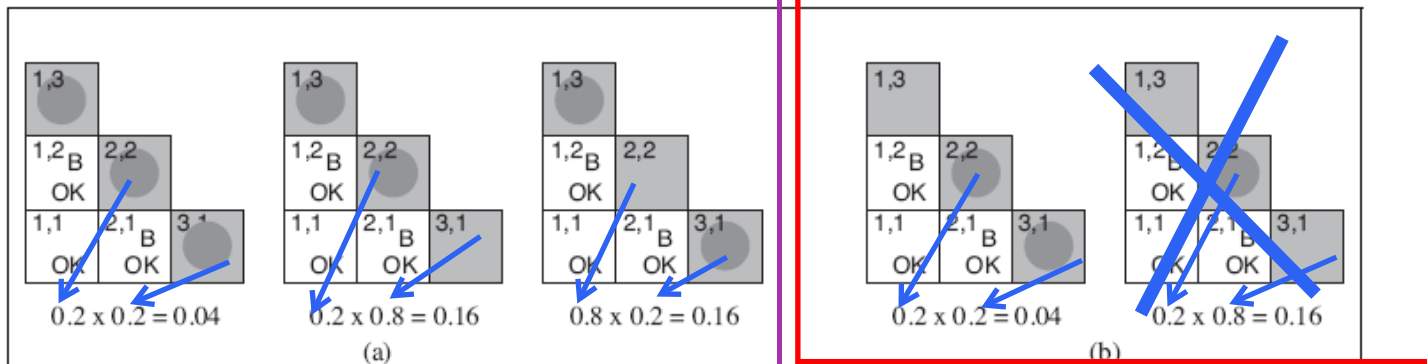


Figure 13.6 Consistent models for the frontier variables $P_{2,2}$ and $P_{3,1}$, showing $P(\text{frontier})$ for each model: (a) three models with $P_{1,3} = \text{true}$ showing two or three pits, and (b) two models with $P_{1,3} = \text{false}$ showing one or two pits.

بدون وجود گودال

با وجود گودال در
خانه ی ۳ و ۱

$$P(P_{1,3} | known, b) = \alpha' \langle 0.2(0.04 + 0.16 + 0.16), 0.8(0.04 + 0.16) \rangle$$

$$\approx \langle 0.31, 0.69 \rangle$$

■ با احتمال ۰٫۳۱ در $[1, 3]$ گودال وجود دارد.

■ به همینطور در $[3, 1]$

$$P(P_{2,2} | known, b) \approx \langle 0.86, 0.14 \rangle$$

■ بطور مشابه در $[2, 2]$ به احتمال ۰٫۸۶

■ عامل حتماً باید از رفتن به $[2, 2]$ اجتناب کند.

■ برای عامل منطقی قبل سه خانه شرایط یکسانی داشتند.

در این خانه گودال
است

مازیار پالهنک

عامل باید سعی کنه از خانه ای که احتمال
وجود گودال توش بیشتر است اجتناب کنه

23

خلاصه

- استقلال متغیرها
- استقلال شرطی متغیرها
- بازدید دوبارهٔ دنیای دیو



اصفهان - بوستان شهرستان

مازیار پالهنګ

هوش مصنوعی - نیمسال اول ۱۴۰۱-۰۲

25

- دقت نمائید که پاورپوینت ابزاری جهت کمک به یک ارائه شفاهی می باشد و به هیچ وجه یک جزوه درسی نیست و شما را از خواندن مراجع درس بی نیاز نمی کند.
- لذا حتماً مراجع اصلی درس را مطالعه نمائید.
- در تهیه این اسلایدها، از اسلایدهای سایت کتاب استفاده شده است.