Tugas Praktikum Analisis Algoritma

Laporan ini ditujukan untuk memenuhi tugas praktikum analisis algoritma

Hadiza Cahya Firdaus **140810180042**

Program Studi S-1 Teknik Informatika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Padjadjaran

2020

Pendahuluan

PARADIGMA DIVIDE & CONQUER

Divide & Conquer merupakan teknik algoritmik dengan cara memecah input menjadi beberapa bagian, memecahkan masalah di setiap bagian secara **rekursif**, dan kemudian menggabungkan solusi untuk subproblem ini menjadi solusi keseluruhan. Menganalisis *running time* dari algoritma *divide* & *conquer* umumnya melibatkan penyelesaian rekurensi yang membatasi *running time* secara rekursif pada instance yang lebih kecil

PENGENALAN REKURENSI

- Rekurensi adalah persamaan atau ketidaksetaraan yang menggambarkan fungsi terkait nilainya pada input yang lebih kecil. Ini adalah fungsi yang diekspresikan secara rekursif
- Ketika suatu algoritma berisi panggilan rekursif untuk dirinya sendiri, *running time*-nya sering dapat dijelaskan dengan perulangan
- Sebagai contoh, running time worst case ( ) dari algoritma merge-sort dapat dideskripsikan dengan perulangan:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1) & \text{if } n = 1, \\ 2T(n/2) + \Theta(n) & \text{if } n > 1 \end{cases}$$
$$\text{with solution } T(n) = \Theta(n \lg n).$$

BEDAH ALGORITMA MERGE-SORT

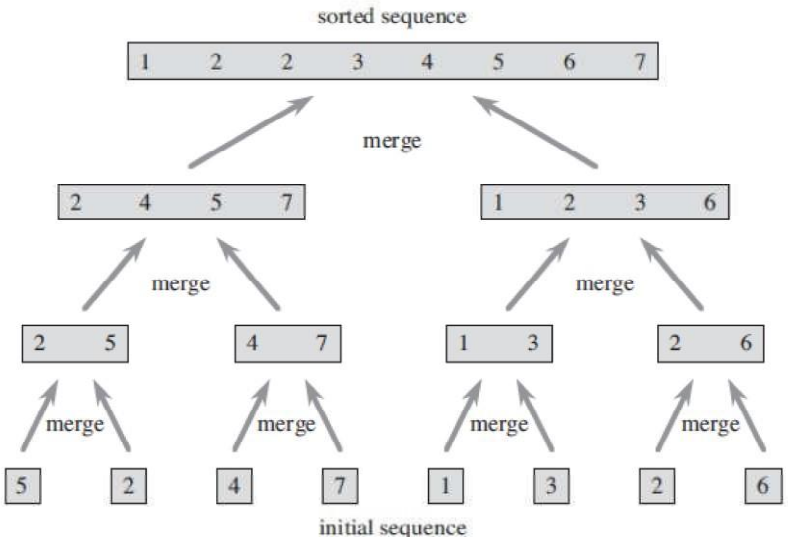
- Merupakan algoritma sorting dengan paradigma divide & conquer
- Running time worst case-nya mempunyai laju pertumbuhan yang lebih rendah dibandingkan insertion sort
- Karena kita berhadapan dengan banyak subproblem, kita notasikan setiap subproblem sebagai sorting sebuah subarray A[p..r]
- Inisialisasi, p=1 dan r=n, tetapi nilai ini berubah selama kita melakukan perulangan subproblem

Untuk mengurutkan A[p..r]:

- **Divide** dengan membagi input menjadi 2 subarray A[p..q] dan A[q+1 .. r]
- **Conquer** dengan secara rekursif mengurutkan subarray A[p..q] dan A[q+1 .. r]
- **Combine** dengan menggabungkan 2 subarray terurut A[p..q] dan A[q+1 .. r] untuk menghasilkan 1 subarray terurut A[p..r]
- Untuk menyelesaikan langkah ini, kita membuat prosedur MERGE(A, p, q, r)
- Rekursi berhenti apabila subarray hanya memiliki 1 elemen (secara trivial terurut)

PSEUDOCODE MERGE-SORT

```
MERGE-SORT(A, p, r)
//sorts the elements in the subarray A[p..r]
1   if p < r
2     then q ← ⌊(p + r)/2⌋
3          MERGE-SORT(A, p, q)
4          MERGE-SORT(A, q + 1, r)
5          MERGE(A, p, q, r)
```



Gambar 1. Ilustrasi algoritma merge-sort

PROSEDUR MERGE

- Prosedur merge berikut mengasumsikan bahwa subarray A[p..q] dan A[q+1 .. r] berada pada kondisi terurut. Prosedur merge menggabungkan kedua subarray untuk membentuk 1 subarray terurut yang menggantikan array saat ini A[p..r] (input).
- Ini membutuhkan waktu Θ(n), dimana n = r-p+1 adalah jumlah yang digabungkan
- Untuk menyederhanakan code, digunakanlah elemen sentinel (dengan nilai ∞) untuk menghindari keharusan memeriksa apakah subarray kosong di setiap langkah dasar.

PSEUDOCODE PROSEDUR MERGE

```
MERGE(A, p, q, r)
1. n1 ← q - p + 1;    n2 ← r - q
2. //create arrays L[1 .. n1 + 1] and R[1 .. n2 + 1]
3. for i ← 1 to n1  do  L[i] ← A[p + i - 1]
4. for j ← 1 to n2  do  R[j] ← A[q + j]
5. L[n1 + 1] ← ∞; R[n2 + 1] ← ∞
6. i ← 1; j ← 1
7. for k ← p to r
8.     do  if L[i] ≤ R[j]
9.             then  A[k] ← L[i]
10.                   i ← i + 1
11.            else  A[k] ← R[j]
12.                  j ← j + 1
```

RUNNING TIME MERGE

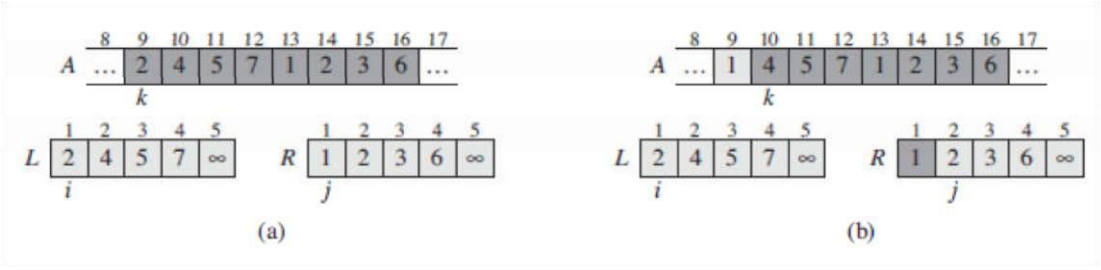
Untuk melihat running time prosedur MERGE berjalan di Θ(n), dimana n-p+1, perhatikan perulangan for pada baris ke 3 dan 4,

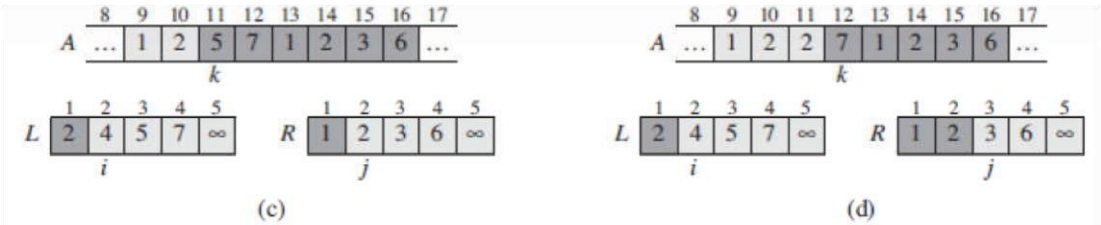
$$\Theta(1 + \quad 2) = \Theta(\ )$$

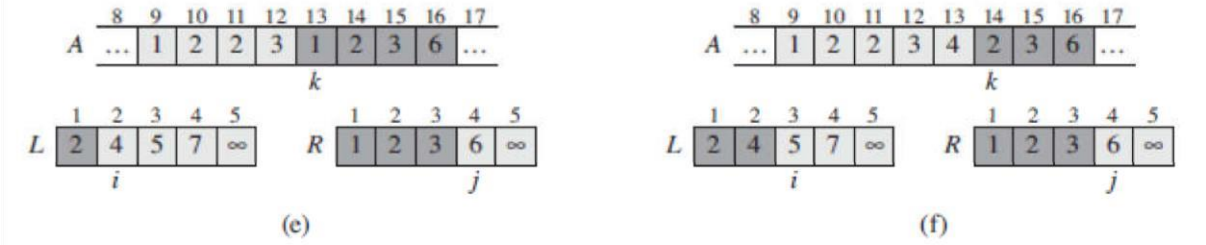
dan ada sejumlah n iterasi pada baris ke 8-12 yang membutuhkan waktu konstan.

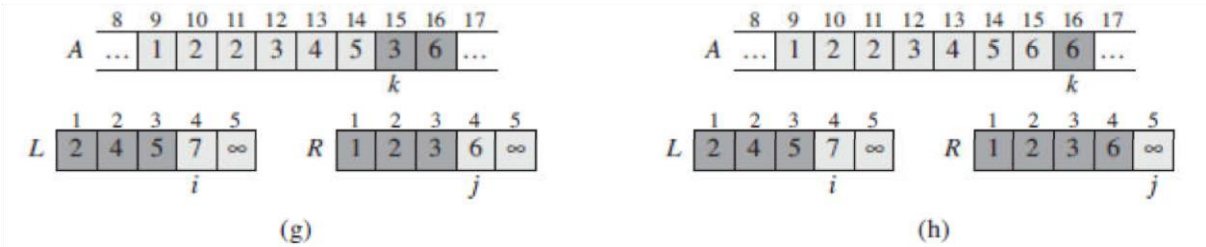
CONTOH SOAL MERGE-SORT

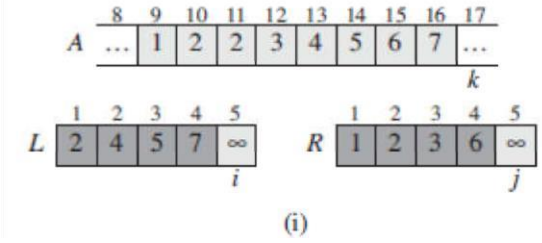
MERGE(A, 9, 12, 16), dimana subarray A[9 .. 16] mengandung sekuen (2,4,5,7,1,2,3,6)











Algoritma merge-sort sangat mengikuti paradigma divide & conquer:

- **Divide** problem besar ke dalam beberapa subproblem
- **Conquer** subproblem dengan menyelesaikannya secara **rekursif**. Namun, apabila subproblem berukuran kecil, diselesaikan saja secara langsung.
- **Combine** solusi untuk subproblem ke dalam solusi untuk original problem

Gunakan sebuah persamaan rekurensi (umumnya sebuah perulangan) untuk mendeskripsikan running time dari algoritma berparadigma divide & conquer. T(n) = running time dari sebuah algoritma berukuran n

- Jika ukuran problem cukup kecil (misalkan $\leq$, untuk nilai c konstan), kita mempunyai *best case*. Solusi brute-force membutuhkan waktu konstan $\Theta(1)$
- Sebailknya, kita membagi input ke dalam sejumlah subproblem, setiap $(1/\ )$ dari ukuran original problem (Pada merge sort $= = 2$)
- Misalkan waktu yang dibutuhkan untuk membagi ke dalam n-ukuran problem adalah ( )
- Ada sebanyak subproblem yang harus diselesaikan, setiap subproblem (/) → setiap subproblem membutuhkan waktu T(n/b) sehingga kita menghabiskan (/)
- Waktu untuk **combine** solusi kita misalkan ( )
- Maka persamaan **rekurensinya untuk divide & conquer** adalah:

(1) if $\leq$ $( ) =$

$\_ +$ $( ) +$ $( )$ otherwise

Setelah mendapatkan rekurensi dari sebuah algoritma divide & conquer, selanjutnya rekurensi harus diselesaikan untuk dapat menentukan kompleksitas waktu asimptotiknya. Penyelesaian rekurensi dapat menggunakan 3 cara yaitu, **metode subtitusi, metode recursion-tree dan metode master**. Ketiga metode ini dapat dilihat pada slide yang diberikan.

Studi Kasus

Studi Kasus 1: MERGE SORT

Setelah Anda mengetahui Algoritma Merge-Sort mengadopsi paradigma divide & conquer, lakukan Hal berikut:

1. Buat program Merge-Sort dengan bahasa C++
2. Kompleksitas waktu algoritma merge sort adalah O(n lg n). Cari tahu kecepatan komputer Anda dalam memproses program. Hitung berapa running time yang dibutuhkan apabila input untuk merge sort-nya adalah 20?

```
/*
 * Nama     : Hadiza Cahya Firdaus
 * NPM      : 140810180042
 * Kelas    : B
 * Tanggal  : 31 Maret 2020
*/

#include <iostream>
#include <chrono>
using namespace std;

void merge(int arr[], int p, int q, int r){
   int n1 = q - p + 1;
   int n2 = r - q;
   int L[n1+1];
```

```
   int R[n2+1];

   for (int i = 0; i < n1; i++)
      L[i] = arr[(p - 1) + i];

   for (int j = 0; j < n2; j++)
      R[j] = arr[q + j];

   L[n1] = 2147483647;
   R[n2] = 2147483647;
   int i = 0;
   int j = 0;

   for (int k = (p-1); k < r; k++){
      if (L[i] <= R[j]){
         arr[k] = L[i];
         i++;
      }
      else {
         arr[k] = R[j];
         j++;
      }
   }
}

void mergeSort(int arr[], int p, int r){
   int q;
   if (p < r) {
      q = (p + r)/2;

      mergeSort(arr, p, q);
      mergeSort(arr, q + 1, r);

      merge(arr, p, q, r);
   }
}

void printArray(int arr[], int size) {
   for (int i=0; i < size; i++)
      cout << arr[i] << " ";
   cout << endl;
}

int main()
{
   int arr[10];

   for (int i = 0; i < 10; i++) {
      cout << "arr[" << i << "] = ";
```

```
    cin >> arr[i];
  }

  cout << endl << "array sebelum disort : ";
  printArray(arr, 10);

  cout << endl << "array setelah disort : ";

  auto start = chrono::steady_clock::now();
  mergeSort(arr, 1, 10);
  auto end = chrono::steady_clock::now();
  auto diff = end - start;
  printArray(arr, 10);

  cout << endl << "waktu yang dibutuhkan komputer : "
     << chrono::duration <double, nano> (diff).count()
     << " nanosekon." << endl;
}
```

Output : 0 nanosekon

Studi Kasus 2: SELECTION SORT

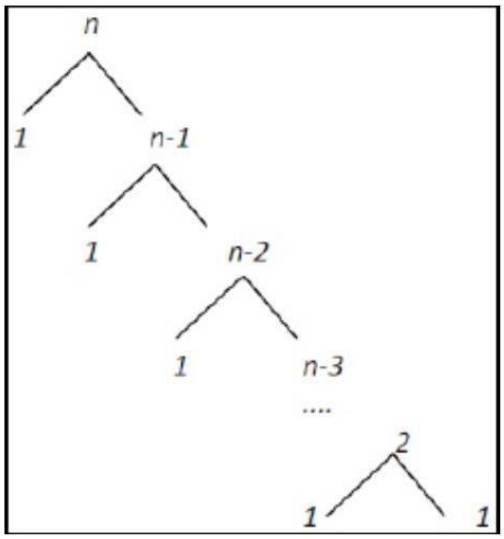
Selection sort merupakan salah satu algoritma sorting yang berparadigma divide & conquer. Untuk membedah algoritma selection sort, lakukan langkah-langkah berikut:

- Pelajari cara kerja algoritma selection sort
- Tentukan T(n) dari rekurensi (pengulangan) selection sort berdasarkan penentuan rekurensi divide & conquer:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1) & \text{if } n \leq \\ & + \quad T(\quad) + T(\quad) \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

- Selesaikan persamaan rekurensi T(n) dengan **metode recursion-tree** untuk mendapatkan kompleksitas waktu asimptotiknya dalam Big-O, Big-Ω, dan Big-Θ
- Lakukan implementasi koding program untuk algoritma selection sort dengan menggunakan bahasa C++

$T(n)=\{\Theta(1)\ T(n-1)+\Theta(n)$



T(n) = cn + (cn-c) + (cn-2c) + ... + 2c + cn
= c((n-1)(n-2)/2) + cn
= c((n^2-3n+2)/2) + cn
= c((n^2)/2)-(3n/2) + 1 + cn
=O(n^2)

T(n) = cn + (cn-c) + (cn-2c) + ... + 2c + cn
= c((n-1)(n-2)/2) + cn
= c((n^2-3n+2)/2) + cn
= c((n^2)/2)-(3n/2) + 1 + cn
= Ω (n^2)

T(n) = cn^2
= Θ(n^2)

```
/*
 * Nama     : Hadiza Cahya Firdaus
 * NPM      : 140810180042
 * Kelas    : B
 * Tanggal  : 31 Maret 2020
*/

#include <iostream>
using namespace std;

void selectionSort(int arr[], int size) {
   int min_idx = 0, temp;

   for (int i = 0; i < size; i++) {
      int min_idx = i;

      for (int j = i + 1; j < size; j++) {
         if (arr[j] < arr[min_idx])
```

```
            min_idx = j;
        }

        temp = arr[i];
        arr[i] = arr[min_idx];
        arr[min_idx] = temp;
    }
}

void printArray(int arr[], int size) {
    for (int i=0; i < size; i++)
        cout << arr[i] << " ";
    cout << endl;
}

int main()
{
    int arr[10];

    for (int i = 0; i < 10; i++) {
        cout << "arr[" << i << "] = ";
        cin >> arr[i];
    }

    cout << endl << "array sebelum disort : ";
    printArray(arr, 10);

    cout << endl << "array setelah disort : ";
    selectionSort(arr, 10);
    printArray(arr, 10);
}
```

Studi Kasus 3: INSERTION SORT

Insertion sort merupakan salah satu algoritma sorting yang berparadigma divide & conquer. Untuk membedah algoritma insertion sort, lakukan langkah-langkah berikut:

- Pelajari cara kerja algoritma insertion sort
- Tentukan T(n) dari rekurensi (pengulangan) insertion sort berdasarkan penentuan rekurensi divide & conquer:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1) & \text{if } \leq \\ & + \\ & T(\quad) + T(\quad) \\ & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Selesaikan persamaan rekurensi T(n) dengan **metode subtitusi** untuk mendapatkan kompleksitas waktu asimptotiknya dalam Big-O, Big-Ω, dan Big-Θ
- Lakukan implementasi koding program untuk algoritma insertion sort dengan menggunakan bahasa C++

$T(n)=\{\Theta(1)\ T(n-1)+\Theta(n)$
T(n) = cn + cn-c + cn-2c + ... + 2c + cn <= 2cn^2 + cn^2
= c((n-1)(n-2)/2) + cn <= 2cn^2 + cn^2
= c((n^2-3n+2)/2) + cn <= 2cn^2 + cn^2
= c((n^2)/2)-c(3n/2)+c+cn <= 2cn^2 + cn^2
= O(n^2)
T(n) = cn <= cn
= Ω (n)
T(n) = (cn + cn^2)/n
= Θ(n)

```
/*
 * Nama     : Hadiza Cahya Firdaus
 * NPM      : 140810180042
 * Kelas    : B
 * Tanggal  : 31 Maret 2020
 */

#include <iostream>
using namespace std;

void swap(int& x, int& y) {
   int temp = x;
   x = y;
   y = temp;
}

void insertionSort(int arr[], int size) {
   for (int i = 0; i < size - 1; i++) {
      int j = i + 1;

      if (arr[i] > arr[j]) {
         swap(arr[i], arr[j]);

         for (i; i > 0; i--) {
            if (arr[i-1] > arr[i])
               swap(arr[i-1], arr[i]);
            else
               break;
         }
      }
   }
}

void printArray(int arr[], int size) {
   for (int i=0; i < size; i++)
      cout << arr[i] << " ";
```

```
    cout << endl;
}

int main()
{
    int arr[10];

    for (int i = 0; i < 10; i++) {
        cout << "arr[" << i << "] = ";
        cin >> arr[i];
    }

    cout << endl << "array sebelum disort : ";
    printArray(arr, 10);

    cout << endl << "array setelah disort : ";
    insertionSort(arr, 10);
    printArray(arr, 10);
}
```

Studi Kasus 4: BUBBLE SORT

Bubble sort merupakan salah satu algoritma sorting yang berparadigma divide & conquer. Untuk membedah algoritma bubble sort, lakukan langkah-langkah berikut:

- Pelajari cara kerja algoritma bubble sort
- Tentukan T(n) dari rekurensi (pengulangan) insertion sort berdasarkan penentuan rekurensi divide & conquer:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1) \text{ if } \leq \\ + \quad ( ) + \quad ( ) \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

- Selesaikan persamaan rekurensi T(n) dengan **metode master** untuk mendapatkan kompleksitas waktu asimptotiknya dalam Big-O, Big-Ω, dan Big-Θ
- Lakukan implementasi koding program untuk algoritma bubble sort dengan menggunakan bahasa C++

$T(n)=\{\Theta(1)\ T(n-1)+\Theta(n)$

T(n) = cn + cn-c + cn-2c + ... + 2c +c <= 2cn^2 + cn^2
= c((n-1)(n-2)/2) + c<= 2cn^2 + cn^2
= c((n^2-3n+2)/2) + c<= 2cn^2 + cn^2
= c((n^2)/2)-c(3n/2) + 2c <= 2cn^2 + cn^2
= O(n^2)

T(n) = cn + cn-c +cn-2c + ... + 2c +c <= 2cn^2 + cn^2
= c((n-1)(n-2)/2) + c<= 2cn^2 + cn^2
= c((n^2-3n+2)/2) + c<= 2cn^2 + cn^2
= c((n^2)/2)-c(3n/2) + 2c <= 2cn^2 + cn^2
= Ω (n^2)

T(n) = cn^2 + cn^2
= Θ(n^2)

```
/*
 * Nama     : Hadiza Cahya Firdaus
 * NPM      : 140810180042
 * Kelas    : B
 * Tanggal  : 31 Maret 2020
*/

#include <iostream>
using namespace std;

void swap(int& x, int& y) {
   int temp = x;
   x = y;
   y = temp;
}

void bubbleSort(int arr[], int size) {
   for (int i = 0; i < size - 1; i++) {
      for (int j = 0; j < size - i - 1; j++){
         if (arr[j] > arr[j + 1])
            swap(arr[j], arr[j + 1]);
      }
   }
}

void printArray(int arr[], int size) {
   for (int i=0; i < size; i++)
      cout << arr[i] << " ";
   cout << endl;
}

int main()
{
   int arr[10];

   for (int i = 0; i < 10; i++) {
      cout << "arr[" << i << "] = ";
      cin >> arr[i];
   }

   cout << endl << "array sebelum disort : ";
   printArray(arr, 10);

   cout << endl << "array setelah disort : ";
   bubbleSort(arr, 10);
   printArray(arr, 10);
}
```

Teknik Pengumpulan

- Lakukan push ke github/gitlab untuk semua program dan laporan hasil analisa yang berisi jawaban dari pertanyaan-pertanyaan yang diajukan. Silahkan sepakati dengan asisten praktikum.

Penutup

- Ingat, berdasarkan Peraturan Rektor No 46 Tahun 2016 tentang Penyelenggaraan Pendidikan, mahasiswa wajib mengikuti praktikum 100%
- Apabila tidak hadir pada salah satu kegiatan praktikum segeralah minta tugas pengganti ke asisten praktikum
- Kurangnya kehadiran Anda di praktikum, memungkinkan nilai praktikum Anda tidak akan dimasukkan ke nilai mata kuliah.