

# 强化学习专题:基础知识

导师: Alex

---



# 目录

1/ 专题大纲

2/ 基础元素

3/ 有限马尔科夫决策过程

4/ 策略估计和提升



# 专题大纲

Syllabus

---



# 课程大纲

## Syllabus

---

本专题的大致规划如下：

- 基础知识
- 近几年出现的强化学习方法
  - 集中于Model free, single agent
  - Value-based(DQN及变种, C51, Rainbow)
  - Policy-based(REINFORCE, PPO)
  - 其他一些改进(TD3, SAC)
- 有趣的应用
  - 待定



# 基础元素

Basic Elements

---



# 三大元素

## Three Elements

- 环境(environment)
- 代理人(agent)
- 奖励(reward)



- 为什么奖励被单独当成一个元素？

因为有时我们需要自己定义奖励函数(Reward Function), 而不是环境直接反馈

# 一些例子

Examples

---

环境(Env)	代理人(Agent)	行动(Action)	状态(State)	奖励(Reward)
Dota/LoL/王者				
围棋				
篮球				
自动驾驶				

# 一些例子

Examples

---

环境(Env)	代理人(Agent)	行动(Action)	状态(State)	奖励(Reward)
Dota/LoL/王者	玩家			
围棋	两名选手			
篮球	所有球员, 教练			
自动驾驶	车辆AI			



# 一些例子

## Examples

---

环境(Env)	代理人(Agent)	行动(Action)	状态(State)	奖励(Reward)
Dota/LoL/王者	玩家	所有操作		
围棋	两名选手	落子		
篮球	所有球员, 教练	跑位, 战术, 动作		
自动驾驶	车辆AI	转向, 加速, 减速		



# 一些例子

## Examples

环境(Env)	代理人(Agent)	行动(Action)	状态(State)	奖励(Reward)
Dota/LoL/王者	玩家	所有操作	屏幕信息	
围棋	两名选手	落子	棋盘	
篮球	所有球员, 教练	跑位, 战术, 动作	场上信息	
自动驾驶	车辆AI	转向, 加速, 减速	周围环境	



# 一些例子

## Examples

环境(Env)	代理人(Agent)	行动(Action)	状态(State)	奖励(Reward)
Dota/LoL/王者	玩家	所有操作	屏幕信息	金钱, 经验, 胜负
围棋	两名选手	落子	棋盘	胜负
篮球	所有球员, 教练	跑位, 战术, 动作	场上信息	数据, 得分, 胜负
自动驾驶	车辆AI	转向, 加速, 减速	周围环境	???



# 有限马尔科夫决策过程

Finite Markov Decision Process

---



# 数学符号

## Mathematical Symbols

---

- 大写字母：随机变量
- 小写字母：具体的值
- 花写字母：随机变量的空间
  
- 具体表示：
  - State :  $S_t \in \mathcal{S}$
  - Action :  $A_t \in \mathcal{A}$
  - Reward :  $R_t$

# 定义

## Definition

---

一般的马尔科夫决策过程(Markov Decision Process, MDP)可以描述为一串序列  
 $s_0, a_0, r_1, s_1, a_1, r_2, s_2, a_2 \dots \dots$

$$p(S_{t+1} = s_{t+1}, R_{t+1} = r_{t+1} | all\ history) = p(S_{t+1} = s_{t+1}, R_{t+1} = r_{t+1} | S_t = s_t, A_t = a_t)$$

有限马尔科夫决策过程则限制当  $t = T$  时, 交互终止



# 基本元素

## Basic Elements

---

- 目标(goal)： 最大化获得总奖励(reward)的期望值
- 回报(return)： 某一时刻起未来的总奖励
  - $G_t = \sum_{k=0}^{T-t-1} R_{t+1+k}$
  - $G_t = \sum_{k=0}^{T-t-1} \gamma^k R_{t+1+k}$
  - $G_t = R_{t+1} + \gamma G_{t+1}$
- 轮(episode)： 每一段独立的agent与environment的交互



# 策略估计和提升

Policy Evaluation and Improvement

---



# 定义

## Definition

- 策略(policy): 即agent选择action的方式
- 策略函数(policy function):
  - state空间到action空间上的分布的映射
  - $\pi: \mathcal{S} \mapsto \mathcal{A}$
  - $A_t \sim \pi(S_t)$
- 价值函数(value function)
  - $v_\pi(s_t) = \mathbb{E}[G_t | S_t = s_t]$
- 行动-价值函数(action-value function)
  - $q_\pi(s_t, a_t) = \mathbb{E}[G_t | S_t = s_t, A_t = a_t]$
- 思考: 如何用 $v_\pi$ ,  $q_\pi$  互相表示对方?
  - 可以使用 $\pi(a|s)$ 和 $p(s', r|s, a)$ , 这也被成为env的dynamics

$$v_\pi(s) = \sum_a \pi(a|s) q_\pi(s, a)$$

$$q_\pi(s, a) = \sum_{s', r} p(s', r|s, a) (r + v_\pi(s'))$$

# 最优性

## Optimality

- 最优策略函数(optimal policy function)
  - 使得期望回报最大的策略,  $\pi_*$
- 最优价值函数
  - 最优(optimal)价值函数  $v_*(s_t) = \max_{\pi} v_{\pi}(s_t)$
- 最优行动-价值函数
  - 最优行动-价值函数  $q_*(s_t, a) = \max_{\pi} q_{\pi}(s_t, a)$
- 思考: 如何用  $v_*$ ,  $q_*$  互相表示对方?
- 思考: 能否用递归形式写出  $v_*$ ,  $q_*$  满足的式子?
  - 可以使用  $p(s', r | s, a)$
  - 会得到bellmen equation
  - 可以根据这个式子计算具体的  $v_*$ ,  $q_*$



# 策略估计

## Policy Evaluation

简化问题：假设env只有有限个状态 $s_1 \ s_2 \ \cdots \ s_n$ ，并且对于任意 $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ 我们有

$$v_{\pi}(s_k) = \sum_{i=1}^n p_{k,i} v_{\pi}(s_i) + c_k, \quad \sum_{i=1}^n p_{k,i} = 1$$

如何求出所有的 $v_{\pi}(s_k)$ ?

$$v_{\pi}(s) = \sum_a \pi(a|s) q_{\pi}(s, a)$$

➤ 方法一：解方程

$$q_{\pi}(s, a) = \sum_{s', r} p(s', r|s, a) (r + \gamma v_{\pi}(s'))$$

➤ 方法二：动态规划

# 策略估计

## Policy Evaluation

- 如果我们把所有的  $v_\pi(s_k)$  按顺序写入一个列向量  $v$ ,  $c_k$  写入  $c$ , 我们就有  $v = \gamma P v + c$ ,  $P_{ij} = p_{i,j}$
- 给  $v$  一个非0初始向量值  $v_0$
- 不断计算  $v_{k+1} = \gamma P v_k + c$ , 直到收敛

```
import numpy as np

## P = np.array(...)
## c = np.array(...)
## gamma = 0.99
## Assume we know P and c

v = np.random.random((P.shape[1], 1))

convergence = False
while not convergence:
    v_new = gamma * P.dot(v) + c
    if #convergent condition here :
        convergent = True
    v = v_new.copy()
```



# 策略提升

## Policy Improvement

定理：对于确定性的策略  $\pi$  和  $\pi'$ ，如果对于所有的  $s \in \mathcal{S}$ ，都有  $q_\pi(s, \pi'(s)) \geq v_\pi(s)$ ，那么对于所有的  $s \in \mathcal{S}$  我们有  $v_{\pi'}(s) \geq v_\pi(s)$

思考：根据这个结论，我们如何根据已经获得的策略，得到更好的策略？

答：贪心(greedy)策略即可，

$$\pi'(s) = \operatorname{argmax}_a q_\pi(s, a)$$

$$\begin{aligned} v_\pi(s) &\leq q_\pi(s, \pi'(s)) \\ &= \mathbb{E}[R_{t+1} + \gamma v_\pi(S_{t+1}) \mid S_t = s, A_t = \pi'(s)] \\ &= \mathbb{E}_{\pi'}[R_{t+1} + \gamma v_\pi(S_{t+1}) \mid S_t = s] \\ &\leq \mathbb{E}_{\pi'}[R_{t+1} + \gamma q_\pi(S_{t+1}, \pi'(S_{t+1})) \mid S_t = s] \\ &= \mathbb{E}_{\pi'}[R_{t+1} + \gamma \mathbb{E}_{\pi'}[R_{t+2} + \gamma v_\pi(S_{t+2}) \mid S_{t+1}] \mid S_t = s] \\ &= \mathbb{E}_{\pi'}[R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \gamma^2 v_\pi(S_{t+2}) \mid S_t = s] \\ &\leq \mathbb{E}_{\pi'}[R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \gamma^2 R_{t+3} + \gamma^3 v_\pi(S_{t+3}) \mid S_t = s] \\ &\vdots \\ &\leq \mathbb{E}_{\pi'}[R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \gamma^2 R_{t+3} + \gamma^3 R_{t+4} + \cdots \mid S_t = s] \\ &= v_{\pi'}(s). \end{aligned}$$



# 策略迭代

## Policy Iteration

---

根据目前已经掌握的知识，我们可以根据以下策略寻找到最优策略：

- 初始化：随机生成一个策略  $\pi_0$
- 反复进行接下来的三个步骤：
  - 策略估计（参照之前的PPT），得到  $v_{\pi_k}$
  - 策略提升（参照之前的PPT），得到  $\pi_{k+1}$
  - 判断收敛：如果  $\pi_{k+1} = \pi_k$  则跳出循环
- 最后得到的策略即为最优策略

# 局限性

## Limits

---

我们之前提到的方法有很明显的局限性：

- 只讨论了决定性的策略
- **State**和**Action**的数量都不能太大
- 需要知道env的dynamics
- 即便满足以上两个条件，仍然有过多的计算量

接下来的课程中，我们将进一步讨论这些问题的解决方案，并进入现代的深度强化学习领域



# 结语

## —— 结 语 ——

我们的课程才刚刚开始，还  
希望同学们打好基础，这样  
才能更好地理解后面的更复  
杂的思想和算法

