Analýza Člověče, nezlob se

Martin Rondoš

Úvod

Budu popisovat zjednodušenou verzi Člověče, nezlob se, s těmito změnami:

- Bude hrát pouze jeden hráč
- v tahu, kdy má hráč figurku na stole, mu další hod umožní šestka pouze jednou
- pokud má hráč na stole figurku, tak hodem šestky upřednostní další pohyb před vytažením nové figurky
- figurka po dosažení cíle nebude překážet dalším figurkám.

Zároveň pro omezení výpočetní náročnosti zmenším hrací pole ze čtyřiceti na dvacet polí (plus začátek a cíl) a počet figurek na jednu.

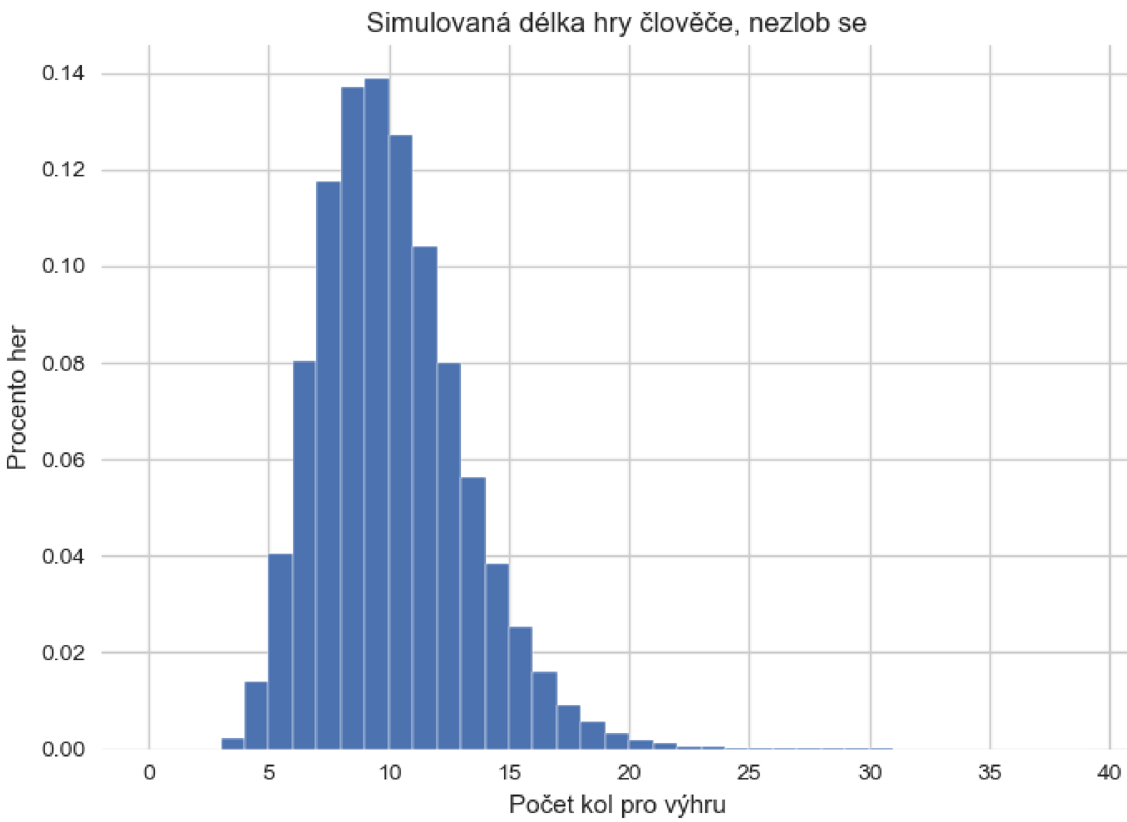
Sestavím stavovou matici pro jednotlivá políčka a vypočítám pravděpodobnost dosažení cíle v počtu tahů. Simuluji 100000 her a výsledky porovnám s grafem vytvořeným pomocí Markovových řetězců. Pro výpočty a grafy budu používat python 3.7 (použitý program je v příloze).

Řešení

Normální hrací pole má čtyřicet normálních políček, start a čtyři políčka cíle pro každého hráče. Naše hrací pole bude mít start, dvacet hracích políček a jedno políčko cíle. Pro každé políčko budeme popisovat pravděpodobnost přesunu na každé jiné políčko . Cíl budeme považovat za pole s absorpčním stavem (tzn. pravděpodobnost setrvání na tomto poli je 1.)

Simulace

Nejprve jsem provedl 100 000 simulací naší verze hry. Graf výsledků vypadal takto:



Graf 1: Simulovaná délka Člověče, nezlob se

Máme tedy obecnou představu, jak by výsledky měli vypadat. Pro přesnější výsledky použijeme Markovovy řetězce: Matice bude mít rozměry 22x22, a každý řádek bude symbolizovat vektor pravděpodobností, kam se z daného políčka dostaneme. Nejdříve zjistíme, jak budou vypadat jednotlivé řádky matice, kterou následně sestavíme a budeme s ní počítat.

Markov

Figurka ze startu:

Pokud hráč nemá figurku ve hře, může si třikrát hodit kostkou. Pokud mu padne šestka, umístí figurku na start a jeho tah tím končí. Jestli mu šestka ani jednou nepadne, může to zkusit v příštím kole. Pravděpodobnost, že šestka nepadne ze tří hodů ani jednou, je (5/6)^3 ≐ 0,578704. Pravděpodobnost, že šestka padne alespoň jednou, je doplňkem této pravděpodobnosti, protože na žádné jiné políčko se ze startu nedostaneme, tedy 1 – (5/6)^3 ≐ 0,421296. Tím máme první řádek stavové matice.

'Prostřední' políčka:

Z prvního políčka se figurka pohnout musí, a to buď na jedno z dalších pěti polí, nebo, v případě šestky, kdy hází znovu (v naší verzi toto může nastat pouze jednou), na sedmé až dvanácté pole. Pro první až páté je tato pravděpodobnost rovna jedné šestině (≐ 0,166667) a pro sedmé až dvanácté pole to bude (1/6)^2 = 0,027778. Na šesté pole se dostat nemůžeme, protože po hodu šestkou musíme házet znovu. Tak dostaneme řádky matice pro 'prostřední' políčka na hracím poli (ta, která nejsou start ani cíl a ze kterých se ještě nelze dostat do cíle).

'Cílová' Políčka:

Pro ta políčka, ze kterých se teoreticky lze dostat do cíle, sečteme pravděpodobnosti pro všechna políčka za cílem a přičtěme je k pravděpodobnosti dosažení cíle. (Pracujeme s informací, že dojít dál, než je cíl, znamená skončit v cíli.)

Cíl:

Pravděpodobnost, že se z cíle dostaneme kamkoliv mimo toto pole, je nulová.

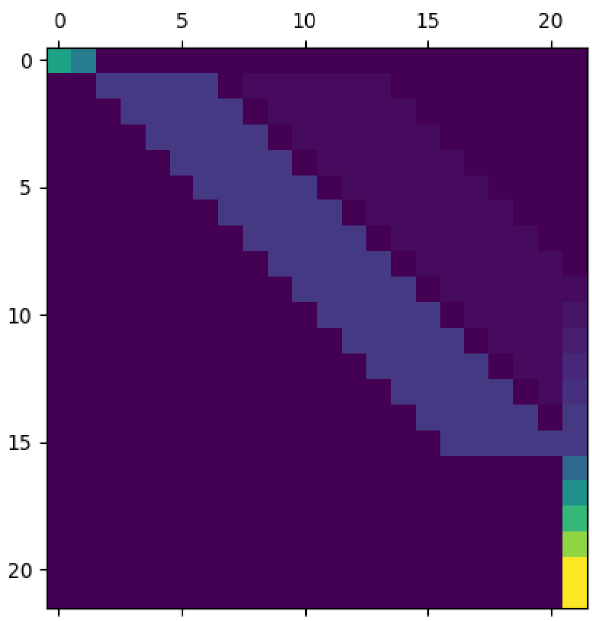
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0	0,578704	0,421296	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778	0,027778
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,027778	0,027778	0,027778	0,0277780,05556	0,055556
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,027778	0,027778	0,027778	0,083334
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,027778	0,027778	0,111112

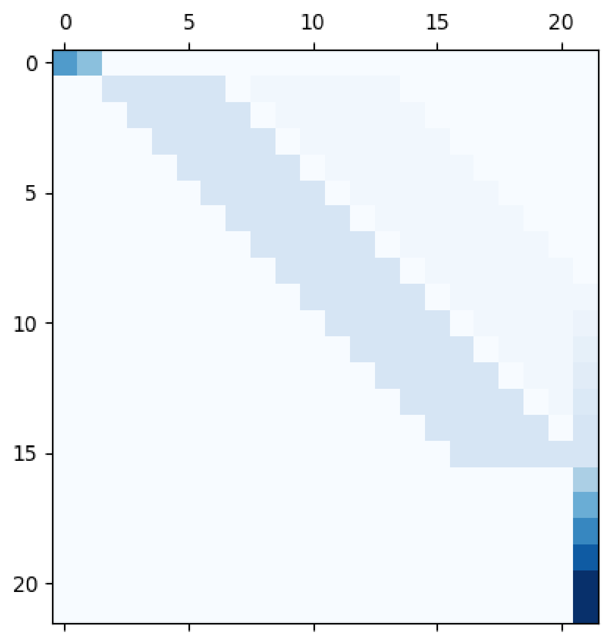
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,027778	0,13889
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0	0,166667
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0,166667	0,333334
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,166667	0.5
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,166667	0,666667
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166667	0,833334
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Matice pravděpodobnosti přechodu:

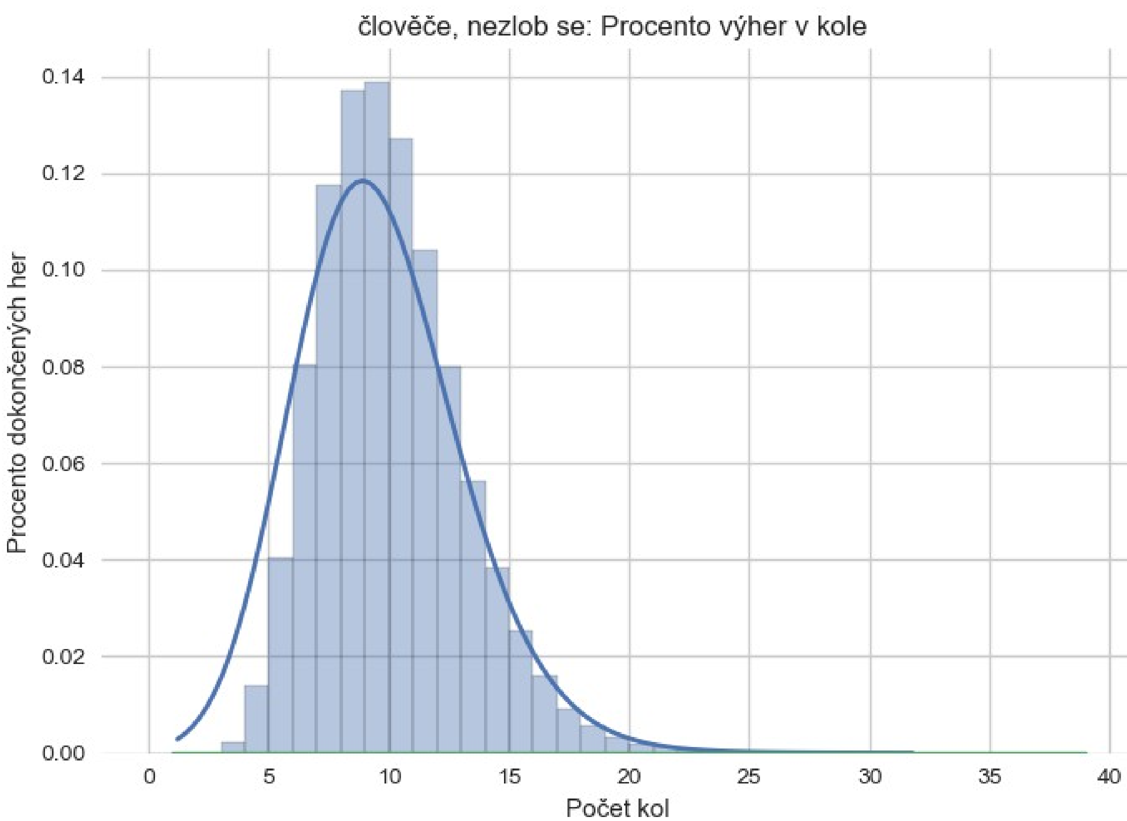
Výše uvedená tabulka znázorňuje matici stavů pro naše herní pole. První řádek a sloupec Jsou pouze pomocné indexy pro tuto matici (začínaje od nuly). Nula symbolizuje začátek hry, kdy figurka je mimo hrací pole. Pole 1 – 20 jsou 'normální' pole hrací plochy. Pole 21 je cíl hry.

Na menší tabulku se čísla nevešla, vytvořil jsem tedy aspoň tabulku pomocí barev, kde fialová znamená nulu a žlutá jedničku, a ten samý v odstínech modré. Obecně se mi moc nepodařilo najít uspokojivou verzi, tedy přikládám všechny tři a doufám, že se aspoň z jedné dá něco vyčíst.





Obr. 2,3 – Konturovaná matice přechodů; Matice přechodů v odstínech modré



Graf 4 – porovnání výsledků simulace oproti výpočtu

Hra se dá analyzovat pomocí jednoho vektoru pravděpodobností s 22 hodnotami, přičemž každé reprezentuje pravděpodobnost, že jsme na daném políčku. Pro první kolo vektor V(0) = (1,0,0,....,0). Poté se mění pomocí vztahu **V(k+1)=V(k)T**, kde V(k) je současný stavový vektor a T je naše stavová matice. Pomocí tohoto vztahu jsem vytvořil graf pravděpodobnosti výhry jako funkci k.

Z grafu je vidět, že naše funkce přibližně kopíruje výsledky simulací.

Závěr

Vytvořili jsme simulaci zjednodušené verze Člověče, nezlob se a porovnali ji s výpočtem pomocí markovových řetězců, jmenovitě pomocí matice přechodů a stavového vektoru.

Simulace pro jednoho hráče, ukázaly, že nejprve lze realisticky vyhrát ve čtvrtém kole, a nejčastěji hra končí v devátém a desátém kole. Naopak pokračování hry po 22. kole se začíná blížit nule.

Vypočtená funkce přibližně odpovídala simulacím. Vzniklé nepřesnosti je možné přičíst nedokonalostem výpočtu a relativně malému vzorku her.

Zdroje

https://cdn.myshoptet.com/usr/www.dorshop.cz/user/shop/big/1806_hraci-podlozka-pro-16-figurek-pro-clovece-nezlob-se-zahradni.jpg?595fa2d7

http://math.feld.cvut.cz/prucha/psi/psi.html

https://matplotlib.org/api/_as_gen/matplotlib.pyplot.hist.html

https://matplotlib.org/users/pyplot_tutorial.html

https://cs.wikipedia.org/wiki/Markov%C5%AFv_%C5%99et%C4%9Bzec

https://stackoverflow.com/questions/4150171/how-to-create-a-density-plot-in-matplotlib