

## Contents

1	準備	1
1.1	init.el	1
1.2	tpl.cpp	1
2	文字列	1
2.1	マッチング	1
2.1.1	複数文字列マッチング (Aho-Corasick 法)	1
2.2	Suffix Array	2
3	グラフ	3
3.1	強連結成分分解	3
3.1.1	関節点	3
3.1.2	橋	3
3.1.3	強連結成分分解	3
3.2	フロー	4
3.2.1	最大流	4
3.2.2	二部マッチング	4
3.2.3	最小費用流	4
3.3	木	5
3.3.1	木の直径	5
3.3.2	最小シュタイナー木	5
3.4	包除原理	5
3.4.1	彩色数	5
4	数学	5
4.1	整数	5
4.1.1	拡張ユークリッドの互除法	5
4.1.2	逆元	6
4.1.3	冪剰余	6
4.1.4	階乗 ( $n! \bmod m$ )	6
4.1.5	組み合わせ ( ${}_nC_k \bmod m$ )	6
4.1.6	カタラン数	6
4.2	多項式	6
4.2.1	FFT(complex)	7
4.2.2	FFT(modulo)	7
4.2.3	積 (FMT)	7
4.2.4	逆元 (FMT)	7
4.2.5	平方根 (FMT)	7
4.3	行列	8
4.3.1	単位行列	8
4.3.2	積	8
4.3.3	累乗	8
4.3.4	線形方程式の解 (Givens 消去法)	8
4.3.5	トレース	8

## 1 準備

### 1.1 init.el

linum は emacs24 のみ

```
1 ;key
2 (keyboard-translate ?\C-h ?\C-?)
3 (global-set-key "\M-g" 'goto-line)
4
5 ;tab
6 (setq-default indent-tabs-mode nil)
7 (setq-default tab-width 4)
8 (setq indent-line-function 'insert-tab)
9
10 ;line number
11 (global-linum-mode t)
12 (setq linum-format "%4d ")
```

### 1.2 tpl.cpp

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 #define rep(i,a) for(int i = 0; i < (a); i++)
5 #define repi(i,a,b) for(int i = (a); i < (b); i++)
6 #define repd(i,a,b) for(int i = (a); i >= (b); i--)
7 #define repit(i,a) for(__typeof((a).begin()) i = (a).begin(); i != (a).end(); i++)
8 #define all(u) (u).begin(),(u).end()
9 #define rall(u) (u).rbegin(),(u).rend()
10 #define UNIQUE(u) (u).erase(unique(all(u)),(u).end())
11 #define pb push_back
12 #define mp make_pair
13 const int INF = 1e9;
14 const double EPS = 1e-8;
15 const double PI = acos(-1.0);
16
17 typedef long long ll;
18 typedef vector<int> vi;
19 typedef vector<vi> vvi;
20 typedef pair<int,int> pii;
21
22 int main(){
23 }
```

## 2 文字列

### 2.1 マッチング

#### 2.1.1 複数文字列マッチング (Aho-Corasick 法)

$O(N + M)$

```
1 struct PMA{
2     PMA* next[256];    //0 is failure link
3     vi matched;
4     PMA(){memset(next, 0, sizeof(next));}
5     ~PMA(){rep(i,256) if(next[i]) delete next[i];}
6 };
```

```

7  vi set_union(const vi &a, const vi &b){
8      vi res;
9      set_union(all(a), all(b), back_inserter(res));
10     return res;
11 }
12 // patternからパターンマッチングオートマトンの生成
13 PMA *buildPMA(vector<string> pattern){
14     PMA *root = new PMA, *now;
15     root->next[0] = root;
16     rep(i, patter.size()){
17         now = root;
18         rep(j, pattern[i].size()){
19             if(now->next[(int)pattern[i][j]] == 0)
20                 now->next[(int)pattern[i][j]] = new PMA;
21             now = now->next[(int)pattern[i][j]];
22         }
23         now->matched.push_back(i);
24     }
25     queue<PMA*> que;
26     repi(i, 1, 256){
27         if(!root->next[i]) root->next[i] = root;
28         else {
29             root->next[i]->next[0] = root;
30             que.push(root->next[i]);
31         }
32     }
33     while(!que.empty()){
34         now = que.front(); que.pop();
35         repi(i, 1, 256){
36             if(now->next[i]){
37                 PMA *next = now->next[i];
38                 while(!next->next[i]) next = next->next[0];
39                 now->next[i]->next[0] = next->next[i];
40                 now->next[i]->matched = set_union(now->next[i]->matched, next->next[i]->matched);
41                 que.push(now->next[i]);
42             }
43         }
44     }
45     return root;
46 }
47 void match(PMA* &pma, const string s, vi &res){
48     rep(i, s.size()){
49         int c = s[i];
50         while(!pma->next[c])
51             pma = pma->next[0];
52         pma = pma->next[c];
53         rep(j, pma->matched.size())
54             res[pma->matched[j]] = 1;
55     }
56 }

```

## 2.2 Suffix Array

find\_string():  $O(|T| \log |S|)$

S 中に T が含まれないなら -1, 含まれるならその先頭.

LCS():  $O(|S| + |T|)$

最長共通部分文字列. (先頭, 長さ) を返す.

```

1  const int MAX_N = 1000000;
2  int n, k;
3  int rnk[MAX_N+1], tmp[MAX_N+1], sa[MAX_N+1], lcp[MAX_N+1];
4

```

```

5  bool compare_sa(int i, int j) {
6      if(rnk[i] != rnk[j]) return rnk[i] < rnk[j];
7      else {
8          int ri = i + k <= n ? rnk[i+k] : -1;
9          int rj = j + k <= n ? rnk[j+k] : -1;
10         return ri < rj;
11     }
12 }
13
14 void construct_sa(string S, int *sa) {
15     n = S.length();
16     for(int i = 0; i <= n; i++) {
17         sa[i] = i;
18         rnk[i] = i < n ? S[i] : -1;
19     }
20     for(k = 1; k <= n; k*=2) {
21         sort(sa, sa+n+1, compare_sa);
22         tmp[sa[0]] = 0;
23         for(int i = 1; i <= n; i++) {
24             tmp[sa[i]] = tmp[sa[i-1]] + (compare_sa(sa[i-1], sa[i]) ? 1 : 0);
25         }
26         for(int i = 0; i <= n; i++) {
27             rnk[i] = tmp[i];
28         }
29     }
30 }
31
32 void construct_lcp(string S, int *sa, int *lcp) {
33     int n = S.length();
34     for(int i = 0; i <= n; i++) rnk[sa[i]] = i;
35     int h = 0;
36     lcp[0] = 0;
37     for(int i = 0; i < n; i++) {
38         int j = sa[rnk[i] - 1];
39         if(h > 0) h--;
40         for(; j + h < n && i + h < n; h++) {
41             if(S[j+h] != S[i+h]) break;
42         }
43         lcp[rnk[i] - 1] = h;
44     }
45 }
46
47 //===== 使用例 =====//
48 // 文字列検索(蟻本p338 改)  $O(|T| \log |S|)$ 
49 // S中にTが含まれないなら -1, 含まれるならその先頭
50 int find_string(string S, int *sa, string T) {
51     int a = 0, b = S.length();
52     while(b - a > 1) {
53         int c = (a + b) / 2;
54         if(S.compare(sa[c], T.length(), T) < 0) a = c;
55         else b = c;
56     }
57     return (S.compare(sa[b], T.length(), T) == 0) ? sa[b] : -1;
58 }
59
60 // 最長共通部分文字列(蟻本p341 改) construct_sa以外は  $O(|S+T|)$ 
61 // (先頭, 長さ)を返す
62 pair<int, int> LCS(string S, string T) {
63     int sl = S.length();
64     S += '\0' + T;
65     construct_sa(S, sa);
66     construct_lcp(S, sa, lcp);
67     int len = 0, pos = -1;
68     for(int i = 0; i < S.length(); i++) {
69         if(((sa[i] < sl) != (sa[i+1] < sl)) && (len < lcp[i])) {
70             len = lcp[i];
71             pos = sa[i];

```

```

72     }
73 }
74 return make_pair(pos, len);
75 }

```

## 3 グラフ

### 3.1 強連結成分分解

#### 3.1.1 関節点

$O(E)$

ある関節点  $u$  がグラフを  $k$  個に分割するとき  $art$  には  $k-1$  個の  $u$  が含まれる. 不要な場合は `unique` を忘れないこと.

```

1 vi G[MAX], art; // artに関節点のリストが入る
2 int num[MAX], low[MAX], t, V;
3
4 void visit(int v, int u){
5     low[v] = num[v] = ++t;
6     repit(e,G[v]){
7         int w = *e;
8         if (num[w] == 0) {
9             visit(w, v);
10            low[v] = min(low[v], low[w]);
11            if ((num[v] == 1 && num[w] != 2) ||
12                (num[v] != 1 && low[w] >= num[v])) art.pb(v);
13        }
14        else low[v] = min(low[v], num[w]);
15    }
16 }
17 void art_point(){
18     memset(low, 0, sizeof(low));
19     memset(num, 0, sizeof(num));
20     art.clear();
21     rep(u,V) if (num[u] == 0) {
22         t = 0;
23         visit(u, -1);
24     }
25     /*
26     sort(all(art));
27     UNIQUE(art);
28     */
29 }

```

#### 3.1.2 橋

$O(V + E)$

```

1 vi G[MAX];
2 vector<pii> brdg; // brdgに橋のリストが入る
3 stack<int> roots, S;
4 int num[MAX], inS[MAX], t, V;
5
6 void visit(int v, int u){
7     num[v] = ++t;
8     S.push(v); inS[v] = 1;
9     roots.push(v);
10    repit(e, G[v]){
11        int w = *e;

```

```

12        if(!num[w]) visit(w, v);
13        else if(u != w && inS[w])
14            while(num[roots.top()] > num[w])
15                roots.pop();
16    }
17    if(v == roots.top()){
18        int tu = u, tv = v;
19        if(tu > tv) swap(tu, tv);
20        brdg.pb(pii(tu, tv));
21        while(1){
22            int w = S.top(); S.pop();
23            inS[w] = 0;
24            if(v == w) break;
25        }
26        roots.pop();
27    }
28 }
29
30 void bridge(){
31     memset(num, 0, sizeof(num));
32     memset(inS, 0, sizeof(inS));
33     brdg.clear();
34     while(S.size()) S.pop();
35     while(roots.size()) roots.pop();
36     t = 0;
37     rep(u,V) if (num[u] == 0){
38         visit(u,V);
39         brdg.pop_back();
40     }
41 }

```

#### 3.1.3 強連結成分分解

$O(V + E)$

```

1 vi G[MAX];
2 vvi scc; // ここに強連結成分分解の結果が入る
3 stack<int> S;
4 int inS[MAX], low[MAX], num[MAX], t, V;
5
6 void visit(int v){
7     low[v] = num[v] = ++t;
8     S.push(v); inS[v] = 1;
9     repit(e,G[v]){
10        int w = *e;
11        if(num[w] == 0){
12            visit(w);
13            low[v] = min(low[v], low[w]);
14        }
15        else if(inS[w]) low[v] = min(low[v], num[w]);
16    }
17    if(low[v] == num[v]){
18        scc.pb(vi());
19        while(1){
20            int w = S.top(); S.pop();
21            inS[w] = 0;
22            scc.back().pb(w);
23            if(v == w) break;
24        }
25    }
26 }
27
28 void stronglyCC(){
29     t = 0;
30     scc.clear();

```

```

31     memset(num, 0, sizeof(num));
32     memset(low, 0, sizeof(low));
33     memset(inS, 0, sizeof(inS));
34     while(S.size()) S.pop();
35     rep(u,V) if(num[u] == 0) visit(u);
36 }

```

## 3.2 フロー

### 3.2.1 最大流

$O(EV^2)$

```

1  struct edge{int to, cap, rev;};
2  vector<edge> G[MAX];
3  int level[MAX], itr[MAX];
4
5  void add_edge(int from, int to, int cap){
6      G[from].push_back((edge){to, cap, int(G[to].size())});
7      G[to].push_back((edge){from, 0, int(G[from].size()-1)});
8  }
9
10 void bfs(int s, int t){
11     memset(level, -1, sizeof(level));
12     queue<int> que; que.push(s);
13     level[s] = 0;
14     while(!que.empty()){
15         int v = que.front(); que.pop();
16         if(v == t) return;
17         for(int i = 0; i < G[v].size(); i++){
18             edge &e = G[v][i];
19             if(e.cap <= 0 or level[e.to] != -1) continue;
20             que.push(e.to);
21             level[e.to] = level[v]+1;
22         }
23     }
24 }
25
26 int dfs(int v, int t, int f){
27     if(v == t) return f;
28     for(int &i = itr[v]; i < G[v].size(); i++){
29         edge &e = G[v][i];
30         if(level[e.to] <= level[v] or e.cap <= 0) continue;
31         int d = dfs(e.to, t, min(f, e.cap));
32         if(d > 0){
33             e.cap -= d;
34             G[e.to][e.rev].cap += d;
35             return d;
36         }
37     }
38     return 0;
39 }
40
41 int max_flow(int s, int t){
42     int flow = 0, f;
43     while(1){
44         bfs(s, t);
45         if(level[t] == -1) return flow;
46         memset(itr, 0, sizeof(itr));
47         while((f = dfs(s, t, INF)) > 0) flow += f;
48     }
49 }

```

### 3.2.2 二部マッチング

$O(EV)$

```

1  int V;
2  vector<int> G[MAX_V];
3  int match[MAX_V];
4  bool used[MAX_V];
5
6  void add_edge(int u, int v){
7      G[u].push_back(v);
8      G[v].push_back(u);
9  }
10
11 bool dfs(int v){
12     used[v] = 1;
13     rep(i,G[v].size()){
14         int u = G[v][i], w = match[u];
15         if(w < 0 || !used[w] && dfs(w)){
16             match[v] = u;
17             match[u] = v;
18             return 1;
19         }
20     }
21     return 0;
22 }
23
24 int bi_matching(){
25     int res = 0;
26     memset(match, -1, sizeof(match));
27     rep(v,V) if(match[v] < 0){
28         memset(used, 0, sizeof(used));
29         if(dfs(v)) res++;
30     }
31     return res;
32 }

```

### 3.2.3 最小費用流

$O(FE \log V)$

```

1  struct edge{ int to, cap, cost, rev;};
2
3  int V;
4  vector<edge> G[MAX_V];
5  int h[MAX_V];
6  int dist[MAX_V];
7  int prevv[MAX_V], preve[MAX_V];
8
9  void add_edge(int from, int to, int cap, int cost){
10     G[from].push_back((edge){to, cap, cost, int(G[to].size())});
11     G[to].push_back((edge){from, 0, -cost, int(G[from].size() - 1)});
12 }
13
14 int min_cost_flow(int s, int t, int f){
15     int res = 0;
16     fill(h, h + V, 0);
17     while(f > 0){
18         priority_queue<pii, vector<pii>, greater<pii> > que;
19         fill(dist, dist + V, inf);
20         dist[s] = 0;
21         que.push(pii(0, s));
22         while(!que.empty()){
23             pii p = que.top(); que.pop();

```

```

24     int v = p.second;
25     if(dist[v] < p.first) continue;
26     rep(i,G[v].size()){
27         edge &e = G[v][i];
28         if(e.cap > 0 && dist[e.to] > dist[v] + e.cost + h[v] - h[e.to]){
29             dist[e.to] = dist[v] + e.cost + h[v] - h[e.to];
30             prevv[e.to] = v;
31             preve[e.to] = i;
32             que.push(pii(dist[e.to], e.to));
33         }
34     }
35 }
36 if(dist[t] == inf) return -1;
37 rep(v,V) h[v] += dist[v];
38 int d = f;
39 for(int v = t; v != s; v = prevv[v])
40     d = min(d, G[prevv[v]][preve[v]].cap);
41 f -= d;
42 res += d * h[t];
43 for(int v = t; v != s; v = prevv[v]){
44     edge &e = G[prevv[v]][preve[v]];
45     e.cap -= d;
46     G[v][e.rev].cap += d;
47 }
48 }
49 return res;
50 }

```

### 3.3 木

#### 3.3.1 木の直径

ある点 (どこでもよい) から一番遠い点  $a$  を求める. 点  $a$  から一番遠い点までの距離がその木の直径になる.

#### 3.3.2 最小シュタイナー木

$O(4^{|T|}V)$

$g$  は無向グラフの隣接行列.  $T$  は使いたい頂点の集合.

```

1  int minimum_steiner_tree(vi &T, vvi &g){
2      int n = g.size(), t = T.size();
3      if(t <= 1) return 0;
4      vvi d(g); // all-pair shortest
5      rep(k,n)rep(i,n)rep(j,n) //Warshall Floyd
6          d[i][j] = min(d[i][j], d[i][k] + d[k][j]);
7
8      int opt[1 << t][n];
9      rep(S,1<<t) rep(x,n)
10         opt[S][x] = INF;
11
12      rep(p,t) rep(q,n) // trivial case
13         opt[1 << p][q] = d[T[p]][q];
14
15      repi(S,1,1<<t){ // DP step
16          if(!(S & (S-1))) continue;
17          rep(p,n) rep(E,S)
18              if((E | S) == S)
19                  opt[S][p] = min(opt[S][p], opt[E][p] + opt[S-E][p]);
20          rep(p,n) rep(q,n)
21              opt[S][p] = min(opt[S][p], opt[S][q] + d[p][q]);
22      }

```

```

23
24     int ans = INF;
25     rep(S,1<<t) rep(q,n)
26         ans = min(ans, opt[S][q] + opt[((1<<t)-1)-S][q]);
27     return ans;
28 }

```

### 3.4 包除原理

#### 3.4.1 彩色数

$O(2^V V)$

$N[i] := i$  と隣接する頂点の集合 ( $i$  も含む)

```

1  const int MAX_V=16;
2  const int mod = 10009;
3  int N[MAX_V], I[1<<MAX_V], V;
4  inline int mpow(int a, int k){ return k==0? 1: k%2? a*mpow(a,k-1)%mod: mpow(a*a%mod,k/2);}
5
6  bool can(int k){
7      int res = 0;
8      rep(S, 1<<V){
9          if(__builtin_popcountll(S)%2) res -= mpow(I[S], k);
10         else res += mpow(I[S],k);
11     }
12     return (res%mod+mod)%mod;
13 }
14
15 int color_number(){
16     memset(I, 0, sizeof(I));
17     I[0] = 1;
18     repi(S,1,1<<V){
19         int v = 0;
20         while(!(S&(1<<v))) v++;
21         I[S] = I[S-(1<<v)] + I[S&(~N[v])];
22     }
23     int lb = 0, ub = V, mid;
24     while(ub-lb>1){
25         mid = (lb+ub)/2;
26         if(can(mid)) ub = mid;
27         else lb = mid;
28     }
29     return ub;
30 }

```

### 4 数学

#### 4.1 整数

##### 4.1.1 拡張ユークリッドの互除法

$O(\log \min(a, b))$

$ax + by = \gcd(a, b)$  を求める. 解がある場合は 1 を返す.

```

1  // a x + b y = gcd(a, b)
2  ll extgcd(ll a, ll b, ll &x, ll &y) {
3      ll g = a; x = 1; y = 0;
4      if (b != 0) g = extgcd(b, a % b, y, x), y -= (a / b) * x;
5      return g; // 1なら解あり

```

```
6 } }
```

#### 4.1.2 逆元

<i>mod_inverse()</i>	<i>gen_mod_inv()</i>
$O(\log n)$	$O(n)$
	<i>extgcd()</i>

*gen\_mod\_inv()* は  $N$  未満の全ての数の逆元を生成する.

```
1 ll mod_inverse(ll a, ll m){
2     ll x, y;
3     if(extgcd(a, m, x, y) != 1) return 0; // unsolvable
4     return (m + x % m) % m;
5 }
6 ll mod_inv[MAX];
7 void gen_mod_inv(int n, ll mod){
8     repi(i,2,n) mod_inv[i] = mod_inv[mod%i] * (mod - mod / i) % mod;
9 }
```

#### 4.1.3 冪剰余

$O(\log k)$

```
1 int pow_mod(int x, int k, int m) {
2     int ret = 1;
3     for(x%=m; k>0; x=1LL*x*x%m,k>>=1) if(k&1) ret = 1LL*ret*x%m;
4     return ret;
5 }
```

#### 4.1.4 階乗 ( $n! \bmod m$ )

<i>gen_fact()</i>	<i>mod_fact()</i>
$O(m)$	$O(\log_m n)$

$m$  は素数.

```
1 ll fact[MAX];
2 void gen_fact(ll m){
3     fact[0] = 1;
4     repi(i,1,m) fact[i] = fact[i-1] * i % m;
5 }
6 ll mod_fact(ll n, ll m, ll& e){
7     e = 0;
8     if(!n) return 1;
9     ll res = mod_fact(n / m, m, e);
10    e += n / m;
11    if(n / m % 2) return res * (m - fact[n % m]) % m;
12    return res * fact[n % m] % m;
13 }
```

#### 4.1.5 組み合わせ ( ${}_nC_k \bmod m$ )

$O(\log n)$

*mod\_fact()* と *mod\_inverse()* が必要.

```
1 /* nCk mod m */
2 ll mod_combi(ll n, ll k, ll m){
3     if(n < 0 || k < 0 || n < k) return 0;
4     ll e1, e2, e3;
5     ll a1 = mod_fact(n, m, e1), a2 = mod_fact(k, m, e2), a3 = mod_fact(n - k, m, e3);
6     if(e1 > e2 + e3) return 0; // m で割り切れる
7     return a1 * mod_inverse(a2 * a3 % m, m) % m;
8 }
```

#### 4.1.6 カタラン数

$n \leq 16$  程度が限度.  $n \geq 1$  について以下が成り立つ.

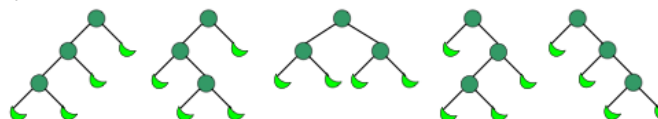
$$C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n} = \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1}$$

$n$  が十分大きいとき, カタラン数は以下に近似できる.

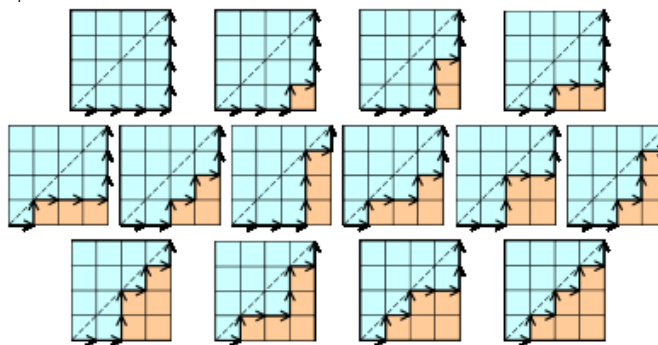
$$C_n \approx \frac{4^n}{n^{3/2} \sqrt{\pi}}$$

() を正しく並べる方法, 二分木, 格子状の経路の数え上げ, 平面グラフの交差などに使われる.

$C_3 = 5$



$C_4 = 14$



## 4.2 多項式

FFT は基本定数重めなので TLE に注意する.

### 4.2.1 FFT(complex)

$O(N \log N)$

複素数を用いた FFT. 変換する vector のサイズは 2 の冪乗にすること.

```
1  typedef complex<double> cd;
2  vector<cd> fft(vector<cd> f, bool inv){
3      int n, N = f.size();
4      for(n=0;;n++) if(N == (1<<n)) break;
5      rep(m,N){
6          int m2 = 0;
7          rep(i,n) if(m&(1<<i)) m2 |= (1<<(n-1-i));
8          if(m < m2) swap(f[m], f[m2]);
9      }
10
11     for(int t=1;t<N;t*=2){
12         double theta = acos(-1.0) / t;
13         cd w(cos(theta), sin(theta));
14         if(inv) w = cd(cos(theta), -sin(theta));
15         for(int i=0;i<N;i+=2*t){
16             cd power(1.0, 0.0);
17             rep(j,t){
18                 cd tmp1 = f[i+j] + f[i+t+j] * power;
19                 cd tmp2 = f[i+j] - f[i+t+j] * power;
20                 f[i+j] = tmp1;
21                 f[i+t+j] = tmp2;
22                 power = power * w;
23             }
24         }
25     }
26     if(inv) rep(i,N) f[i] /= N;
27     return f;
28 }
```

### 4.2.2 FFT(modulo)

$O(N \log N)$

剰余環を用いた FFT(FMT). 変換する vector のサイズは 2 の冪乗にすること. mod は  $a \cdot 2^e + 1$  の形.

```
1  const int mod = 7*17*(1<<23)+1;
2  vector<int> fmt(vector<int> f, bool inv){
3      int e, N = f.size();
4      assert((N&(N-1))==0 and "f.size() must be power of 2");
5      for(e=0;;e++) if(N == (1<<e)) break;
6      rep(m,N){
7          int m2 = 0;
8          rep(i,e) if(m&(1<<i)) m2 |= (1<<(e-1-i));
9          if(m < m2) swap(f[m], f[m2]);
10     }
11     for(int t=1; t<N; t*=2){
12         int r = pow_mod(3, (mod-1)/(t*2), mod);
13         if(inv) r = mod_inverse(r, mod);
14         for(int i=0; i<N; i+=2*t){
15             int power = 1;
16             rep(j,t){
17                 int x = f[i+j], y = 1LL*f[i+t+j]*power%mod;
18                 f[i+j] = (x+y)%mod;
19                 f[i+t+j] = (x-y+mod)%mod;
20                 power = 1LL*power*r%mod;
21             }
22         }
23     }
24 }
```

```
24     if(inv) for(int i=0, ni=mod_inverse(N, mod); i<N; i++) f[i] = 1LL*f[i]*ni%mod;
25     return f;
26 }
```

### 4.2.3 積 (FMT)

$O(N \log N)$

`poly_mul()` が必要.

```
1  vector<int> poly_mul(vector<int> f, vector<int> g){
2      int N = max(f.size(), g.size())*2;
3      f.resize(N); g.resize(N);
4      f = fmt(f, 0); g = fmt(g, 0);
5      rep(i, N) f[i] = 1LL*f[i]*g[i]%mod;
6      f = fmt(f, 1);
7      return f;
8  }
```

### 4.2.4 逆元 (FMT)

$O(N \log N)$

`extgcd()`, `mod_inverse()`, `poly_mul()`, `fmt()` が必要.

```
1  vector<int> poly_inv(vector<int> f){
2      int N = f.size();
3      vector<int> r(1, mod_inverse(f[0], mod));
4      for(int k = 2; k <= N; k <= 1){
5          vector<int> nr = poly_mul(poly_mul(r, r), vector<int>(f.begin(), f.begin()+k));
6          nr.resize(k);
7          rep(i, k/2) {
8              nr[i] = (2*r[i] - nr[i+mod])%mod;
9              nr[i+k/2] = (mod - nr[i+k/2])%mod;
10         }
11         r = nr;
12     }
13     return r;
14 }
```

### 4.2.5 平方根 (FMT)

$O(N \log N)$

`extgcd()`, `mod_inverse()`, `poly_inv()`, `poly_mul()`, `fmt()` が必要.

```
1  const int inv2 = (mod+1)/2;
2  vector<int> poly_sqrt(vector<int> f){
3      int N = f.size();
4      vector<int> s(1, 1); // s[0] = sqrt(f[0])
5      for(int k = 2; k <= N; k <= 1){
6          s.resize(k);
7          vector<int> ns = poly_mul(poly_inv(s), vector<int>(f.begin(), f.begin()+k));
8          ns.resize(k);
9          rep(i, k) s[i] = 1LL*(s[i]+ns[i])*inv2%mod;
10     }
11     return s;
12 }
```

## 4.3 行列

C++11 だと array という名前では衝突するので arr にしている.

```
1 typedef double number;
2 typedef vector<number> arr;
3 typedef vector<arr> mat;
```

### 4.3.1 単位行列

$O(N)$

```
1 mat identity(int n) {
2     mat A(n, arr(n));
3     rep(i,n) A[i][i] = 1;
4     return A;
5 }
```

### 4.3.2 積

arr*arr	mat*arr	mat*mat
$O(N)$	$O(N^2)$	$O(N^3)$

```
1 number inner_product(const arr &a, const arr &b) {
2     number ans = 0;
3     rep(i,a.size()) ans += a[i] * b[i];
4     return ans;
5 }
6
7 arr mul(const mat &A, const arr &x) {
8     arr y(A.size());
9     rep(i,A.size()) rep(j,A[0].size())
10         y[i] = A[i][j] * x[j];
11     return y;
12 }
13
14 mat mul(const mat &A, const mat &B) {
15     mat C(A.size(), arr(B[0].size()));
16     rep(i,C.size()) rep(j,C[i].size()) rep(k,A[i].size())
17         C[i][j] += A[i][k] * B[k][j];
18     return C;
19 }
```

### 4.3.3 累乗

$O(N^3 \log e)$

単位行列と積 (mat\*mat) が必要.

```
1 mat pow(const mat &A, int e) {
2     return e == 0 ? identity(A.size()) :
3     e % 2 == 0 ? pow(mul(A, A), e/2) : mul(A, pow(A, e-1));
4 }
```

### 4.3.4 線形方程式の解 (Givens 消去法)

$O(N^3)$

```
1 #define mkrot(x,y,c,s) {double r = sqrt(x*x+y*y); c = x/r; s = y/r;}
2 #define rot(x,y,c,s) {double u = c*x+s*y; double v = -s*x+c*y; x = u; y = v;}
3 arr givens(mat A, arr b){
4     int n = b.size();
5     rep(i,n) rep(j,i+1,n){
6         double c, s;
7         mkrot(A[i][i], A[j][i], c, s);
8         rot(b[i], b[j], c, s);
9         repi(k,i,n) rot(A[i][k],A[j][k],c,s);
10    }
11    repd(i,n-1,0){
12        repi(j,i+1,n)
13            b[i] -= A[i][j] * b[j];
14        b[i] /= A[i][i];
15    }
16    return b;
17 }
```

### 4.3.5 トレース

$O(N)$

```
1 number trace(const mat &A) {
2     number ans = 0;
3     rep(i,A.size()) ans += A[i][i];
4     return ans;
5 }
```