

REDES MAGNETICAMENTE ACOPLADAS E TRANSFORMADORES

Hadryan Salles

Ricky Lemes Habegger

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Relatório apresentado para a disciplina de Circuitos Elétricos.

18 de novembro de 2019

Sumário

1	Introdução	3
2	Experimentos	3
2.1	Medição da resistência e das indutâncias dos enrolamentos	3
2.1.1	Discussão e resultados	5
2.1.2	Conclusões	6
2.2	Medição do transformador com secundário em aberto	6
2.2.1	Discussões e resultados	7
2.2.2	Conclusões	8
2.3	Medição do transformador com secundário em curto	8
2.3.1	Discussões e resultados	9
2.3.2	Conclusões	10
2.4	Dedução dos números de espiras	10
2.4.1	Discussão e resultados	11
2.4.2	Conclusões	13
3	Conclusões	13
4	Avaliação Final	14
	Referências Bibliográficas	15

1 Introdução

Para modelar um transformador real a partir de um transformador ideal é possível utilizar impedâncias que representem os efeitos de potências ativas e reativas no transformador real. Assim, usa-se resistências e indutores em série com cada enrolamento para representar as perdas por efeito joule e dispersão de fluxo, respectivamente. Também usa-se uma resistência e um indutor em paralelo com o enrolamento primário para representar a perda por Correntes de Foucault e indução magnética do núcleo, respectivamente. A figura 1 ilustra o modelo usado nos experimentos.

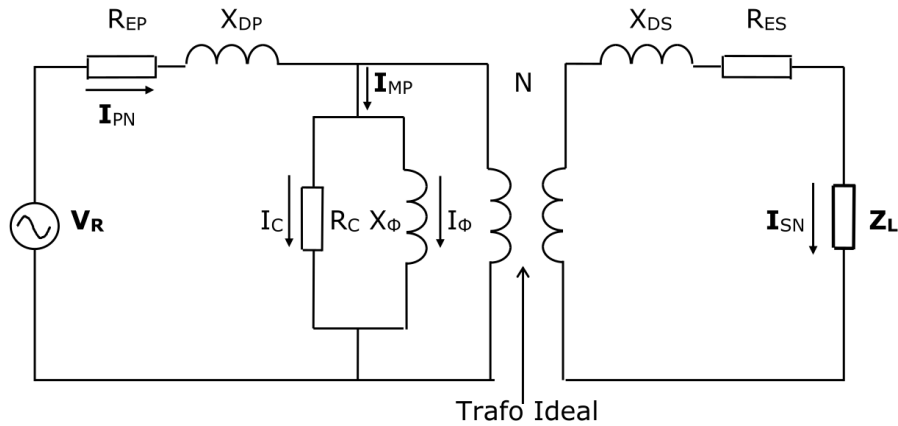


Figura 1: Modelagem do transformador real

2 Experimentos

2.1 Medição da resistência e das indutâncias dos enrolamentos

Neste experimento foram medidas as resistências e indutâncias dos enrolamentos do transformador utilizando multímetro e ponte RLC. A representação do transformador analisado está na figura 2.

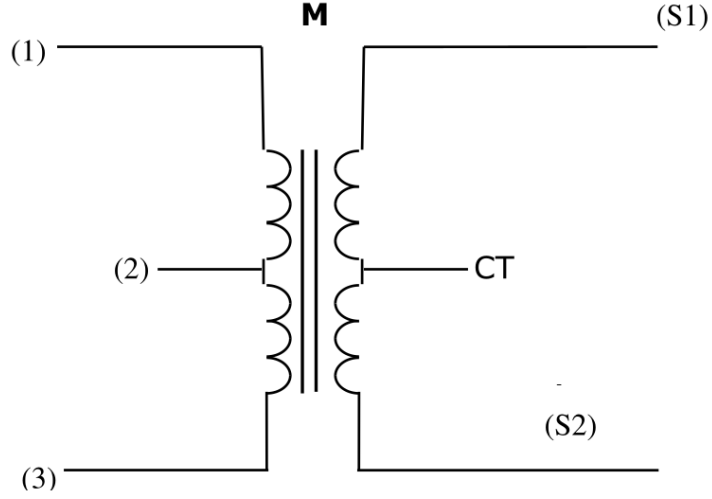


Figura 2: Representação do transformador analisado

Inicialmente foi medido, com auxílio de uma ponte RLC, a indutância e a resistência no enrolamento do primário. Além disso também foi medido a resistência do primário, utilizando um multímetro digital. Os dados obtidos se encontram na tabela 1.

Tabela 1: Indutância e resistência no primário

	L_{12}	L_{23}	L_{13}
Indutância com ponte RLC	$388,78mH$	$589,91mH$	$2,33H$
Resistência com ponte RLC	$30,100\Omega$	$27,785\Omega$	$110,790\Omega$
Resistência com multímetro	$5,1\Omega$	$2,9\Omega$	$5,3\Omega$

De acordo com a imagem 2 o primário do transformador se comporta como um autotransformador e portanto, a indutância equivalente L_{eq} é dada pela equação 1 onde L_{se} é a indutância do enrolamento série, L_c é a indutância do enrolamento comum e M é a indutância mútua.

$$L_{eq} = L_{se} + L_c + 2M \quad (1)$$

Dessa forma a indutância mútua do primário é

$$M_p = \frac{L_{13} - (L_{12} + L_{23})}{2} = \frac{2.33 - 0.38878 - 0.58991}{2} = 0.68H$$

De maneira semelhante, as mesmas medidas foram tiradas do secundário do transformador. Os dados obtidos se encontram na tabela 2.

Tabela 2: Indutância e resistência no secundário

	$L_{S1 CT}$	$L_{S2 CT}$	$L_{S1 S2}$
Indutância com ponte RLC	$56,954mH$	$55,815mH$	$212,72mH$
Resistência com ponte RLC	$4,0035\Omega$	$3,9599\Omega$	$13,744\Omega$
Resistência com multímetro	$0,7\Omega$	$0,7\Omega$	$0,9\Omega$

Usando a equação 1 novamente, pode-se determinar a indutância mútua M_s do secundário, assim:

$$M_s = \frac{L_{S1\ S2} - (L_{S1\ CT} + L_{S2\ CT})}{2} = \frac{212,72 - 56,954 - 55,815}{2} = 49,98mH$$

Então, foram conectados os terminais 2 e 3 do transformador à rede 127V e medidas as tensões entre os outros terminais como indicado na tabela 3. Também foram realizadas as mesmas medidas conectando os terminais 1 e 3 à rede 127V.

Tabela 3: Tensões com o transformador conectado a rede 127 V

	V ₁₂	V ₂₃	V ₁₃	V _{S1 CT}	V _{S2 CT}	V _{S1 S2}
Rede em 2 - 3	128,9	128,2	249,0	30,0	30,0	64,0
Rede em 1 - 3	63,4	63,3	127,1	16,8	16,8	34,2

Não foi possível analisar o transformador conectado a rede 220 V por indisponibilidade no laboratório utilizado.

2.1.1 Discussão e resultados

Podemos encontrar a relação de espiras usando a tensão uma vez que o número de espiras é diretamente proporcional a tensão no enrolamento de acordo com a equação 2.

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} \quad (2)$$

Assim a relação entre as espiras se encontra na tabela 4.

Tabela 4: Relações entre as espiras do primário, secundário e autotransformadores

	$N_{13}/N_{S1\ S2}$	N_{13}/N_{12}	N_{13}/N_{23}	$N_{S1\ S2}/N_{S1\ CT}$	$N_{S1\ S2}/N_{S2\ CT}$
Rede em 2 - 3	3,89	1,93	1,94	2,13	2,13
Rede em 1 - 3	3,72	2,00	2,01	2,04	2,04

A diferença entre os valores de resistência medidos através da ponte RLC e do multímetro podem ser vistos nas tabelas 5 e 6 para os enrolamentos primário e secundário, respectivamente.

Tabela 5: Diferença entre medidas no primário com ponte RLC e multímetro

	L ₁₂	L ₂₃	L ₁₃
δ_R primário	25Ω	24,89Ω	105,49Ω

Tabela 6: Diferença entre medidas no secundário com ponte RLC e multímetro

	L _{S1 CT}	L _{S2 CT}	L _{S1 S2}
δ_R secundário	3,30Ω	3,26Ω	12,84Ω

Esta diferença é causada pelo fato da ponte RLC utilizar medidas da tensão, corrente e fase para determinar os valores de resistência, capacitância e indutância. Desta forma, a medida obtida pela ponte RLC é mais completa e confiável, comparada ao multímetro, pois considera mais fatores em sua análise.

Analisando as relações entre o número de espiras do primário e secundário para as duas configurações do circuito é possível obter pequenas diferenças quando a rede é conectada em diferentes terminais. Esta diferença foi causada pelo fato do transformador real possuir perdas e pequenas alterações na magnetização do núcleo de acordo com a tensão aplicada.

2.1.2 Conclusões

Em um transformador a indutância dos enrolamentos interferem entre si, isso fica claro quando, ao somar as indutâncias dos dois enrolamentos do autotransformador, se verifica um valor inferior ao da indutância desses dois enrolamentos em série. Verificou-se também a indutância mútua ao se medir a tensão nessas extremidades que resultou superior a soma das tensões em cada um dos enrolamentos separadamente. Também foi possível constatar com esse experimento que a amplitude da tensão aplicada nos enrolamentos pode interferir na aparente relação entre o número de espiras. Isso pode ser explicado pelo fato das perdas por correntes parasitas e magnetização do núcleo dependerem da tensão aplicada.

2.2 Medição do transformador com secundário em aberto

Neste experimento foi montado o circuito da figura 3, onde estão representados a rede 127V, dois multímetros para medir a corrente e a tensão e um wattímetro para medir o fator de potência.

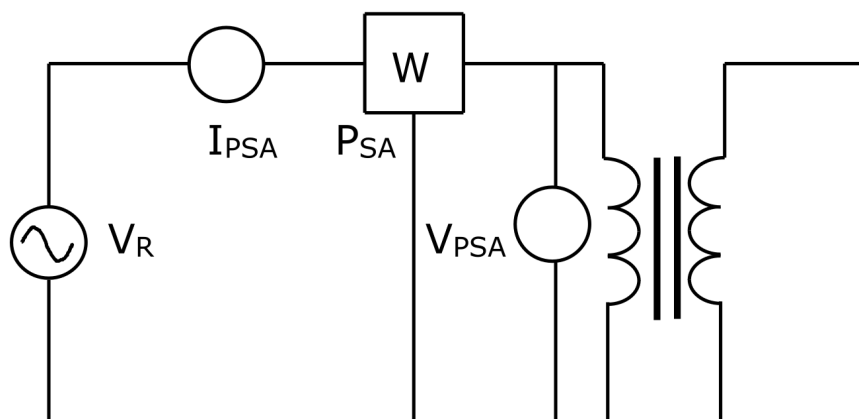


Figura 3: Representação da ligação do transformador

Então, utilizando um wattímetro cedido pelo professor e previamente calibrado,

dispensado a etapa de calibração com lampada de 40W, foram obtidas as medidas contidas na tabela 7.

Tabela 7: Medidas no transformador

$ V_R $	I_{PSA}	$\cos(\phi)$	$ V_{PSA} $
126,8 V	0,20 A	0,270	126,8 V

2.2.1 Discussões e resultados

Uma vez que o modelo desse experimento é um ensaio em vazio, é possível desconsiderar a impedância em série, pois a corrente sobre ela é pequena – em torno de 1% a 5% da corrente nominal[2].

Dado que o secundário está em aberto, pode-se representar o transformador como na figura 4, onde não tem corrente no secundário pois ele está em aberto e, consequentemente, não tem corrente no enrolamento primário – do modelo – pois no transformador ideal a corrente no primário é proporcional a corrente no secundário.

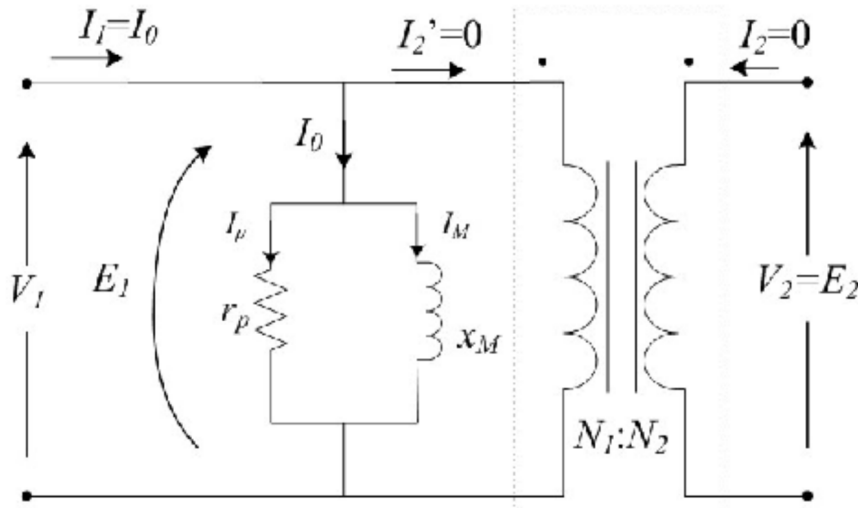


Figura 4: Modelo do transformador real com secundário aberto

Usando a corrente e a tensão no enrolamento primário, o módulo da impedância é dado por

$$|Z_{SC}| = \frac{|V_{PSA}|}{|I_{PSA}|} = 634\Omega$$

Calculando a fase da impedância com o fator de potencia:

$$\phi = \cos^{-1}(pf) = \cos^{-1}(\cos(\phi)) = 74^\circ$$

Como o enrolamento é uma carga indutiva, o fator de potencia é em atraso e portanto ϕ é positivo.

	$ I_{SN} $	$ I_{PSC} $	$ V_{PSC} $	$\cos(\phi)$	$ V_R $	$ V_L $
Uma Lâmpada	1, 12 A	0.27 A	2.41 V	0.999	127 V	124,59
Duas Lâmpada	2, 30 A	0.58 A	4, 65 V	0.999	127 V	122,35
Três Lâmpada	3, 38 A	0.87 A	6, 85 V	0.999	127 V	120,15

Tabela 8: Medidas com o secundário do transformador em curto

2.3.1 Discussões e resultados

A relação entre o número de espiras do primário e do secundário é dada pela equação 3.

$$n = \frac{N_1}{N_2} = \frac{|I_{SN}|}{|I_{PSC}|} \quad (3)$$

Encontrando assim

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{1, 12}{0.27} = 4.15 \\ n_2 &= \frac{2, 30}{0.58} = 3.97 \\ n_3 &= \frac{3.38}{0.87} = 3.89 \end{aligned}$$

É possível perceber que com três lâmpadas em paralelo a tensão $|V_{PSC}|$ de 5,4% da nominal foi suficiente para que a corrente no secundário seja próxima da corrente nominal de 3A e, portanto, a corrente no primário – do modelo – também é a nominal. Como a tensão no enrolamento primário é relativamente baixa, pode-se desprezar as perdas relativas ao núcleo do transformador e considerar a impedância vista pela fonte no primário, igual a impedância em série no primário, somada à impedância em série do secundário, refletida no primário.

A equação 4 pode ser usada para encontrar a impedância série equivalente vista pela rede.

$$Z_{Seq} = \frac{|V_{PSC}|}{|I_{PSC}|} \angle \phi \quad (4)$$

Assim, como o ângulo ϕ dado pelo wattímetro é

$$\phi = \cos^{-1}(fp) = \cos^{-1}(\cos(\phi)) = \cos^{-1}(0,999) = 2,6^\circ$$

e a impedância série equivalente é

$$Z_{Seq} = \frac{6,85}{0,87} \angle 2,6^\circ = 7,87 \angle 2,6^\circ = 7,86 + j0.36\Omega$$

então

$$R_{Seq} = 7,86\Omega$$

$$X_{Seq} = 0,36\Omega$$

Considerando a impedância em série no primário igual a impedância série do secundário refletida no primário, como representado na figura 1

$$R_{EP} = \frac{7,86}{2} = 3.93 \Omega$$

$$X_{DP} = \frac{0,36}{2} = 0.18 \Omega$$

e refletindo a impedância série do secundário, vista pelo primário, para o secundário

$$R_{ES} = \frac{7,86}{2n^2} = \frac{7,86}{2 \cdot 3,89^2} = 0.26 \Omega$$

$$X_{DS} = \frac{0,36}{2n^2} = \frac{0,36}{2 \cdot 3,89^2} = 0.01 \Omega$$

2.3.2 Conclusões

Ao colocar o secundário em curto, uma tensão próxima de 5% da nominal no primário é capaz de induzir uma corrente nominal no secundário. Assim foi possível avaliar o efeito joule e a dispersão de fluxo que dependem da corrente no enrolamento sem muita interferência de efeitos dependentes do núcleo. Pode-se perceber que as resistências responsáveis pelas perdas ôhmicas são consideráveis e, portanto, é importante garantir que o transformador trabalhe dentro das especificações nominais para evitar o sobreaquecimento do mesmo.

2.4 Dedução dos números de espiras

Neste experimento foram medidas as dimensões físicas do transformador para determinar seus números de espiras. Estas medidas podem ser vistas na figura 6 onde, na esquerda está as medidas das chapas em “E” que formam o núcleo e na direita, está a vista superior do núcleo com a medida da sua profundidade. Todas as medidas estão em centímetros.

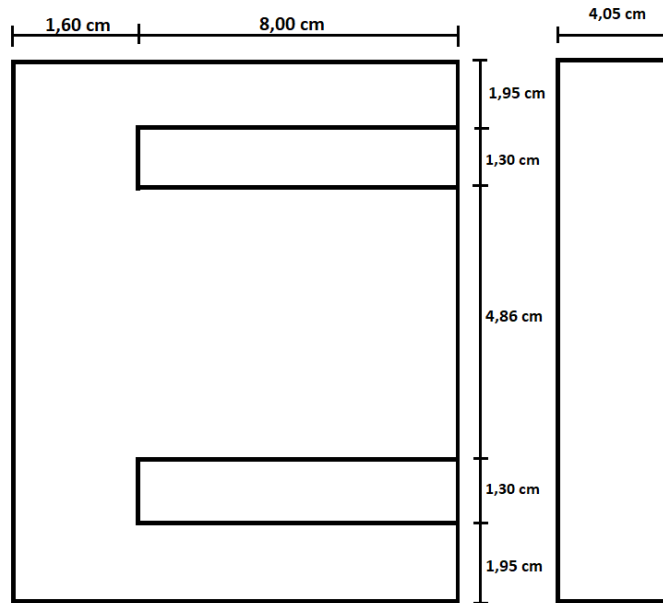


Figura 6: Dimensões medidas do transformador

2.4.1 Discussão e resultados

Usando que a força eletromotriz induzida é

$$V = N \frac{d\Phi}{dt}$$

e o fluxo Φ é

$$\Phi = B \cdot A$$

onde A é a área eficaz, temos

$$V = N \frac{dBA}{dt} = NA \frac{dB}{dt}$$

Como o campo magnético depende da corrente, supondo que a corrente seja senoidal com frequência angular ω o módulo da derivada do campo magnético é ωB . Portanto

$$V = NAB\omega$$

substituindo ω por $2\pi f$ e calculando V_{rms} uma vez que o valor de B não é o valor eficaz, temos

$$V_{rms} = \frac{V}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f NAB}{\sqrt{2}} = 4,44fNAB$$

Assim, resolvendo para N temos

$$N = \frac{V_{rms}}{4,44fAB}$$

A permeabilidade magnética do núcleo depende do material. Assumindo que ele foi construído com uma liga de aço-silício – muito usado em transformadores de baixa

e média potência – e que ele foi projetado para não saturar, um valor razoável para B seria 1,3 tesla, como é possível verificar no gráfico da figura 7 que mostra o campo magnético (B) versus força magnetizante(H).

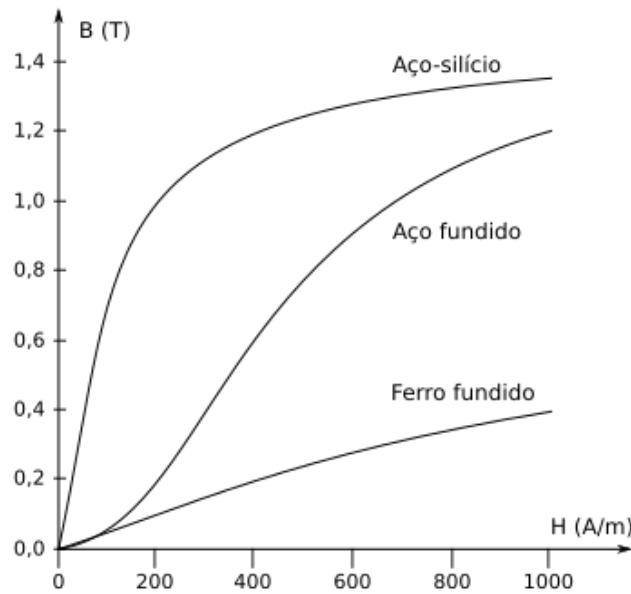


Figura 7: Campo magnético (B) versus força magnetizante(H) para alguns materiais

Assim para frequência de 60 Hz da rede e área efetiva do núcleo $A = 4.86 \times 10^{-2} \cdot 4.05 \times 10^{-2} \cdot 0.92 = 1.81 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, onde 0,92 é o fator de empilhamento que compensa o entreferro pode-se calcular o valor de N . Portanto, usando que a tensão da rede conectada nos terminais 2 e 3 que produz o campo de 1,3T, temos

$$N_{23} = \frac{127}{4,44 \cdot 60 \cdot 1.81 \times 10^{-3} \cdot 1,3} = 204$$

Usando as relações entre espiras da tabela 4 temos o número de espiras no transformador na tabela 9.

Tabela 9: Número de espiras no transformador

V_{12}	V_{23}	$V_{S1 \text{ CT}}$	$V_{S2 \text{ CT}}$
203	203	48	48

Assim temos N_{total} de espiras igual a

$$N_{total} = 203 + 203 + 48 + 48 = 502$$

Observando uma tabela de fios AWG [4] pode-se verificar que para uma corrente de 3A é necessário no mínimo um fio numero 17. Além disso verifica-se que para esse fio temos 8,4 espiras por centímetro. Assim para uma altura do núcleo de 6,4cm temos $\frac{N_{total}}{6,4 \cdot 8,4} = 9,34$ camadas de espiras e portanto, o envoltório de espiras tem $\frac{9,34}{8,4} = 1,11\text{cm}$

de largura. Esse também é um valor esperado pois conforme a figura 6, o espaço onde estão as espiras possui 1,3cm e não estamos considerando nessa aproximação da largura as camadas de material isolante entre o primário e secundário.

2.4.2 Conclusões

Nesse experimento foi possível observar o número de espiras necessários para montar um transformador real com as características do transformador analisado. É interessante notar o número do fio usado na escala AWG, conforme a corrente do transformador, para não subdimensionar o transformador e evitar um aquecimento elevado e consequente mal funcionamento do mesmo. Também foi verificado, de acordo com o diâmetro do fio, o espaço necessário para enrolar as espiras envolta do núcleo.

3 Conclusões

Analisando as relações de transformação obtidas nos experimentos 1 e 3 é possível afirmar que para os valores de tensão e corrente aplicados no transformador, foram obtidos relações de transformação próximas, com uma diferença variando de 0% a 10% nos resultados obtidos. Assim, da tabela 4 pode-se dizer que a relação de espiras do primário para o secundário é 3,8, porém no experimento 4 a relação é $\frac{202}{48} = 4,2$, evidenciando mais uma vez as perdas no transformador real.

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{P_{saída}}{P_{saída} + P_{perdas}} \\ &= \frac{V_S I_S \cos(\phi)}{P_{Cu} + P_{núcleo} + V_S I_S \cos(\phi)}\end{aligned}\tag{5}$$

A respeito do rendimento η do transformador, ele é dado pela equação 5 e portanto pode-se dizer que foi nulo para os experimentos 2 e 3, já que são casos extremos onde a potência útil é zero (secundário em curto e secundário em aberto).

Para os demais valores de potência útil, o rendimento do transformador segue uma curva ditada pela variação das perdas de energia no cobre uma vez que as perdas no núcleo são constantes para uma mesma tensão.

As medidas realizadas pela ponte RLC representam os valores de impedância das espiras do transformador, diferente dos valores calculados no experimento 3 que condizem à indutância do modelo relacionada à dispersão de fluxo.

As correntes parasitas puderam ser notadas através dos resultados do experimento 2 onde foi possível obter corrente no primário do transformador no ensaio em vazio. Este tipo de corrente, também chamado de corrente de Foucault, podem ser minimizadas fabricando o núcleo com chapas isoladas entre si e com materiais com maior resistividade.

Em condições normais com uma queda na tensão aplicada sobre um transformador de 10 vezes, a indução terá uma queda de aproximadamente 10 vezes, visto que o fluxo magnético depende da magnitude da tensão. Entretanto, caso a tensão aplicada no transformador seja superior a nominal e suficiente para o núcleo saturar, a relação entre a tensão aplicada e o fluxo deixa de ser linear, como visto na figura 7. Além disso, para a mesma queda de tensão, é possível obter uma mudança nas correntes parasitas, que irão diminuir em até 10 vezes, respeitando também o limite nominal para o transformador não saturar.

4 Avaliação Final

Nesta aula de laboratório foi possível visualizar grandes diferenças entre transformadores ideais e reais. Estas diferenças tornam essencial a arquitetura e planejamento de um circuito elétrico contabilizando efeitos indesejados no funcionamento dos componentes. Além disso, tornou-se evidente a necessidade de utilizar o fator de segurança ao especificar os valores de componentes utilizados no circuito.

Referências

- [1] Análise básica de circuitos para engenharia / J. David Irwin, R. Mark Nelms; tradução: Fernando Ribeiro da Silva
- [2] Transformadores https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/349452/mod_resource/content/2/Transformadores_Teo_2014%20%281%29.pdf
- [3] Eletromagnetismo 2-VI https://www.mspc.eng.br/dir10/em_2-6.php
- [4] Tabela de fios AWG http://www.if.ufrgs.br/~mittmann/tabela_de_fios.pdf