

ANÁLISE DE POTÊNCIA EM REGIME PERMANENTE e CIRCUITOS TRIFÁSICOS

Hadryan Salles

Ricky Lemes Habegger

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Relatório apresentado para a disciplina de Circuitos Elétricos.

14 de outubro de 2019

Sumário

1 Experimentos	3
1.1 Carga resistiva em Estrela equilibrada e desequilibrada	3
1.1.1 Discussão e resultados	3
1.1.2 Conclusões	5
1.2 Carga predominantemente indutiva em Delta equilibrada	5
1.2.1 Discussões e resultados	5
1.2.2 Conclusões	6
1.3 Valor rms, valor médio e o fator de forma	6
1.3.1 Discussões e resultados	9
1.3.2 Conclusões	10
1.4 Valor RMS e valor Médio	10
1.4.1 Discussão e resultados	12
1.4.2 Conclusões	13
1.5 Compensação do Fator de Potência	13
1.5.1 Discussão e resultados	14
1.5.2 Conclusões	15
2 Avaliação Final	15
Referências Bibliográficas	16

1 Experimentos

1.1 Carga resistiva em Estrela equilibrada e desequilibrada

Neste experimento foi montado o circuito da figura 1 onde L_1 , L_2 e L_3 são lâmpadas de 200W, 60W e 40W, respectivamente. L_1 é fabricada para funcionar com tensão de 220V enquanto L_2 e L_3 são para tensão de 127V.

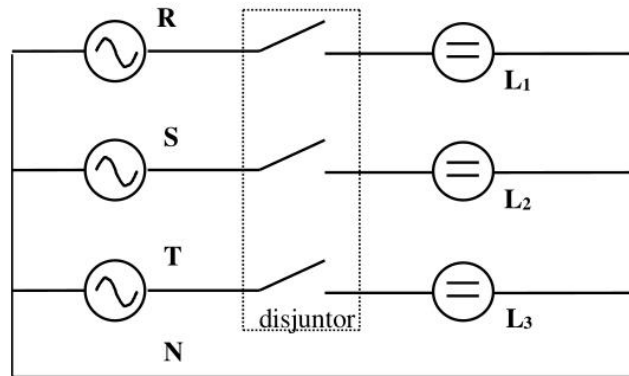


Figura 1: Circuito para o experimento 1

Inicialmente foi medido as tensões de linhas e de fase usando um multímetro digital. Os resultados obtidos estão indicados na tabela 1.

Tabela 1: Tensões sobre a lâmpada

Tensões _{rms} (V)	V_{RS}	V_{RT}	V_{TS}	V_1	V_2	V_3
Neutro Ligado	224	224	223	125	126	125
Neutro Desligado	-	-	-	92	139	155

Em seguida, mensurou-se as correntes de linha no circuito, com e sem o neutro ligado, conforme a tabela 2.

Tabela 2: Correntes de linha no circuito

Corrente _{rms} (mA)	I_{L1}	I_{L2}	I_{L3}	I_N
Neutro Ligado	630	430	300	320
Neutro Desligado	550	470	310	-

1.1.1 Discussão e resultados

Pode-se usar a equação 1 – onde P é a potência real e V_{rms} é o módulo da tensão sobre a lâmpada – para descobrir a resistência nominal de cada lâmpada. Assim, os dados nominais das lâmpadas estão na tabela 3.

$$P = \frac{V_{rms}^2}{R} \quad (1)$$

Tabela 3: Especificações nominais das lâmpadas

Lampada	L_1	L_2	L_3
Tensão (V)	220	127	127
Potencia (W)	200	60	40
Resistência (Ω)	242	269	403

Além disso, usando a equação 2 é possível calcular o módulo da impedância de cada lâmpada, nesse experimento. Desse modo, há a tabela 4.

$$Z = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} \quad (2)$$

Tabela 4: Impedâncias das lâmpadas em *ohm*

Impedância (Ω)	$ Z_1 $	$ Z_2 $	$ Z_3 $
Neutro Ligado	198	293	417
Neutro Desligado	167	296	500

Os valores medidos possibilitam aferir também os dados da tabela 5 que correspondem à potência no circuito com o neutro ligado e os dados da tabela 6 que correspondem à potência no circuito com o neutro desligado. Uma vez que a lâmpada é uma carga puramente resistiva pode-se assumir que a potência aparente é igual à potência real, e a potência reativa é zero. Da mesma maneira, assume-se que a resistência da lâmpada é igual a impedância e a reatância é zero.

Tabela 5: Potências no circuito com neutro ligado

	P_{RN}	P_{SN}	P_{TN}	P_{Total}
Potência real (W)	78,8	54,2	37,5	170,4
Potência aparente (VA)	78,8	54,2	37,5	170,4

Tabela 6: Potências no circuito com neutro desligado

	P_{RN}	P_{SN}	P_{TN}	P_{Total}
Potência real (W)	50,6	65,3	48,1	164,0
Potência aparente (VA)	50,6	65,3	48,1	164,0

1.1.2 Conclusões

Com base nos dados das tabelas 3 e 4 percebe-se que as resistências das lâmpadas ligadas com tensões próximas às nominais possuem resistências também próximas das nominais, enquanto que a lâmpada 1, ligada com tensão inferior, apresentou uma resistência menor. Isso é esperado, uma vez que a lâmpada atingiu temperaturas menores do que atingiria se fosse conectada a rede de 220V. Além disso, a tensão menor impactou na potência, que foi consideravelmente menor que a potência nominal.

Com relação à função do neutro no circuito, é notado que quando ele está conectado, a tensão nas três lâmpadas é igual, mesmo que as cargas possuam impedâncias diferentes. Porém, quando o neutro é aberto, quanto maior a resistência da lâmpada, maior é a tensão nela. Assim, como pode ser verificado na tabela 1, a tensão sobre a lâmpada 3 ultrapassou a tensão adequada para seu funcionamento e, por isso, a lâmpada poderia queimar caso permanecesse conectada sem o neutro.

1.2 Carga predominantemente indutiva em Delta equilibrada

Primeiramente um motor trifásico foi conectado em delta na rede do laboratório. Em seguida aferiu-se as tensões de linha, corrente de linha e corrente de fase que estão indicadas nas tabelas 7, 8 e 9 respectivamente.

Tabela 7: Tensões de linha_{rms} (V)

V_{RS}	V_{RT}	V_{TS}
222	222	222

Tabela 8: Corrente de linha_{rms} (mA)

I_R	I_S	I_T	I_{L1}	I_{L2}	I_{L3}
1080	880	930	1080	880	930

Tabela 9: Corrente de Fase_{rms} (mA)

I_{F1}	I_{F2}	I_{F3}
440	580	580

1.2.1 Discussões e resultados

É possível utilizar a equação 2 para encontrar o módulo da impedância dos enrolamentos. Assim, usando a tensão de linha – igual a tensão de fase para carga em delta – e a corrente de fase, temos as impedâncias da tabela 10.

Tabela 10: Impedância dos enrolamentos (Ω)

$Z1$	$Z2$	$Z3$
206	252	239

Tomando as correntes de linha como base e usando [1] que

$$I_{fase} = \frac{I_{linha}}{\sqrt{3}}$$

teríamos as correntes de fase da tabela 11

Tabela 11: Correntes de fase_{rms} teóricas (mA)

I_{FT1}	I_{FT2}	I_{FT3}
624	508	536

Com a equação 3 [1] obtemos as potências aparentes da tabela 12.

$$S = |V_{rms}| |I_{rms}| \quad (3)$$

Tabela 12: Potência Aparente (VA)

S_{RS}	S_{ST}	S_{TR}	S_{F1}	S_{F2}	S_{F3}
239,8	195,4	206,5	239,8	195,4	206,5

Podemos verificar que a potência entre as linhas é a mesma que a potência de fase, isso se deve ao fato da carga estar conectada em delta.

1.2.2 Conclusões

Tendo em vista que foram utilizados cabos relativamente próximos e de pequeno diâmetro para conectar a carga é necessário levar em consideração o aparecimento de correntes de Foucault e a impedância da linha, assim, os dados da tabela 9 são satisfatórios, se aproximando da tabela 11. Além disso com as medidas realizadas foi possível descobrir a impedância dos enrolamentos do motor.

1.3 Valor rms, valor médio e o fator de forma

Para esse experimento foi conectado uma lampada em série com um diodo na rede 127 V, como na figura 2.

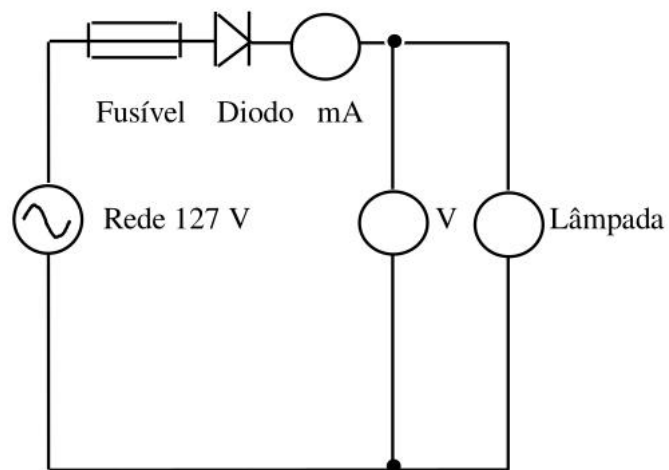


Figura 2: Lâmpada conectada na rede 127 V

Podemos observar na figura 3 a forma de onda da tensão sobre a lâmpada, medida pelo osciloscópio. Invertendo o diodo no circuito obtemos a forma de onda da figura 4.

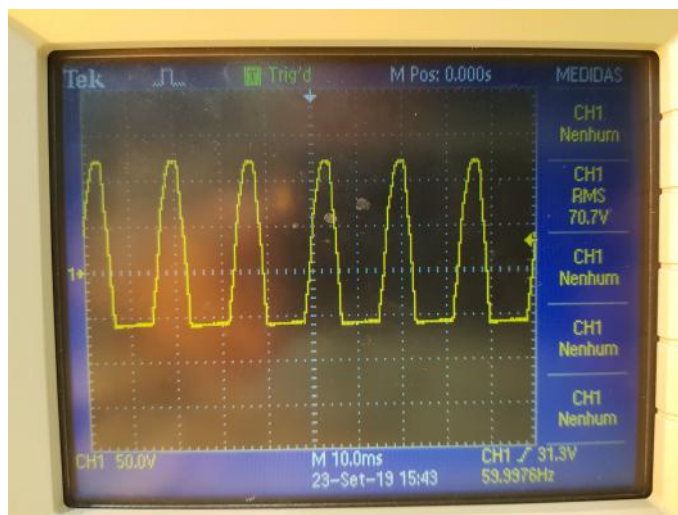


Figura 3: Tensão na lâmpada com diodo na posição normal

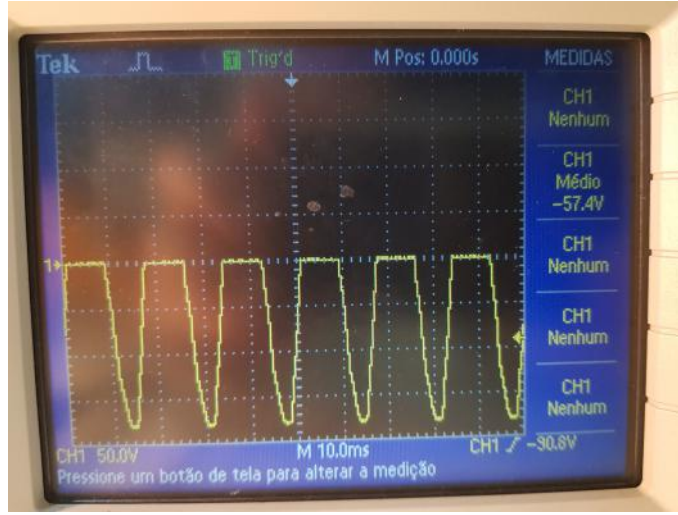


Figura 4: Tensão na lampada com diodo invertido

Tendo os valores médios da tensão sobre a lampada com o diodo na posição correta podemos calcular o valor de pico uma vez que

$$\begin{aligned}
 V_{\text{médio}} &= \frac{1}{T} \int_0^T V(x) dx \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^{\pi} V_P \sin(x) dx + \int_{\pi}^{2\pi} 0 dx \right) \\
 &= \frac{1}{2\pi} 2V_P \\
 &= \frac{V_P}{\pi}
 \end{aligned}$$

e portanto, para um onda como a da figura 3 temos

$$V_P = V_{\text{médio}} \cdot \pi \quad (4)$$

Agora para uma onda senoidal como a da rede, podemos calcular o valor de pico usando a tensão eficaz

$$\begin{aligned}
 V_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V^2(x) dx} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_P^2 \sin^2(x) dx} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} V_P^2 * \pi} \\
 &= \frac{V_P}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

e portanto para onda senoidal

$$V_P = V_{\text{rms}} \sqrt{2} \quad (5)$$

Medido as tensões sobre a lâmpada com o multímetro nas escalas DC e AC e usando as equações 4 e 5 para calcular a tensão de pico V_P com o multímetro, obtemos a tabela 13.

Tabela 13: Tensões medidas com osciloscópio e multímetro

	Com osciloscópio			Com multímetro		
	$V_{\text{médio}}$	V_{eficaz}	V_P	$V_{\text{médio}}$	V_{eficaz}	V_P
Tensão sobre a lâmpada (V)	57	90	182	56	67	176
Tensão da rede (V)	0,3	130	181	0	125	177

Medindo as tensões antes de depois do diodo obtemos os dados da tabela 14.

Tabela 14: Correntes no circuito

Corrente (A)	I_{DC}	I_{AC}
Antes do diodo	0,42	0,53
Depois do diodo	0,41	0,44

Também foi medido a resistência da lâmpada fria, onde obtemos $R_{\text{fria}} = 12\Omega$

1.3.1 Discussões e resultados

Também pode-se encontrar a corrente da lâmpada usando a tensão e corrente à ela submetida – medidas pelo osciloscópio. Assim

$$R = \frac{V_{\text{eficaz}}}{I_{AC}} = \frac{90}{0,44} = 205\Omega$$

O fator de forma associado a tensão na lâmpada é dados pela relação entre a tensão eficaz e a tensão média, assim

$$FF = \frac{V_{\text{eficaz}}}{V_{\text{médio}}} = \frac{90}{57} = 1,58$$

Nota-se que o valor eficaz medido com o multímetro é inferior ao medido pelo osciloscópio, isso se deve ao fato do multímetro não ser true RMS. Assim, o calculo realizado pelo multímetro é dado por

$$V_{\text{eficaz}} = \frac{V_{\text{pico a pico}}}{2\sqrt{2}} = \frac{176}{2\sqrt{2}} = 62$$

próximo ao valor medido.

1.3.2 Conclusões

Foi percebido o problema de realizar uma medição com um multímetro não true RMS, visto que, para sinais não senoidais, o valor medido pode ser irreal e, em alguns casos, bastante diferente do valor correto. Também convém notar que a resistência da lâmpada é muito maior com ela ligada se comparada à resistência da mesma lâmpada desligada, isso se deve principalmente à temperatura atingida pela lâmpada atinge esta é ligada.

1.4 Valor RMS e valor Médio

Com intuito de evidenciar as diferenças de medições ao utilizar valores RMS e valores médios, este experimento propõe medir o mesmo sinal com os dois tipos de equipamentos. Além disso, também é observado o efeito causado pela variação do "Duty Cycle".

Para realizar este experimento, foi necessário um gerador de funções com funcionalidade de variação de "Duty Cycle", um multímetro e um osciloscópio. O multímetro e o osciloscópio foram conectados às saídas do gerador de funções, de forma a medir seu sinal de tensão. O osciloscópio foi configurado na função "Measure" com opção para valor médio e valor RMS. O multímetro foi configurado como voltímetro na escala 20 V.

Então, durante a primeira etapa do experimento, foram anotadas as medições do osciloscópio e multímetro para diferentes formas de onda. Estes valores podem ser vistos na tabela 15, onde todas as formas de onda foram ajustadas para tensão pico a pico 12 V e frequência 100 Hz (medidos com o osciloscópio).

Tabela 15: Valores medidos e calculados durante a primeira etapa do experimento 4.

Sinal	Com osciloscópio			Com multímetro		
	$V_{médio}$	V_{rms}	V_P	$V_{médio}$	V_{eficaz}	$V_{Pcalculado}$
Senoidal	-10,8mV	4,14 V	6 V	-0,09 V	4,11 V	5,81 V
Quadrado	-4,7 mV	5,92 V	6 V	6,2 mV	5,85 V	5,85 V
Triangular	-13,0 mV	3,43 V	6 V	-0,09 V	3,28 V	5,68 V

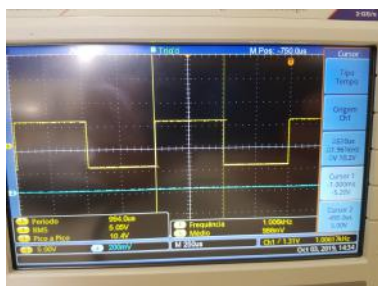
Na segunda parte do experimento, foram feitas imagens da saída do osciloscópio para diferentes níveis de "Duty Cycle" nas formas de onda senoidal, quadrada e triangular. Além disso, para a onda quadrada, foram tomadas medidas através do osciloscópio e multímetro. Estas medidas podem ser vistas na tabela 16. As formas de ondas analisadas foram ajustadas para tensão pico a pico de 10 V e frequência de 1 kHz, ambos medidos pelo osciloscópio.

Tabela 16: Valores medidos e calculados durante a segunda etapa do experimento 4.

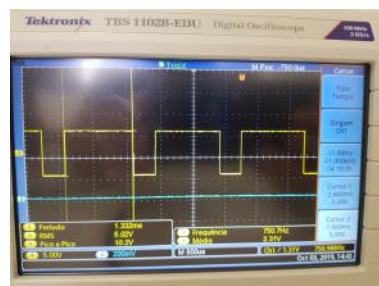
Sinal	Duty Cycle	Com osciloscópio			Com multímetro		
		$V_{médio}$	V_{rms}	V_P	$V_{médio}$	V_{eficaz}	$V_{Pcalculado}$
Quadrado	25%	-2,46 V	5,10 V	5,02 V	-2,59 V	4,48 V	4,48 V
	50%	986 mV	5,05 V	5,02 V	4,2 mV	5,01 V	5,01 V
	75%	2,31 V	5,02 V	5,02 V	2,34 V	4,16 V	4,16 V



(a) Duty cycle 25%

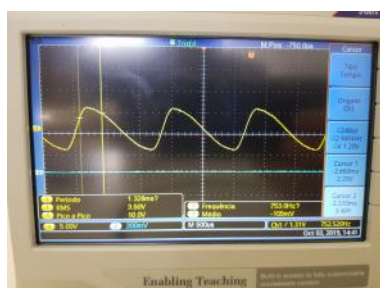


(b) Duty cycle 50%



(c) Duty cycle 75%

Figura 5: Saída do osciloscópio para onda quadrada de 10 Vpp e 1 kHz com duty cycle (a) 25%, (b) 50% e (c) 75%.



(a) Duty cycle 25%



(b) Duty cycle 50%

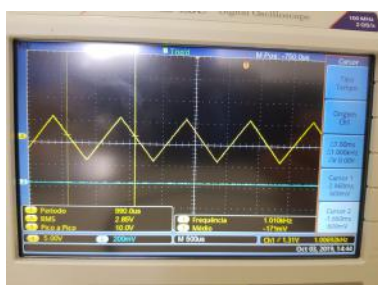


(c) Duty cycle 75%

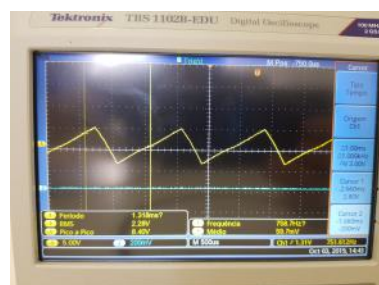
Figura 6: Saída do osciloscópio para onda senoidal de 10 Vpp e 1 kHz com duty cycle (a) 25%, (b) 50% e (c) 75%.



(a) Duty cycle 25%



(b) Duty cycle 50%



(c) Duty cycle 75%

Figura 7: Saída do osciloscópio para onda triangular de 10 Vpp e 1 kHz com duty cycle (a) 25%, (b) 50% e (c) 75%.

1.4.1 Discussão e resultados

A análise da primeira parte do experimento pode ser vista na tabela 17, contendo a diferença entre valores medidos pelo osciloscópio e pelo multímetro, além dos fatores de forma dos equipamentos.

Tabela 17: Diferença entre valores medidos na primeira etapa do experimento 4.

Sinal	$\delta_{\text{médio}}(\%)$	$\delta_{\text{rms/eficaz}}(\%)$	$\delta_{V_p}(\%)$	FF _{osciloscópio}	FF _{multímetro}
Senoidal	7,33	0,01	0,03	-383,33	-45,67
Quadrado	14,19	0,01	0,03	-125,96	94,35
Triangular	5,92	0,04	0,05	-263,85	-36,44

A análise referente à segunda parte do experimento foi realizada observando o comportamento das imagens produzidas ao variar o "duty cycle", que altera o tempo de permanência da onda em seu estado alto e baixo. Estes tempos estão representados na tabela 18 para uma onda quadrada com frequência de 1 kHz.

Tabela 18: Tempos de tensão alta e baixa em onda quadrada de 10 Vpp e 1 kHz

Duty Cycle	T_{total}	T_{alta}	T_{baixa}
25%	1,32 ms	0,34 ms	0.98 ms
50%	1,00 ms	0,51 ms	0.49 ms
75%	1,33 ms	1,00 ms	0.33 ms

Desta forma, é possível descrever o efeito do duty cycle em uma onda quadrada a partir das equações 6 e 7 onde D representa o nível de duty cycle.

$$T_{\text{alta}} = T(D) \quad (6)$$

$$T_{\text{baixa}} = T(1 - D) \quad (7)$$

Além disso, por variar o formato da onda, diferentes níveis de duty cycle interferem no $V_{\text{médio}}$ medido. Estes valores calculados estão comparados aos valores medidos na tabela 19 para uma onda quadrada de 10 Vpp e frequência 1 kHz.

Tabela 19: Diferenças entre $V_{\text{médio}}$ medidos e calculados para onda quadrada 10 Vpp e 1 kHz

Duty Cycle	25%	50%	75%
$V_{\text{médio}}$ com osciloscópio	-2,46 V	986 mV	2,31 V
$V_{\text{médio}}$ com multímetro	-2,59 V	4,2 mV	2,34 V
$V_{\text{médio}}$ calculado	-2,5 V	0 V	2,5 V
$\delta_{\text{osciloscópio}}$	1,6%	-	7,6%
$\delta_{\text{multímetro}}$	3,6%	-	6,4%

1.4.2 Conclusões

Relacionado à primeira etapa deste experimento, é possível concluir que o multímetro utilizado apresenta uma forma de medir o V_{eficaz} satisfatória para diferentes formatos de onda, evidenciado pela baixa diferença nos valores medidos em comparação ao osciloscópio. Além disso, também é possível notar que o osciloscópio utilizado está mais calibrado que o multímetro, pois foram obtidos valores de fator de forma maiores.

Em relação à segunda parte do experimento, foi possível visualizar na prática o efeito da variação do duty cycle, que ocasiona uma quebra de "simetria" na onda para níveis diferentes de 50%. Esta quebra de simetria resulta em variações nos valores médios do sinal, teoricamente, sem variar valores eficaz/pico.

1.5 Compensação do Fator de Potência

Este experimento tem como objetivo utilizar um capacitor para alterar o fator de potência de um circuito. O circuito em questão pode ser visto na figura 8 em que a fonte V_s está configurada com 12 Vpp e frequência 600 Hz. Primeiramente, todos os componentes foram medidos, estas medidas estão contidas na tabela 20.

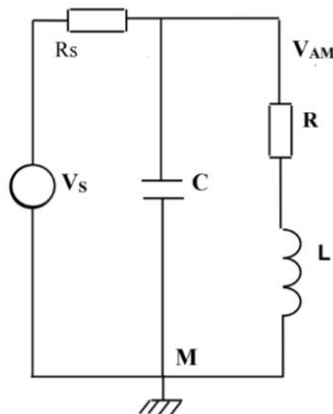


Figura 8: Diagrama esquemático do circuito utilizado no experimento 5.

Tabela 20: Valores medidos dos componentes utilizados no experimento 5

R_S	R	L
665 Ω	667 Ω	1 H

Então, sem adicionar o capacitor ao circuito, os módulos e fases de tensão sobre cada um dos componentes foram medidos utilizando um osciloscópio. Além disso, utilizando as impedâncias de cada componente, foram calculadas os módulos e fase das correntes sobre cada componente. Estes cálculos e medições se encontram na tabela 21.

Tabela 21: Tensão e corrente em cada um dos componentes do circuito sem capacitor.

	V_S	V_{Rs}	V_R	V_L	I_{Rs}	I_R	I_L
Modulo	11,88 V	1,76 V	1,74	10,7 V	2,65 mA	2,61 mA	2,84 mA
Fase	0°	-69.7°	-69.7°	14.5°	-69.7°	-69.7°	-75.5°
Z_{eq} calculado	1332 + j3770 Ω						

Em seguida, foi calculado a capacitância necessária para alterar o fator de potencia do circuito para um valor acima de 0,92. Este calculo foi obtido através da equação 8.

$$C = \frac{X_L - R \tan(\cos^{-1}(FP))}{\omega(X_L + R)^2} = \frac{2\pi 600 - 667 \tan(\cos^{-1}(0,92))}{2\pi 600(2\pi 600 + 667)^2} = 63nF \quad (8)$$

Sendo assim, fui utilizado um capacitor de 68 nF como compensador do fator de potencia no circuito e todas as medições foram refeitas. Estas medidas podem ser vistas na tabela 22 em conjunto com valores calculados de corrente sobre os elementos do circuito.

Tabela 22: Tensão e corrente em cada um dos componentes do circuito com capacitor.

	V_{Rs}	V_R	V_L	V_{AM}	I_{Rs}	I_R	I_L	I_C
Modulo	0,56 V	1,76 V	10,9 V	11,2 V	0,84 mA	2,64 mA	2,89 mA	2,87 mA
Fase	-23.9°	-47.2°	5.8°	-2.9°	-23.9°	-47.2°	-84.2°	87.1°
Z_{eq}	22632 + j411 Ω							

1.5.1 Discussão e resultados

Foram analisadas as diferenças entre os valores teóricos e medidos das tensões. Estes comparativos estão contidos nas tabelas 23 e 24 respectivamente antes e após adicionar o capacitor ao circuito.

Tabela 23: Diferença entre valores teóricos e medidos para o circuito sem capacitor

	V_{Rs}	V_R	V_L
δ_{Modulo}	10,66%	12,12%	4,46%
δ_{Fase}	1,13%	1,13%	25,6%

Tabela 24: Diferença entre valores teóricos e medidos para o circuito com capacitor

	V_{Rs}	V_R	V_L	V_{AM}
δ_{Modulo}	60%	12%	3,54%	0,88%
δ_{Fase}	2198%	40%	42%	2800%

Apesar da alta diferença relativa em alguns casos, a diferença absoluta é baixa. Isto ocorreu por exemplo em V_{Rs} onde a diferença absoluta entre os módulos foi de $.21V$. O mesmo ocorre para a fase de V_{AM} em que a diferença absoluta foi de apenas 2.8° .

O fator de potencia do circuito encontrado a partir dos valores medidos de tensão foi de 0,9336, enquanto o valor calculado a partir da impedância teórica foi de 0.9998.

1.5.2 Conclusões

Analisando as diferenças obtidas entre valores teóricos e medidos é possível afirmar que a diferença relativa não é ideal para este problema. Isto fica evidente em casos onde alguns dos valores é muito próximo de zero, como nos ângulos de fase.

Além disso, apesar de utilizar uma capacitância superior à teoricamente necessária, o resultado experimental para o fator de potencia foi muito próximo do desejado. Isto indica que caso fosse utilizado a capacitância de valor exato para corrigir o fator de potencia, talvez não fosse atingido um exito experimental neste ajuste.

2 Avaliação Final

O neutro em um circuito trifásico estrela impacta diretamente na queda de tensão sobre cada uma das impedâncias de linha. Isto ocorre de maneira que, quando o neutro esta curto-circuitado, todas as impedâncias possuem a mesma queda de tensão. Por outro lado, com o neutro em aberto, a tensão sobre cada impedância depende de sua própria impedância, podendo afetar componentes com valores de tensão inválidos.

Ao variar o Duty Cycle é possível mudar características do sinal que afetam a medição em alguns aparelhos, por exemplo, multímetros "True RMS" e "RMS" que divergem nos resultados apresentados quando o sinal de entrada não é simétrico. Portanto, para sinais não simétricos é importante utilizar equipamentos adequados, evitando grandes incertezas nas medições.

Em casos de compensação do fator de potência em circuitos, há um valor suficiente para realizar o ajuste desejado. O experimento 5 tornou evidente a necessidade de utilizar um componente superior ao, teoricamente, requisitado pelo problema. Desta forma, há uma tolerância de incertezas no circuito, descartando possíveis falhas causadas por componentes de baixa qualidade (alto grau de incerteza).

Referências

- [1] Análise básica de circuitos para engenharia / J. David Irwin, R. Mark Nelms;
tradução: Fernando Ribeiro da Silva