

Day-13

Machine Epsilon, ULP: Units at the Last Place

Machine Epsilon(머신 엡실론)

- Machine epsilon ϵ : 기계정확도
 - 1.0에 더해서 1이 아닌 다른 숫자가 될 수 있는 가장 작은 숫자로 정의됨
 - 1과, 1과 구별될 수 있는 1보다 큰 다음 수 사이의 간격을 의미
 - 1과 $1+\epsilon$ 사이에는 어떤 수도 나타낼 수 없다는 것을 의미함
- IEEE 754 Single precision : $\epsilon = 2^{-23} \approx 1.19209 \times 10^{-7}$
- IEEE 754 Double precision : $\epsilon = 2^{-52} \approx 2.22045 \times 10^{-16}$

ULP : Units at the Last Place

- ULP(최하위 단위)는 연속된 부동 소수점 숫자 사이의 간격을 의미
- 수치 계산의 정확도를 측정하는데 사용됨
 - 두 개의 부동소수점 값을 정수 타입으로 해석했을 때 두 정수값이 얼마나 떨어져 있는지(두 정수 값의 차)를 의미함
 - 부동소수점 사이의 ULP를 구하면 두 값이 얼마나 유사한지 판단 가능
 - ULP가 작을수록 유사함
- 예시
 - $\beta = 10, p = 3$
 - $\pi = 3.1415926... \rightarrow x = 3.14 \times 10^0$
 - $ULP(3, 0) = 10^{-2} = 0.01$

Machine Epsilon과 ULP의 관계

- $\varepsilon = \text{ULP}(p, 0)$
- $\text{ULP}x = \varepsilon * \beta^{e(x)}$