파이썬으로 배우는 기초 통계

확률

/* elice */

목차

사건과 확률의 개념

모집단과 표본

정보를 얻고자 하는 **관심 대상**의 **전체집합**

모집단을 **통째로** 조사하는 것은 어렵다

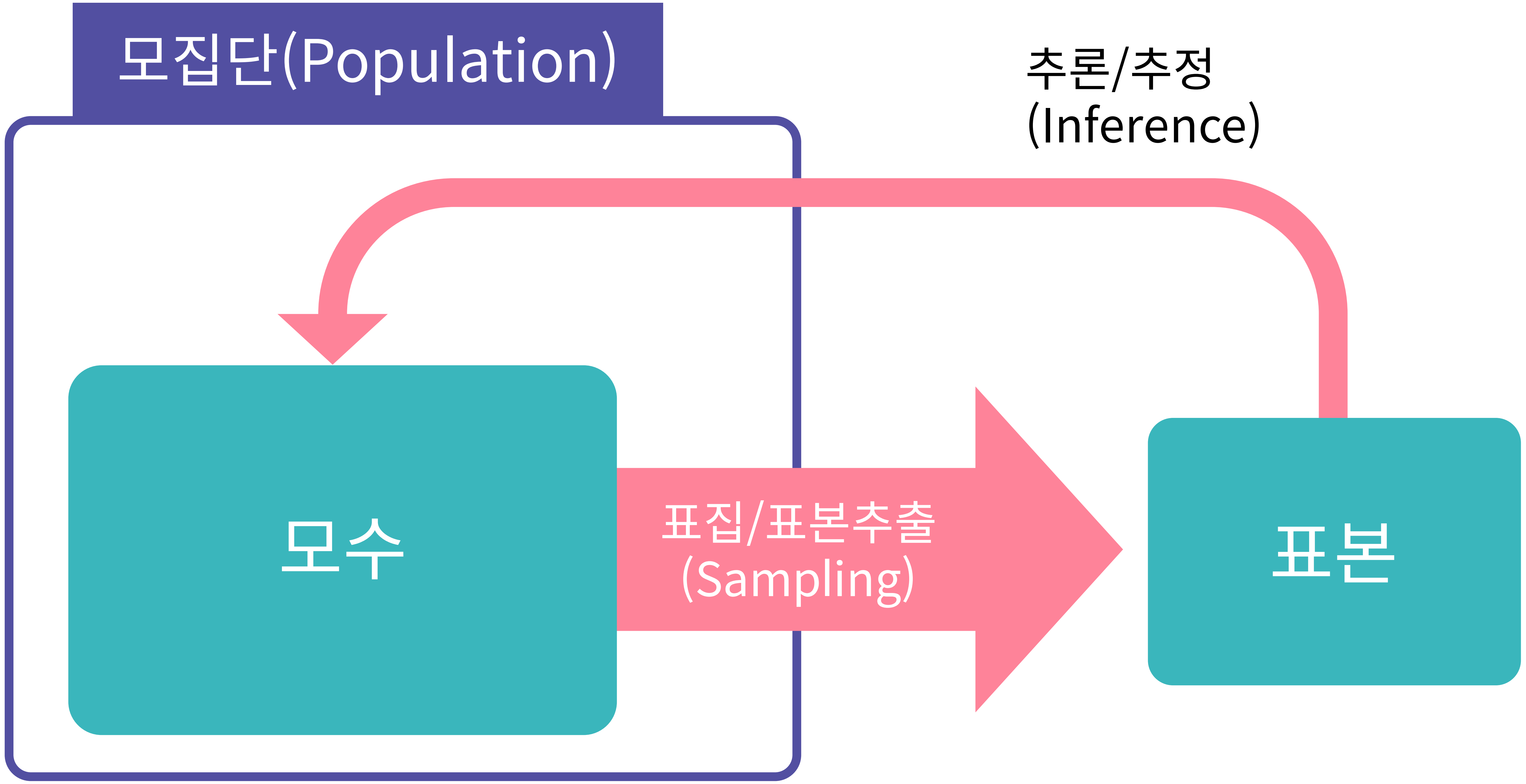
모집단의 일부를 **표본**으로 추출

표본으로 모집단의 정보를 **추론**함

모집단과 표본

모집단(Population)	조사의 관심이 되는 전체 집단
표본(Sample)	모집단에서 일부를 표집(샘플링)하여 실제 조사한 대상
모수(Parameter)	모집단으로부터 계산된 모든 값, 미지의 수
통계량(Statics)	표본으로부터 계산된 모든 값, 모수를 추정

모집단과 표본



모집단과 표본

표본 조사의 대표적 예시 : **출구조사**

전체 **유권자**(모집단) 중 **임의**로 선택한
출구조사 **대상자**(표본)

출구조사 결과와 실제 선거 결과가 **거의 비슷함**

확률

여러 가능한 결과 중 하나 또는 일부가 일어날 가능성

0과 1 사이의 값으로 정의

동전을 던졌을 때
앞면이 나올 가능성

=

동전을 던졌을 때
앞면이 나올 확률 0.5

확률의 용어

실험(Experiment) 또는 시행(Trial)	여러 가능한 결과 중 하나가 일어나도록 하는 행위
표본공간 (Sample Space)	실험에서 나타날 수 있는 모든 결과들을 모아둔 집합 (Ω or S)
사건 (Event)	표본공간의 일부분(부분집합) 사건 A 가 일어날 확률: P(A) 또는 Pr(A)

예) 동전을 던지는 실험

앞면 : H, 뒷면 : T , 표본 공간 $\Omega = \{H, T\}$으로 표시

앞면이 나오는 사건은 $A = \{H\}$이므로 P(A) = 0.5 = 1/2

확률의 용어

추출 방법

복원추출

모든 시행에서
똑같은 상황으로 시행하는 방법

예) 주머니에서 공을 꺼내 확인
한 후, 다시 넣고 다음 공 꺼내기

비복원 추출

앞의 시행이 다음 시행에
영향을 주는 방법

예) 주머니에서 공을 꺼내 확인
한 후, 다시 넣지 않고
다음 공 꺼내기

확률의 중요 구성요소

표본공간(Ω)

실험에서 나타낼 수 있는
모든 결과를 나열한 집합

사건(A)

모든 결과들 중 일부분,
표본공간의 부분집합

확률(P)

모든 결과 중,
사건이 발생하는 가능성을 0과
1사이의 값으로 정의

$$\mathrm{P}(A) = \frac{\text{사건}(A)\text{의 원소의 수}}{\text{표본공간}(\Omega)\text{의 원소의 수}}$$

경우의 수

표본공간에서 사건 A가 발생할 확률

$$\mathrm{P(A)} = \frac{A\text{에 속하는 결과의 수}}{\text{총 가능한 결과의 수}}$$

사건 A의 확률을 정의하기 위해 A에 속하는 **결과의 수** 파악 필요

사건의 원소의 개수(사건에 속하는 결과의 수)
=1회 시행에서 일어날 수 있는 사건의 가짓수
= 사건의 경우의 수

사건의 기본적인 연산

A의 여사건

- 사건 A에 포함되지 않은 사건들의 집합
- A^c로 표시

A와 B의 합사건

- 사건 A 혹은 B에 포함되는 사건들의 집합
- $A \cup B$로 표시

A의 B의 곱사건

- 사건 A 와 B에 동시에 포함되는 사건들의 집합
- $A \cap B$로 표시

배반사건

- 동시에 일어날 수 없는 두 사건
- $A \cap B = 0$인 두 사건

경우의 수의 계산

합의 법칙

- 두 사건 A와 B 가 일어나는 경우의 수가 각각 m과 n
- 두 사건 A와 B가 동시에 일어나지 않음
- 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수는 m+n

곱의 법칙

- 두 사건 A와 B가 일어나는 경우의 수가 각각 m과 n
- 두 사건 A와 B가 동시에 또는 잇달아 일어남
- 이때 경우의 수는 m×n

모집단과 표본

3벌의 셔츠와 2벌의 바지로

옷을 입을 수 있는 경우의 수는?

→ 상의와 하의는 **같이** 입으므로 **곱의 법칙**

3 * 2 = 6개의 경우의 수

모집단과 표본

3벌의 바지와 2벌의 치마로

하의를 입을 수 있는 경우의 수는?

→ 서로 다른 하의는 **같이** 입을 수 없으므로 **합의 법칙**

3 + 2 = 5개의 경우의 수

팩토리얼(!)

```python
def fac(n):
    if n == 0:
        return 1
    if n == 1 :
        return 1
    else:
        return n * fac(n-1)

# If 문을 활용하여 n 이 0혹은 1
인 경우, 1을 반환하며 그 외의
경우는 n * (n-1)!를 반환
```

팩토리얼의 정의

1부터 어떤 양의 정수 n까지의 정수를 모두 곱한 것

0! = 1
1! = 1
n! = n * (n-1)!

ex) 4명의 학생을 순서대로 세우는 경우의 수는 4!

공리

증명을 필요로 하지 않거나 증명할 수 없지만

직관적으로 자명한 진리의 명제인 동시에

다른 명제들의 **전제**가 되는 명제

확률의 공리

모든 사건 A에 대하여 $0 \leq P(A) \leq 1$

어떤 확률도 0보다 작거나 1보다 클 수 없음

표본공간 Ω 에 대하여 $P(\Omega) = 1$

전체 표본공간, 즉 모든 확률의 합은 1임

사건 $A_1, A_2, \ldots$ 이 서로 배반사건일 때

$$P(\cup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

각 사건들의 교집합은 공집합이므로 서로 배반인 사건들이 일어날 전체 확률은 각각의 확률을 더한 것과 같음

확률의 정리

1.
사건 A의 여집합 A^c 에 대해 $P(A^c) = 1 - P(A)$

2.
임의의 두 사건 A와 B에 대하여 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

3.
$A \subset B$ 일 때 $P(A) \leq P(B)$