

Beispiel Kleisli Kategorie

Richard Stewing

07.08.2018

1 Definition Kleisli

Sei \mathcal{C} eine Kategorie und $M = (T, \mu, \eta)$ eine Monade. Mit $T : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$ als Endofunktor und $\mu : T(T(A)) \rightarrow T(A)$ und $\eta : A \rightarrow T(A)$ die Monoid-Operationen. Dann ist die Kleisli-Kategorie \mathcal{C}_M definiert mit:

- $Obj(\mathcal{C}_M) = Obj(\mathcal{C}_M)$
- $Mor_{\mathcal{C}_M}(X, Y) = Mor_{\mathcal{C}}(X, T(Y))$

und

- $id_A = \eta_A$
- $f \circ_{\mathcal{C}_M} g = \mu \circ_{\mathcal{C}} T(f) \circ_{\mathcal{C}} g$

2 Beispiel mit der Listen-Monad $_*$

- Sei A eine Menge, A^* ist die Menge aller Wörter über A
- Sei $f : A \rightarrow B$, dann ist $f^*([a_0, \dots]) = [f(a_0), \dots] \in B^*$ (wie das Haskell *map*)
- $\eta : A \rightarrow A^*, \eta(a) = [a]$
- $\mu : A^{**} \rightarrow A^*, \mu = concat$