

Dijkstra Algorithm

For single source shortest paths

소프트웨어학부

20170294 박해영

< 목 차 >

1. 목표	-----	3p
2. Problem & Input/Output	-----	3p
3. 구현 Language & 사용 Tool	-----	3p
4. 교재의 입력 데이터 테스트	-----	4p
5. 자작 입력 데이터 생성 & 알고리즘 과정 손계산	-----	5p
6. 자작 입력 데이터 테스트	-----	7p

1. 목표

탐욕적인 방법(greedy algorithm)을 사용하여 단일출발점 최단경로 문제(single-source shortest paths problem)라고 부르는 문제를 푸는 알고리즘을 개발해보고자 한다. 이는 가중치포함 방향그래프에서 정점 v_1 에서 다른 모든 마디로 가는 최단경로를 구하는 방법으로 다익스트라 알고리즘(Dijkstra Algorithm)이라고 불리운다. 이 알고리즘의 의사코드(pseudo code)의 흐름을 파악하고 실제로 구현해 봄으로써 이해해보고자 한다.

2. Problem & Input / Output

* **Problem** : 가중치포함 방향그래프에서 v_1 에서 다른 모든 마디로 가는 최단경로를 구하시오.

* **Input** : 마디가 n 개 있는 연결된 가중치포함 방향그래프 W , 행과 열의 인덱스는 $W[1-n]$,

(W 배열에는 이음선상의 가중치가 입력된다.)

* **Output** : 최단경로 상에 놓여있는 이음선의 집합 F

3. 구현 Language & 사용 Tool

* **구현 언어** : C ++ language

* **사용 Tool** : Visual Studio 2015

4. 교재의 입력 데이터 테스트

1) Ex4.8

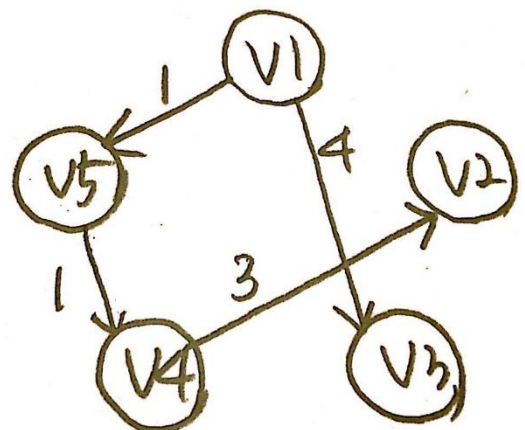
```
Input Number of Vertices : 5
Input Format : StartVertex EndVertex and Weight
Finish Input : 0 0 0
Input : 1 5 1
Input : 1 4 6
Input : 1 3 4
Input : 1 2 7
Input : 3 2 2
Input : 3 4 5
Input : 4 2 3
Input : 5 4 1
Input : 0 0 0

< W array >

0 0 0 0 0 0
0 0 7 4 6 1
0 INF 0 INF INF INF
0 INF 2 0 5 INF
0 INF 3 INF 0 INF
0 INF INF INF 1 0

< Single-Source Shortest Paths >

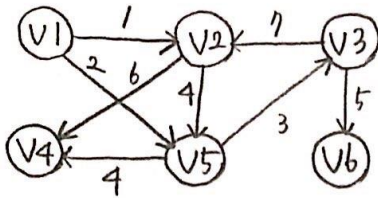
<1> ( v1, v5 ), weight = 1
<2> ( v5, v4 ), weight = 1
<3> ( v1, v3 ), weight = 4
<4> ( v4, v2 ), weight = 3
```



5. 자작 입력 데이터 생성 & 알고리즘의 과정 손계산

자작데이터 생성.

정점 갯수 = 6, 이음변 갯수 = 8.



$(V1 \rightarrow V2): 1$, $(V1 \rightarrow V5): 2$

$(V2 \rightarrow V5): 4$, $(V3 \rightarrow V2): 7$, $(V2 \rightarrow V4): 6$

$(V3 \rightarrow V6): 5$, $(V5 \rightarrow V3): 3$, $(V5 \rightarrow V4): 4$

touch

	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1

length

1	∞	∞	2	∞	∞
---	----------	----------	---	----------	----------

$\min = \infty$; // 초기화 ①

$\text{length}[\bar{i}] \geq 0$ && $\text{length}[\bar{i}] \leq \min$

$\therefore \min = 1$, $v_{\text{near}} = 2$

집합 $F += \{(V1 \rightarrow V2): 1\}$

$1 + W[2][\bar{i}] < \text{length}[\bar{i}]$

$\bar{i} = 4$; $1 + 6 < \infty \Rightarrow \text{true}$

$\text{length}[4] = 1 + 6 = 7$

$\text{touch}[4] = 2$

$\bar{i} = 5$; $1 + 4 < 2$; false.

touch

	2	3	4	5	6
1	1	1	2	1	1

length

-1	∞	∞	7	2	∞
----	----------	----------	---	---	----------

$\min = \infty$; // 초기화 ②

$\text{length}[\bar{i}] \geq 0$ && $\text{length}[\bar{i}] \leq \min$

$\therefore \min = 2$, $v_{\text{near}} = 5$

집합 $F += \{(V1 \rightarrow V5): 2\}$

$2 + W[5][\bar{i}] < \text{length}[\bar{i}]$

$\bar{i} = 3$; $2 + 3 < \infty \Rightarrow \text{true}$

$\text{length}[3] = 2 + 3 = 5$

$\text{touch}[3] = 5$

$\bar{i} = 4$; $2 + 4 < 7 \Rightarrow \text{true}$

$\text{length}[4] = 2 + 4 = 6$

$\text{touch}[4] = 5$

touch

	2	3	4	5	6
1	5	5	1	1	1

length

-1	5	6	-1	∞	∞
----	---	---	----	----------	----------

$\min = \infty$; // 초기화 ③

$\text{length}[\bar{i}] \geq 0$ && $\text{length}[\bar{i}] \leq \min$

$\therefore \min = 5$, $v_{\text{near}} = 3$

집합 $F += \{(V5 \rightarrow V3): 3\}$

$5 + W[3][\bar{i}] < \text{length}[\bar{i}]$

$\bar{i} = 2$; $5 + 7 < -1 \Rightarrow \text{False}$

$\bar{i} = 6$; $5 + 5 < \infty \Rightarrow \text{true}$

$\text{length}[6] = 5 + 5 = 10$

$\text{touch}[6] = 3$

touch

	2	3	4	5	6
1	5	5	1	3	3

length

-1	-1	6	-1	10	10
----	----	---	----	----	----

$\min = \infty$; // 초기화 ④

$\text{length}[\bar{i}] \geq 0$ && $\text{length}[\bar{i}] \leq \min$

$\therefore \min = 6$, $v_{\text{near}} = 4$

집합 $F += \{ (v_5 \rightarrow v_4) : 4 \}$

$$6 + w[4][i] < \text{length}[i]$$

\Rightarrow 출발점이 v_4 인 이음선 X

touch	2	3	4	5	6
	1	5	5	1	3

length	-1	-1	-1	-1	10
--------	----	----	----	----	----

$\bar{min} = \infty$; // 초기화 ⑤

$$\text{length}[i] \geq 0 \quad \&\& \quad \text{length}[i] \leq \bar{min}$$

$\therefore \bar{min} = 10$, $v_{near} = 6$

집합 $F += \{ (v_3 \rightarrow v_6) : 5 \}$

$$-1 + w[6][i] < \text{length}[i]$$

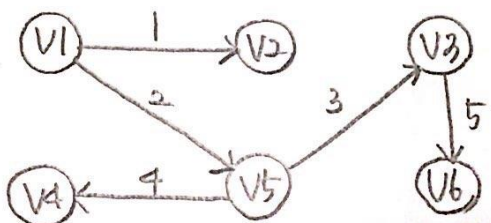
\Rightarrow 출발점이 v_6 인 이음선 X

touch	2	3	4	5	6
	1	5	5	1	3

length	-1	-1	-1	-1	-1
--------	----	----	----	----	----

repeat ; 총 5번. ($N-1=5$).

< Single-source Shortest paths >



6. 자작 입력 데이터 테스트

```
Input Number of Vertices : 6
Input Format : StartVertex EndVertex and Weight
Finish Input : 0 0 0
Input : 1 2 1
Input : 1 5 2
Input : 2 5 4
Input : 3 2 7
Input : 2 4 6
Input : 3 6 5
Input : 5 3 3
Input : 5 4 4
Input : 0 0 0

< W array >

0 0 0 0 0 0 0
0 0 1 INF INF 2 INF
0 INF 0 INF 6 4 INF
0 INF 7 0 INF INF 5
0 INF INF INF 0 INF INF
0 INF INF 3 4 0 INF
0 INF INF INF INF INF 0

< Single-Source Shortest Paths >

<1> ( v1, v2 ), weight = 1
<2> ( v1, v5 ), weight = 2
<3> ( v5, v3 ), weight = 3
<4> ( v5, v4 ), weight = 4
<5> ( v3, v6 ), weight = 5
```