

M-Coloring Problem

With Backtracking algorithm

소프트웨어학부
20170294 박해영

< 목 차 >

1. 목표	-----	3p
2. Problem & Input/Output	-----	3p
3. 구현 Language & 사용 Tool	-----	3p
4. 교재의 입력 데이터 테스트	-----	4p
5. 자작 입력 데이터 생성 & 알고리즘 과정 손계산	-----	5p
6. 자작 입력 데이터 테스트	-----	7p

1. 목표

M-Coloring 문제는 비방향 그래프에서 서로 인접한 정점이 같은 색을 갖지 않도록 최대 m 개의 다른 색으로 칠하는 방법을 모두 찾는 문제이다. M-Coloring 문제는 m 값이 다르면 다른 문제로 취급한다. 이 문제 또한 되추적 알고리즘을 사용하여 문제를 풀고자 하는데, 어떤 마디에서 색칠한 정점과 인접한 정점이 이미 그 마디에 사용된 색인 경우 그 마디는 유망하지 않기 때문이다. 이를 이용하여 M-Coloring 문제를 해결해보고자 한다.

2. Problem & Input / Output

- * **Problem** : 비방향 그래프에서 m 개의 색만 사용하여 인접한 정점이 같은 색이 되지 않게 정점을 칠할 수 있는 모든 방법을 구하시오.
- * **Input** : n 개의 정점을 가진 비방향 그래프, 인덱스 = $[1-n]$ 인 2차원 배열 W .
(이음선이 존재하면 True, 그렇지 않으면 false).
- * **Output** : 최대 m 개의 색을 가지고 인접한 정점이 같은 색이 되지 않게 그래프에 색칠하는 모든 경우

3. 구현 Language & 사용 Tool

- * **구현 언어** : C ++ language
- * **사용 Tool** : Visual Studio 2015

4. 교재의 입력 데이터 테스트

1) Ex5.10

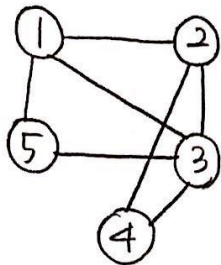
```
Input number of vertices :4
Input number of color : 3
If there is an edge on the graph, write down two vertices.
Input : two vertices ( finish Input : 0 0 )
Input : 1 2
Input : 2 3
Input : 3 4
Input : 4 1
Input : 1 3
Input : 0 0

< 3-coloring number of cases >

<1> 1 2 3 2
<2> 1 3 2 3
<3> 2 1 3 1
<4> 2 3 1 3
<5> 3 1 2 1
<6> 3 2 1 2
```

5. 자작 입력 데이터 생성 & 알고리즘의 과정 손계산

정점 개수 = 5, 색깔 개수 = 3



(1,2) (1,3)
(1,5) (2,3)
(2,4) (3,4)
(3,5)

$m_coloring(0)$

$promising(0) \rightarrow \bar{i} = 0$; true

$vcolor[1] = 1$

$m_coloring(1)$

$promising(1) \rightarrow \bar{i} = 1$; true

$vcolor[2] = 1$

$m_coloring(2) \rightarrow \bar{i} = 2$

$w[2][1] \ \&\& \ vcolor[2] == vcolor[1]$
 $\Rightarrow flag = false$;

$vcolor[2] = 2$

$m_coloring(2) \rightarrow \bar{i} = 2$

$w[2][1] \ \&\& \ vcolor[2] == vcolor[1]$
; false $\rightarrow flag = true$

$vcolor[3] = 1$

$m_coloring(3) \rightarrow \bar{i} = 3$

$w[3][1] \ \&\& \ vcolor[3] == vcolor[1]$
 $\Rightarrow flag = false$

$vcolor[3] = 2$

$m_coloring(3) \rightarrow \bar{i} = 3$

$w[3][1] \ \&\& \ vcolor[3] == vcolor[1]$
 $\rightarrow false$

$w[3][2] \ \&\& \ vcolor[3] == vcolor[2]$
 $\rightarrow true$; $flag = false$;

$vcolor[3] = 3$

$m_coloring(3) \rightarrow \bar{i} = 3$

$w[3][1] \ \&\& \ vcolor[3] == vcolor[1]$
 $\rightarrow false$

$w[3][2] \ \&\& \ vcolor[3] == vcolor[2]$
 $\rightarrow false \Rightarrow flag = true$;

$vcolor[4] = 1$

$m_coloring(4) \rightarrow \bar{i} = 4$

$w[4][1] \rightarrow false$

$w[4][2] \ \&\& \ vcolor[4] == vcolor[2]$
 $\rightarrow false$

$w[4][3] \ \&\& \ vcolor[4] == vcolor[3]$
 $\rightarrow false \Rightarrow flag = true$;

$vcolor[5] = 1$

$m_coloring(5) \rightarrow \bar{i} = 5$

$w[5][1] \ \&\& \ vcolor[5] == vcolor[1]$
 $\rightarrow true$; $flag = false$;

$vcolor[5] = 2$

$m_coloring(5) \rightarrow \bar{i} = 5$

$w[5][1] \ \&\& \ vcolor[5] == vcolor[1]$
 $\rightarrow false$

$w[5][2] \rightarrow false$

$W[5][3] \&\& vcolor[5] == vcolor[3]$
 $\rightarrow \text{false}$

$W[5][4] \rightarrow \text{false} \Rightarrow \text{flag} = \text{true}$

정답: 1 2 3 1 2

$vcolor[5] = 3$

$m\text{-coloring}(5) \rightarrow i = 5$

$W[5][1] \&\& vcolor[5] == vcolor[1]$
 $\rightarrow \text{false}$

$W[5][2] \rightarrow \text{false}$

$W[5][3] \&\& vcolor[5] == vcolor[3]$
 $\rightarrow \text{true} \quad ; \text{flag} = \text{false}$

$vcolor[4] = 2, 3 \rightarrow \text{안된다}$

정답 2 ($= vcolor[2] = 2$),

정답 3 ($= vcolor[3] = 3$) 라 안정해 있다.

$vcolor[2] = 3$

$m\text{-coloring}(2) \rightarrow i = 2$

$W[2][1] \&\& vcolor[2] == vcolor[1]$
 $\rightarrow \text{false} \Rightarrow \text{flag} = \text{true}$

$vcolor[3] = 1$

$m\text{-coloring}(3) \rightarrow i = 3$

$W[3][1] \&\& vcolor[3] == vcolor[1]$
 $\rightarrow \text{true} \quad ; \text{flag} = \text{false}$

$vcolor[3] = 2$

$m\text{-coloring}(3) \rightarrow i = 3$

$W[3][1] \&\& vcolor[3] == vcolor[1]$
 $\rightarrow \text{false}$

$W[3][2] \&\& vcolor[3] == vcolor[2]$
 $\rightarrow \text{false} \quad ; \text{flag} = \text{true}$

$vcolor[4] = 1$

$m\text{-coloring}(4) \rightarrow i = 4$

$W[4][1] \rightarrow \text{false}$

$W[4][2] \&\& vcolor[4] == vcolor[2]$
 $\rightarrow \text{false}$

$W[4][3] \&\& vcolor[4] == vcolor[3]$
 $\rightarrow \text{false} \quad ; \text{flag} = \text{true}$

$vcolor[5] = 1$

$m\text{-coloring}(5) \rightarrow i = 5$

$W[5][1] \&\& vcolor[5] == vcolor[1]$
 $\rightarrow \text{true} \quad ; \text{flag} = \text{false}$

$vcolor[5] = 2$

$m\text{-coloring}(5) \rightarrow i = 5$

$W[5][1] \&\& vcolor[5] == vcolor[1]$
 $\rightarrow \text{false}$

$W[5][2] \rightarrow \text{false}$

$W[5][3] \&\& vcolor[5] == vcolor[3]$
 $\rightarrow \text{true} \quad ; \text{flag} = \text{false}$

$vcolor[5] = 3$

$m\text{-coloring}(5) \rightarrow i = 5$

$W[5][1] \&\& vcolor[5] == vcolor[1]$
 $\rightarrow \text{false}$

$W[5][2] \rightarrow \text{false}$

$w[5][3] \neq vcolor[5] == vcolor[3]$

→ false

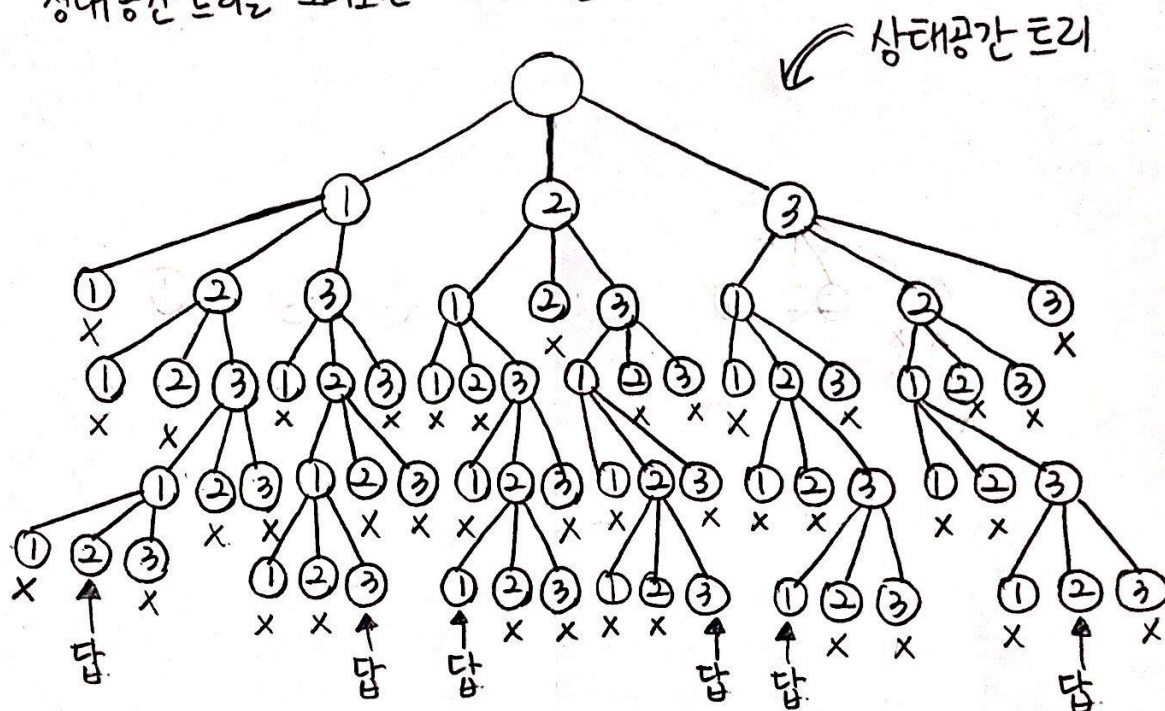
$w[5][4] \rightarrow false \Rightarrow flag = true$

출력: 1 3 2 1 3.

* 위와 같은 반복 수행

promising 함수를 이용하여 유망한 노드를

파악하여 상태공간 트리를 그려보면 아래와 같다.



* 총 6가지의 경우의 수가 나온다.

① 1 2 3 1 2

② 1 3 2 1 3

③ 2 1 3 2 1

④ 2 3 1 2 3

⑤ 3 1 2 3 1

⑥ 3 2 1 3 2

* 총 66개의 노드에 대하여

유망한지에 대해 판단하여야 하기

때문에 시간이 오래 걸린다.

6. 자작 입력 데이터 테스트

```
Input number of vertices :5
Input number of color : 3
If there is an edge on the graph, write down two vertices.
Input : two vertices ( finish Input : 0 0 )
Input : 1 2
Input : 2 3
Input : 3 1
Input : 3 5
Input : 3 4
Input : 1 5
Input : 2 4
Input : 0 0

< 3-coloring number of cases >

<1> 1 2 3 1 2
<2> 1 3 2 1 3
<3> 2 1 3 2 1
<4> 2 3 1 2 3
<5> 3 1 2 3 1
<6> 3 2 1 3 2
```