

医学統計学演習：資料 8

芳賀昭弘 *

1 復習

1. 生後 2 ヶ月の幼児の 1 日のミルクの飲む量は平均 150mL であることが知られている。ある幼児のミルクの飲む量 (mL) を 1 週間調べたところ、
120, 190, 170, 180, 150, 170, 160
であった。有意水準を 5% として、この幼児のミルクの飲む量が平均から有意にずれていないか検定せよ。
2. 過去のデータから、あるテストの平均値は 50 の正規分布に従うことがわかっている。今回 10 名でそのテストを実施したところ、平均値が 65、標本標準偏差が 10 であった。この 10 名は、過去の人たちと同じ母集団からの無作為標本と考えてもよいか？
3. 10 名の高齢者に対し通常歩行速度のアンケートを実施し、実際の 5 分間の歩行距離の測定を実施したところ次のようになった；
通常歩行速度: 1.2, 1.0, 1.1, 1.0, 0.4, 0.8, 1.2, 1.0, 1.5, 0.9
5 分間歩行距離: 500, 300, 400, 280, 280, 290, 300, 350, 340, 290
アンケートの結果と実際の歩行距離に相関があると言えるでしょうか。相関係数とその相関係数に対する p 値を算出して検討せよ。

本日は正規分布でも t 分布でもない分布における検定の例を行います。「好きか嫌いか」などのような 2 つもしくはそれ以上の質的変数が独立かどうかを調べるために利用する χ^2 検定 (カイ二乗検定) と理論における頻度が実測頻度と一致しているかどうかを調べるための χ^2 検定です。

2 独立性を調べる χ^2 検定

好きか嫌いか、などのような 2 つもしくはそれ以上の質的変数が独立かどうかを調べるために利用する検定。

例題 3：治療 A と治療 B の効果を調べたところ、次のような結果が得られた。

治療 A と治療 B に差があると言えるか？

* Electronic address: haga@tokushima-u.ac.jp

	治療 A	治療 B	計
有効 (P)	10	26	36
無効 (N)	10	14	24
計	20	40	60

(手順)

帰無仮説 H_0 : 治療 A と治療 B は独立、すなわち差がない (対立仮説 H_1 : 治療 A と治療 B に関連あり、すなわち差がある)

検定統計量: χ^2 値。 $\chi^2 = \sum_i (O_i - E_i)^2 / E_i$ で、 O_i は観測値、 E_i は期待値。自由度は 1。

有意水準: 片側 5% とする

なお、期待値は次のようになる:

	治療 A	治療 B	計
有効 (P)	$36 * 20 / 60 = 12$	$36 * 40 / 60 = 24$	36
無効 (N)	$24 * 20 / 60 = 8$	$24 * 40 / 60 = 16$	24
計	20	40	60

$$\chi^2 = (10 - 12)^2 / 12 + (26 - 24)^2 / 24 + (10 - 8)^2 / 8 + (14 - 16)^2 / 16 = 1.25$$

```
> pchisq(1.25,1, lower.tail=FALSE)
```

p 値が _____ であるので、統計検定量は有意水準 _____ であり、帰無仮説は _____。

χ^2 の検定にも、chisq.test 関数が用意されている:

```
> cross <- matrix(c(10,10,26,14),2,2)
> rownames(cross) <- c("P","N")
> colnames(cross) <- c("A","B")
> cross
> chisq.test(cross,correct=FALSE)
```

上と同じ結果が与えられていることを確認できたでしょうか? なお、上と同じ結果を得る目的でここでは correct=FALSE というオプションを入れています。このオプションを外した結果も出してみましょう。実はこちらの方がより正確です。というのも、 χ^2 分布は連続分布なので、実際のデータが頻度なので整数ですが、これを連続性に近似するための補正を加えているからです。また、分割表に対する独立性の検定に関しては、フィッシャーの直接確率検定というものもあります。フィッシャーの直接確率検定は、分割表が得られる場合の数を全て計算して得られる結果であるため、 χ^2 検定よりも正確ということも覚えておきましょう。

```
> fisher.test(cross)
```

とするとフィッシャーの直接確率検定が行われます。 χ^2 検定との比較を行ってみてください。

問: 陽性的中率 $p(\text{治療} = A | \text{奏功} = P)$ が

$$p(\text{奏功} = P | \text{治療} = A) p(\text{治療} = A) / p(\text{奏功} = P)$$

と一致していることを確認せよ。

3 適合性を調べる χ^2 検定

期待される度数と実測された度数が適合しているかどうかを調べるために利用する検定。

例題 4：メンデルは 556 個のえんどう豆を標本にとって、その色と形を同時に調べて次の結果を得た。

円形の黄色のえんどう豆	315
円形の緑色のえんどう豆	108
尖った黄色のえんどう豆	101
尖った緑色のえんどう豆	32

この割合がメンデルの法則 9 : 3 : 3 : 1 に従っていると言えるでしょうか？

(手順)

帰無仮説 H_0 ：観測値はメンデルの法則に適合している（対立仮説 H_1 ：メンデルの法則に適合していない）

検定統計量： χ^2 値。 $\chi^2 = \sum_i (O_i - E_i)^2 / E_i$ で、 O_i は観測値、 E_i は期待値。自由度は 4-1=3。

有意水準：片側 5% とする

期待値は次の通りである。

円形の黄色のえんどう豆	$556 \times 9/16 = 312.75$
円形の緑色のえんどう豆	$556 \times 3/16 = 104.25$
尖った黄色のえんどう豆	$556 \times 3/16 = 104.25$
尖った緑色のえんどう豆	$556 \times 1/16 = 34.75$

$\chi^2 = (315 - 312.75)^2 / 312.75 + (108 - 104.25)^2 / 104.25 + (101 - 104.25)^2 / 104.25 + (32 - 34.75)^2 / 34.75 = 0.47$

```
> pchisq(0.47, 3, lower.tail=FALSE)
```

p 値が _____ であるので、統計検定量は有意水準 _____ であり、帰無仮説は _____。

適合性の検定にも、chisq.test 関数ができる：

```
> data = c(315,108,101,32)
> prob = c(9/16,3/16,3/16,1/16)
> chisq.test(data,p=prob)
```

4 用語についての補足

第 1 種の誤り（過誤）… 帰無仮説が実際には真であるのに棄却してしまう過誤（偽陽性）

第 2 種の誤り（過誤）… 対立仮説が実際には真であるのに帰無仮説を採用してしまう過誤（偽陰性）

有意水準… 片側（上側 or 下側）、両側以上の検定量が発生する確率（パーセント）のことで、5% や 1% がよく使われる（物理学の世界では 3σ ($\sim 0.13\%$) で Evidence レベル、 5σ ($\sim 0.00003\%$) で Discovery レベル、数学の世界では証明されなければ、どんなに確率が低い事象があったとしても無意味と言われているように、分野によって有意水準の値や考え方は異なる）。

p 値… 統計的仮説検定において、帰無仮説の元で検定統計量がその値となる確率（上の有意水準における 5% や 1%）のこと。 p 値が小さいほど、検定統計量がその値となることはあまり起こりえないことを意味する。

5 演習

1. 例題 3 で症例数を x 倍したが、同じ割合の効果であった。治療 A と治療 B に差が出る x を求めてくだ

	治療 A	治療 B	計
有効 (P)	$10x$	$26x$	$36x$
無効 (N)	$10x$	$14x$	$24x$
計	$20x$	$40x$	$60x$

さい（症例数を x 倍すると、差が出てしまいます！）

2. ある理論によると、放射線のカウントが 10,20,20,33,20,30,25,25,15,33 となるが、実際には 14,21,25,31,23,27,26,27,29,29 であった。この理論は実験で観測された放射線のカウントを予測できていると言えるでしょうか？