

医学統計学演習：資料 13

芳賀昭弘 *

1 復習：パラメトリック検定 (t 検定)

例題:正規分布に従うある血液に関する量的データがある。3名の患者に対して治療前のその血液データの値が (0.1,0.3,0.3) であった。治療後、対応する患者の値が (1.1,0.7,0.6) となった。治療前後のデータに差があるかどうか検定せよ。

出来ましたか？

これまでの検定では、母集団の平均や分散などを使って統計検定量が z 値や t 値になることを仮定して検定を行いました。このように母集団の分布がある特定の確率分布に従っていると仮定して検定を行うことを**パラメトリック検定**と呼び、他方、母集団の分布を特に仮定しない検定を**パラメトリック検定**と対比的に**ノンパラメトリック検定 (ノンパラ)**と呼びます。パラメトリック検定の場合、検定を行う時に満たさなければならない条件があることになります。例えば2群の平均値の差に対する t 検定では次の条件が満たされなければなりません。

1. 間隔データ、比率データのような量的データであること。
2. 2群とも母集団が正規分布に従っていること (正規性)。
3. 2群の母集団の分散が等しいこと (等分散性)。

このような仮定が成り立たないケースに出会うことが多々あるでしょう。本日はノンパラメトリック検定で求める方法を学びます。Rで簡単に使えるノンパラメトリック検定を利用するとともに、乱数を使ったノンパラメトリック検定も行ってみたいと思います。

2 よく使われるノンパラメトリック検定

2.1 ウィルコクソンの順位和検定 (マン・ホイットニーの U 検定)、ウィルコクソンの符号順位検定、Brunner-Munzel 検定

2群の差の検定において母集団が正規分布に従わないことがわかっている場合、 t 検定ではなくウィルコクソンの順位和検定を行います (2群の中央値の差の検定)。wilcox.test を使います。2群の平均値の差に関する t 検定は母集団の分布が正規分布であることを仮定していましたが、ウィルコクソンの順位和検定は母集団の正規分布性を仮定する必要がないため、より汎用性が高い検定法と言えます。なお、この検定は2群に対し等分散を仮定していますので、var.test を使って等分散であることを確認してから行いましょう。等分散ではない場合は Brunner-Munzel 検定を使うことができます。brunner.munzel.test を使います。

* Electronic address: haga@tokushima-u.ac.jp

対応あり；

```
> wilcox.test(classA,classB,exact=F,paired=T)
```

対応なし；

```
> wilcox.test(classA,classB,exact=F)
```

対応なしで非等分散；

```
> library(lawstat)
```

```
> brunner.munzel.test(classA,classB)
```

Brunner-Munzel 検定を使うために library(lawstat) を読み込んでいます。インストールされていなければ次でインストールしてください（この作業は使用する最初の 1 回だけで良い）。

```
install.packages("lawstat")
```

例題：次の表は、2 種類の気温に保った温室で、あるガの幼虫を 7 匹ずつ使ってマユを形成してから成虫へ羽化するまでの生育日数を観測したデータである。この実験から 15 度と 20 度の気温の差が、ガの生育日数に影響を与えたと言って良いだろうか？

No.	15deg.	20deg.
1	37	28
2	35	26
3	32	25
4	36	22
5	34	23
6	33	24
7	31	27

```
> data_15deg = c(37,35,32,36,34,33,31)
```

```
> data_20deg = c(28,26,25,22,23,24,27)
```

```
> var.test(data_15deg,data_20deg)
```

```
> wilcox.test(data_15deg,data_20deg)
```

p 値が _____ であるので、統計検定量は有意水準 _____ であり、帰無仮説は _____

3 乱数を使ったノンパラメトリック検定

2×2 の分割表において治療 A と治療 B に対して効果に差があるかどうかを検定することをもう一度考えてみます。この検定に χ^2 分布が使えるのは、定義した $\chi^2 = \sum_i (O_i - E_i)^2 / E_i$ （ここで、 O_i は観測値、 E_i は期待値）が χ^2 分布の定義（ $\sum_i (x_i - \mu)^2 / \sigma^2$ （ここで μ は母集団の平均、 σ は母集団の標準偏差）で表すことができるからです（証明できますが、紙面の都合上これも省略します）。母集団の平均を標本の平均にすることで自由度は $n - 1$ （ここで n は標本数）となります。しかし、いつでも χ^2 検定でよいのかというそう

ではなく、 t 検定と同じく χ^2 検定を使うためにはデータ数が十分多い（特に分割表の各要素の期待値が最低 5 以上は欲しい）という条件を満たさなければなりません。この条件を満たさない場合には別のアプローチが必要です。2×2 の分割表を使った検定の場合、**フィッシャーの正確確率検定**というノンパラメトリック検定を用いることができます。この方法は、サンプルした総数 n を 2×2 の分割表に割り当てた場合の数を全て計算して、実際に得られた分割表の配位の再現確率を p 値として与える方法です。口で言うのは簡単ですが、ご存知のように場合の数を計算するには階乗の演算が必要で、計算を行うのはかなりしんどいです（100! で既に宇宙の総原子数を超えています！）。

練習 1: 次の分割表に対し、 χ^2 検定とフィッシャーの正確確率検定を実行せよ。

	治療 A	治療 B	計
有効 (P)	10	26	36
無効 (N)	10	14	24
計	20	40	60

さて、分割が 2×2 より大きかったり n が大きい場合のフィッシャーの正確確率検定は現代の計算機を持ってしても大変になる可能性があります。そのような場合、場合の数を全て計算することはやめて乱数を使ったサンプリングを十分繰り返して近似的に p 値を計算するという方法が考えられます。これは**ランダム・パーミュテーション検定 (Random Permutation Test)**と呼ばれています。このランダム・パーミュテーション検定は 2×2 の分割表の検定だけではなく、この節で考えてきた 2 群の差の検定にも使えます。例題 6 の問題を例に、2 群の差のノンパラメトリック検定としてのランダム・パーミュテーション検定を R で実装する方法について以下に紹介したいと思います。R のコンソール上で以下を入力してみてください。

```
> test = c(37,35,32,36,34,33,31,28,26,25,22,23,24,27)
> class = c(0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,1)
> test.diff = diff(by(test, class, mean))
> n = 10000
> examples = unlist(lapply(1:n, function(x)diff(by(test,sample(class, length(class), FALSE), mean))))
> (sum(abs(examples) > abs(test.diff)))/n
```

(上記の説明)

- 1 行目: 「test」にテスト結果を入れる。
- 2 行目: 「class」に「test」に対応するクラスを登録する。ここでは Class A を 0、Class B を 1 とした。
- 3 行目: 「test.diff」に diff 関数を使って Class A と Class B のテストの平均値の差を入れる。
- 4 行目: 「n」にランダム・パーミュテーションの繰り返し数を指定する（ここでは 1 万回繰り返す）。
- 5 行目: 「examples」に test を 2 つのグループにランダムに分けてそれぞれを平均した値の差を 1 万個登録。
- 6 行目: 「examples」のうち、絶対値が「test.diff」の絶対値より大きかった回数を繰り返し回数で割る。

最後に出力された値は、「テストの点数をランダムに 2 つに分けて平均の差をとってみたときに、実際に実現した Class A と Class B の平均値の差よりも大きくなる確率」であり、まさに p 値です。 t 検定では t 分布を仮定しましたが、ランダム・パーミュテーション検定では特定の分布は仮定せずにデータをそのまま使ったランダム・サンプリングを行うことによって実際の（数値的な）確率分布を作成し、その確率分布に対して実現値が起り得る確率を算出しています。このランダム・パーミュテーション検定はコンピュータの時代における代表的なノンパラメトリック検定法の一つであり、2 群の差や分割表の検定以外でも使えます。原理さえわかれば応用はいくらでもできるようになるでしょう。

練習 2: 上記のスク립トを完成せよ。

4 演習

クラス A とクラス B のテストの結果が以下の表の通りとなった。

クラス A	54	55	52	48	50	38	41	40	53	52
クラス B	67	63	50	60	61	60	43	58	36	39

1. t 検定を実施せよ。
2. マンホイットニーの U 検定を実施せよ。
3. ランダム・パーミュテーション検定を実施せよ。
4. 上記のそれぞれの検定法の特徴を述べよ。