MÉTODO GRÁFICO

Objetivo— Al finalizar esta actividad, el estudiante debe hacer estar en capacidad de aplicar el método simplex gráfico para resolver problemas simples de programación lineal y determinar si existe una solución óptima.

Tipo de actividad— Grupo de Trabajo.

Formato— Parejas.

Duración— 30 minutos.

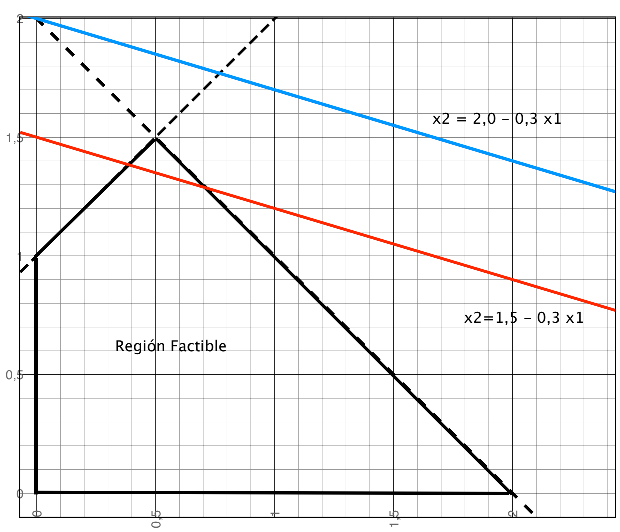
Descripción— La solución gráfica de un problema de programación lineal permite comprender los tipos de soluciones que se pueden obtener. Considere el siguiente problema:

Función objetivo:

$$\max\ z = 0{,}3\, x_1 + x_2$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{rrcl} x_1 & +x_2 & \leq & 2 \\ -x_1 & +x_2 & \leq & 1 \\ x_1 & & \geq & 0 \\ & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$



La gráfica anterior fue creada usando la utilidad grapher de OS X. Con el lenguaje R se procede de la siguiente manera:

Se despeja x_2 y se escribe la función correspondiente:

```
r1 <- function(x) return (2 - x)  # restricción 1
r2 <- function(x) return (1 + x)  # restricción 2
```

Se grafican las restricciones:

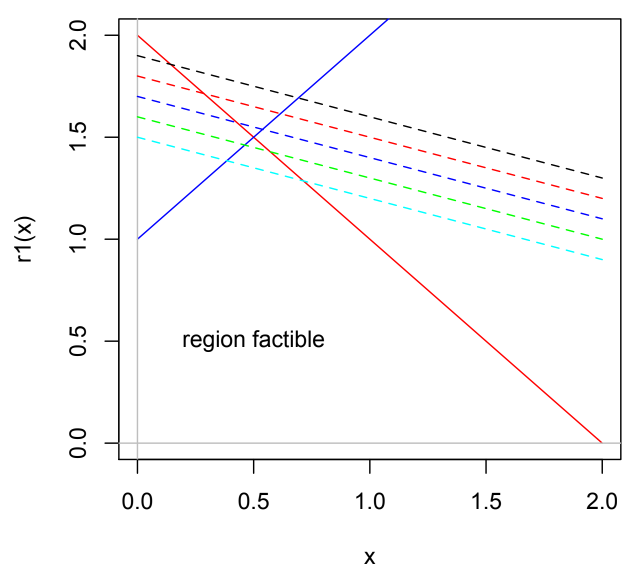
```
curve(expr = r1, from = 0, to = 2, col = 'red')
curve(expr = r2, from = 0, to = 2, col = 'blue',
  add = TRUE )
abline(h = 0, col = 'gray') # eje Y
abline(v = 0, col = 'gray') # eje X
text(x = 0.5, y = 0.5, 'region factible')
```

Para graficar la función objetivo, se suponen valores diferentes de z, se depeja x_2 y se grafica como en el caso anterior.

```
f1 <- function(x) return(1.9 - 0.3*x)
f2 <- function(x) return(1.8 - 0.3*x)
f3 <- function(x) return(1.7 - 0.3*x)
f4 <- function(x) return(1.6 - 0.3*x)
f5 <- function(x) return(1.5 - 0.3*x)

curve(expr = f1, from = 0, to = 2, col = 'black',
  lty = 2, add = TRUE )
curve(expr = f2, from = 0, to = 2, col = 'red',
  lty = 2, add = TRUE )
curve(expr = f3, from = 0, to = 2, col = 'blue',
  lty = 2, add = TRUE )
curve(expr = f4, from = 0, to = 2, col = 'green',
  lty = 2, add = TRUE )
curve(expr = f5, from = 0, to = 2, col = 'cyan',
  lty = 2, add = TRUE )
```

La gráfica resultante es la siguiente:



De acuerdo con la región definida por las restricciones y la posición de la función objetivo en el plano se pueden dar las siguientes situaciones:

- Región factible no acotada.
- Región factible vacía.
- Infinitas soluciones.
- Solución óptima única

JUAN DAVID VELÁSQUEZ HENAO, MSc, PhD
Profesor Titular
Departamento de Ciencias de la Computación y la Decisión
Facultad de Minas
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
jdvelasq@unal.edu.co
@jdvelasquezh
https://github.com/jdvelasq
https://goo.gl/prkjAq
https://goo.gl/vXH8jy

Cada uno de los problemas presentados a continuación deben ser resueltos usando el método gráfico. Use el lenguaje R para graficar la región factible.

Problema 1.

$$\max \quad z = 2x_1 + 3x_2$$

s/a:

$$\begin{array}{rrcl} x_1 & +2x_2 & \leq & 6 \\ 2x_1 & +x_2 & \leq & 8 \\ x_1 & & \geq & 8 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Problema 2.

$$\max \quad z = 3x_1 + 5x_2$$

s/a:

$$\begin{array}{rrcl} x_1 & & \geq & 5 \\ & x_2 & \leq & 10 \\ x_1 & +2x_2 & \geq & 10 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Problema 3.

$$\max \quad z = 40\,x_1 + 60\,x_2$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{rrcl} 2x_1 & +x_2 & \leq & 70 \\ x_1 & +x_2 & \leq & 40 \\ x_1 & +3x_2 & \leq & 90 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Problema 4.

$$\max \quad z = 3x_1 + 2x_2$$

s/a:

$$\begin{array}{rrcl} 6x_1 & +4x_2 & \leq & 24 \\ x_1 & & \leq & 3 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$