PROGRAMACIÓN DINÁMICA DUAL ESTOCÁSTICA

Objetivo— El estudiante, al finalizar el caso de estudio, debe ser explicar detalladamente los principios básicos de la metodología y su aplicación para la optimización de sistemas simples.

Tipo de actividad— Grupo de estudio.

Formato— Grupos de tres (3) personas.

Duración—30 min.

Descripción— A continuación se presenta una discusión detallada de los puntos en que difiere la programación dual estocástica de la determinística. Para ello, se usará el mismo ejemplo de la actividad anterior, pero considerando los caudales estocásticos.

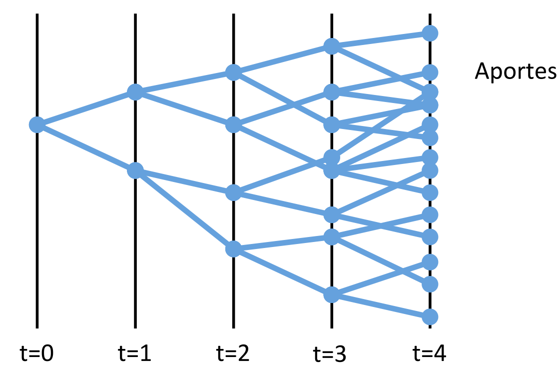
Planificación:	4 etapas.
Planta hidráulica:	Vol. máximo (V*) = 100, Caudal máx. turbinado (Q*) = 50, Factor conversión (ρ) = 1
	Aporte por etapa (A_i) = {21, 15, 12, 18} , Volumen inicial (Vo) = 75.
Planta térmica:	Generación máxima (G*) = 45, Costo combustible (CC) = 15.
Racionamiento:	Costo racionamiento (CR) = 1000 para todas las etapas.
Demanda:	50 para todas las etapas

Definición de variables:

V_p	Volumen al final de la etapa p.
Q_p	Caudal turbinado en la etapa p.
S_p	Volumen vertido en la etapa p.
GH_p	Generación hidráulica en la etapa p.
A_p	Aporte en la etapa p.
G_p	Generación térmica en la etapa p.
R_p	Energía racionada en la etapa p.
w_p	Función de costo inmediato para la etapa p.
α_p	Función de Costo Futuro para la etapa p.

A continuación se describe el algoritmo de programación dinámica dual estocástica desarrollado por Pereira y Pinto (1985).

En este caso se considera que los aportes son estocásticos y se tiene en cuenta su dinámica tal que periodos secos tienden a ser seguidos por periodos secos y periodos húmedos tienden a ser seguidos por periodos húmedos. Si se considera que hay dos aportes para el siguiente periodo dado el aporte del periodo actual, la evolución de los aportes puede ser representada por un árbol de probabilidades en el que los aportes son equiprobables.



En este caso hay 2 posibilidades para t = 1, 4 posibilidades para t=2, 8 para t=3 y 16 para t=4.

En el resto de este documento se usará A_p^j para representar el j-ésimo aporte de la etapa p. Así, los aportes considerados serán A_1^1, A_1^2, A_2^1, A_2^2, A_2^3, A_2^4, ..., A_4^{16}.

Paso 1. Se inicializan los límites inferior y superior de la función objetivo:

$$\underline{z} = 0 \leq z^* <= \overline{z} = +\infty$$

Paso 2. Fase forward. Se soluciona el modelo para cada etapa y para cada uno de los aportes hidrológicos de forma independiente tal como en el caso anterior usando el volumen final de la etapa anterior como entrada para el modelo de la etapa siguiente. Para la primera etapa esto equivale a resolver el modelo de optimización dos veces usando V_0 como el volumen inicial: la primera vez se soluciona considerando el aporte A_1^1 y la segunda considerando A_1^2.

JUAN DAVID VELÁSQUEZ HENAO, MSc, PhD
Profesor Titular
Departamento de Ciencias de la Computación y la Decisión
Facultad de Minas
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín

jdvelasq@unal.edu.co
@jdvelasquezh
https://github.com/jdvelasq
https://goo.gl/prkjAq
https://goo.gl/vXH8jy

Paso 3. Se actualiza el límite superior como el mínimo entre el límite superior actual y el valor esperado del costo inmediato de cada etapa. Si w_p^j representa el costo inmediato para la etapa p y el j-ésimo aporte, entonces el límite superior será:

$$\overline{z} = \min(+\infty; \frac{1}{2}(w_1^1 + w_1^2) + \frac{1}{4}(w_2^1 + w_2^2 + w_2^3 + w_2^4) + \cdots)$$

$$\underline{z} = 0 \leq z^* <= \overline{z}$$

Paso 4. Fase backward. Se soluciona secuencialmente el modelo de cada etapa para $p = 3, 2, 1$ incorporando en cada etapa el corte de Benders generado para la etapa siguiente, tal como ya se explicó en la actividad anterior.

Por ejemplo, para la primera etapa la nueva restricción es obtenida como:

$$w^* + \pi^* E(x^* - x) \leq \alpha$$

con:

$$w^* = \frac{1}{4}(w_2^1 + w_2^2 + w_3^2 + w_4^2)$$

$$\pi^* = \frac{1}{4}(\pi_2^1 + \pi_2^2 + \pi_3^2 + \pi_4^2)$$

Paso 5. Se actualiza el valor del límite inferior de la función objetivo.

$$\underline{z} = \max\left(\underline{z};\ w_1 + \alpha_1\right)$$

Paso 6. Ciclo forward. Se realiza un nuevo ciclo hacia delante con $p = 2, 3, 4$ tal como en el Paso 2, conservando las restricciones adicionadas en los ciclos backward anteriores.

El proceso se repite hasta que la diferencia entre los límites inferior y superior es inferior a un valor predeterminado.