

# FORMA ESTÁNDAR

**Objetivo**— Al finalizar esta actividad , el estudiante debe hacer estar en capacidad de transformar un problema a su forma estándar.

**Tipo de actividad**— Grupo de Trabajo.

**Formato**— Parejas.

**Duración**— 30 minutos.

**Descripción**— En la forma estándar todas las restricciones son transformadas a igualdades con los  $b_i \geq 0$ . Sea el modelo:

Función objetivo:

$$\min z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad \text{para } i = 1, \dots, m$$
$$x_j \geq 0, \quad \text{para } j = 1, \dots, n$$

Forma matricial:

$$\min z = cx \quad \text{s/a: } Ax = b, \quad x \geq 0$$

Transformación de un problema a la forma estándar.

Variables de holgura:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad \rightarrow \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + x_{n+i} = b_i$$
$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \quad \rightarrow \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - x_{n+i} = b_i$$

Variables sin restricción de signo:  $-\infty < x_k < \infty$

$$x_k = x'_k - x''_k, \quad x'_k \geq 0, \quad x''_k \geq 0$$

Ejemplo.

s/a:

$$\min z = x_1 + x_2$$

$$\begin{array}{rcl} 2x_1 + 3x_2 & \leq & 6 \\ x_1 + 7x_2 & \geq & 4 \\ x_1 + x_2 & = & 3 \end{array}$$

con:

$$x_1 \geq 0, \quad -\infty < x_2 < \infty$$

**Solución.** Se define  $x_2 = x_3 - x_4$ ,  $x_3 \geq 0$ ,  $x_4 \geq 0$  y se agregan las variables de holgura  $x_5 \geq 0$ ,  $x_6 \geq 0$ .

$$\begin{array}{rcl} \min & x_1 + x_3 - x_4 & \\ \text{s/a:} & 2x_1 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 & = 6 \\ & x_1 + 7x_3 - 7x_4 - x_6 & = 4 \\ & x_1 + x_3 - x_4 & = 3 \\ \text{con:} & x_1, x_3, x_4, x_5, x_6 & \geq 0 \end{array}$$

## PROBLEMAS

Transforme los siguientes problemas a la forma estándar.

Problema 1.

$$\begin{array}{rcl} \max z & = & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s/a:} & & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & & 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ & & x_1 \geq 8 \\ & & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Problema 2.

$$\begin{array}{rcl} \max z & = & 3x_1 + 5x_2 \\ \text{s/a:} & & x_1 \geq 5 \\ & & x_2 \leq 10 \\ & & x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ & & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Problema 3.

$$\begin{array}{rcl} \max z & = & 40x_1 + 60x_2 \\ \text{s/a:} & & 2x_1 + x_2 \leq 70 \\ & & x_1 + x_2 \leq 40 \\ & & x_1 + 3x_2 \leq 90 \\ & & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Problema 4.

$$\begin{array}{rcl} \max z & = & 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s/a:} & & 6x_1 + 4x_2 \leq 24 \\ & & x_1 \leq 3 \\ & & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$