統計学1及び演習/数理統計学	対象	2IS/3PH-2	学部研究科	理工学部	学科		学籍番号		評点
23年 1月25日 (火) 1回目			担当	富澤 貞男	学年		氏名		
60 分	注意事項	1.筆記用具以外持込不可 ②下記のみ参照・持込可 〔電卓持込可							

1 平均 μ と分散 σ^2 の正規母集団からの互いに独立な標本を $X_1, X_2, \cdots, X_n$ とする．このとき，自由度が n のカイ2乗分布に従う統計量 X を一つ作れ．また，自由度が $n-1$ の t 分布に従う統計量を一つ作れ．

t 分布 $\frac{1}{\sqrt{n}\cdot B(\frac{1}{2},\frac{n}{2})}$

$\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}(X_i-$

2 未知の平均 λ のポアソン分布 $Po(\lambda)$ からの互いに独立な標本を $X_1, X_2, \cdots, X_n$ とする．標本平均 $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ は λ の有効推定量であることを示せ．ここに，$Po(\lambda)$ の確率分布は

$$\Pr(X = x) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \cdots$$

である．

3 未知の平均 μ と未知の分散 σ^2 の正規母集団からの互いに独立な標本を $X_1, X_2, \cdots, X_n$ とする．このとき，μ と σ^2 の最尤推定量を求めよ．

$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}$

4 ある正規母集団の収縮期血圧の母標準偏差は 20mmHg である．その中の 30 名について収縮期血圧を測定したところ標本平均が 135mmHg となった．この母集団の収縮期血圧の平均を信頼係数 95% の信頼区間で推定せよ． なお，$\int_{1.96}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx = 0.025$ である．

$\sqrt{\sigma^2}$

[127.8, 142.2]

$\overline{X}$

$z_{0.025} = 1.96$

$1-\alpha = P(-z \leq \frac{\overline{X}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}$

5 未知の平均 μ と未知の分散 σ^2 の正規母集団からの互いに独立な標本を $X_1, X_2, \cdots, X_n$ とする．また標本分散を $S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$ とする．ここに，$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ である．推定量 $V = cS$ が母標準偏差 σ の不偏推定量であるとき，定数 c の値をガンマ関数を用いて表せ．

135 ± 1.96

$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1}\cdot e^{-x}\,dx$

$\frac{\Gamma(\alpha)}{e^{\beta}} = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1}\cdot e^{-\beta x}\,dx$

$E\left(\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})\right) = n-1$

$E\left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})\right] =$

$E\left[\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})\right] = \sigma^2(n-1)$ $-n\sigma^2+\sum_{i=1}^{n}(X_i$