MeV 質量のアクシオンに関する理論的研究

M2 岩井　喬也

共同研究者:　佐藤亮介(准教授)　山中拓夢(D1)

2025/2/25 理論物理学生セミナー

アウトライン

1. 強いCP問題とアクシオン
2. MeVアクシオンのモデル
3. EFTを用いた解析
4. まとめ

強いCP問題とアクシオン

標準模型におけるCPを破る源は２つ

1. 電弱理論から出てくる小林・益川位相δ

$$\delta \sim O(1)$$

（B中間子の崩壊から）

2.QCDから出てくるθ項

$$\theta \lesssim 10^{-10}$$

（中性子EDMから）

なぜこんなにも差があるのか？→ 強いCP問題

これを説明できるメカニズムがアクシオン！！！

強いCP問題とアクシオン

アクシオンは$U(1)_{PQ}$対称性の擬南部-ゴールドストーンボゾン

Peccei, Quinn (1977)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu a)^2 + \frac{g_s^2}{32\pi^2}\left(\theta + \frac{a}{f_a}\right) G_{\mu\nu a}\tilde{G}^{\mu\nu a}$$

ポテンシャルが最小の点

$$\theta + \frac{a}{f_a} = 0$$

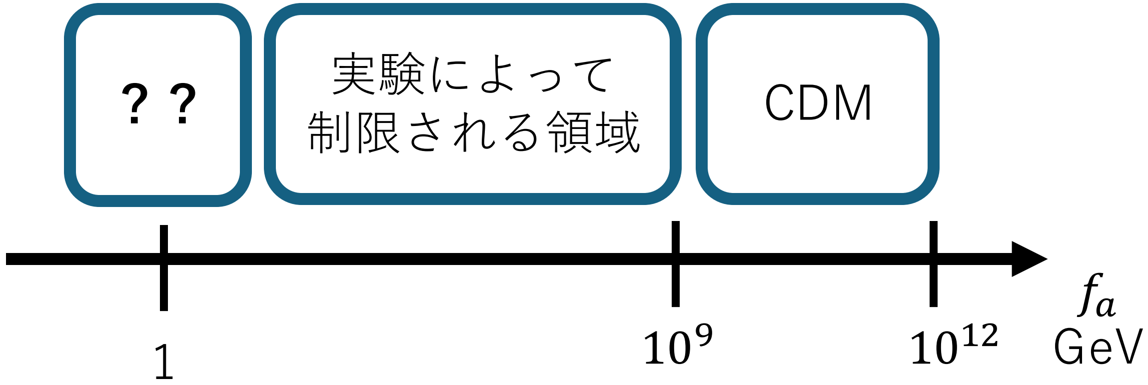
→ **強いCP問題が解決！！**

多くの研究では

$$10^9\ \mathrm{GeV} \leq f_a \leq 10^{12}\mathrm{GeV}$$

他に選択肢がないか？

→ $f_a \sim 1\mathrm{GeV}$



D. S. M. Alves et.al. JHEP 07, 092 (2018)

MeVアクシオンの模型

MeVアクシオンの模型を構築する上で厳しい制限がいくつかある

- 荷電K中間子の崩壊
- クォーコニウムの崩壊
- 荷電π中間子の崩壊
- ビームダンプ実験とダークフォトンの探索

荷電K中間子の崩壊からの制限

ビームダンプの実験 (E787 Collaboration)

$$\mathrm{Br}(K^+ \to \pi^+(a \to \mathrm{invisible})) \lesssim 4.5 \times 10^{-11}$$

アクシオンが光子だけと結合しているとアクシオンは長寿命になる

$$\mathrm{Br}(K^+ \to \pi^+(a \to e^+e^-)) \lesssim 10^{-6} - 10^{-5}$$

アクシオンが電子と結合しているとアクシオンが短寿命になり
ビームダンプの制限から逃れることができる

クォーコニウムの崩壊からの制限

重いクォークがPQ電荷をもつとする

(F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 1304)

$$\Gamma(J/\psi \to \gamma a) = \Gamma(J/\psi \to \mu^+\mu^-)\frac{Q_c^2\lambda_c^2}{2\pi\alpha}C_{J/\psi} \qquad C \sim \mathcal{O}(1)$$

$$\Gamma(\Upsilon \to \gamma a) = \Gamma(\Upsilon \to \mu^+\mu^-)\frac{Q_b\lambda_b^2}{2\pi\alpha}C_{\Upsilon} \qquad \lambda_q \sim \mathcal{O}\left(\frac{m_q}{f_a}\right)$$

実験で測られている制限

$$\mathrm{Br}(J/\psi \to \gamma(a \to e^+e^-)) \lesssim 10^{-3}$$

$f_a \sim 1\mathrm{GeV}$ 制限を満たそうとするとPQ電荷は非常に小さくなる

➡ 軽い第一世代のクォークのみがアクシオンと結合する

荷電パイ中間子の崩壊からの制限

$$\Gamma(\pi^+ \to e^+\nu_e a) = \frac{\cos\theta_c{}^2}{384\pi^3} G_F^2 m_\pi^5 \theta_{a\pi}^2$$

混合角の理論的な予想 $\theta_{a\pi} \sim \mathcal{O}\left(\frac{f_\pi}{f_a}\right) \sim (0.5-10)\times 10^{-2}$ 二桁小さい！

実験で測られている混合角の上限 $\theta_{a\pi} \lesssim (0.5-0.7)\times 10^{-4}$

SINDRUM collaboration, Phys. Lett. B 175 (1986) 101

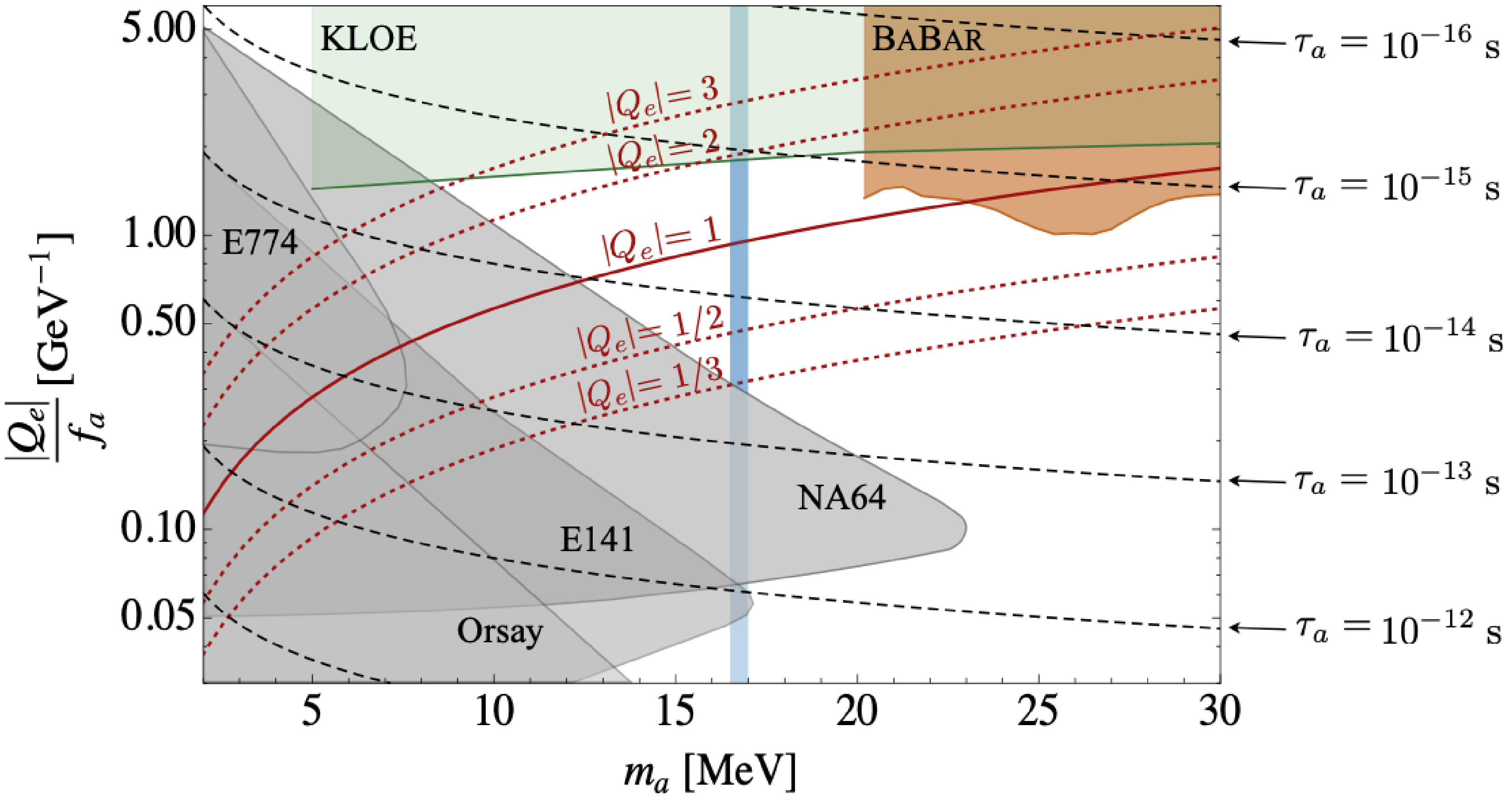
カイラルラグランジアンを用いた計算

$$\theta_{a\pi} \approx -\frac{(Q_u m_u - Q_d m_d)}{(m_u + m_d)}\frac{f_\pi}{f_a}$$

$$\frac{m_u}{m_d} = 0.462 \pm 0.020$$ (PDG 2024)

$\frac{Q_u}{Q_d} = 2$ であれば小さな値 $\theta_{a\pi} \approx \frac{4Q_d}{3}\frac{f_\pi}{f_a}\left(\frac{1}{2} - \frac{m_u}{m_d}\right) \approx 0$

電子のPQ電荷



From talk by D. S. M. Alves (2020)

PQ電荷が小さいとアクシオンが長寿命→ビームダンプ実験から制限

PQ電荷が大きいとダークフォトンの実験 $e^+e^- \to \gamma\,(A' \to e^+e^-)$ から制限

UVのモデル

$f_a \sim$ 1 GeVだとGeVスケールでUVの理論が現れる

$$\mathcal{L} \supset -y_u \Phi_u u_L u_R^c - y_d \Phi_d d_L d_R^c - y_e \Phi e_L e_R^c + h.c. - V(\Phi_u, \Phi_d, \Phi)$$

PQ対称性が破れると第一世代のフェルミオンが質量を持つ

$$\langle \Phi_u \rangle = \frac{f_u}{\sqrt{2}} = \frac{m_u}{y_u} \qquad \langle \Phi_d \rangle = \frac{f_d}{\sqrt{2}} = \frac{m_d}{y_d} \qquad \langle \Phi \rangle = \frac{f_e}{\sqrt{2}} = \frac{m_e}{y_e}$$

Φ がSU(2)の電荷を持つ場合，Zボゾンの崩壊幅に影響

➡ Φ はSU(2)の電荷をもてない

UVのモデル

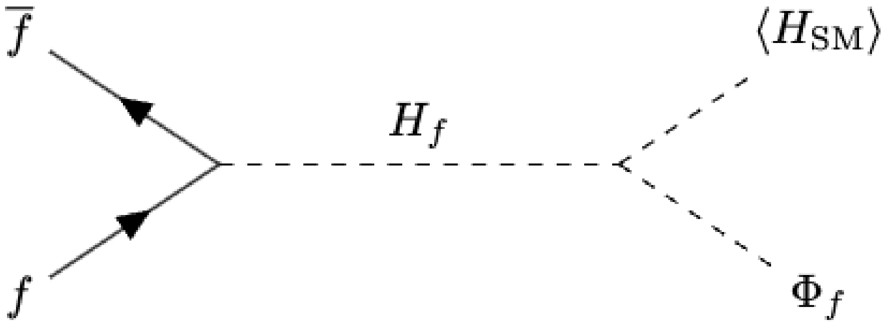
TeVスケール

$$\mathcal{L}_{\rm PQ}^{\Lambda=\rm EW} \supset -(Y_u H_u Q_1 u_R^c + Y_d H_d Q_1 d_R^c + Y_e H_e L_1 e_R^c + h.c.)$$
$$-(A_u \Phi_u^\dagger H_u H_{\rm SM}^\dagger + A_d \Phi_d^\dagger H_d H_{\rm SM}^\dagger + A_e \Phi_e^\dagger H_e H_{\rm SM}^\dagger + h.c.)$$

GeVスケールの有効理論を考えると

$$\mathcal{L}_{PQ}^{\Lambda=\rm GeV} \supset -(y_u \Phi_u u_L u_R^c + y_d \Phi_d d_L d_R^c + y_e \Phi_e e_L e_R^c + \rm h.c.)$$

Particles	H	H_u	$H_{d,e}$	u_R	d_R	e_R	Φ_f
$SU(2)_L$	2	2	2	1	1	1	1
$U(1)_Y$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	-1	0
$U(1)_{\rm PQ}$	0	$-Q_u$	$-Q_{d,e}$	Q_u	Q_d	Q_e	$-Q_f$



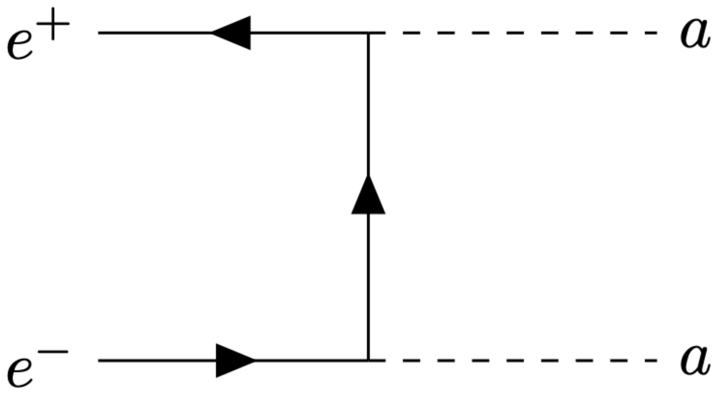
$$y_f \equiv Y_f \frac{A_f \langle H_{SM}\rangle}{m_{H_f}^2}$$

研究

UVの理論は**パラメータが多く**解析が大変

100個くらいの
パラメータ

しかしGeVスケールにUVの理論があるから
新粒子はGeVスケールより手前で現れるはず



$$\sim \frac{E^2}{f_a^2}$$

パラメータを減らして**新粒子を解析する術**はないか？

本研究 **一番軽いスカラー粒子の自由度のみ**で書かれた**EFT**を解析した

GeVスケールの模型のEFT

$$\mathcal{L} \supset -y_u \Phi_u u_L u_R^c - y_d \Phi_d d_L d_R^c - y_e \Phi e_L e_R^c + h.c. - V(\Phi_u, \Phi_d, \Phi)$$

$\boldsymbol{u, d, e}$のPQ電荷をそれぞれ　　2,　1, $\frac{1}{2}$　ととる

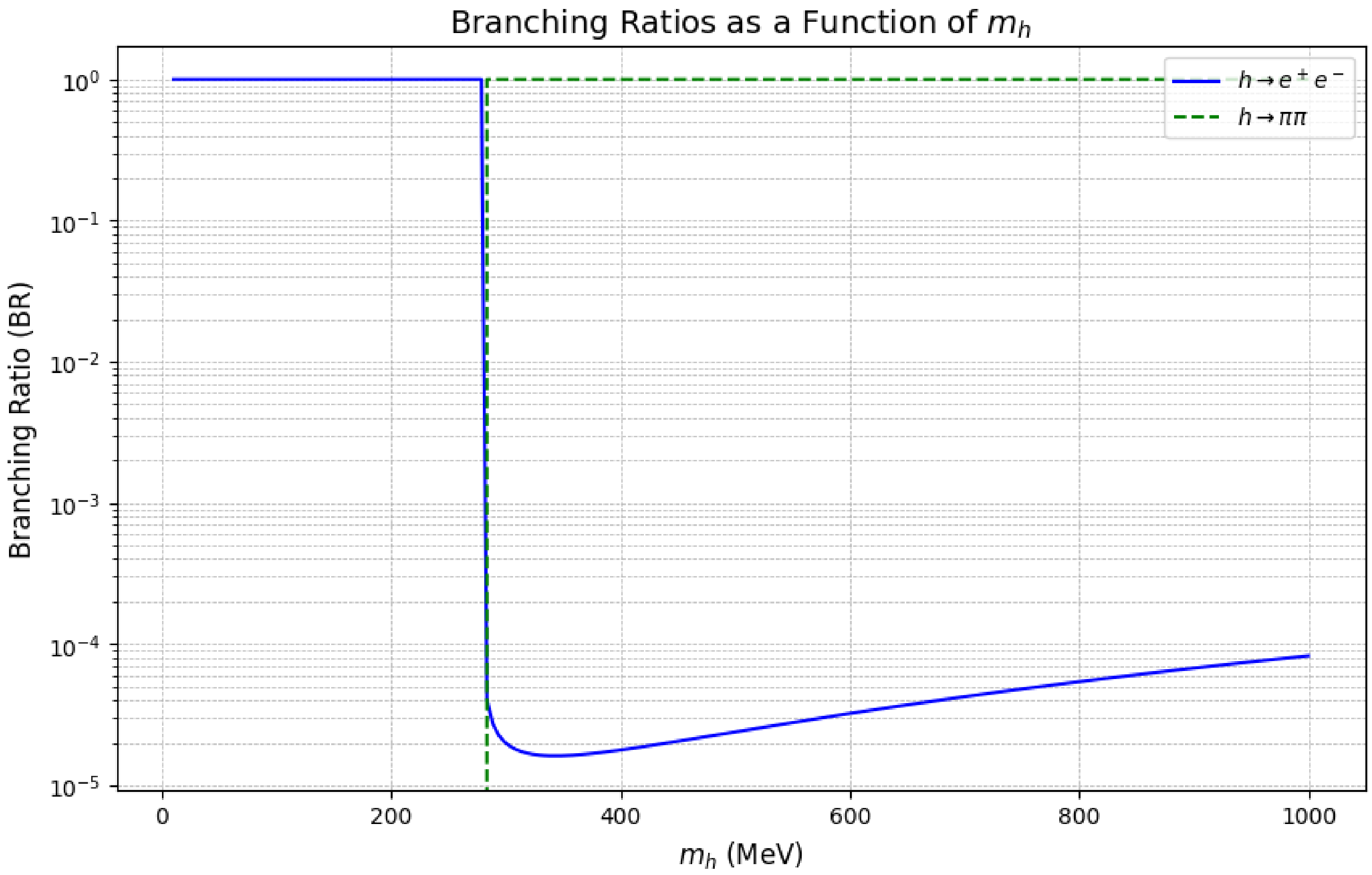
このうち**一つの複素スカラー場**が他より軽いとすると，その場を用いて**EFT**が組める

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{4m_u}{f_a^4}\Phi^4 u_L u_R^c - \frac{2m_d}{f_a^2}\Phi^2 d_L d_R^c - \frac{\sqrt{2}m_e}{f_a}\Phi e_L e_R^c - \lambda(|\Phi|^2 - \frac{f^2}{2})^2$$

PQ対称性が破れると　　$\Phi = \left(\frac{f_a + h}{\sqrt{2}}\right)\exp\left(i\frac{a}{f_a}\right)$

hの崩壊生成物

hの質量が小さい範囲では主に電子陽電子対とパイオン２つへ崩壊する

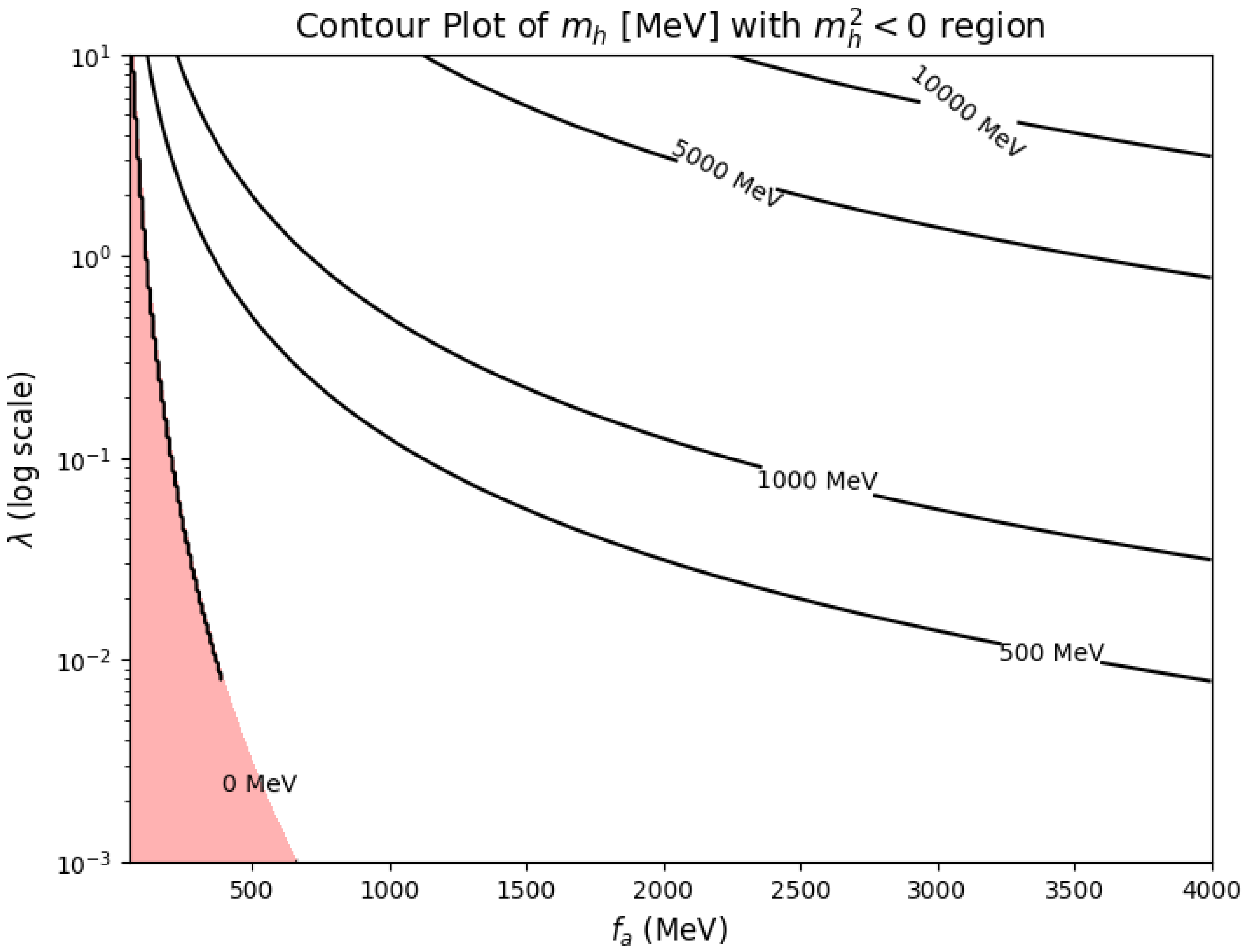


m_h ～**280MeV**付近で急激に崩壊モードが変わる

hの質量

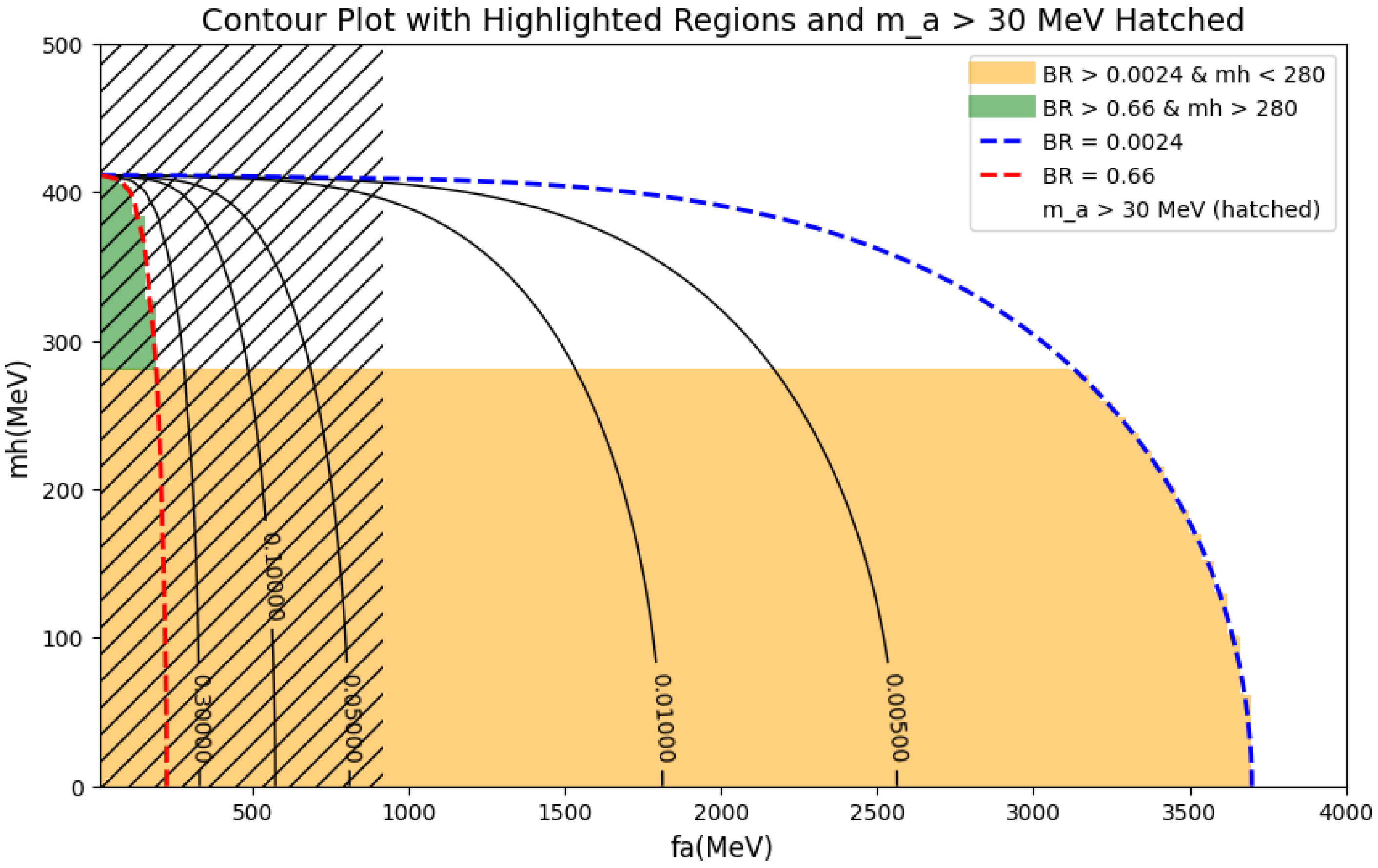
赤で塗られている領域

hの質量が虚数



η'の崩壊

$\eta' \to \eta h$ の分岐比



斜線の領域

S. Nakagawa et.al.

B中間子の崩壊からの制限

緑の領域

PDG 2024

$$\mathrm{Br}(\eta' \to \eta(h \to \pi\pi)) \lesssim 0.67$$

からの制限

黄色の領域

$$\mathrm{Br}(\eta' \to \eta(h \to e^+e^-)) \lesssim 2.4 \times 10^{-3}$$

からの制限

まとめと展望

まとめ

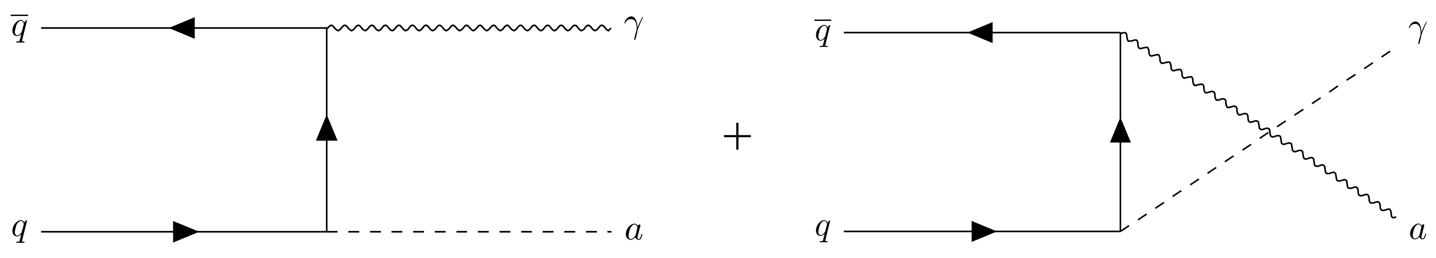
- 特定のPQ電荷をフェルミオンに割り振ることで
  MeV質量のアクシオンの模型を実現できる
- MeVアクシオンのモデルのEFTを考えた
- hの質量や崩壊モードを調べ, η' の崩壊から
  hの質量が軽いところの制限をつけた

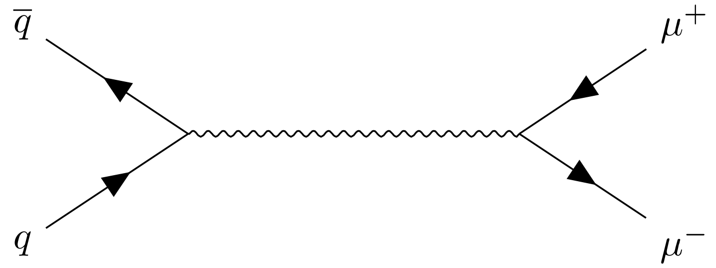
今後の展望

- $K_L \to \pi^+\pi^- a$ の崩壊からアクシオンの模型を制限
- 核子内のクォークの質量の解析

Back up

Wilczek公式

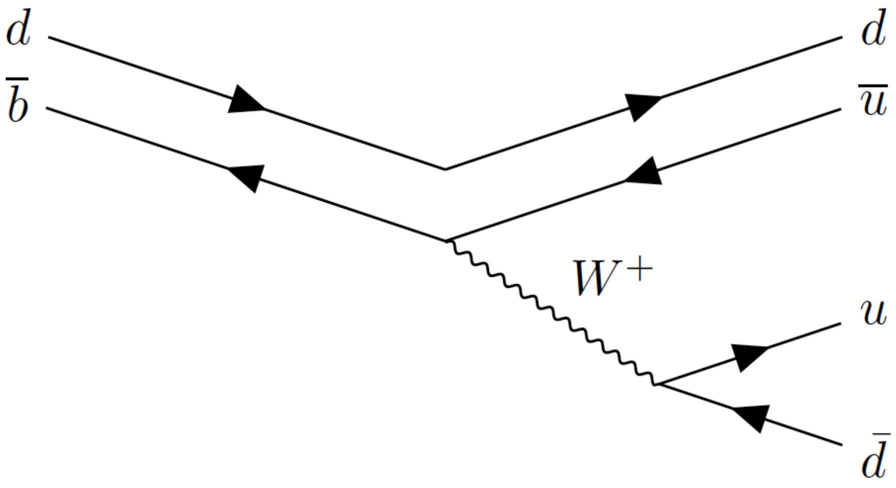


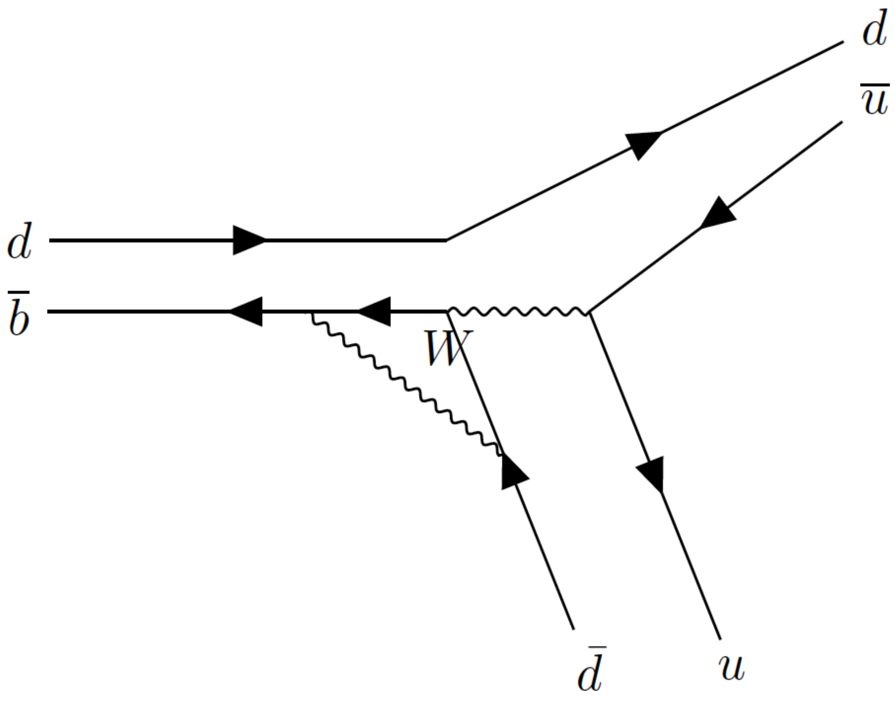


$q\bar{\mathrm{q}} \to a\gamma$

$q\bar{\mathrm{q}} \to \mu^+\mu^-$

B中間子





$V_{ub}^* V_{ud}$ に比例するダイアグラム

$V_{tb}^* V_{td}$ に比例するダイアグラム

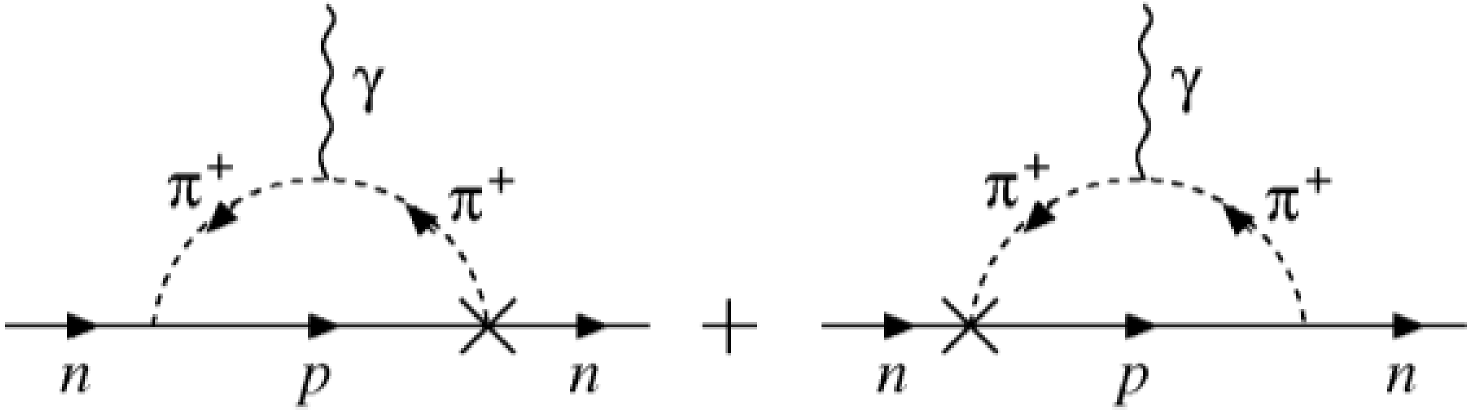
➡ **Cross termがJarlskog不変量に比例する**

中性子EDM

$$\mathcal{L}_{\pi\overline{N}N} = -i\sqrt{2}\frac{g_A m_N}{f_\pi}(\pi^+\overline{p}\gamma_5 n + \pi^-\overline{n}\gamma_5 p)$$

$$\mathcal{L}_{\theta\pi\overline{N}N} = \sqrt{2}\frac{\theta c_+ \tilde{m}}{f_\pi}(\pi^+\overline{p}n + \pi^-\overline{n}p)$$

$g_A = 1.27,\ c_+ = 1.7,\ \tilde{m} = 1.2\mathrm{MeV}$



$$\Rightarrow \quad d_n = 3.2 \times 10^{-16}\theta e\mathrm{cm}$$

アクシオンと強いCP問題

一番簡単なモデル（KSVZアクシオン）

J.E.Kim Phys. Rev. Lett., 43:103, 1979.
M.A.Shifman et.al. Nucl. Phys. B, 166:493–506, 1980

$$\mathcal{L} = |\partial_\mu \Phi|^2 - \lambda\left(|\Phi|^2 - \frac{f_a^2}{2}\right)^2 + i\overline{\psi}\partial\!\!\!/\psi - \left[\kappa\Phi\psi_R^\dagger\psi_L + \mathrm{h.c.}\right]$$

この模型には2つの対称性がある

PQ対称性

$$\Phi \to \Phi' = e^{i\alpha}\Phi$$

$$\psi_L \to \psi_L' = e^{-i\frac{1}{2}\alpha}\psi_L$$

$$\psi_R \to \psi_R' = e^{+i\frac{1}{2}\alpha}\psi_R$$

もう一つのU(1)対称性

$$\psi_L \to e^{i\beta}\psi_L$$

$$\psi_R \to e^{i\beta}\psi_R$$

➡ **PQ対称性の破れ**の南部ゴールドストーンボゾンとして**アクシオン**が現れる。

アクシオンと強いCP問題

PQ対称性が破れた後,

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(f_a + h)\exp\left(\frac{ia}{f_a}\right)$$

$$\psi_L = \tilde{\psi}_L \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{ia}{f_a}\right) \qquad \psi_R = \tilde{\psi}_R \exp\left(+\frac{1}{2}\frac{ia}{f_a}\right)$$

フェルミオンの運動項から

$$\mathcal{L} \supset i\overline{\psi}\partial\!\!\!/\psi = i\overline{\tilde{\psi}}\partial\!\!\!/\tilde{\psi} - \frac{1}{f_a}(\partial_\mu a)j^\mu$$

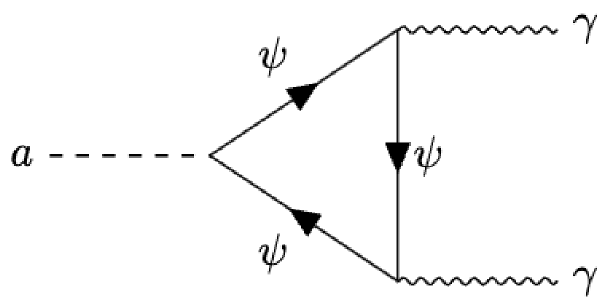
$$j^\mu \equiv -\frac{1}{2}\overline{\tilde{\psi}}\gamma^\mu P_L\tilde{\psi} + \frac{1}{2}\overline{\tilde{\psi}}\gamma^\mu P_R\tilde{\psi}$$

（ネーターカレント）

アクシオンと強いCP問題

フェルミオンが持つU(1)対称性をゲージ化すると

$$\mathcal{L} = |\partial_\mu \Phi|^2 - \lambda\left(|\Phi|^2 - \frac{f_a^2}{2}\right)^2 + i\bar{\psi}\not{D}\psi - \left[\kappa\Phi\psi_R^\dagger\psi_L + \text{h.c.}\right]$$



フェルミオンとの結合から

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{1}{2}(\partial_\mu a)^2 + \frac{e^2}{16\pi^2} a F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$$

フェルミオンが持つU(1)対称性はより大きい群に拡張できる

SU(3)に拡張すると

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{1}{2}(\partial_\mu a)^2 + \frac{g_s^2}{16\pi^2} a \text{Tr}[\tilde{G}_{\mu\nu}G^{\mu\nu}]$$

アクシオンと強いCP問題

アクシオンのポテンシャル

$$\mathcal{L}_\theta \supset \left(\theta + \frac{a}{f_a}\right)\frac{g_s^2}{16\pi^2}\mathrm{Tr}[\tilde{G}_{\mu\nu}G^{\mu\nu}]$$

実現されるアクシオンはこのポテンシャルの最小値からのズレ

$$a = \langle a \rangle + a_{\mathrm{phys}} \qquad \theta + \frac{\langle a \rangle}{f_a} = 0$$

➡ **θ項が場（アクシオン）に変わることで強いCP問題が解決する！**

PQ電荷

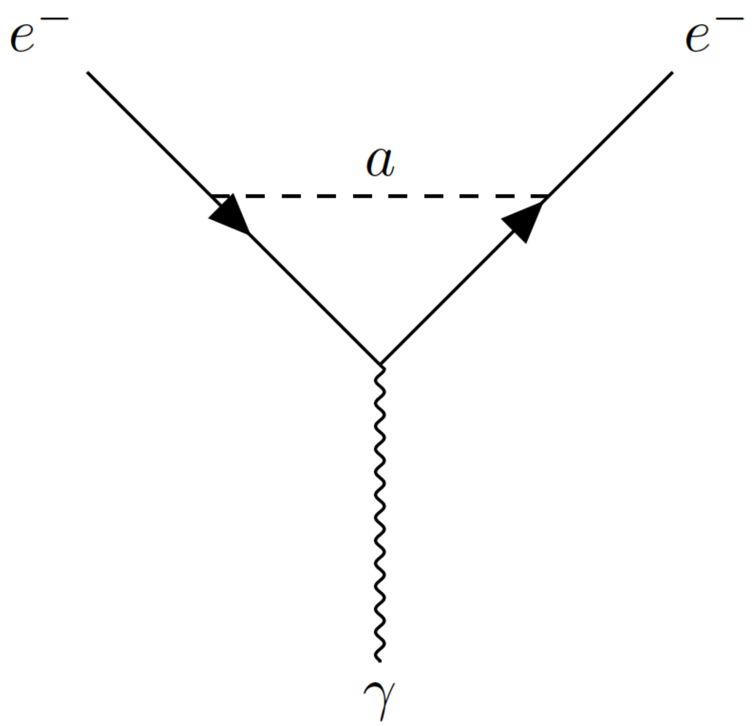
$$\theta_{a\pi} \simeq \frac{m_u Q_u - m_d Q_d}{m_u + m_d} \frac{f_\pi}{f_a} + \frac{Q_s}{2} \frac{m_u - m_d}{m_u + m_d} \frac{f_\pi}{f_a}$$

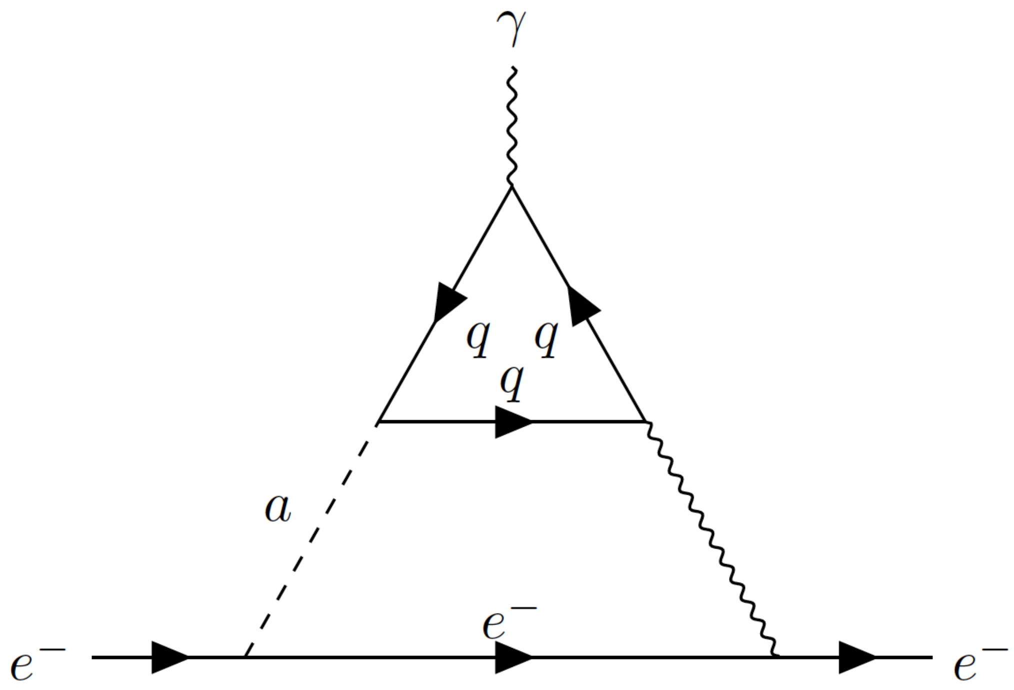
$$\sim \mathcal{O}(10^{-2})$$

$$\theta_{a\pi} \lesssim (0.5 - 0.7) \times 10^{-4}$$

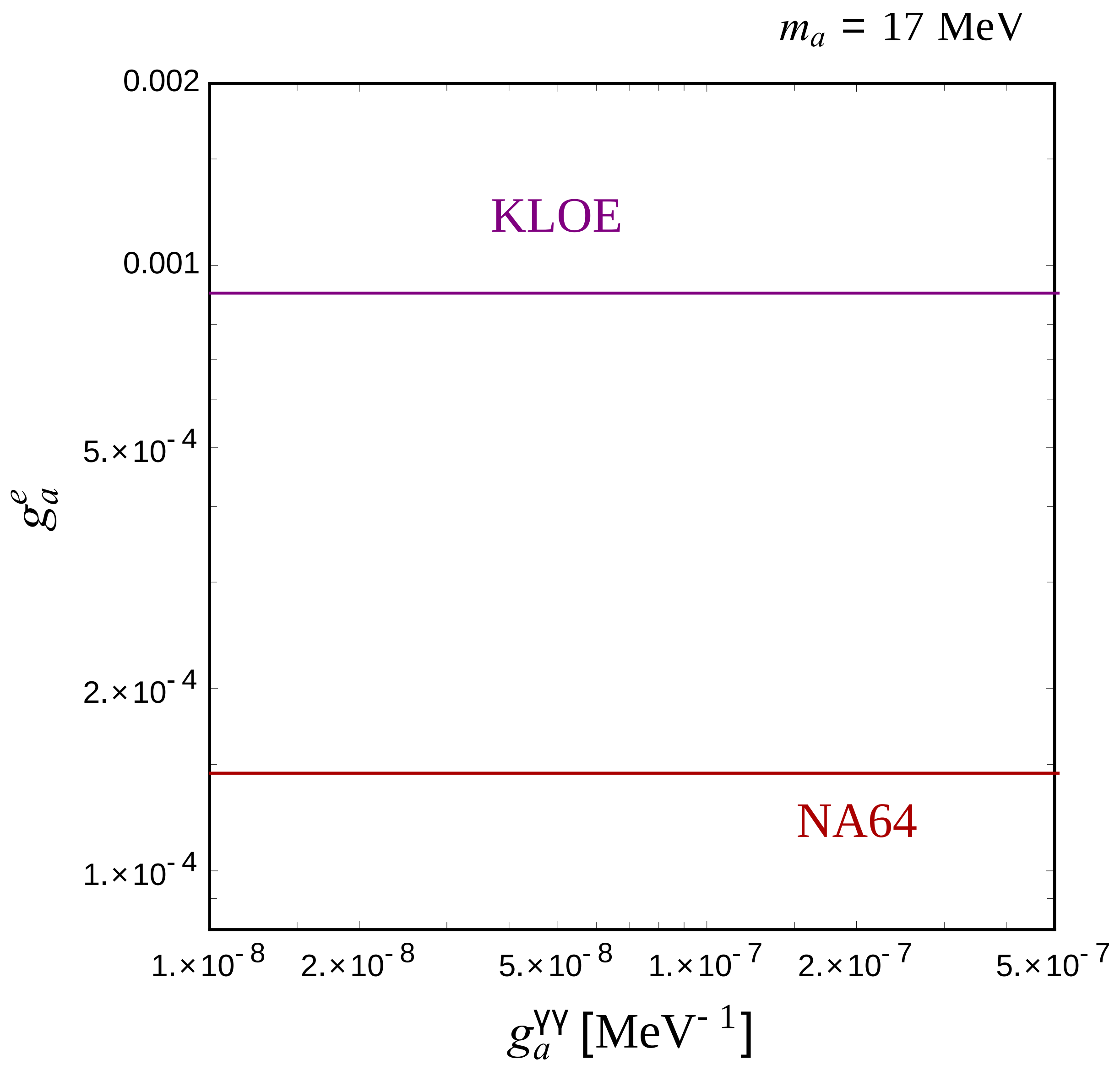
$$\Rightarrow \quad Q_s \lesssim 10^{-2}$$

電子のEDM





電子のEDM



Jia Liu et.al.

$$\frac{Q_e}{Q_d} = 0.28 - 2.$$

アクシオンのポテンシャル

$$
\begin{aligned}
&\exp\left[-\int d^4x V\left(\theta+\frac{a}{f_a}\right)\right]\\
&=\int \mathcal{D}A_\mu \exp\left[-\int d^4x\left\{-\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}+i\frac{g^2}{32\pi^2}\left(\theta+\frac{a}{f_a}\right)G^a_{\mu\nu}\tilde{G}^a_{\mu\nu}\right\}\right]\\
&\leq\left|\int \mathcal{D}A_\mu \exp\left[-\int d^4x\left\{-\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}+i\frac{g^2}{32\pi^2}\left(\theta+\frac{a}{f_a}\right)G^a_{\mu\nu}\tilde{G}^a_{\mu\nu}\right\}\right]\right|\\
&\leq\int \mathcal{D}A_\mu \left|\exp\left[-\int d^4x\left\{-\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}+i\frac{g^2}{32\pi^2}\left(\theta+\frac{a}{f_a}\right)G^a_{\mu\nu}\tilde{G}^a_{\mu\nu}\right\}\right]\right|\\
&\leq\int \mathcal{D}A_\mu \exp\left[-\int d^4x\left\{-\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}\right\}\right]\\
&\leq \exp\left[-\int d^4x V(0)\right]
\end{aligned}
$$

$$
V(0)\leq V\left(\theta+\frac{a}{f_a}\right)
$$

アクシオンの質量

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu a)^2 + \frac{g_s^2}{32\pi^2}\frac{a}{f_a}G_{\mu\nu a}\tilde{G}^{\mu\nu a}$$

$$m_a^2 \propto \langle 0|G_{\mu\nu a}\tilde{G}^{\mu\nu a}G_{\rho\sigma b}\tilde{G}^{\rho\sigma b}|0\rangle$$

カイラルラグランジアンでは

$$m_a^2 = \frac{\partial^2 V}{\partial a^2} \quad \Rightarrow \quad m_a^2 \approx \frac{m_u m_d}{(m_u + m_d)^2}\frac{m_\pi^2 f_\pi^2}{f_a^2}$$

EFT

$$
\begin{aligned}
&\left(-Y_u h_u Q_1 u_R^c - A_u \Phi_u^\dagger H_u H_{SM}^\dagger + h.c.\right) - m_W^2 H_u^\dagger H_u \\
&= \underbrace{-m_W^2 \left| H_u + \frac{1}{m_W^2}\left(Y_u Q_1 u_R^c A_u \Phi_u^\dagger H_{SM}^\dagger\right)^\dagger \right|^2}_{\text{ガウス積分}} + \frac{1}{m_W^2}\left| Y_u Q_1 u_R^c + A_u \Phi_u^\dagger H_{SM}^\dagger \right|^2
\end{aligned}
$$

カイラルラグランジアン

$$\frac{f_\pi^2}{4}\mathrm{tr}\left[(D_\mu\Sigma)^\dagger D^\mu\Sigma\right]+\frac{f_\pi^2}{4}\mathrm{tr}\left[\Sigma^\dagger\chi+\chi^\dagger\Sigma\right]-a\frac{f_\pi^2}{4N_c}(-i\ln\det\Sigma)^2$$

$$\Sigma = \exp\Pi$$

$$\Pi = i\frac{\sqrt{2}}{f_\pi}\begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}}+\frac{\eta_8}{\sqrt{6}}+\frac{\eta_0}{\sqrt{3}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}}+\frac{\eta_8}{\sqrt{6}}+\frac{\eta_0}{\sqrt{3}} & K^0 \\ K^- & \overline{K}^0 & -\frac{\eta_8}{\sqrt{3/2}}+\frac{\eta_0}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$$

$$\chi = 2\mathrm{B}\begin{bmatrix} \frac{4m_u}{f_a^4}\Phi^4 & & \\ & \frac{2m_d}{f_a^2}\Phi^2 & \\ & & m_s \end{bmatrix}$$

hの質量

カイラル対称性が破れた後

$$V = \lambda|\Phi|^4 - \mu^2|\Phi|^2 - \frac{f_\pi^2}{4}\mathrm{tr}\left[\Sigma^\dagger\chi + \chi^\dagger\Sigma\right]$$

このポテンシャルを最小値回りで展開して
カイラル対称性が破れた後のhの質量を求める

$$\Phi = \left(\frac{f_a + h}{\sqrt{2}}\right)\exp\frac{ia}{f_a}$$

で展開して計算すると

$$m_h^2 = 2\lambda f_a^2 - \frac{8m_u f_\pi^2 B}{f_a^2}$$

ηとη'の崩壊

カイラルラグランジアンを用いて計算すると

$$\mathrm{Br}(\eta \to \pi^0 h) = \frac{(2m_u - m_d)^2 B^2}{4\pi f_a^2 m_\eta \Gamma_\eta} c_{h\pi^0\eta}^2 \lambda^{\frac{1}{2}}\left(1, \frac{m_h^2}{m_\eta^2}, \frac{m_{\pi^0}^2}{m_\eta^2}\right)$$

$$c_{h\pi^0\eta} \equiv \frac{1}{\sqrt{3}}\cos\theta - \sqrt{\frac{2}{3}}\sin\theta$$

$$c_{h\pi^0\eta'} \equiv \frac{1}{\sqrt{3}}\cos\theta + \sqrt{\frac{2}{3}}\sin\theta \qquad \theta \simeq -20^\circ$$

$$\mathrm{Br}(\eta' \to \pi^0 h) = \frac{(2m_u - m_d)^2 B^2}{4\pi f_a^2 m_{\eta'} \Gamma_{\eta'}} c_{h\pi^0\eta'}^2 \lambda^{\frac{1}{2}}\left(1, \frac{m_h^2}{m_{\eta'}^2}, \frac{m_{\pi^0}^2}{m_{\eta'}^2}\right)$$

$$\lambda(a,b,c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ac - 2bc - 2ca$$

荷電パイオンの崩壊の制限を満たすようにとったことによって
同時にこれらの分岐比は**非常に小さな値**を取る

→ これらの現在測られている実験とは矛盾しない

スカラーポテンシャル

$$
\begin{aligned}
V_{\mathrm{scalar}} &= A_1 H H_u \Phi_u^* + A_2 H H_d^\dagger \Phi_d + A_3 H_e H^\dagger \Phi_e^* \\
&+ A_4 \Phi_u^* \Phi_d^2 + A_5 \Phi_d^* \Phi_e^2 + A_6 H_d H_e^\dagger \Phi_e^* \\
&+ B_1 H H_u {\Phi_d^*}^2 + B_2 H H_d^\dagger \Phi_u \Phi_d^* + B_3 H H_d^\dagger \Phi_e^2 \\
&+ B_4 H^\dagger H_e \Phi_d^* \Phi_e + B_5 H_u H_e \Phi_u^* \Phi_e^* + B_6 H_u H_d \Phi_u^* \Phi_d^* \\
&+ B_7 H_d^\dagger H_e \Phi_d \Phi_e^* + B_8 \Phi_u \Phi_d^* {\Phi_e^*}^2 + B_9 H_e^2 H^\dagger H_d^\dagger \\
&+ \mathrm{h.c.}
\end{aligned}
$$

CKM

$$\mathcal{L}^{\text{Yuk}}_{\text{PQ}} \supset - \sum_{i=1,2,3} \left(\bar{Q}^i Y_u^{i1} H_u u_R^1 + \bar{Q}^i Y_d^{i1} H_d d_R^1 + \bar{L}^i Y_e^{i1} H_e e_R^1 \right) + h.c.$$

$$\mathcal{L}^{\text{Yuk}}_{\text{SM}} \supset - \sum_{i=1,2,3} \sum_{j=2,3} \left(\bar{Q}^i Y_u^{ij} \tilde{H} u_R^j + \bar{Q}^i Y_d^{ij} H d_R^j + \bar{L}^i Y_e^{ij} H e_R^j \right) + h.c.,$$

$$M_u \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} Y_u^{11} v_u & Y_u^{12} v & Y_u^{13} v \\ Y_u^{21} v_u & Y_u^{22} v & Y_u^{23} v \\ Y_u^{31} v_u & Y_u^{32} v & Y_u^{33} v \end{pmatrix} = V_{u_L} \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} V_{u_R}^\dagger$$

$$\vec{u}_L = V_{uL} \vec{u}_L^{\,m}, \quad \vec{u}_R = V_{uR} \vec{u}_R^{\,m}, \qquad V_{\text{CKM}} = V_{u_L}^\dagger V_{d_L}.$$

CKM

$$\bar{Q}^i Y_u^{i1} H_u u_R^1 = \overline{Q^m}^i \left(V_{u_L}^\dagger\right)^{ij} Y_u^{j1} H_u u_R^{1,m} = \sqrt{2}\frac{m_u}{v_u}\overline{Q^m}^1 H_u u_R^{1,m},$$

$$\left(V_{u_L}^\dagger\right)^{ij} Y_u^{j1} = \sqrt{2}\frac{m_u}{v_u}\left(1,0,0\right)^T .$$

$$V_{u_L}^\dagger = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_x & s_x \\ 0 & -s_x & c_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (Y_u^{j1})_\parallel^T \\ (Y_u^{j1})_{\perp 1}^T \\ (Y_u^{j1})_{\perp 2}^T \end{pmatrix} \qquad V_{d_L}^\dagger = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_y & s_y \\ 0 & -s_y & c_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (Y_d^{j1})_\parallel^T \\ (Y_d^{j1})_{\perp 1}^T \\ (Y_d^{j1})_{\perp 2}^T . \end{pmatrix}$$

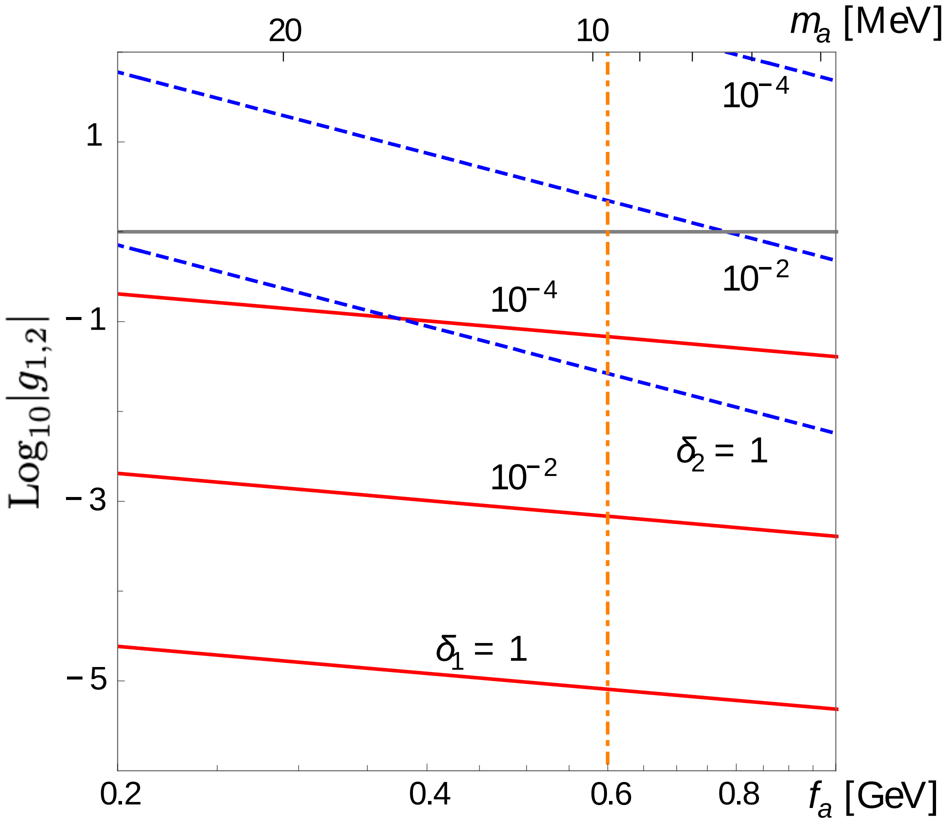
CKM

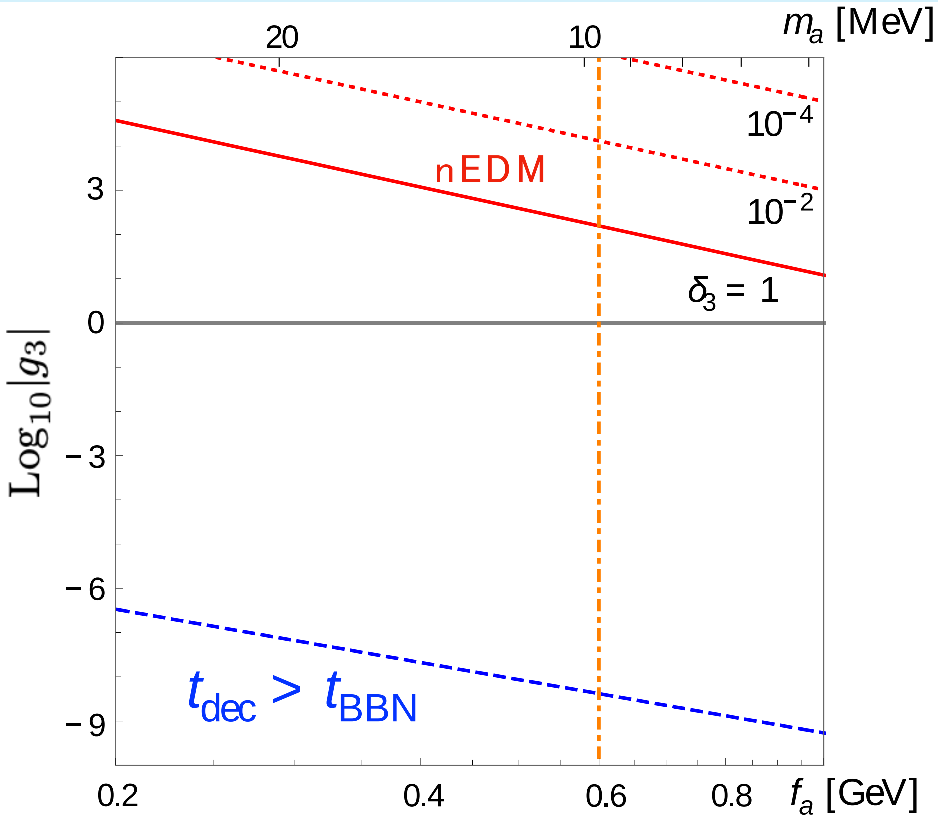
$$\begin{pmatrix} (Y_u^{j1})^T_{\parallel} \\ (Y_u^{j1})^T_{\perp 1} \\ (Y_u^{j1})^T_{\perp 2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} (Y_d^{j1})^T_{\parallel} \\ (Y_d^{j1})^T_{\perp 1} \\ (Y_d^{j1})^T_{\perp 2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 \\ s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$Y_u^{j1} = \sqrt{2}\frac{m_u}{v_u} \begin{pmatrix} c_{13} \\ 0 \\ s_{13} \end{pmatrix}, \quad Y_d^{j1} = \sqrt{2}\frac{m_d}{v_d} \begin{pmatrix} c_{12} \\ -s_{12} \\ 0 \end{pmatrix}$$

ドメインウォール

S. Nakagawa et.al.





$$\mathcal{L}_{\cancel{PQ}} = \sum_{f=u,d,e}\left(g_1 \frac{(HH^\dagger)^2\Phi_f}{M_{\mathrm{Pl}}} + g_2 \frac{HH^\dagger\Phi_f^3}{M_{\mathrm{Pl}}} + \; g_3 \; \frac{\Phi_f^5}{M_{\mathrm{Pl}}} + \cdots \right) + \mathrm{h.c.},$$