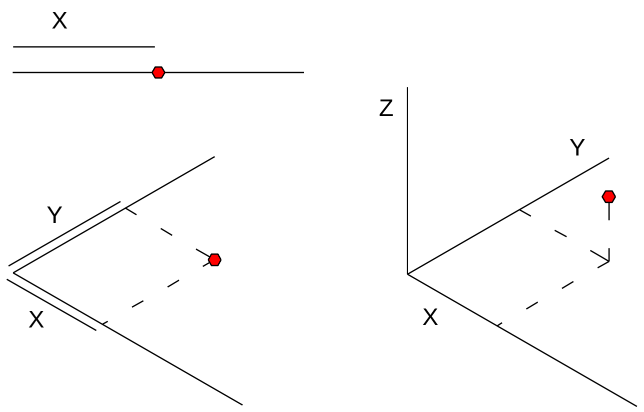
Introduksjon til posisjon / foeskyvnings sensorer

- Denne type føler måler absolutt eller relativ posisjon/orientering.
- Måleverdien kan være skalar eller en vektor som beskriver posisjon eller orientering i forhold til en akse x eller i et plan x,y eller i rommet x,y,z .



- De egenskaper som karakteriserer posisjon og forskyvnings sensorer er
  - måleområde eller range R
  - oppløsningen δ og
  - Båndbredde f_{BW}

sensor karakteristika

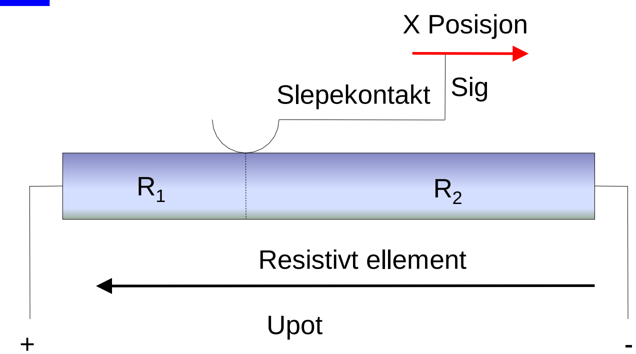
Måleområde	Maksimum minus minimum verdi av måltverdi
Oppløsning	Minste endring av målt verdi som kan registerets av sensoren
Båndbredde	Høyeste frekvenskomponent i målt verdi som kan registres
Nøyaktighet	Høyeste feil i måleresultat i % av måleområde
Omgivelser	Krav som stilles til omgivelsene som temperatur fuktighet osv
Størrelse	Dimensjoner og vekt
Pålitelighet	Livstid i antall sykluser og år
Drift	Langtids stabilitet (avvik i målinger over tid)
Kostnad	Pris

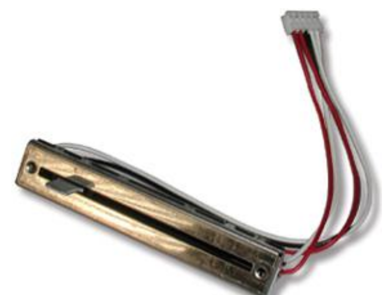
Valg av posisjon/ forskyvings sensor

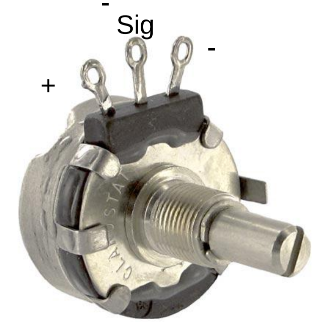
Valg av posisjon/ forskyvings sensor				
Parameter	**Valg**			
Kontakt	Kontakt		Kontaktfri	
Type	Lineær		Rotasjon	
Frekvens respons	5 Hz<	5 - 100 HZ	>100 Hz	
Type måling	Absolutt	Inkrementell	Terskel (nærhet)	
Akser	En akse		Flere akser	
Måleområde	1cm <	1 cm -1m	>1m	
Størrelse og vekt	Maksimal størrelse____		Maksimal vekt____	
Omgivelser	Fuktighet	Temperatur	Vibrasjon	korrosjon
Installasjon / montering	Fast installasjon	Løs installasjon	installasjonstid___	
Nøyaktighet	Linearitet	Oppløsning	Repeterbarhet	Hysterese
Livstid	Antall sykluser		antall driftstimer	
Utgang	Strøm	Spenning	Digital	Frekvens
Pris	300 kr	300-3000Kr	>3000	

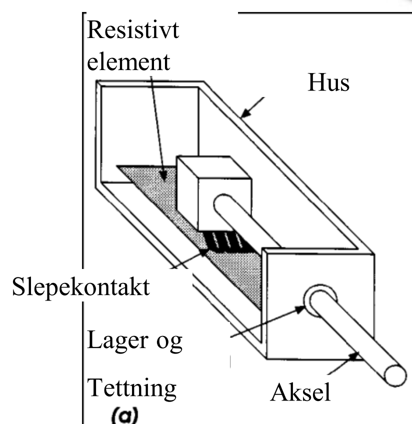
Resistive forskyvnings sensorer

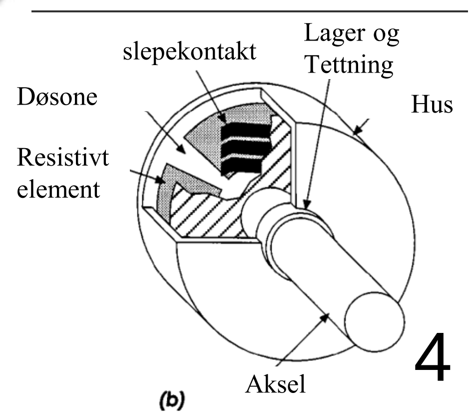
- Resistive forskyvnings sensorer kalles vanligvis potensiometre eller "pot"
- Et potensiometer er en elektromekanisk enheten som består en elektrisk ledende slepekontakt som glir mot et resistivt element .
- Slepekontakt er koplet mekanisk til det som skal måles posisjonen
- *Potensiometer* er en resistiv spenningsdeler.mellom R_1 og R_2
- Potensiometeret har tre til koplinger (+) (sig) (-)
- Potensiometer benyttes til å måle lineær forskyvning fig a eller vinkel dreining fig b











Potensiometeret er en spenningsdeler

- Resistansen til et element er gitt av materialets resistivitet og elementets lengde og tverrsnittsareal

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$

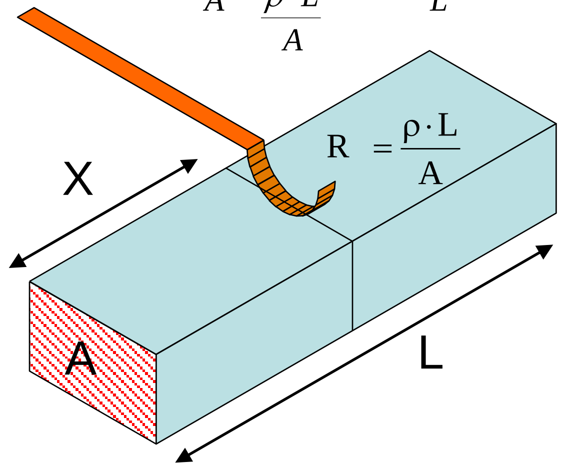
$$R = \text{Resistans}[\Omega]$$

$$\rho = \text{spesifikresistivitet}[\Omega m]$$

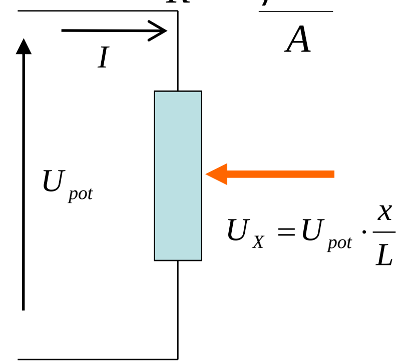
$$L = \text{lengde}[m]$$

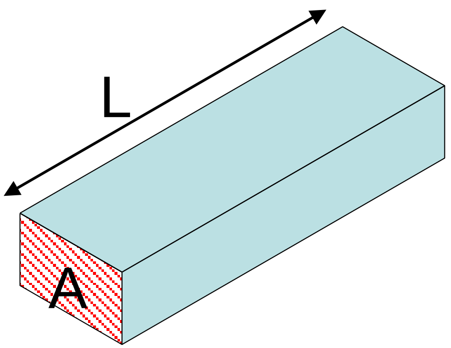
$$A = \text{Areal}[m]$$

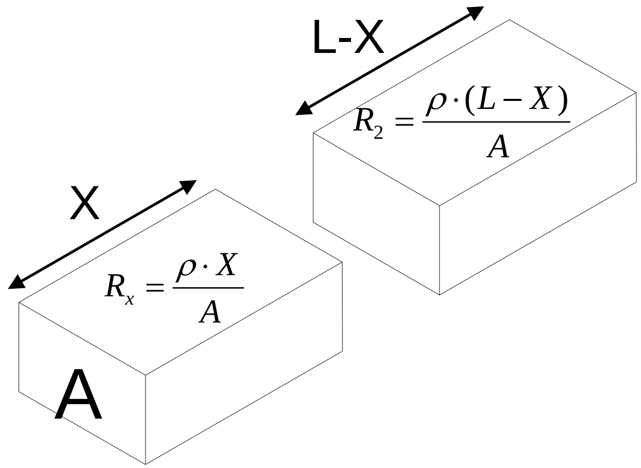
$$U_X = R_X \cdot I = \frac{\rho \cdot x}{A} \cdot \frac{U_{pot}}{\frac{\rho \cdot L}{A}} = U_{pot} \cdot \frac{x}{L}$$

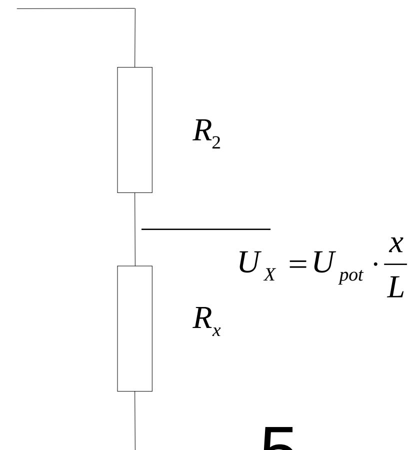


$$I = \frac{U_{pot}}{R} = \frac{U_{pot}}{\frac{\rho \cdot L}{A}}$$









Vinkel måling med potmeter

- Resistansen i potmeteret

$$R_{pot=}\frac{\rho\cdot L}{A}=\frac{\rho\cdot r\cdot\Omega}{A}$$

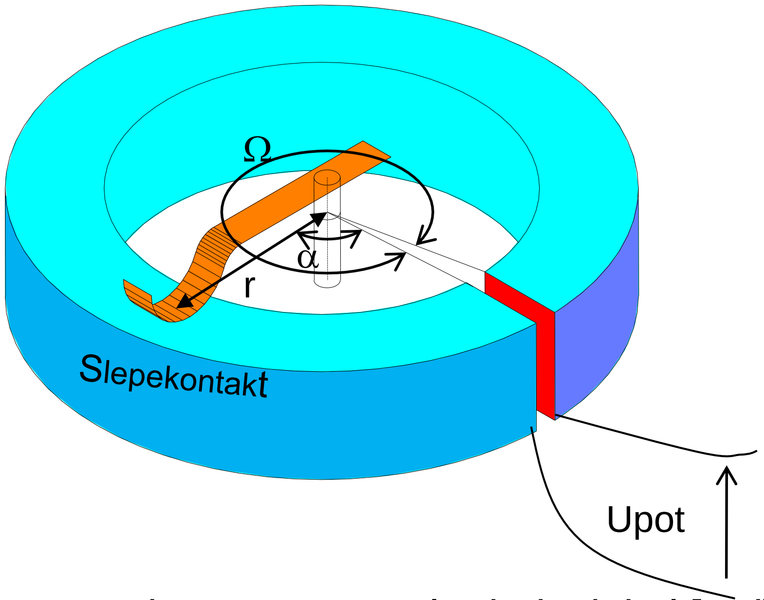
$$I=\frac{U_{pot}}{R_{pot}}=\frac{U_{pot}}{\frac{\rho\cdot r\cdot\Omega}{A}}$$

- Spenning på slepekontakten

$$R_{\alpha}=\frac{\rho\cdot L}{A}=\frac{\rho\cdot r\cdot\alpha}{A}$$

$$U_{\alpha}=R_{\alpha}I=\frac{\rho\cdot r\cdot\alpha}{A}\frac{U_{pot}}{\frac{\rho\cdot r\cdot\Omega}{A}}=\frac{\alpha}{\Omega}U_{pot}$$

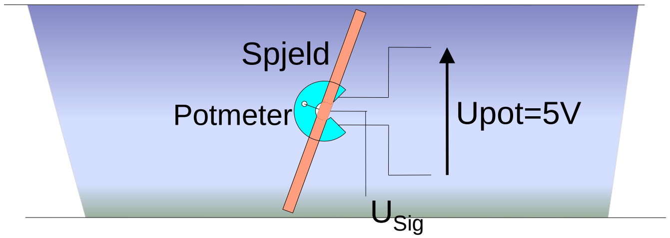
- Spenningen på slepekontakten blir en lineær funksjon av dreievinkelen α



Ω= Potensiometerets totale dreievinkel [rad]
r = Radius slepekontakt [m]
α=Slepekontaktens dreievinkel [rad]

Eksempel 1

- Du ønsker å måle posisjonen til et spjeld i en ventilasjons kanal
  Ω =270 ° Poten totale dreievinkel
- α= Slepekontaktens dreievinkel [°]



- a)Hva er spenningen U_{sig} når spjeldet er lukket

  b)Hva er spenningen U_{sig} når spjeldet er 100% åpent

  c)Hva er spenningen U_{sig} når spjeldet er 50% åpent

$$a)\quad \alpha = 270/2 = 135° \Rightarrow U_{sig} = \frac{\alpha}{\Omega} U_{pot} = \frac{135°}{270°} 5 = 2.5V$$

$$b)\quad \alpha = 90 + 270/2 = 225° \Rightarrow U_{sig} = \frac{\alpha}{\Omega} U_{pot} = \frac{225°}{270°} 5 = 4.17V$$

$$c)\quad \alpha = 60 + 270/2 = 195° \Rightarrow U_{sig} = \frac{\alpha}{\Omega} U_{pot} = \frac{195°}{270°} 5 = 3.61V$$

Aplikasjoner for potensiometer

- Joystick
- Pedal sensor
- Spjeld åpnings sensor
- Kamera tracing
- CNC sleide posisjons sensor
- Nærhets sensor/ kollisjons deteksjon
- Ror/flaps vinkel måling
- pitch vinkel vinmøler
- Steer-by-Wire

OSV,OSV

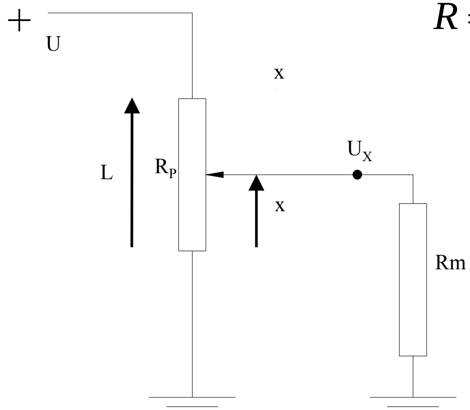
Effekt av Lastmotstand (Loading effect)

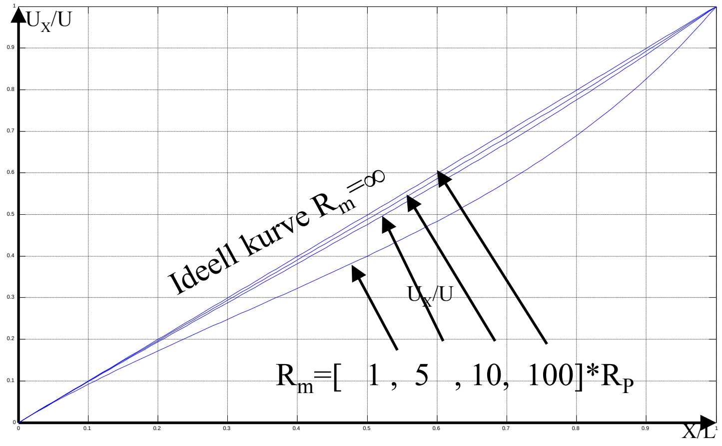
- **N**ormalt vil en benytte spenningen på slepekontakten U_x direkte men en må være klar over at dersom en belaster slepekontakten med et lav ohmig instrument vil dette føre til målefeil da noe av strømmen vil gå i lasten se fig a For å oppnå god nøyaktighet må belastningsmotstanden R_m være mye større en potmetrets motstand $R_m >> R$
- Avviket mellom virkelig og mål verdi   kan til nærmes til $U_{avvik} \approx \frac{R_p}{R_m}\left(x^2 - x^3\right)U_s$

$$Der \quad x = \frac{X}{L}$$

Se utledning på siste side

$$R = R_x \,//\, R_L = \frac{R_x R_m}{R_x + R_m}$$





Hvor er loading effekten størst

- Avviket mellom virkelig og mål verdi som funksjon av x kan til nærmes til

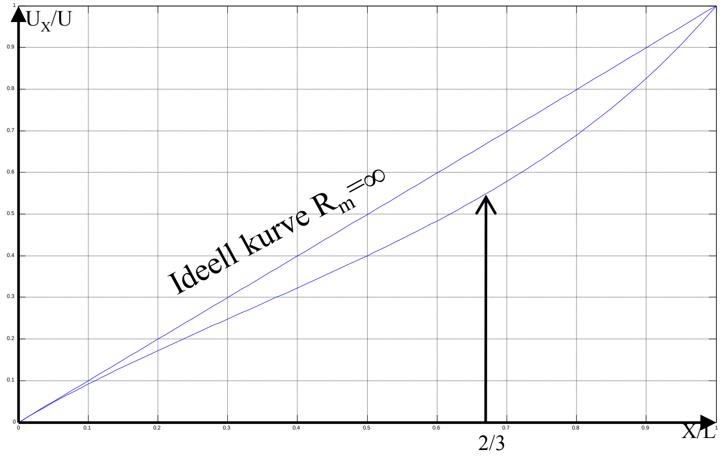
$$når \quad x = \frac{X}{L} \quad blir\ U_{avvik} \approx \frac{R_p}{R_m}\left(x^2 - x^3\right)U_s$$

- Vi finner maxverdi på vanlig måte

$$\frac{dU_{avvik}}{dx} \approx \frac{R_p}{R_m}\left(2x - 3x^2\right)U_s = 0$$

$$som\ gir\ \max\ avvikved:$$

$$x = \frac{2}{3}$$



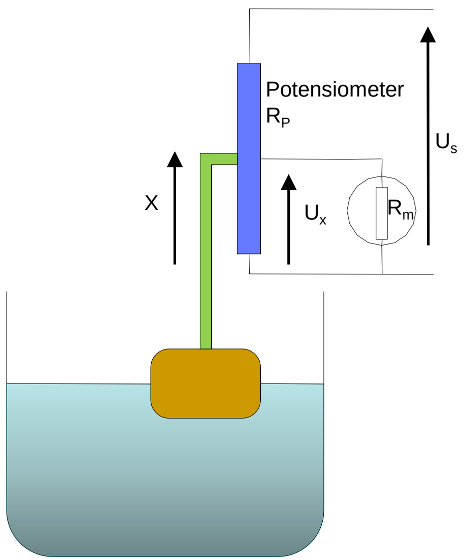
Eksempel Hit 12.09.11

- Et potensiometer med resistans R_P=10KΩ å lengde L=1m benyttes til å måle nivårt X i en tank. Voltmeteret som benyttes til å måle spenningen på slepekontakten har en inngangsmotstand R_m=100KΩ
- Hva er det største avviket i målesignalet å hva utgjøt dette i nivå
- Vi vet at det sørste avviket er når x=2/3

$$U_{avvik} \approx \frac{10\times10^3}{100\times10^3}\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)U_s = 0.0148\cdot U_s$$

- Det største avviket i nivå blir da

$$X_{avvik} = \frac{L}{U_s}U_{avvik} = \frac{1}{U_s}0.0148\cdot U_s = 1.48\text{cm}$$



Loading effect eksempel

$$(b)\ med\ voltmeter\ tilkoplet,\ R_{eq} = R_2 \,//\, R_m$$

$$= \frac{5x200}{5+200}$$

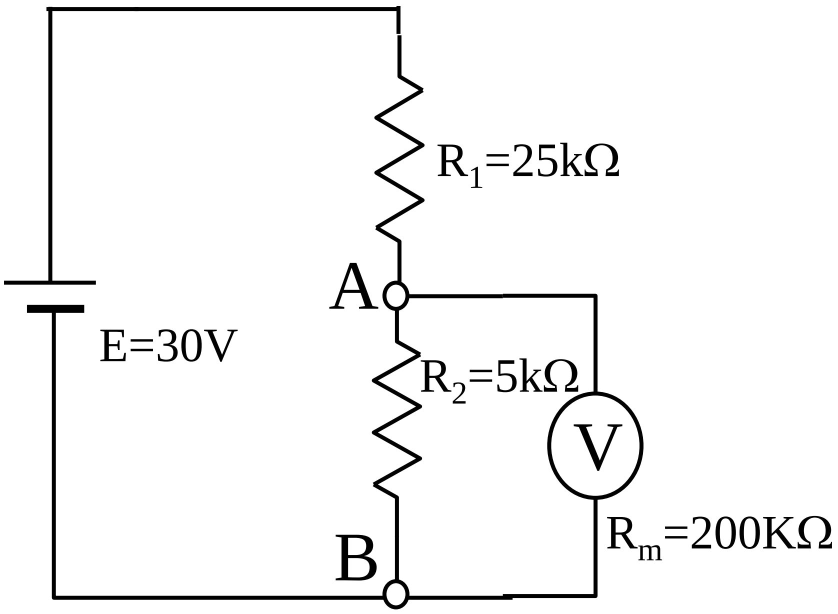
$$= 4.878\ k\Omega$$

$$V_{AB(målt)} = \frac{4.878}{4.878+25}x30$$

$$= 4.898\,V$$

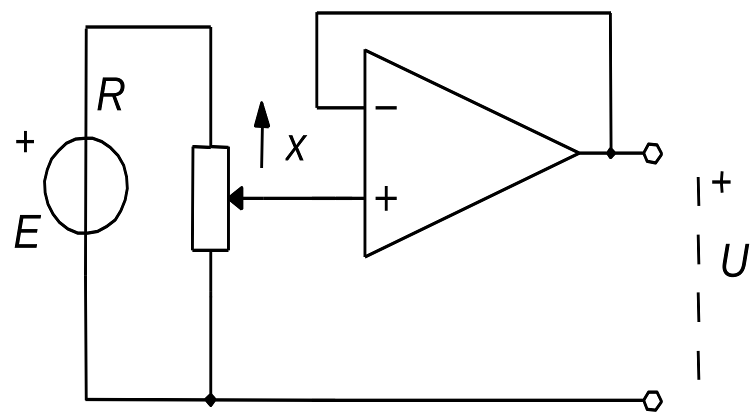
$$Loading\ effekt = \frac{5-4.898}{5}x100\%$$

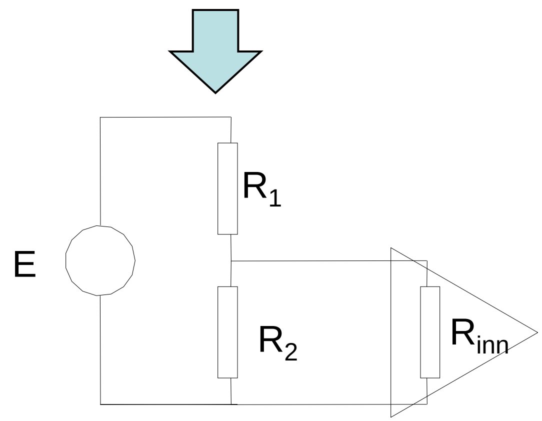
$$= 2.04\%$$



Løsningen på problemet med Loading effect

- En opamp har tilnærmet uendelig inngangs impedans(Rinn=∞) slik at vi ved å benytte en buffer forsterker kan unngå problemet med loading effekten





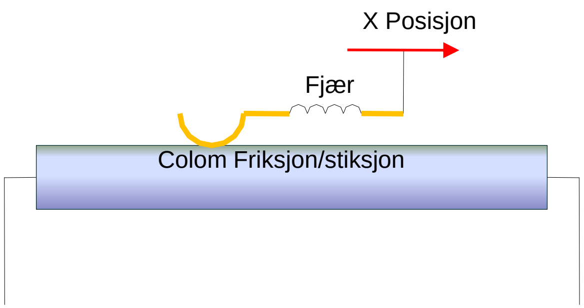
$$R_{inn} >> R_2$$

$$med\ buffer\ tilkoplet,\ R_{inn} >> R_2$$

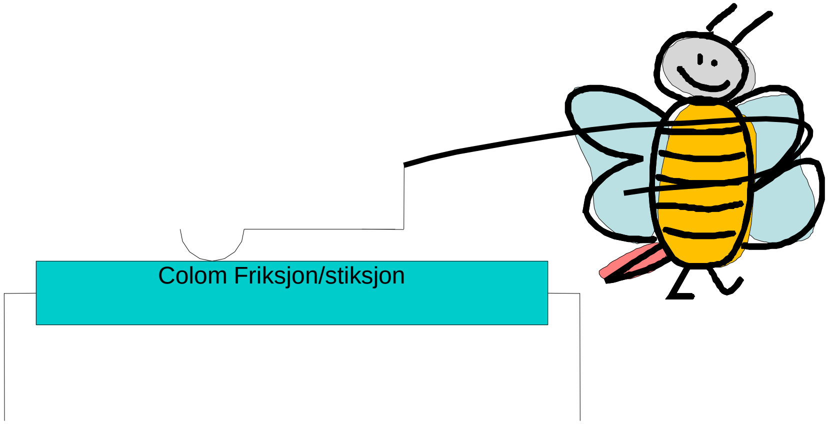
$$R_{eq} = \frac{R_2 \cdot R_{inn}}{R_2 + R_{inn}} \approx \frac{R_2 \cdot R_{inn}}{R_{inn}} = R_2$$

Mekanisk loading effekt

- Det vil alltid være friksjon mellom slepekontakt og motstandsbane, det vil også være en vis elastisitet i slepekontakten det vil si at det kan bli et avvik mellom målt posisjon og virkelig posisjon . Dette avviket vil være avhengig av hvilken retning x endres i.



- Et annet problem er at friksjon og masse adderes til måle ”objektet” hvor stort dette problemet er avhenger av hva det er vi måler på



Eksempel koordinat målemaskin

- koordinat målemaskin består av to rotasjons potensiometer og et lineær potensiometer hvordan finner vi koordinaten til endepunktet
- $$\theta = \frac{\Omega}{U_s}(U_\theta - U_{\theta 0})$$

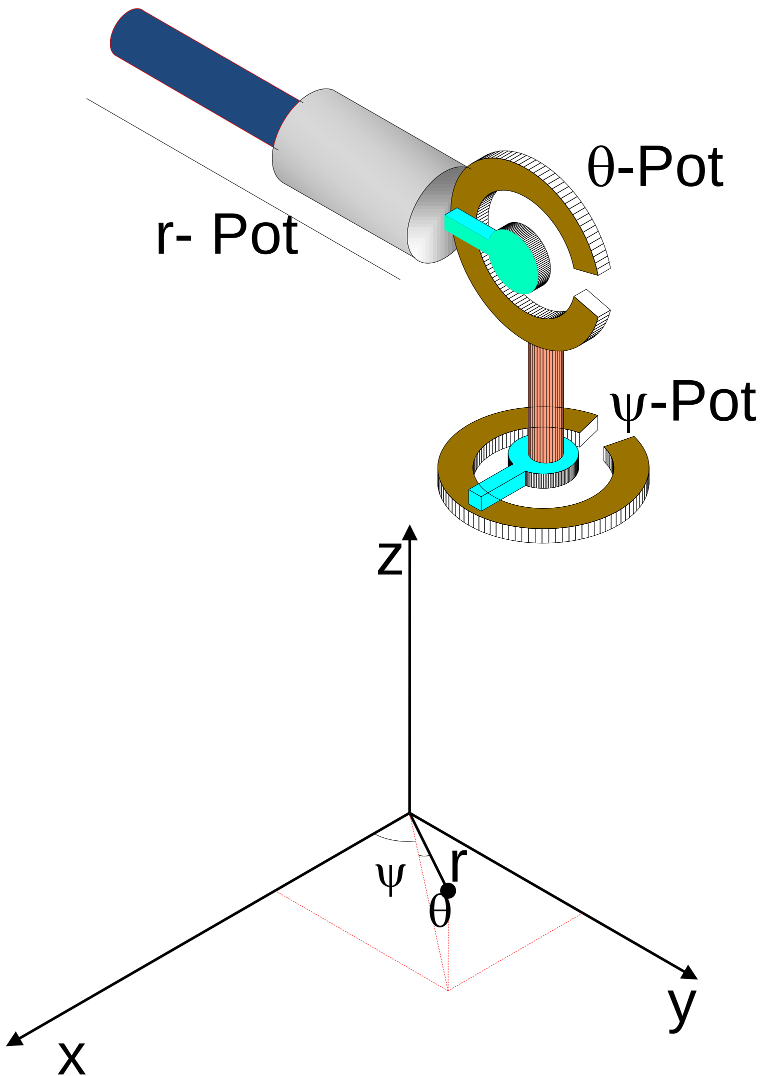
  $$\psi = \frac{\Omega}{U_s}(U_\psi - U_{\psi 0})$$

  $$r = \frac{L}{U_s}(U_r - U_{r0}) + r_{r0}$$

  $$z = r \cdot \sin(\theta)$$

  $$x = r \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\psi)$$

  $$y = r \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(\psi)$$

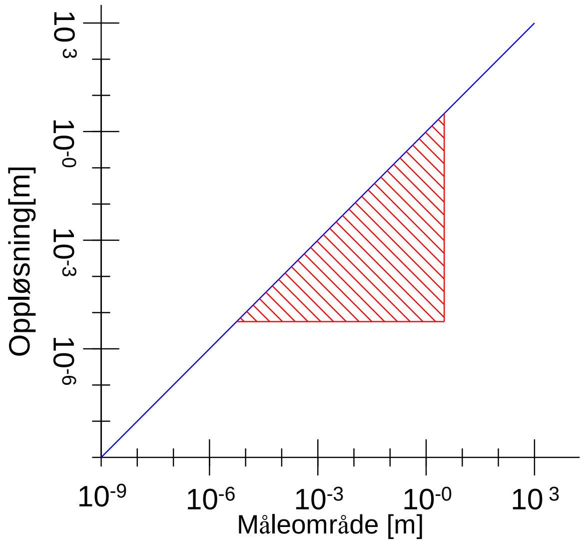


Egenskaper til potensiometeret

Fordeler	Ulemper
Stort måleområde	Mekanisk kopling til objekt
Let å bruke	Begrenset båndbredde
Lav pris	Friksjon
Få eller ingen tilpasnings kretser	Massetreghets moment
Stort utgangs signal	Slitasje

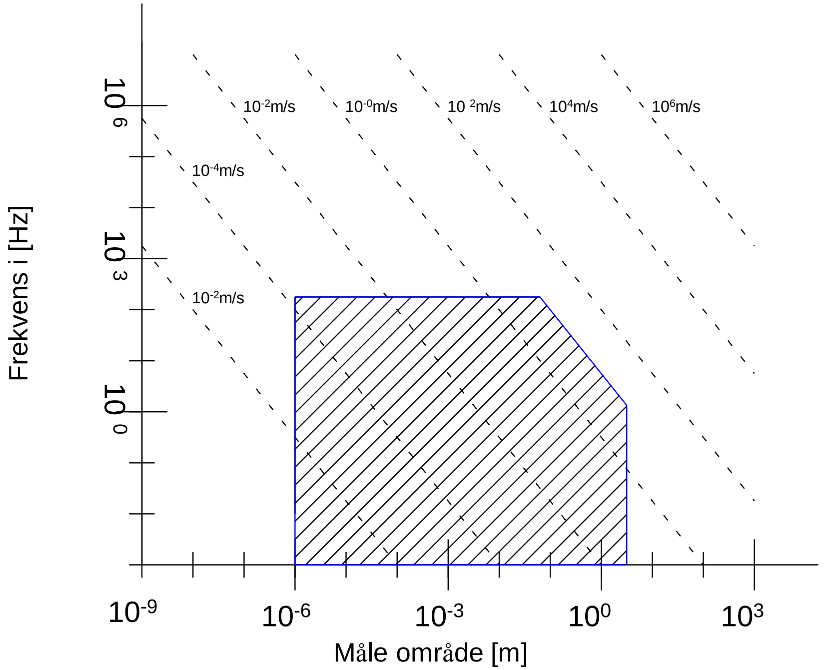
Måleområde og oppløsning for potensiometer

- Måle området for et potensiometer begrenses ikke teoretisk men av konkurrerende teknologi og praktiske hensyn som hvor langt er det hensiktsmessig å lage et potensiometer.
- Oppløsningen begrenses av friksjons kraften mellom slepekontakt og motstandsbane For å overvinne denne friksjonskraften vil den elastisiteten koplingen mellom måleobjekt og slepekontakt deformeres oppløsningen kan ikke bli mindre en denne deformasjonen



Frekvensområde for potensiometer

- **P**osisjons måling ved potensiometer forutsetter en mekanisk kopling mellom slepekontakt og måleobjekt slepekontakten har en viss masse og elastisitet slik at når akselerasjonene blir store vil kraften som skal til for å akselerere slepekontakten deformere koplingen og gi feilmålinger.
- En annen begrensende faktor er relativ hastighet mellom motstandsbanne og slepekontakt som ikke bør bli større en ca 10m/s



Hooke's Lov

- Spenning (σ) er proportional med Tøyning (ε)
  - $\sigma = E\,\varepsilon$
  - E = elastisitets modul (Young's modulus)

$$Spenning \quad \sigma = \frac{\text{Kraft}}{\text{Areal}} = \frac{F}{A} = \frac{\text{Newtons}}{\text{m}^2} = \text{Pascal (Pa}$$

$$\text{Tøyning} \quad \varepsilon = \frac{\text{endring i lengde}}{\text{initiell lengde}} = \frac{\Delta L}{L}$$

Poisson's forhold (ν)

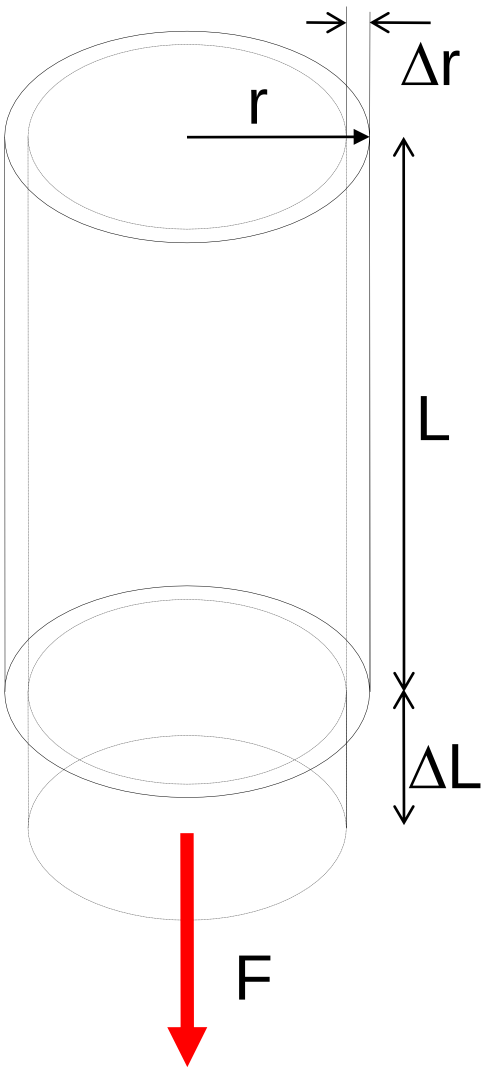
- Poissons forhold (ν) er en elastisitetskonstant som uttrykker forholdet mellom strain ε_L normalt på retningen av største spenning og strain ε_T parallelt med denne

$$\varepsilon_L = \frac{\Delta L}{L}$$

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta r}{r}$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_L} = -\frac{\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta L}{L}}$$

- I de fleste materialer : ν = 0.3-0.5



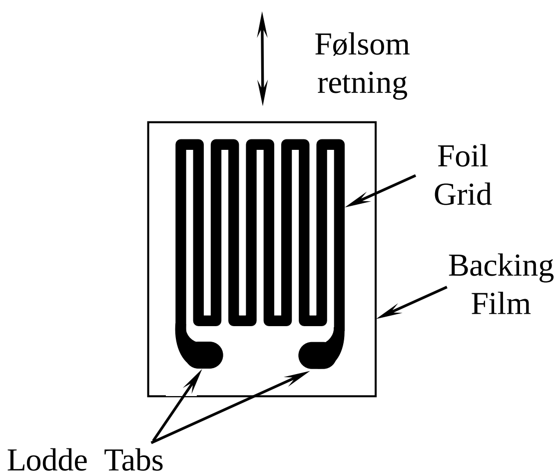
Eksempel

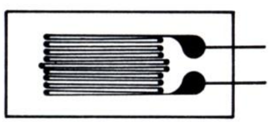
- Beregn Poisson's forhold (ν) på en sylinder som har en ubelastet lengde på 1m, endringen i lengde på grunn av belastning er 10mm. Diameteren på sylinderen er 50mm og endringen i diameter på grunn av belastning er 0,16 mm
  Løsning
  Traverse strain = ΔD / D
  Langsgående strain = ΔL / L
  Poisson's forhold (ν) = - [Traverse strain / Langsgående strain]
  Poisson's forhold (ν) = - [{(0.00016m) / (0.05m)}/{(0.01m) / (1m)}]
  Poisson's forhold (ν) = - [0.0032/0.01] = -0,32 belastning enheter

Strekklapper

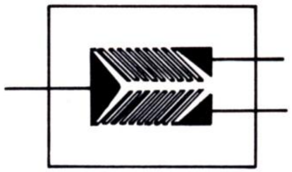
Hva er en strekklapp?

En strekklapp er en innretning som brukes til å måle svært små posisjonsendringer, ofte i µm-området. Slike små posisjonsendringer skyldes ofte at et fast legeme (for eksempel et metall-stykke) strekkes, trykkes sammen, eller vris. Derav navnet ”strekklapp”.

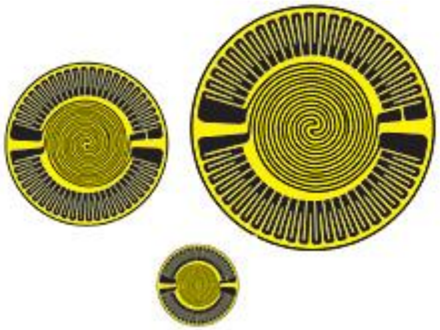


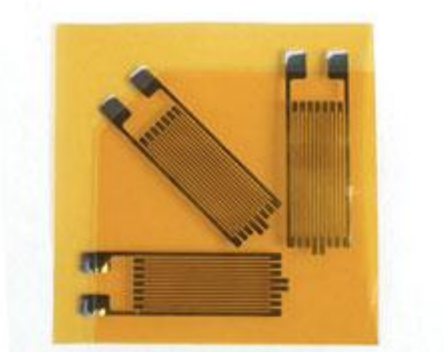


Enkelt element



To-Element Rosette





tre-Element Rosette

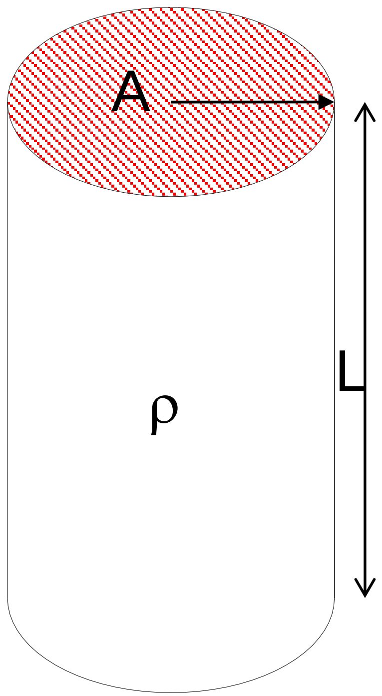
Hva brukes Strekklapper til

- Strekklapper inngår som følere eller giverelementer i mange forskjellige instrumenter der målestørrelsen kan omgjøres til en forlengelse, f.eks. trykkmålere og vekter. Strekklapper har liten mekanisk treghet, og kan brukes til registrering av forholdsvis hurtige bevegelser, f.eks. vibrasjoner i maskiner eller bygninger, eller trykksvingninger f.eks. ved eksplosjoner.

Strekklapper

- **S**trekklapper baserer seg på at resisstansen til en elektrisk-leder er proporsjonal med lengden L , resistiviteten til materialet ρ og omvent proporsjonal med arealet til lederen.

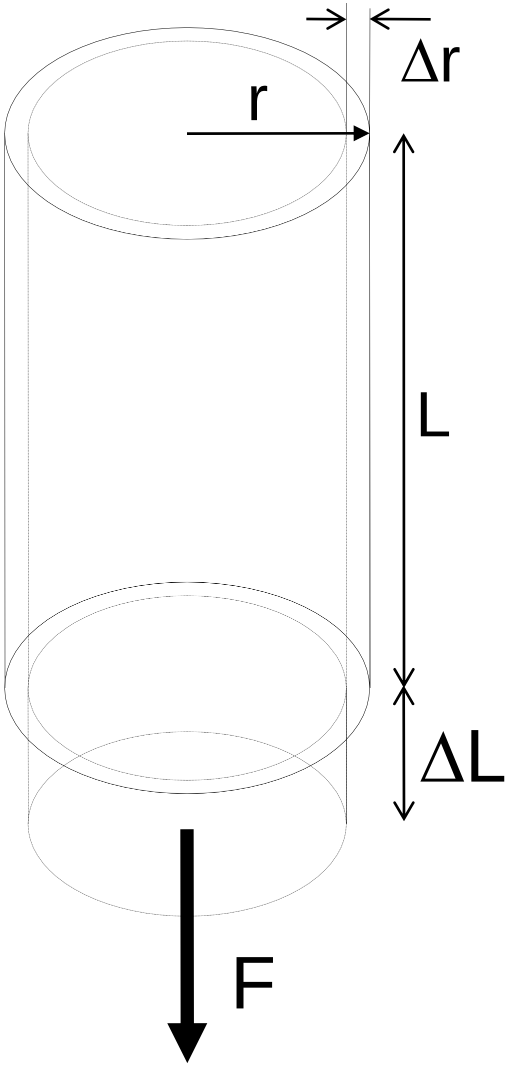
$$R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$



Resistans endring ved deformasjon

- Når en leder utsettes for en kraft vil lengden og arealet endres i henhold til Hooks lov og Poisson's forhold
- En lengde/areal forandring vil føre til en forandring i resistans

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$



Resistans endring ved deformasjon

$$\boxed{R = \frac{\rho L}{A}}$$

R = Resistans
ρ = resistivitet (material konstant)
L = Lengde
A = areal

Endring I resistans

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial L} dL + \frac{\partial R}{\partial A} dA$$

Endring R ved ρ

Endring R ved L

Endring R ved A

Resistans endring ved deformasjon

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial L} dL + \frac{\partial R}{\partial A} dA$$

Endring R ved ρ

Endring R ved L

Endring R ved A

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

$$\frac{dR}{dL} = \frac{\rho}{A}$$

$$\frac{dR}{\rho} = \frac{L}{A}$$

$$\frac{dR}{A} = \frac{-\rho L}{A^2}$$

Dividerer med R

$$\frac{dR}{R} = \underbrace{\frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho}_{\frac{d\rho}{\rho}} + \underbrace{\frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial L} dL}_{\frac{dL}{L}} + \underbrace{\frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial A} dA}_{-\frac{dA}{A}}$$

For en sylinder $A = \pi r^2$ and $dA/A = 2(dr/r)$

Gauge faktor

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A}$$

$$-\frac{dr}{r} = \nu\left(\frac{dL}{L}\right)$$

$$\frac{dA}{A} = 2\frac{\Delta r}{r} = -2\cdot\nu\left(\frac{dL}{L}\right)$$

Poisson's forhold (ν)

$$\nu = -\frac{\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta L}{L}} \Rightarrow \frac{\Delta r}{r} = -\nu\frac{\Delta L}{L}$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + (1+2\cdot\nu)\frac{dL}{L} \Rightarrow GF = \frac{dR}{R}\Big/\frac{dL}{L} = \frac{d\rho}{\varepsilon_l\rho} + (1+2\cdot\nu)$$

Gauge Factor (G.F.)

Måles med målebro

$$G.F = \frac{\Delta R / R}{\Delta L / L} = \frac{\Delta R / R}{\varepsilon}$$

Gitt

Beregnes

G.F. relaterer en endring i resistans til strain

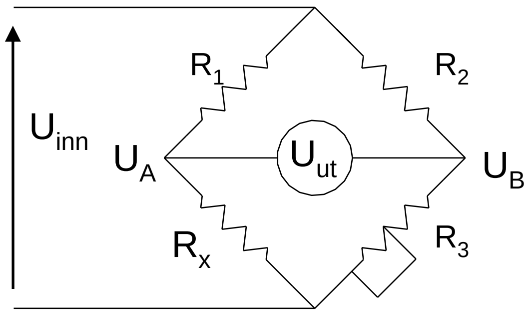
For de fleste strekklapper er G.F. I området 2.0-4.0

konstantan = 2.0, Nikrome = 2.2

- Hva ville motstands endringen ΔR være i en metallisk folie strekklapp dersom strainen er 0.005 meter per meter , når gauge faktor GF= 2,3 og ubelastet motstanden er 500 Ω?
  Løsning
  $GF = (\Delta R / R) / (\Delta L / L)$
  $2{,}3 = (\Delta R/500) / [(0{,}005)/1] = (\Delta R/5000) / [0.020 / 4]$
  $2{,}3 = (\Delta R/500) / [0{,}005]$
  $2{,}3\ (0{,}005) = (\Delta R/500)$
  $(2.3)\ (0.005)\ (500) = \Delta R$
  $\Delta R = 5.75\ \Omega$

Tilpasnings elektronikk

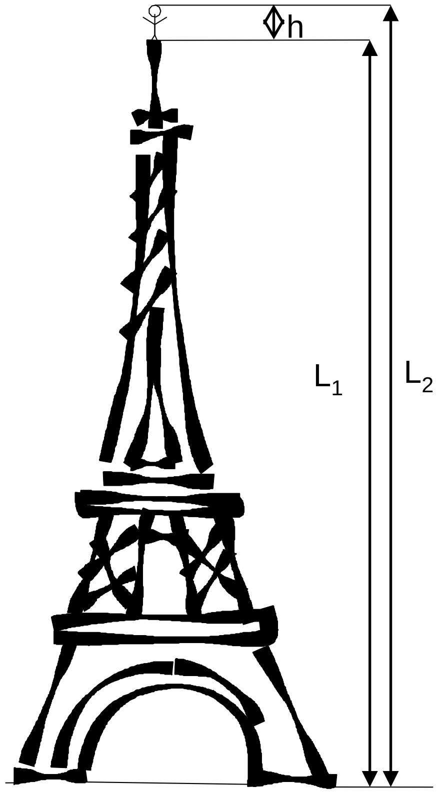
- **N**år vi skal finne forskyvningen $\Delta L = \varepsilon \cdot L$ måler vi ΔR og kan lett finne strain ε. Siden endringen i resistans er svært liten må en benytte svert følsomme instrumenter Wheatstone's målebro



- I en Wheatstone's målebro måler vi en spennings forskjell (U_A-U_B)

Wheatstone's målebro

- Wheatstone's bro er en elegant og meget enkel måte å måle små resistansvariasjoner Det geniale med en målebro er at du bare måler endringen rundt et arbeidspunk eller nullpunkt . Tenk deg at du skal måle høyden på en mann som står på toppen Eiffeltårnet av mens du står på bakken . Først måler du fra issen til mannen og ned til bakken L_2 og deretter måler du fra helen og ned til bakken L_1 å ,så trekker du disse målene fra hverandre og finner høyden til mannen $h= L_2 - L_1$ dette krever et måle instrument med stort måleområde og god oppløsning. Målefeilen i prosent av måleområdet må være ekstremt liten . Wheatstone's målebro fjerner Eiffeltårnet ved å trekke fra L_1 slik at målingen bare blir fra issen til helen .Dette gjøres ved å velge arbeidspunktet eller nullpunktet lik L_1

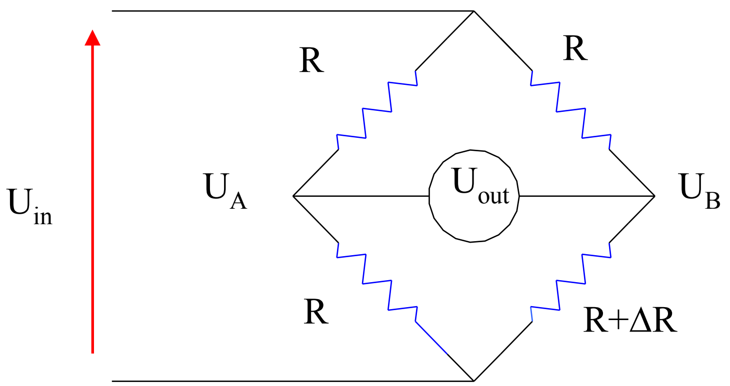


Kvartbro med en strekklapp

- En kvartbro består av 3 kjente resistanser og en ukjent Rx=R+ΔR

$$U_{ut} = U_B - U_A = \left(\frac{R+\Delta R}{2R+\Delta R} - \frac{1}{2} \right) U_{inn}$$

$$U_{ut} = \left(\frac{2(R+\Delta R)}{2(2R+\Delta R)} - \frac{2R+\Delta R}{2(2R+\Delta R)} \right) U_{inn} = \frac{\Delta R}{4R+2\Delta R} U_{inn}$$



- Om vi antar at 4R>>2ΔR kn utrykket over forenkles til

$$U_{ut} = \frac{\Delta R}{4R} U_{inn} = \frac{GF \cdot \varepsilon}{4} U_{inn}$$

- Eller

$$\boxed{\varepsilon = \frac{4 \cdot U_{ut}}{GF \cdot U_{inn}}}$$

NB!! Problem med Temperatur kompensering

Halvbro med to strekklapper

- **E**n halvbro består av 2 kjente resistanser og en to ukjent Rx=R±ΔR
- Slik at ut spenningen blir

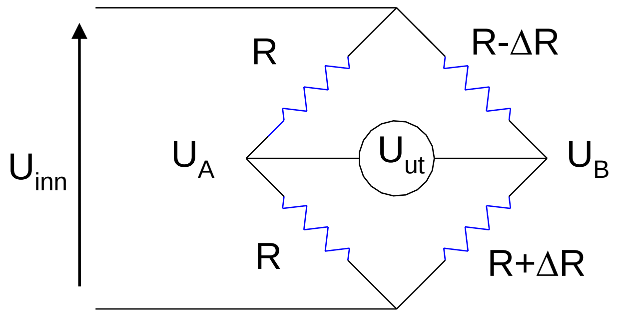
$$U_{ut} = U_B - U_A = \left(\frac{R + \Delta R}{2R} - \frac{1}{2} \right) U_{inn}$$

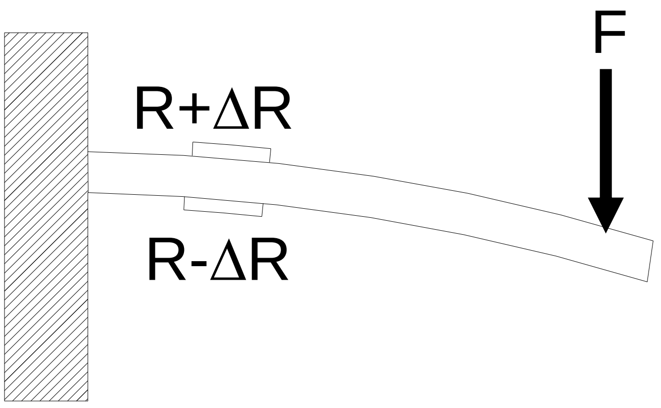
$$U_{ut} = \left(\frac{R + \Delta R - R}{2R} \right) U_{inn} = \frac{\Delta R}{2R} U_{inn}$$

$$U_{ut} = \frac{\varepsilon \cdot GF}{2} \cdot U_{inn}$$

- Eller

$$\boxed{\varepsilon = \frac{2 \cdot U_{ut}}{GF \cdot U_{inn}}}$$





Fullbro med fire strekklapper

- **E**n fulbro består av fire ukjente resistaner Rx=R±ΔR
- Slik at ut spenningen blir

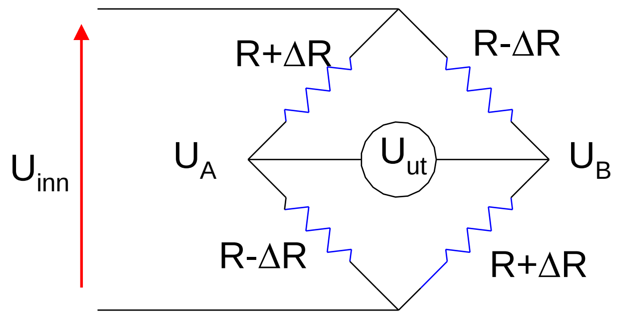
$$U_{ut} = U_B - U_A = \left(\frac{R+\Delta R}{2R} - \frac{R-\Delta R}{2R} \right) U_{inn} = \frac{\Delta R}{R} U_{inn}$$

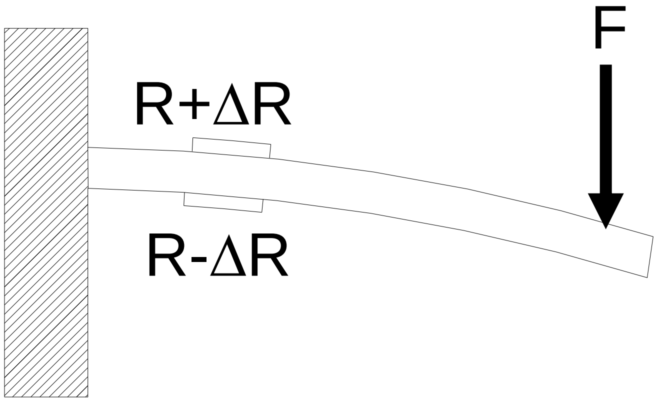
- Eller

$$U_{ut} = \varepsilon \cdot GF \cdot U_{inn}$$

- Eller

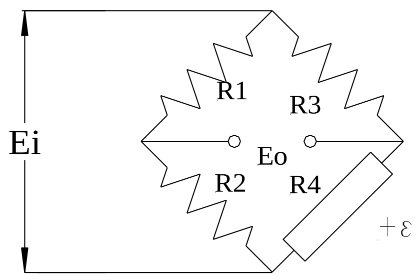
$$\boxed{\varepsilon = \frac{U_{ut}}{GF \cdot U_{inn}}}$$





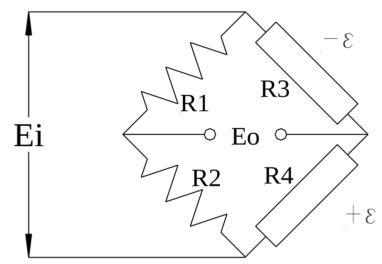
Oppsummering kvart halv og full bro

Kvart bro



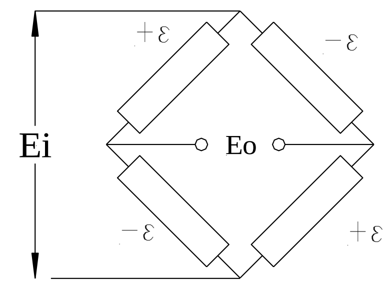
$$E_o \approx E_i \frac{s \cdot \varepsilon}{4}$$

Halv bro



$$E_o = E_i \cdot \frac{s \cdot \varepsilon}{2}$$

Full bro



$$E_o = E_i \cdot s \cdot \varepsilon$$

Udledning av utrykk for loading effekt

- Ideelt med last motstand $R_m=\infty$

$$R_1 = R_p \cdot x$$

$$R_2 = R_p \cdot (1-x)$$

$$U_x = \frac{R_p \cdot x}{R_p \cdot (1-x) + R_p \cdot x} U_s = U_s \cdot x$$

- Med last motstand R_m

$$R_1 = \frac{R_m \cdot R_p \cdot x}{R_m + R_p \cdot x}$$

$$R_2 = R_p \cdot (1-x)$$

$$U_{xm} = \frac{\dfrac{R_m \cdot R_p \cdot x}{R_m + R_p \cdot x}}{R_p \cdot (1-x) + \dfrac{R_m R_p \cdot x}{R_m + R_p \cdot x}}$$

$$U_s = \frac{R_m \cdot R_p \cdot x}{(R_m + R_p \cdot x) \cdot R_p \cdot (1-x) + R_m \cdot R_p \cdot x} U_s$$

$$U_{xm} = \frac{R_m \cdot x}{(R_m + R_p \cdot x) \cdot (1-x) + R_m \cdot x} U_s$$

$$U_{xm} = \frac{R_m \cdot x}{R_m - R_m \cdot x + R_p \cdot x \; - R_p \cdot x^2 + R_m \cdot x} U_s = \frac{R_m \cdot x}{R_m + R_p \cdot x \; - R_p \cdot x^2} = \frac{\dfrac{R_m}{R_p} \cdot x}{\dfrac{R_m}{R_p} + x \; - \cdot x^2} U_s$$

- Avviket blir differansen mellom ideelle spenningen å spenningen som måles

$$U_{avvik} = U_x - U_{xm} = \left(x - \frac{\dfrac{R_m}{R_p} \cdot x}{\dfrac{R_m}{R_p} + x \; - \cdot x^2} \right) U_s$$

$$U_{avvik} = \left(\frac{x\left(\dfrac{R_m}{R_p} + x \; - \cdot x^2\right) - \dfrac{R_m}{R_p} \cdot x}{\dfrac{R_m}{R_p} + x \; - \cdot x^2} \right) U_s$$

$$U_{avvik} = \left(\frac{x^2 - x^3}{\dfrac{R_m}{R_p} + x \; - x^2} \right) U_s$$

$$U_{avvik} = \left(\frac{\dfrac{R_p}{R_m}\left(x^2 - x^3\right)}{1 + \dfrac{R_p}{R_m}(x \; - x^2)} \right) U_s \approx \frac{R_p}{R_m}\left(x^2 - x^3\right) U_s$$