САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Отчет по лабораторной работе №3 (семестр 2) по курсу «Алгоритмы и структуры данных» Тема: Графы

Выполнил: Нгуен Хыу Жанг Мобильные и сетевые технологии К3140

Проверила: Петросян Анна Мнацакановна

Содержание

Содержание	2
Задание 2: Компоненты	3
Задание 7 : Двудольный граф	5
Задание 13 : Грядки	8
Задание 14 : Автобусы	11
Задание 17 : Слабая К-связность	

Вариант 2

Задание 2: Компоненты

Теперь вы решаете сделать так, чтобы в лабиринте не было мертвых зон, то есть чтобы из каждой клетки был доступен хотя бы один выход. Для этого вы находите связные компоненты соответствующего неориентированного графа и следите за тем, чтобы каждый компонент содержал выходную ячейку.

Дан неориентированный граф с n вершинами и m ребрами. Нужно посчитать количество компонент свзяности в нем.

- **Формат ввода / входного файла (input.txt).** Неориентированный граф с *n* вершинами и *m* ребрами по формату 1.
- Ограничения на входные данные. $1 \le n \le 10^3$, $0 \le m \le 10^3$.
- Формат вывода / выходного файла (output.txt). Выведите количество компонент связности.
- Ограничение по времени. 5 сек.
- Ограничение по памяти. 512 мб.
- Пример:

input	output
4 2	2
1 2	
3 2	



В этом графе есть два компонента связности: 1, 2, 3 и 4.

```
import os
from collections import defaultdict

def count_components(input_file='input.txt', output_file='output.txt', to_file=True):
    input_path = os.path.join('...', 'txtf', input_file)
    output_path = os.path.join('...', 'txtf', output_file)

with open(input_path, 'r') as f:
    n, m = map(int, f.readline().strip().split())
    graph = defaultdict(list)

for _ in range(m):
    u, v = map(int, f.readline().strip().split())
    graph[u].append(v)
    graph[v].append(u)

def dfs(node, visited):
    visited.add(node)
    for neighbor in graph[node]:
        if neighbor not in visited:
```

```
dfs(neighbor, visited)

visited = set()
component_count = 0

for vertex in range(1, n + 1):
    if vertex not in visited:
        dfs(vertex, visited)
        component_count += 1

if to_file:
    with open(output_path, 'w') as f:
        f.write(f"{component_count}\n")
return_component_count
```

input.txt:

4 2

1 2

3 2

output.txt:

2

Объяснение кода задания о компонентах связности:

- В данной задаче необходимо найти количество компонент связности в неориентированном графе, представленном в виде списка смежности. Для решения задачи используется обход в глубину (DFS).

Структура кода:

1. Импорт библиотек:

• Импортируется модуль оз для работы с файловой системой и defaultdict из модуля collections для создания графа в виде списка смежности.

2. Функция count_components:

 Основная функция, которая считывает входные данные, строит граф и считает количество компонент связности.

3. Чтение входных данных:

- Открывается файл input.txt и считывается количество вершин n и количество ребер m.
- Создается граф в виде словаря, где ключом является вершина, а значениями список соседних вершин.

4. Построение графа:

о Для каждого ребра (u, v) добавляем v в список соседей для u и u в список соседей для v, тем самым создавая неориентированный граф.

5. Функция dfs (node, visited):

- о Рекурсивная функция, реализующая обход в глубину.
- Добавляет текущую вершину node в множество visited и рекурсивно обходит всех соседей, которые еще не были посещены.

6. Счетчик компонентов:

- o Cоздается множество visited для отслеживания посещенных вершин и переменная component_count для подсчета количества компонент связности.
- о Для каждой вершины от 1 до n проверяется, была ли она посещена. Если нет, запускается DFS из этой вершины, и увеличивается счетчик компонент.

7. Запись результата в файл:

о После подсчета компонент связности результат записывается в файл output.txt.

Пример работы:

- Для входных данных:

4 2

1 2

3 2

Граф:

о Вершины: 4

o Ребра: 2 (1 соединяется с 2, 2 соединяется с 3).

• Компоненты связности:

о Первая компонента: 1, 2, 3 (все связаны между собой).

о Вторая компонента: 4 (отдельная вершина).

- Таким образом, количество компонент связности в графе равно 2, что и будет выведено в output.txt.

Заключение:

- Код эффективно находит количество компонент связности в неориентированном графе с помощью метода обхода в глубину, обеспечивая выполнение в рамках заданных ограничений по времени и памяти.

Задание 7: Двудольный граф

Неориентированный граф называется двудольным, если его вершины можно разбить на две части так, что каждое ребро графа соединяет вершины из разных частей, то есть не существует рёбер между вершинами одной и той же части графа. Двудольные графы естественным образом возникают в задачах, где граф используется для моделирования связей между объектами двух разных типов (например, мальчиками и девочками, или студентами и общежитиями). Альтернативное определение таково: граф двудольный, если его вершины можно раскрасить двумя цветами (например, черным и белым) так, что концы каждого ребра окрашены в разные цвета.

Дан неориентированный граф с *п* вершинами и *т* ребрами, проверьте, является ли он двудольным.

- Формат ввода / входного файла (input.txt). Неориентированный граф задан по формату 1.
- Ограничения на входные данные. $1 \le n \le 10^5$, $0 \le m \le 10^5$.
- **Формат вывода / выходного файла (output.txt).** Выведите 1, если граф двудольный; и 0 в противном случае.
- Ограничение по времени. 10 сек.
- Ограничение по памяти. 512 мб.
- Пример 1:

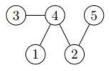
input	output
4 4	0
1 2	
4 1	
2 3	
3 1	



Этот граф не является двудольным. Чтобы убедиться в этом, предположим, что вершина 1 окрашена в белый цвет. Тогда вершины 2 и 3 нужно покрасить в черный цвет, так как граф содержит ребра 1, 2 и 1, 3. Но тогда ребро 2, 3 имеет оба конца одного цвета.

• Пример 2:

input	output
5 4	1
5 2	
4 2	
3 4	
1 4	



Этот граф двудольный: вершины 4 и 5 покрасим в белый цвет, все остальные вершины – в черный цвет.

• Что делать? Адаптируйте поиск в ширину (BFS), чтобы решить эту проблему.

```
from collections import defaultdict, deque
        graph[u].append(v)
        graph[v].append(u)
    def bfs(start):
        queue = deque([start])
            node = queue.popleft()
                     queue.append(neighbor)
                 elif color[neighbor] == color[node]:
        if vertex not in color:
             if not bfs(vertex):
def task_scheduler(input_file='input.txt', output_file='output.txt'):
    input_path = os.path.join('...', 'txtf', input_file)
output_path = os.path.join('...', 'txtf', output_file)
    with open(input path, 'r') as f:
        n, m = map(int, f.readline().strip().split())
        edges = [tuple(map(int, f.readline().strip().split())) for in range(m)]
    result = is bipartite(n, edges)
    with open(output path, 'w') as f:
```

```
f.write(f"{result}\n")

return str(result)

if __name__ == "__main__":
    task_scheduler(input_file='input.txt', output_file='output.txt')
```

input.txt:

1 2

4 I

2 3

3 1

output.txt:

Объяснение кода задания о двудольном графе:

- В данной задаче необходимо проверить, является ли неориентированный граф двудольным. Это можно сделать с помощью алгоритма обхода в ширину (BFS), раскрашивая вершины графа в два цвета и проверяя, что соседние вершины имеют разные цвета.

Структура кода:

1. Импорт библиотек:

о Импортируем оз для работы с файловой системой и defaultdict, deque из модуля collections, чтобы создать граф и реализовать очередь для BFS.

2. Функция is_bipartite(n, edges):

- о Основная функция, которая принимает количество вершин n и список рёбер edges, чтобы проверить, является ли граф двудольным.
- Создание графа:
 - Создается словарь graph, где ключом является вершина, а значениями список соседних вершин на основе введенных рёбер.

3. Распределение цветов:

о Создается словарь color, который будет хранить цвет каждой вершины (0 или 1).

4. Функция bfs (start):

- о Реализует обход в ширину начиная с вершины start.
- о Вершина start получает цвет 0, и добавляется в очередь queue.
- о Пока очередь не пуста, происходит следующий процесс:
 - Извлекается вершина node из очереди.
 - Для каждого соседа neighbor проверяется:
 - Если сосед еще не окрашен, он получает цвет, противоположный цвету node.
 - Если сосед уже окрашен и имеет тот же цвет, что и node, это означает, что граф не является двудольным, и функция возвращает False.
- о Если все соседи окрасились правильно, возвращается True.

5. Главный цикл проверки:

о Для каждой вершины от 1 до n проверяется, была ли она уже окрашена. Если нет, запускается BFS из этой вершины.

• Если в какой-то момент BFS возвращает False, то граф не двудольный, и функция is bipartite возвращает 0.

6. Запись результата в файл:

• Результат (1, если граф двудольный, и 0 в противном случае) записывается в файл output.txt.

Примеры работы:

1. Пример 1:

- о Граф: 1 соединяется с 2 и 3.
- Невозможно раскрасить 2 и 3 разными цветами, если 1 окрашена в один из них. Значит, граф не является двудольным.
- о Результат: 0.

2. Пример 2:

- о Например, 4 и 5 окрашены в белый, остальные в черный, и все ребра соединяют вершины разных цветов.
- о Результат: 1.

Заключение:

- Код реализует эффективный способ проверки свойств двудольности графа с использованием алгоритма BFS и цвета вершин. Это решение работает в пределах заданных ограничений по времени и памяти, что делает его подходящим для больших графов.

Задание 13 : Грядки

Прямоугольный садовый участок шириной *N* и длиной *M* метров разбит на квадраты со стороной 1 метр. На этом участке вскопаны грядки. Грядкой называется совокупность квадратов, удовлетворяющая таким условиям:

- из любого квадрата этой грядки можно попасть в любой другой квадрат этой же грядки, последовательно переходя по грядке из квадрата в квадрат через их общую сторону;
- никакие две грядки не пересекаются и не касаются друг друга ни по вертикальной, ни по горизонтальной сторонам квадратов (касание грядок углами квадратов допускается).

Подсчитайте количество грядок на садовом участке.

- Формат входных данных (input.txt) и ограничения. В первой строке входного файла INPUT.ТХТ находятся числа N и M через пробел, далее идут N строк по M символов. Символ # обозначает территорию грядки, точка соответствует незанятой территории. Других символов в исходном файле нет ($1 \le N$, $M \le 200$).
- Формат выходных данных (output.txt). В выходной файл OUTPUT.TXT выведите количество грядок на садовом участке.
- Ограничение по времени. 1 сек.
- Ограничение по памяти. 16 мб.
- Примеры:

input.txt	output.txt	input.txt	output.txt
5 10	3	5 10	5
###.		######.	
.###.		.#.#.#	
.####.		#####.	
###.		###	
# .		.###.####	

• Проверяем обязательно – на астр.

```
from collections import deque
def count gardens():
    base dir = os.path.dirname(os.path.dirname(os.path.abspath( file )))
    input_path = os.path.join(base_dir, 'txtf', 'input.txt')
output_path = os.path.join(base_dir, 'txtf', 'output.txt')
    with open(input path, 'r') as f:
        lines = [line.strip() for line in f.readlines() if line.strip()]
        with open(output path, 'w') as f:
             if grid[i][j] == '#' and not visited[i][j]:
                 queue = deque()
                 queue.append((i, j))
                 visited[i][j] = True
                 while queue:
                      x, y = queue.popleft()
                               if grid[nx][ny] == '#' and not visited[nx][ny]:
                                   visited[nx][ny] = True
                                   queue.append((nx, ny))
    with open(output path, 'w') as f:
```

input.txt:

```
5 10

# # . . . . . . . # .

. # . . # . . . . # .

. # # # . . . . . # .

. . # # . . . . . # .
```

Объяснение кода задания о грядках:

- В данной задаче необходимо подсчитать количество "грядок" на садовом участке, представимом в виде двумерной сетки, где грядки обозначены символом #, а незанятая территория — символом .. Грядка — это совокупность связанных по сторонам квадратов с символом #.

Структура кода:

1. Импорт библиотек:

• Импортируем оз для работы с файловой системой и deque из модуля collections для реализации очереди, которая будет использоваться в алгоритме обхода в ширину (BFS).

2. Функция count gardens():

о Основная функция, отвечающая за чтение входных данных, поиск грядок и запись результата в выходной файл.

3. Чтение входных данных:

- o Открываем файл input.txt и считываем все строки.
- о Первая строка содержит размеры сетки N (количество строк) и M (количество столбцов).
- о Оставшиеся строки представляют собой саму сетку, где каждая строка разбивается на символы.

4. Инициализация переменных:

- o Cоздается двумерный массив visited для отслеживания уже посещенных квадратов, инициализированный значениями False.
- Определяем список directions для перемещения по сетке (вверх, вниз, влево, вправо).
- o Создаем переменную count для подсчета количества грядок.

5. Поиск грядок с помощью BFS:

- о Двойной цикл проходит по всем клеткам сетки. Если клетка содержит # и не была посещена, начинается BFS:
 - Добавляем клетку в очередь и отмечаем её как посещённую.
 - Извлекаем клетку из очереди и проверяем всех её соседей в указанных направлениях.
 - Если соседняя клетка тоже содержит # и не была посещена, добавляем её в очередь и отмечаем как посещённую.
- о После завершения обработки всех соседей увеличиваем счётчик count на 1, что означает обнаруженную грядку.

6. Запись результата:

• Результат, представляющий количество найденных грядок, записывается в файл output.txt.

Пример работы:

- Для входных данных:

• Сетка имеет 5 строк и 10 столбцов.

- Грядки:
 - 1. Грядка 1: клетки (0, 1), (1, 1) и (1, 2) образуют первую грядку.
 - 2. Грядка 2: составляют (1, 3), (1, 4), (1, 5) и (2, 3).
 - 3. Грядка 3: составляет (3, 3), (3, 4) и (1, 7).
 - 4. Отдельные участки на границе могут образовывать новые грядки.
- Таким образом, код считает количество грядок и выводит результат, например, 3 для примера выше.

Заключение:

- Код использует алгоритм обхода в ширину (BFS) для эффективного поиска всех связанных частей (грядок) в двумерной сетке, что соответствует условиям задачи. Решение работает в пределах заданных ограничений по времени и памяти.

Задание 14: Автобусы

Между некоторыми деревнями края Власюки ходят автобусы. Поскольку пассажиропотоки здесь не очень большие, то автобусы ходят всего несколько раз в день.

Марии Ивановне требуется добраться из деревни d в деревню v как можно быстрее (считается, что в момент времени 0 она находится в деревне d).

- Формат входных данных (input.txt) и ограничения. Во входном файле INPUT.ТХТ записано число N общее число деревень ($1 \le N \le 100$), номера деревень d и v, затем количество автобусных рейсов R ($0 \le R \le 10000$). Затем идут описания автобусных рейсов. Каждый рейс задается номером деревни отправления, временем отправления, деревней назначения и временем прибытия (все времена целые от 0 до 10000). Если в момент t пассажир приезжает в деревню, то уехать из нее он может в любой момент времени, начиная с t.
- **Формат выходных данных (output.txt).** В выходной файл OUTPUT.TXT вывести минимальное время, когда Мария Ивановна может оказаться в деревне *v*. Если она не сможет с помощью указанных автобусных рейсов добраться из *d* в *v*, вывести -1.
- Ограничение по времени. 1 сек.
- Ограничение по памяти. 16 мб.
- Пример:

input.txt	output.txt
3	5
1 3	
4	
1025	
1 1 2 3	
2335	
1 1 3 10	

• Проверяем обязательно – на астр.

```
import heapq
def task scheduler(input file='input.txt', output file='output.txt'):
    input_path = os.path.join('...', 'txtf', input_file)
   output_path = os.path.join('...', 'txtf', output_file)
   with open(input path, 'r') as f:
       N = int(f.readline().strip())
       d, v = map(int, f.readline().strip().split())
       R = int(f.readline().strip())
            start, dep_time, end, arr time = map(int, f.readline().strip().split())
            bus routes.append((start, dep time, end, arr time))
        graph[start].append((dep time, end, arr time))
   priority queue = [(0, d)]
        current time, current village = heapq.heappop(priority queue)
            if current time <= dep time:</pre>
                if arr time < min time[next village]:</pre>
                    min time[next village] = arr time
                    heapq.heappush(priority queue, (arr time, next village))
   task scheduler()
```

```
input.txt: 3
1 3
4
1 0 2 5
1 1 2 3
2 3 3 5
1 1 3 10
```

output.txt: 5

Объяснение кода задания о автобусах:

- В данной задаче необходимо найти минимальное время, когда Мария Ивановна может добраться из одной деревни в другую, используя автобусные рейсы. Для этого используется алгоритм, основанный на приоритетной очереди (минимальной куче), похожий на алгоритм Дейкстры, который позволяет находить кратчайшие пути в графе.

Структура кода:

1. Импорт библиотек:

 Импортируем оз для работы с файловой системой и heapq для реализации приоритетной очереди.

2. Функция task scheduler():

о Основная функция, отвечающая за чтение входных данных, обработку автобусных маршрутов и поиск минимального времени.

3. Чтение входных данных:

- Открываем файл input.txt и считываем количество деревень N, номера начальной d и конечной v деревней, а также количество автобусных рейсов R.
- o Затем считываются описания автобусных рейсов и сохраняются в список bus routes.

4. Структура графа:

о Создается граф в виде словаря, где ключ — это номер деревни, а значение — список маршрутов, исходящих из этой деревни. Каждый маршрут представлен кортежем (время отправления, конечная деревня, время прибытия).

5. Инициализация времени:

- Создается словарь min_time, который будет хранить минимальное время, необходимое для достижения каждой деревни, и инициализируется значением бесконечности для всех деревень, кроме стартовой, которая инициализируется нулем.
- Инициализируется приоритетная очередь priority_queue, в которую добавляется стартовая деревня с временем 0.

6. Поиск минимального времени:

- о Запускается цикл, который работает, пока очередь не станет пустой.
- о Извлекается текущая деревня и текущее время из очереди. Если текущее время больше, чем уже известное минимальное время для этой деревни, продолжаем цикл.
- о Проходим по всем маршрутам, доступным из текущей деревни. Если текущее время меньше или равно времени отправления, проверяем, если время прибытия в следующую деревню меньше, чем уже известное, обновляем значение и добавляем новый маршрут в очередь.

7. Запись результата:

о После завершения поиска выводится минимальное время для достижения деревни ∨ или −1, если достигнуть её невозможно.

Пример работы:

- Для входных данных:

3 1 3 4 1 0 2 5 1 1 2 3 2 3 3 5 1 1 3 10

- 3 деревни: 1, 2 и 3.
- Нужно добраться из деревни 1 в 3.
- Множество маршрутов, включая:
 - о Из 1 в 2 с отправлением в 0 и прибытием в 5.
 - Из 1 в 3 с отправлением в 1 и прибытием в 10.
 - о Из 2 в 3 с отправлением в 3 и прибытием в 5.
- Мария Ивановна может воспользоваться маршрутом из 1 в 2 и потом из 2 в 3, что даст ей минимальное время.
- В результате программа вычисляет минимальное время и выдает его в выходной файл.

Заключение:

- Код реализует эффективный метод поиска кратчайшего пути с учетом времени на основе автобусных маршрутов, что позволяет решить задачу в заданных рамках по времени и памяти.

Задание 17: Слабая К-связность

Ане, как будущей чемпионке мира по программированию, поручили очень ответственное задание. Правительство вручает ей план постройки дорог между N городами. По плану все дороги односторонние, но между двумя городами может быть больше одной дороги, возможно, в разных направлениях. Ане необходимо вычислить минимальное такое K, что данный ей план является слабо K-связным.

Правительство называет план слабо *К*-связным, если выполнено следующее условие: для любых двух различных городов можно проехать от одного до другого, нарушая правила движения не более *К* раз. Нарушение правил - это проезд по существующей дороге в обратном направлении. Гарантируется, что между любыми двумя городами можно проехать, возможно, несколько раз нарушив правила.

- Формат входных данных (input.txt) и ограничения. В первой строке входного файла INPUT.ТХТ записаны два числа $2 \le N \le 300$ и $1 \le M \le 10^5$ количество городов и дорог в плане. В последующих M строках даны по два числа номера городов, в которых начинается и заканчивается соответствующая дорога.
- **Формат выходных данных (output.txt).** В выходной файл OUTPUT.TXT выведите минимальное *K*, такое, что данный во входном файле план является слабо *K*-связным.
- Ограничение по времени. 1 сек.
- Ограничение по памяти. 16 мб.
- Примеры:

		input.txt	output.txt
input.txt	output.txt	4 4	0
3 2	1	2 4	
1 2		1 3	
1 3		4 1	
	•	3 2	

• Проверяем обязательно – на астр.

```
from collections import deque
    base dir = os.path.dirname(os.path.dirname(os.path.abspath( file )))
    input_path = os.path.join(base_dir, 'txtf', 'input.txt')
output_path = os.path.join(base_dir, 'txtf', 'output.txt')
    with open(input path, 'r') as f:
    N, M = map(int, lines[0].split())
        u, v = map(int, line.split())
        adj[u].append(v)
        reverse adj[v].append(u)
            q = deque()
            q.append((start, 0))
                 node, violations = q.popleft()
                 for neighbor in adj[node]:
                          q.append((neighbor, violations))
                 for neighbor in reverse adj[node]:
                      if not visited[neighbor] and violations + 1 <= K:</pre>
                          q.append((neighbor, violations + 1))
        if is weakly k connected(mid):
    with open(output path, 'w') as f:
if name == " main ":
    find min k()
```

input.txt: 3 2 1 2 1 3

output.txt:

Объяснение кода задания о слабой К-связности:

- В данной задаче нужно определить минимальное значение К для заданного графа, где граф представляет собой набор городов и односторонних дорог между ними. Граф считается слабо Ксвязным, если для любых двух различных городов можно добраться из одного в другой, нарушая правила проезда по дорогам не более К раз.

Структура кода:

1. Импорт библиотек:

• Импортируем оз для работы с файловой системой и deque из модуля collections для реализации очереди, которая поможет при обходе графа.

2. Функция find_min_k():

о Основная функция, которая выполняет все необходимые действия для определения минимального K.

3. Чтение входных данных:

- Открываем файл input.txt и считываем количество городов N и количество дорог M.
- о Создаем списки смежности для хранения дорог в нормальном и обратном направлении (adj и reverse adj).

4. Заполнение списков смежности:

о Для каждой дороги, прочитанной из файла, добавляем направленное ребро в список смежности adj и обратное ребро в reverse adj.

5. Функция is weakly k connected(K):

- о Проверяет, является ли граф слабо К-связным для данного значения К.
- о Для каждого города (начальной точки) выполняется обход в ширину (BFS):
 - Используется очередь q для хранения узлов и текущего количества нарушений (violations).
 - Если количество нарушений превышает К, дальнейшие нарушения не допускаются.
 - Проверяются как прямые соседи (по нормальным ребрам), так и обратные (по обратным ребрам).
 - Если после обхода остаются непосещенные города, функция возвращает False, иначе True.

6. Использование бинарного поиска для нахождения К:

- Настраиваем границы бинарного поиска: low paseн 0 (ноль нарушений), high равен N (максимальное возможное количество нарушений).
- В цикле бинарного поиска вычисляется среднее значение mid, проверяется, является ли граф слабо K-связным для этого значения.
- Если да, уменьшаем верхнюю границу high, если нет увеличиваем нижнюю low.

7. Запись результата:

о В выходной файл output.txt записывается минимальное значение K.

Пример работы:

- Для входных данных:

- Имеется 4 города и 4 дороги.
- Граф можно представить следующим образом:
 - о Из 2 в 4
 - о Из 1 в 3
 - о Из 4 в 1
 - о Из 3 в 2
- В результате, необходимо выяснить, сколько раз можно нарушать правила, чтобы обеспечить возможность проезда между любыми двумя городами.

Заключение:

- Код применяет алгоритм BFS для проверки достижимости между городами с учётом количества нарушений и использует бинарный поиск для нахождения минимального К. Это решение эффективно работает в заданных ограничениях по времени и памяти, что делает его подходящим для решения данной задачи.