FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA COMPUTAÇÃO

--- GRAMÁTICA REGULAR ---

Introdução

Linguagens Regulares

Há três formalismos para representar Linguagens Regulares

1) **Autômato Finito**, que é um formalismo operacional ou **reconhecedor** baseado em sistema de estados finitos básico

2) **Expressão Regular**, que é um formalismo denotacional, ou **gerador**, que é definida a partir de três mecanismos básicos: conjuntos básicos, união e concatenação

3) **Gramática regular**, que é um formalismo axiomático, ou **gerador**, cujas restrições estão na forma das regras de produção; isto é, é possível gerar novas sentenças dentro de uma linguagem

Gramáticas Lineares

$G = (V, T, P, S)$

Gramática Linear à Direita (GLD)

$A \rightarrow w\boldsymbol{B}$ ou $A \rightarrow w$

Gramática Linear à Esquerda (GLE)

$A \rightarrow \boldsymbol{B}w$ ou $A \rightarrow w$

Gramática Linear Unitária à Direita (GLUD)

GLD mas com $|w| \leq 1$

Gramática Linear Unitária à Esquerda (GLUE)

GLE mas com $|w| \leq 1$

As quatro gramáticas acima são **equivalentes**

Gramáticas Lineares

$G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$ $\quad L(G) = a(ba)*$

Linear à Direita

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow baA \mid \varepsilon$

Linear Unitária à Direita

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow bB \mid \varepsilon$

$B \rightarrow aA$

Linear à Esquerda

$S \rightarrow Sba \mid a$

Linear Unitária à Esquerda

$S \rightarrow Aa \mid a$

$A \rightarrow Sb$

Gramática Linear x Regular

Uma **gramática regular** é uma gramática **linear** unitária à direita ou **linear** unitária à esquerda

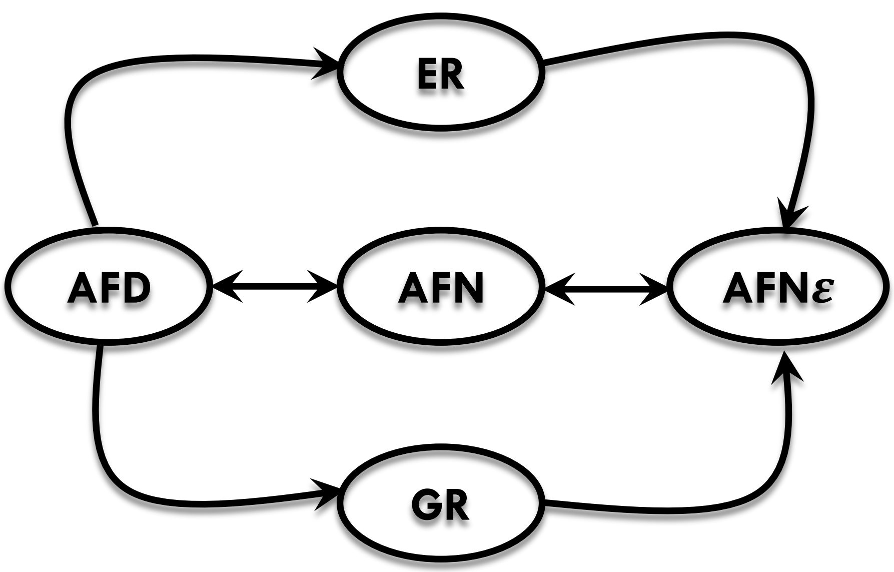
Vamos usar apenas **Gramáticas Lineares Unitárias à Direita**, embora os quatro tipos sejam equivalentes entre si

Neste caso, uma característica importante das GRs é que, a qualquer momento, as sentenças possuem **no máximo uma variável**, e esta se encontra sempre no fim

Linguagens Regulares

É possível escrever uma linguagem regular por meio de um Autômato, de uma Expressão Regular ou de uma Gramática Regular

Ou seja, os três formalismos são equivalentes e é possível transformar um em qualquer outro



Definição

Uma GR é uma quádrupla (V, Σ, P, S):

- V é um conjunto de símbolos não terminais (variáveis)
- Σ é um conjunto de símbolos terminais ($\Sigma \cap V = \emptyset$)
- P é o conjunto de regras na forma $\mu \rightarrow \nu$, onde $\mu \in V$, $\nu \in \varepsilon|\Sigma|\Sigma V$ (ν pode ser ε; ou um terminal; ou **um** terminal e **uma** variável)
- S é o símbolo **não terminal** inicial

Exemplo

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow aA \mid bA \mid \varepsilon$

Quantos símbolos não-terminais? Quantos símbolos terminais? Quantas regras de produção? Quem é o símbolo não-terminal inicial?

Respostas: dois (S e A); três (a, b e ε); quatro; S é o símbolo inicial

Exemplo

Gere uma GR para a linguagem L={palavras sobre {a,b} que começam e terminam com "a" e possuem pelo menos um "b"}

$S \rightarrow aA$

S é o símbolo não-terminal inicial

Note que, necessariamente, **sempre** começa com "a" e depois vai para outro símbolo não-terminal (A)

Os símbolos **não-terminais** são também chamados de **variáveis**

Exemplo

Gere uma GR para a linguagem L={palavras sobre {a,b} que começam e terminam com “a” e possuem pelo menos um “b”}

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow aA \mid bB$

Note que eu posso ler diversos “a” ou eu posso ler um “b”

A leitura do “b” tem um significado importante

Exemplo

Gere uma GR para a linguagem L={palavras sobre {a,b} que começam e terminam com "a" e possuem pelo menos um "b"}

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow aA \mid bB$

$B \rightarrow aB \mid bB \mid a$

Agora, posso continuar lendo "a" ou "b", **mas só termino com um "a"**. Nesse caso particular, não "*volta*" para o símbolo A

Derivação

Suponha a cadeia de entrada $\omega = aabaa$

$S \Rightarrow aA$

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow aA \mid bB$

$B \rightarrow aB \mid bB|a$

Derivação

Suponha a cadeia de entrada $\omega = aabaa$

$S \Rightarrow aA$

$\quad \Rightarrow aaA$

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow aA \mid bB$

$B \rightarrow aB \mid bB | a$

Derivação

Suponha a cadeia de entrada $\omega = aabaa$

$S \Rightarrow aA$

$\Rightarrow aaA$

$\Rightarrow aabB$

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow aA \mid bB$

$B \rightarrow aB \mid bB | a$

Derivação

Suponha a cadeia de entrada $\omega = aabaa$

$S \Rightarrow aA$

$\Rightarrow aaA$

$\Rightarrow aabB$

$\Rightarrow aabaB$

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow aA \mid bB$

$B \rightarrow aB \mid bB \mid a$

Derivação

Suponha a cadeia de entrada $\omega = aabaa$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow aA \\
&\Rightarrow aaA \\
&\Rightarrow aabB \\
&\Rightarrow aabaB \\
&\Rightarrow aabaa
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow aA \\
A &\rightarrow aA \mid bB \\
B &\rightarrow aB \mid bB \mid a
\end{aligned}
$$

Cada derivação acima é chamada de **forma sentencial**

Derivação

Suponha a cadeia de entrada $\omega = aabaa$

$S \Rightarrow aA$

$\Rightarrow aaA$

$\Rightarrow aabB$

$\Rightarrow aabaB$

$\Rightarrow aabaa$

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow aA \mid bB$

$B \rightarrow aB \mid bB|a$

Cada derivação acima é chamada de **forma sentencial**

Esta derivação foi de cima para baixo (*top-down*). As derivações **são não-determinísticas** (às vezes tem-se mais de uma opção). Uma forma sentencial possui **no máximo** uma variável (símbolo não-terminal), que é o símbolo mais à direita (S). Toda aplicação da regra **adiciona <u>um</u> terminal na palavra** que está sendo derivada, exceto as regras na forma: $A \rightarrow \varepsilon$

Exemplo 1

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = a^+b^*$

$S \rightarrow aS \mid aB$ não-determinismo adivnha quando inicia os b's

Exemplo 1

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = a^+b^*$

$S \rightarrow aS \mid aB$ não-determinismo adivnha quando inicia os b's

$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$ só casa com os b's

Exemplo 1

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = a^+b^*$

$S \rightarrow aS \mid aB$ não-determinismo

$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$ só casa com os b’s

Suponha a cadeia de entrada $\omega = aabbb$

$S \Rightarrow aS$

Exemplo 1

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = a^+b^*$

$S \rightarrow aS \mid aB$ não-determinismo

$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$ só casa com os b's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = aabbb$

$S \Rightarrow aS$

$\Rightarrow a\boldsymbol{aB}$

Exemplo 1

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = a^+b^*$

$S \rightarrow aS \mid aB$ não-determinismo

$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$ só casa com os b's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = aabbb$

$S \Rightarrow aS$

$\Rightarrow aaB$

$\Rightarrow aa\mathbf{bB}$

Exemplo 1

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = a^+b^*$

$S \rightarrow aS \mid aB$ não-determinismo

$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$ só casa com os b's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = aabbb$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow aS \\
&\Rightarrow aaB \\
&\Rightarrow aabB \\
&\Rightarrow aab\boldsymbol{bB}
\end{aligned}
$$

Exemplo 1

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = a^+b^*$

$S \rightarrow aS \mid aB$ não-determinismo

$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$ só casa com os b's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = aabbb$

$S \Rightarrow aS$

$\Rightarrow aaB$

$\Rightarrow aabB$

$\Rightarrow aabbB$

$\Rightarrow aabb\boldsymbol{bB}$

Exemplo 1

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = a^+b^*$

$S \rightarrow aS \mid aB$ não-determinismo

$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$ só casa com os b's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = aabbb$

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow aS \\ &\Rightarrow aaB \\ &\Rightarrow aabB \\ &\Rightarrow aabbB \\ &\Rightarrow aabbbB \\ &\Rightarrow aabbb\boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned}$$

Exemplo 2

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \rightarrow aA \mid \varepsilon$

Exemplo 2

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bS \mid bB$ não-determinismo que adivinha quando e se inicia os a's

Exemplo 2

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bS \mid bB$ não-determinismo que adivinha quando e se inicia os a's

$B \rightarrow aB \mid a$ não-determinismo que adivinha quando termina os a's

Exemplo 2

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bS \mid bB$ não-determinismo que adivinha quando e se inicia os a's

$B \rightarrow aB \mid a$ não-determinismo que adivinha quando termina os a's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = ababaa$

$S \Rightarrow aA$

Exemplo 2

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \to aA \mid \varepsilon$

$A \to bS \mid bB$ não-determinismo que adivinha quando e se inicia os a's

$B \to aB \mid a$ não-determinismo que adivinha quando termina os a's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = ababaa$

$S \Rightarrow aA$

$\Rightarrow abS$

Exemplo 2

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bS \mid bB$ não-determinismo que adivinha quando e se inicia os a's

$B \rightarrow aB \mid a$ não-determinismo que adivinha quando termina os a's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = ababaa$

$S \Rightarrow aA$

$\Rightarrow abS$

$\Rightarrow abaA$

Exemplo 2

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bS \mid bB$ não-determinismo que adivinha quando e se inicia os a's

$B \rightarrow aB \mid a$ não-determinismo que adivinha quando termina os a's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = ababaa$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow aA \\
&\Rightarrow abS \\
&\Rightarrow abaA \\
&\Rightarrow aba\color{red}{bB}
\end{aligned}
$$

Exemplo 2

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bS \mid bB$ não-determinismo que adivinha quando e se inicia os a's

$B \rightarrow aB \mid a$ não-determinismo que adivinha quando termina os a's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = ababaa$

$S \Rightarrow aA$

$\Rightarrow abS$

$\Rightarrow abaA$

$\Rightarrow ababB$

$\Rightarrow ababaB$

Exemplo 2

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bS \mid bB$ não-determinismo que adivinha quando e se inicia os a's

$B \rightarrow aB \mid a$ não-determinismo que adivinha quando termina os a's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = ababaa$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow aA \\
&\Rightarrow abS \\
&\Rightarrow abaA \\
&\Rightarrow ababB \\
&\Rightarrow ababaB \\
&\Rightarrow ababaa
\end{aligned}
$$

Exemplo 2(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bS \mid bB$ não-determinismo que adivinha quando e se inicia os a's

$B \rightarrow aB \mid a$ não-determinismo que adivinha quando termina os a's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = abab$

$S \Rightarrow aA$

Exemplo 2(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bS \mid bB$ não-determinismo que adivinha quando e se inicia os a's

$B \rightarrow aB \mid a$ não-determinismo que adivinha quando termina os a's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = abab$

$S \Rightarrow aA$

$\Rightarrow abS$

Exemplo 2(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bS \mid bB$ não-determinismo que adivinha quando e se inicia os a’s

$B \rightarrow aB \mid a$ não-determinismo que adivinha quando termina os a’s

Suponha a cadeia de entrada $\omega = abab$

$S \Rightarrow aA$

$\Rightarrow abS$

$\Rightarrow ab\color{red}{aA}$

Exemplo 2(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bS \mid bB$ não-determinismo que adivinha quando e se inicia os a's

$B \rightarrow aB \mid a$ não-determinismo que adivinha quando termina os a's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = abab$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow aA \\
&\Rightarrow abS \\
&\Rightarrow abaA \\
&\Rightarrow ababS
\end{aligned}
$$

Exemplo 2(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem $L = \{\varepsilon\} \cup \{ab\}\{ab\}^*\{a\}^*$

$S \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bS \mid bB$ não-determinismo que adivinha quando e se inicia os a's

$B \rightarrow aB \mid a$ não-determinismo que adivinha quando termina os a's

Suponha a cadeia de entrada $\omega = abab$

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow aA \\ &\Rightarrow abS \\ &\Rightarrow abaA \\ &\Rightarrow ababS \\ &\Rightarrow abab\varepsilon \end{aligned}$$

Exemplo 3

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b, c} onde todo “b“ é seguido de “a”

$S \rightarrow aS \mid cS \mid bA \mid \varepsilon$

Exemplo 3

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b, c} onde todo “b“ é seguido de “a”

$S \rightarrow aS \mid cS \mid bA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow aS$

Exemplo 3

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b, c} onde todo "b" é seguido de "a"

$S \rightarrow aS \mid cS \mid bA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow aS$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = cabaa$

$S \Rightarrow cS$

Exemplo 3

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b, c} onde todo “b“ é seguido de “a”

$S \rightarrow aS \mid cS \mid bA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow aS$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = cabaa$

$S \Rightarrow cS$

$\Rightarrow caS$

Exemplo 3

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b, c} onde todo “b“ é seguido de “a”

$S \rightarrow aS \mid cS \mid bA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow aS$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = cabaa$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow cS \\
&\Rightarrow caS \\
&\Rightarrow cabA
\end{aligned}
$$

Exemplo 3

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b, c} onde todo "b" é seguido de "a"

$S \rightarrow aS \mid cS \mid bA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow aS$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = cabaa$

$S \Rightarrow cS$

$\Rightarrow caS$

$\Rightarrow cabA$

$\Rightarrow cab\textcolor{red}{aS}$

Exemplo 3

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b, c} onde todo “b“ é seguido de “a”

$S \rightarrow aS \mid cS \mid bA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow aS$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = cabaa$

$S \Rightarrow cS$

$\Rightarrow caS$

$\Rightarrow cabA$

$\Rightarrow cabaS$

$\Rightarrow caba\color{red}{aS}$

Exemplo 3

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b, c} onde todo “b“ é seguido de “a”

$S \rightarrow aS \mid cS \mid bA \mid \varepsilon$

$A \rightarrow aS$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = cabaa$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow cS \\
&\Rightarrow caS \\
&\Rightarrow cabA \\
&\Rightarrow cabaS \\
&\Rightarrow cabaaS \\
&\Rightarrow cabaa\varepsilon
\end{aligned}
$$

Exemplo 4

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de “a”

$S \rightarrow bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de “a”

Exemplo 4

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de “a”

$S \to bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de “a”

$A \to bA \mid aS$ impar de “a”

Exemplo 4

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de "a"

$S \rightarrow bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de "a"

$A \rightarrow bA \mid aS$ impar de "a"

Suponha a cadeia de entrada $\omega = babbba$

$S \Rightarrow bS$

Exemplo 4

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de "a"

$S \rightarrow bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de "a"

$A \rightarrow bA \mid aS$ impar de "a"

Suponha a cadeia de entrada $\omega = babbba$

$S \Rightarrow bS$

$\Rightarrow baA$

Exemplo 4

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de "a"

$S \rightarrow bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de "a"

$A \rightarrow bA \mid aS$ impar de "a"

Suponha a cadeia de entrada $\omega = babbba$

$S \Rightarrow bS$

$\Rightarrow baA$

$\Rightarrow babA$

Exemplo 4

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de "a"

$S \rightarrow bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de "a"

$A \rightarrow bA \mid aS$ impar de "a"

Suponha a cadeia de entrada $\omega = babbba$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow bS \\
&\Rightarrow baA \\
&\Rightarrow babA \\
&\Rightarrow bab\color{red}{bA}
\end{aligned}
$$

Exemplo 4

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de "a"

$S \rightarrow bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de "a"

$A \rightarrow bA \mid aS$ impar de "a"

Suponha a cadeia de entrada $\omega = babbba$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow bS \\
&\Rightarrow baA \\
&\Rightarrow babA \\
&\Rightarrow babbA \\
&\Rightarrow babb\color{red}{bA}
\end{aligned}
$$

Exemplo 4

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de "a"

$S \rightarrow bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de "a"

$A \rightarrow bA \mid aS$ impar de "a"

Suponha a cadeia de entrada $\omega = babbba$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow bS \\
&\Rightarrow baA \\
&\Rightarrow babA \\
&\Rightarrow babbA \\
&\Rightarrow babbbA \\
&\Rightarrow babbbaS
\end{aligned}
$$

Exemplo 4

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de "a"

$S \rightarrow bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de "a"

$A \rightarrow bA \mid aS$ impar de "a"

Suponha a cadeia de entrada $\omega = babbba$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow bS \\
&\Rightarrow baA \\
&\Rightarrow babA \\
&\Rightarrow babbA \\
&\Rightarrow babbbA \\
&\Rightarrow babbbaS \\
&\Rightarrow babbba\varepsilon
\end{aligned}
$$

Exemplo 4(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de "a"

$S \rightarrow bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de "a"

$A \rightarrow bA \mid aS$ impar de "a"

Suponha a cadeia de entrada $\omega = babb$

$S \Rightarrow bS$

Exemplo 4(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de "a"

$S \rightarrow bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de "a"

$A \rightarrow bA \mid aS$ impar de "a"

Suponha a cadeia de entrada $\omega = babb$

$S \Rightarrow bS$

$\Rightarrow baA$

Exemplo 4(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de "a"

$S \rightarrow bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de "a"

$A \rightarrow bA \mid aS$ impar de "a"

Suponha a cadeia de entrada $\omega = babb$

$S \Rightarrow bS$

$\Rightarrow baA$

$\Rightarrow babA$

Exemplo 4(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de "a"

$S \rightarrow bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de "a"

$A \rightarrow bA \mid aS$ impar de "a"

Suponha a cadeia de entrada $\omega = babb$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow bS \\
&\Rightarrow baA \\
&\Rightarrow babA \\
&\Rightarrow bab\color{red}{bA}
\end{aligned}
$$

Exemplo 4(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {a, b} com número par de “a”

$S \rightarrow bS \mid aA \mid \varepsilon$ par de “a”

$A \rightarrow bA \mid aS$ impar de “a”

Suponha a cadeia de entrada $\omega = babb$

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow bS \\ &\Rightarrow baA \\ &\Rightarrow babA \\ &\Rightarrow babbA \end{aligned}$$

Note que não tem como de A gerar ε. Portanto, ω **não pode ser gerada** pela gramática ($S \nRightarrow^* babb$)

Exemplo 5

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {0, 1} que terminam em "0" ou "11"

$S \to 0S \mid 1S \mid 0 \mid 1A$

não-determinismo

Exemplo 5

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {0, 1} que terminam em "0" ou "11"

$S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 0 \mid 1A$ não-determinismo

$A \rightarrow 1$

Exemplo 5

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {0, 1} que terminam em "0" ou "11"

$S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 0 \mid 1A$ não-determinismo

$A \rightarrow 1$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = 0000$

$S \Rightarrow 0S$

Exemplo 5

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {0, 1} que terminam em "0" ou "11"

$S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 0 \mid 1A$ não-determinismo

$A \rightarrow 1$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = 0000$

$S \Rightarrow 0S$

$\Rightarrow 00S$

Exemplo 5

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {0, 1} que terminam em "0" ou "11"

$S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 0 \mid 1A$ não-determinismo

$A \rightarrow 1$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = 0000$

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow 0S \\ &\Rightarrow 00S \\ &\Rightarrow 00\color{red}{0S} \end{aligned}$$

Exemplo 5

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {0, 1} que terminam em "0" ou "11"

$S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 0 \mid 1A$ não-determinismo

$A \rightarrow 1$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = 0000$

$S \Rightarrow 0S$

$\Rightarrow 00S$

$\Rightarrow 000S$

$\Rightarrow 0000$

Exemplo 5(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {0, 1} que terminam em “0” ou “11”

$S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 0 \mid 1A$ não-determinismo

$A \rightarrow 1$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = 10011$

$S \Rightarrow 1S$

Exemplo 5(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {0, 1} que terminam em "0" ou "11"

$S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 0 \mid 1A$

não-determinismo

$A \rightarrow 1$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = 10011$

$S \Rightarrow 1S$

$\Rightarrow 10S$

Exemplo 5(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {0, 1} que terminam em "0" ou "11"

$S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 0 \mid 1A$ não-determinismo

$A \rightarrow 1$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = 10011$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow 1S \\
&\Rightarrow 10S \\
&\Rightarrow 100S
\end{aligned}
$$

Exemplo 5(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {0, 1} que terminam em "0" ou "11"

$S \to 0S \mid 1S \mid 0 \mid 1A$ não-determinismo

$A \to 1$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = 10011$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow 1S \\
&\Rightarrow 10S \\
&\Rightarrow 100S \\
&\Rightarrow 100{\color{red}1A}
\end{aligned}
$$

Exemplo 5(b)

Gere uma gramática regular para a seguinte linguagem: palavras sobre {0, 1} que terminam em "0" ou "11"

$S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 0 \mid 1A$ não-determinismo

$A \rightarrow 1$

Suponha a cadeia de entrada $\omega = 10011$

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow 1S \\
&\Rightarrow 10S \\
&\Rightarrow 100S \\
&\Rightarrow 1001A \\
&\Rightarrow 10011
\end{aligned}
$$

Voltando a derivação

Derivação é a aplicação consecutiva de regras

Definição de regras ($\rightarrow$) $\neq$ Aplicação de regras ($\Rightarrow$)

$v \Rightarrow^* w$	w é derivável a partir de v aplicando 0 ou mais regras
$v \Rightarrow^+ w$	w é derivável a partir de v aplicando 1 ou mais regras
$v \Rightarrow^n w$	w é derivável a partir de v aplicando n regras

Uma palavra $w \in (V \cup \Sigma^*)$ é uma **forma sentencial** se $S \Rightarrow^* w$ (símbolos **terminais e não-terminais**)

Uma palavra $w \in \Sigma^*$ é uma **sentença** se $S \Rightarrow^* w$ (símbolos **terminais** ou palavras **válidas**)

$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow^* w\}$

Partindo da gramática, gera-se todas as palavras válidas, i.e., todas as palavras w do alfabeto, tais que, a partir de S eu consigo gerar w

Voltando a derivação

Suponha a cadeia de entrada $\omega = baab$

$S \Rightarrow bS$ forma sentencial

$\Rightarrow baA$ forma sentencial

$\Rightarrow baaS$ forma sentencial

$\Rightarrow baabS$ forma sentencial

$\Rightarrow baab$ sentença (e forma sentencial)

Note que $w = baab$ foi **gerada** a partir da gramática, definida em S, através da aplicação de 5 regras, neste caso, $S \Rightarrow^{5} baab$

Os seguintes termos são também válidos: $S \Rightarrow^{*} baab$ e $S \Rightarrow^{+} baab$

Relembrando que gramática é um formalismo **gerador** de todas as palavras da linguagem (não é um reconhecedor)


Eu vejo gramáticas regulares
o tempo todo!