FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA COMPUTAÇÃO
-- SISTEMAS FORMAIS --

Linguagem, Repetição e Fecho de Kleene

Linguagem

*Uma **linguagem** sobre um alfabeto Σ é um subconjunto (possivelmente infinito) de **todas as possíveis palavras** (combinações) sobre Σ*

*Uma **linguagem** define **quais palavras** sobre Σ são "válidas" segundo algum critério preestabelecido*

*O **tamanho** de uma linguagem L, representado por $|L|$, é o número de palavras da linguagem (possivelmente **infinito**)*

Exemplo (1)

*Dada a linguagem $L1$ definida como "**todas as palavras sobre o alfabeto Σ = {0,1} com no máximo 3 símbolos**"*

$L1 = \{\varepsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

Comprimento (ou tamanho) de L1 é dado por $|L1| = 15$

Linguagem

Exemplo (2)

*Dada a linguagem $L2$ definida como "**todos os números binários com um dígito que começam com 0 e terminam com 1**"*

$L2 = \emptyset$

Tamanho de $L2$ é dado por $|L2| = 0$

Exemplo (3)

E caso a linguagem seja $L3 = \{\varepsilon\}$ qual seria o $|L3|$?

R: $|L3| = 1$

Note que aqui é o tamanho da **linguagem**

Continua

Linguagem

O alfabeto $\Sigma = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ***pode representar*** *números naturais (na base decimal)*

Todas as palavras sobre Σ *representam um número?*

Todas as palavras sobre Σ *são válidas?*

Não e sim. ε *algumas vezes também chamada de* (λ) *é uma palavra sobre* Σ*,* ***mas não é*** *um número natural!*

A linguagem dos ***números naturais*** *é definida por:*

$LN = \{$*p é uma palavra sobre* $\Sigma : |p| > 0\}$, e $\Sigma = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Note que $\varepsilon \notin LN$ e

$|LN| = \infty$

Repetição

*O operador de repetição aparece como um "**expoente**" após um símbolo e indica o **número de repetições** desse símbolo*

0^2 *é uma sequência de dois "0"s:* ***00***

1^5 *é uma sequência de cinco "1"s:* ***11111***

z^3 *é uma sequência de três "z"s:* ***zzz***

k^0 *é uma sequência de zero "k"s:* λ

O operador de repetição é muito útil na definição de linguagens

$L = \{a^k | \, k < 5\}$

"Conjunto de sequências de a's com menos de 5 letras"

$L = \{\lambda, a, aa, aaa, aaaa\}$

Repetição

O operador de repetição também pode ser aplicado sobre conjuntos, onde, neste caso, gera-se conjuntos de palavras

$L = \{0,1\}^2$ *é o conjunto de todas as palavras sobre* $\{0,1\}$ *que possuem tamanho 2*

$L = \{00, 01, 10, 11\}$

$L = \{0,1\}^0$ *é o conjunto de todas as palavras sobre* $\{0,1\}$ *que possuem tamanho 0*

$L = \{\lambda\}$

Só existe uma ***palavra*** *de* ***tamanho 0*** *(λ), independentemente do alfabeto!*

Repetição

Exemplo 1

$L = \{p \in \{0,1\}^n | \, n \leq 2\}$

"Conjunto de palavras sobre {0,1} com no máximo dois dígitos"

L= {λ, 0, 1, 00, 01, 10, 11}

Exemplo 2

$L = \{p \in \{0,1\}^n | \, n > 0\}$

"Conjunto de palavras sobre {0,1} com pelo menos um símbolo"

L= {0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, …}

Pode ser lido como ***"Conjunto de números binários"***

Note que esta linguagem possui infinitas palavras, i.e., $|L| = \infty$

Fecho de Kleene

*As repetições "**zero ou mais vezes**" e "**uma ou mais vezes**" são tão comuns que há operadores específicos para elas*

*O Fecho de Kleene, representado por "**elevado a asterisco**", aplicado a um conjunto significa "**repetido zero ou mais vezes**"*

Exemplo 1

$L = \{s\}^*$

Ou seja, $L = \{\lambda, s, ss, sss, ssss, sssss, \ldots\}$

Exemplo2

$L = \{a, b, c\}^*$

$L = \{\lambda, a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc, aaa, aab, \ldots\}$

Fecho de Kleene

*Fecho Positivo de Kleene é o "**elevado a mais**"*

*Se aplica a um conjunto repetido **<u>uma</u> ou mais** vezes*

Exemplo 1

$L = \{0\}^+$

$L = \{0, 00, 000, 0000, 00000, \dots\}$

λ não faz parte de L

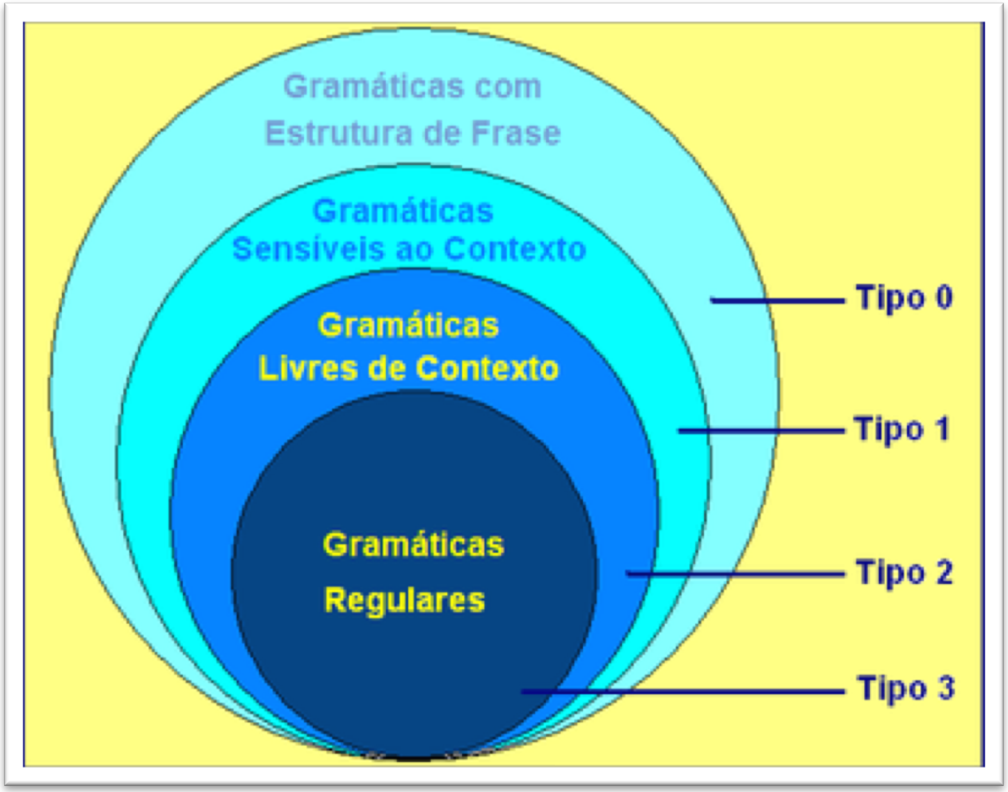
Exemplo 2

$L = \{0{,}11\}^+$

$L = \{0, 11, 00, 011, 110, 1111, 000, 0011, \dots\}$

λ não faz parte de L

Hierarquia de Chomsky



Hierarquia de Chomsky

Nível	Linguagem	Gramática	Reconhecedor
0	Linguagens Recursivamente Enumeráveis	Gramática Irrestrita	Máquina de Turing
1	Linguagens Sensíveis ao Contexto	Gramática Sensível ao Contexto	Autômato Linearmente Limitado (*Máquina de Turing com Fita Limitada*)
2	Linguagens Livre de Contexto	Gramática Livre de Contexto	Autômato com Pilha
3	Linguagens Regulares	Gramáticas Regulares	Autômato Finito

Hierarquia de Chomsky

TODAS AS LINGUAGENS — $\overline{A_{MT}}$

LINGUAGENS LIVRES TURING-RECONHECÍVEIS — A_{MT}

LINGUAGENS LIVRES TURING-DECIDÍVEIS — $\{a^n b^n c^n : n \geq 0\}$, $\{0^p : p \text{ é primo }\}$

LINGUAGENS LIVRES DE CONTEXTO — $\{a^n b^n : n \geq 0\}$, $\{\omega\omega^R : \omega \in \{0,1\}^*\}$

LINGUAGENS REGULARES — $\{a^n : n \geq 0\}$, $\{0^p : p \text{ é par }\}$

Referências

Newton José Vieira. Introdução aos Fundamentos da Computação. Editora Thompson, 2006.

SIPSER, M. Introdução à Teoria da Computação. São Paulo: Thomson Pioneira, 2007

MENEZES, P. B. Linguagens Formais e Autômatos. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2011.


TODA CERTEZA É RELATIVA.
Tem certeza, professor?
ABSOLUTA.