

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA COMPUTAÇÃO

--- AUTÔMATOS COM SAÍDAS ---

Máquinas de Moore e Mealy

Definição

Um autômato com saída é definido pela sêxtupla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, \Delta, \sigma)$ onde:

Q é um conjunto finito de estados

Σ alfabeto de entrada

$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ é a função de transição

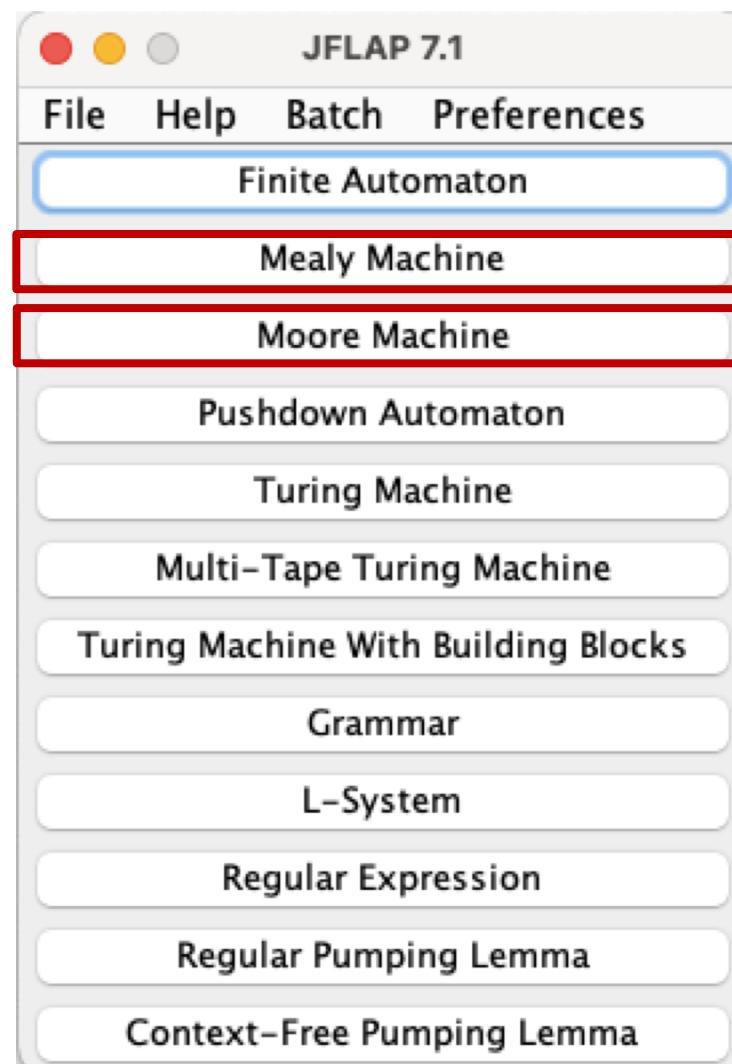
q_0 é o estado inicial

Δ é o alfabeto de saída

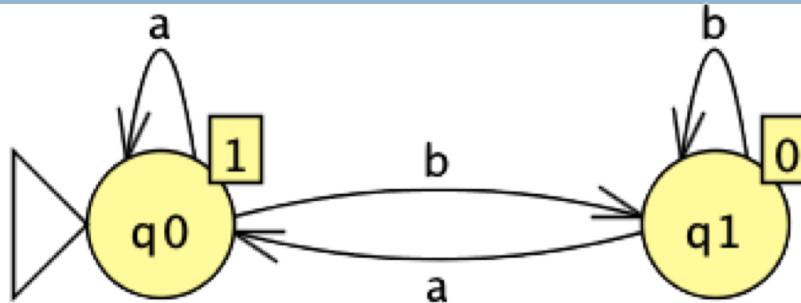
$\sigma: Q \rightarrow \Delta$ é a função de saída

São AFDs que não tem estados de aceitação. São máquinas **transdutoras** (**transforma** uma sequência de símbolos de **entrada** em uma sequência de símbolos de **saída**). O resultado é o que a máquina vai produzir na saída. Mostraremos duas máquinas, de **Moore** e de **Mealy**. A diferença é só na função de saída (σ).

JFLAP



Máquina de Moore



$\sigma: Q \rightarrow \Delta$ é a função de transição

É um AFD com um **símbolo de saída** associado a cada **estado**

Ou seja, sempre que se chega em um estado, gera algo na saída

$$\omega = aba$$

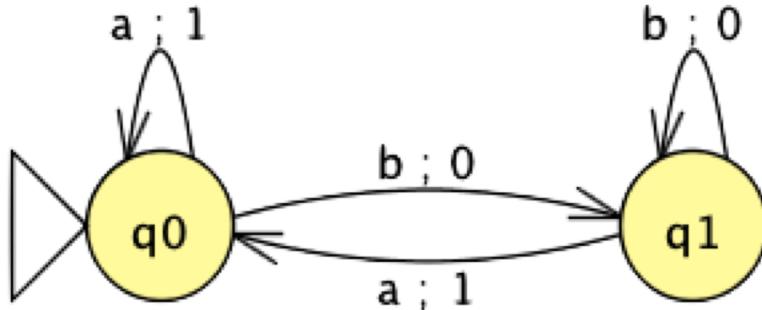
$$q_0 \xrightarrow{a} q_0 \xrightarrow{b} q_1 \xrightarrow{a} q_0$$

1	1	0	1
---	---	---	---

A saída foi “1101”

Note que a saída é sempre $|\omega| + 1$

Máquina de Mealy



$\sigma: Q \times \Sigma \rightarrow \Delta$ é a função de transição

É um AFD com um **símbolo de saída** associado a cada **transição**

Ou seja, a saída sempre ocorre nas transições

$$\omega = aba$$

$$q_0 \xrightarrow{1} q_0 \xrightarrow{0} q_1 \xrightarrow{1} q_0$$

A saída foi “101”

Note que o tamanho da saída é sempre $|\omega|$

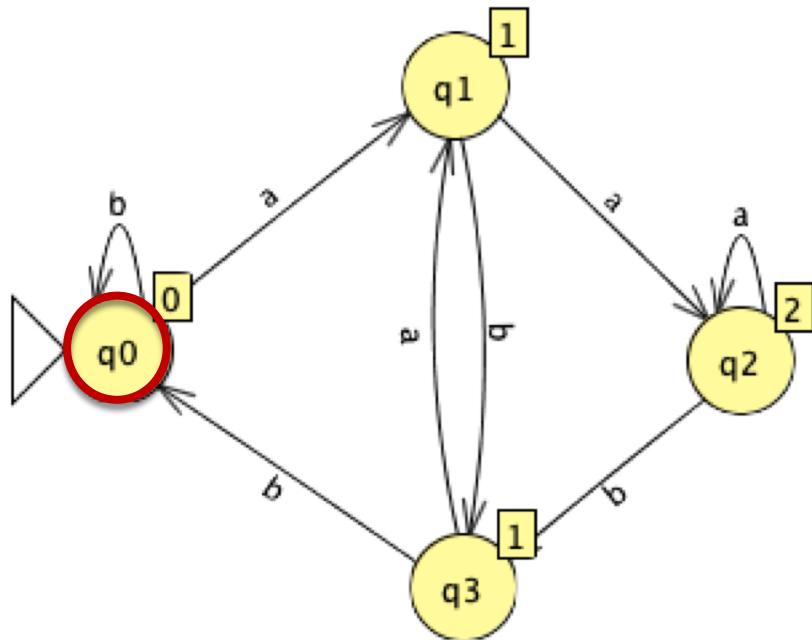
Máquina de Moore

Exemplo 1

Determina o número de a's presentes nos dois últimos símbolos da palavra de entrada

Máquina de Moore: Exemplo 1

Determina o número de a's presentes nos dois últimos símbolos da palavra de entrada

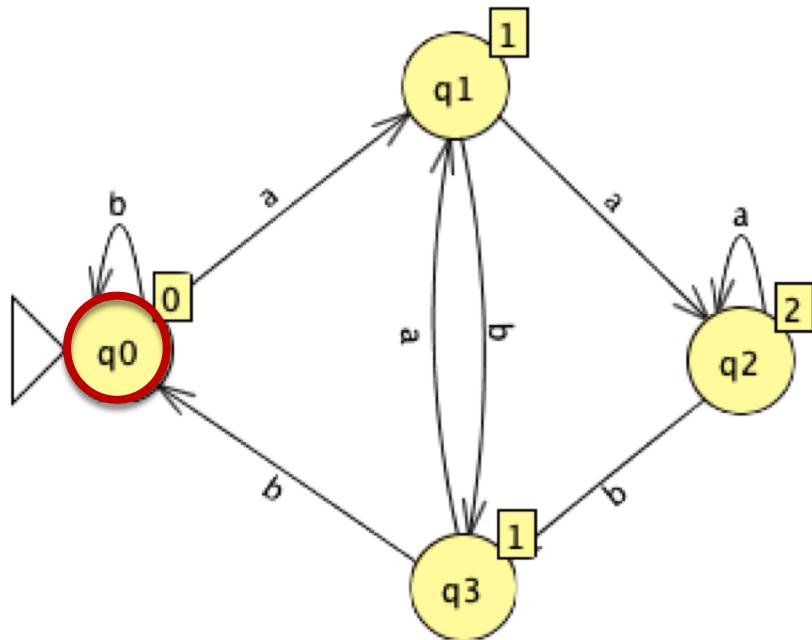


$$\omega = bbaab$$

$$q_0 \\ 0$$

Máquina de Moore: Exemplo 1

Determina o número de a's presentes nos dois últimos símbolos da palavra de entrada

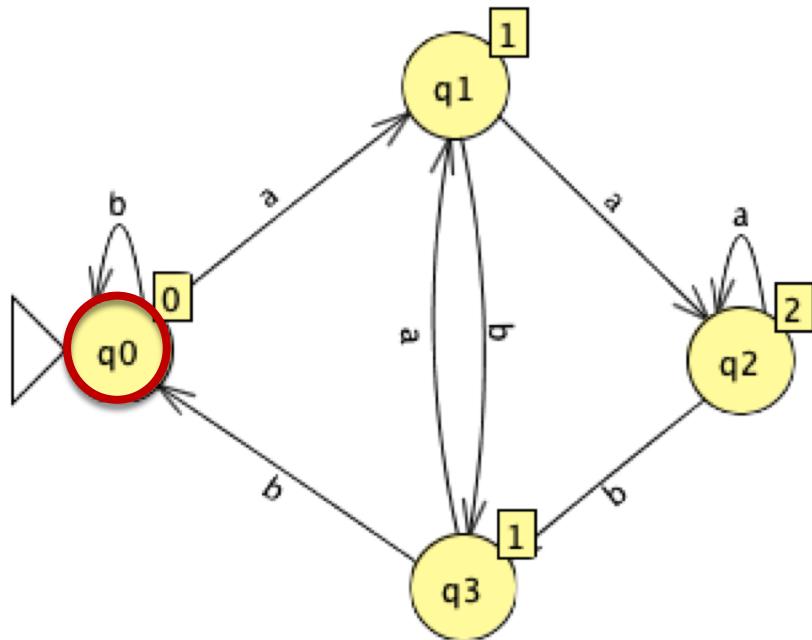


$$\omega = bbaab$$

$$q_0 \xrightarrow[b]{\quad} q_0 \\ 0 \qquad \qquad 0$$

Máquina de Moore: Exemplo 1

Determina o número de a's presentes nos dois últimos símbolos da palavra de entrada

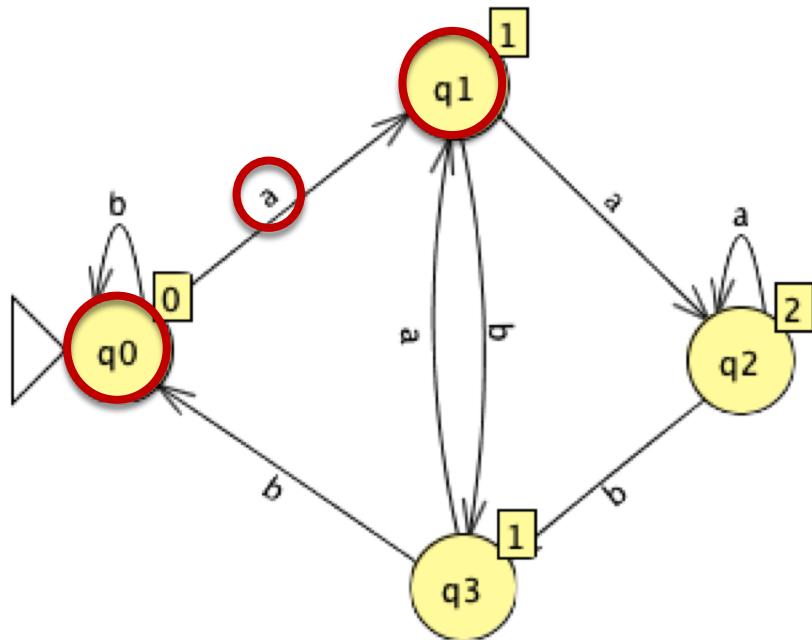


$$\omega = bb^{aab}$$

$$q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0$$

Máquina de Moore: Exemplo 1

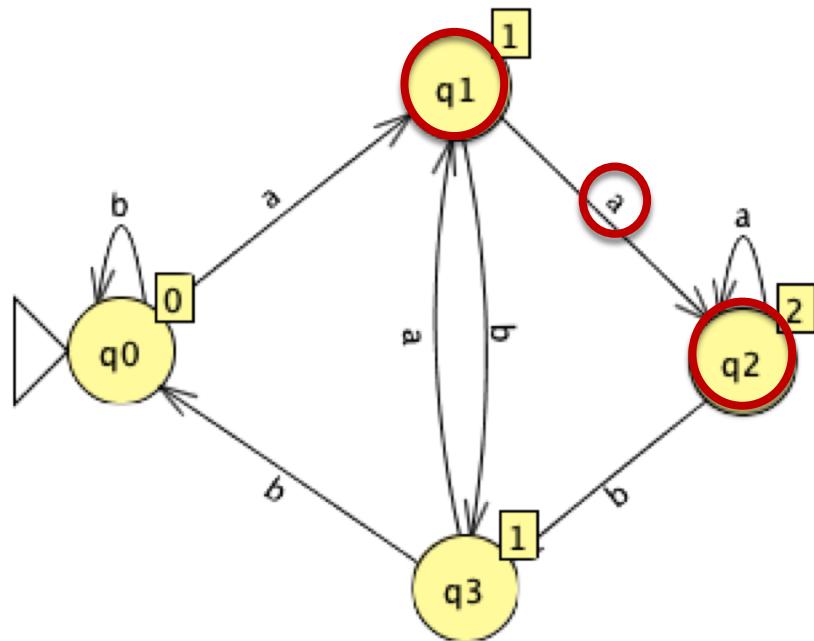
Determina o número de a's presentes nos dois últimos símbolos da palavra de entrada



$$\omega = bbaab$$
$$q_0 \xrightarrow{b} q_0 \xrightarrow{b} q_0 \xrightarrow{a} q_1 \\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1$$

Máquina de Moore: Exemplo 1

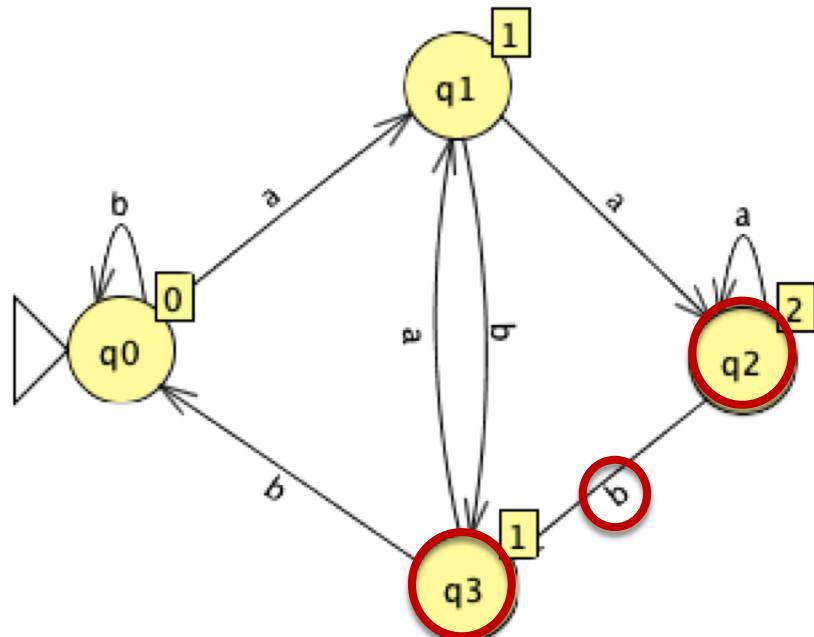
Determina o número de a's presentes nos dois últimos símbolos da palavra de entrada



$$\omega = bbaab$$
$$q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0 \xrightarrow[0]{a} q_1 \xrightarrow[1]{a} q_2$$

Máquina de Moore: Exemplo 1

Determina o número de a's presentes nos dois últimos símbolos da palavra de entrada

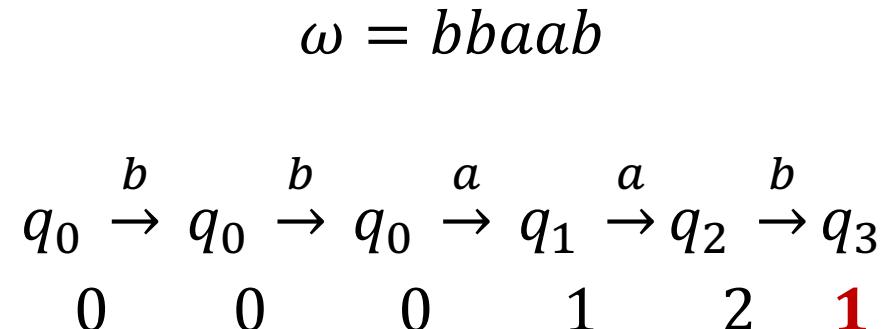
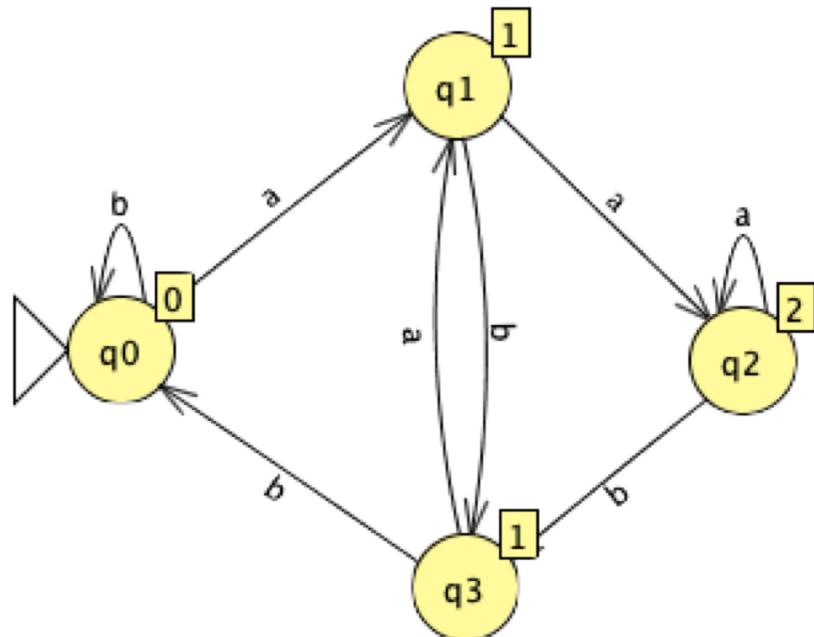


$$\omega = bbaab$$

$$q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0 \xrightarrow[0]{a} q_1 \xrightarrow[1]{a} q_2 \xrightarrow[2]{b} q_3 \xrightarrow[1]{b}$$

Máquina de Moore: Exemplo 1

Determina o número de a's presentes nos dois últimos símbolos da palavra de entrada



O último símbolo da palavra de saída indica o resultado

Máquina de Moore: Exemplo 1

File Input Test View Convert Help X

Editor Multiple Run

Table Text Size

Input	Result
bbaab	000121
bbbbbb	000000
aaaaaa	012222
ab	011
ba	001
aa	012
bb	000
aba	0111
bab	0011

```
graph LR; Start(( )) --> q0((q0)); q0 -- "b" --> q0; q0 -- "a" --> q1((q1)); q0 -- "b" --> q3((q3)); q1 -- "b" --> q0; q1 -- "a" --> q2((q2)); q1 -- "b" --> q3; q2 -- "b" --> q0; q3 -- "b" --> q0; q3 -- "a" --> q1; q3 -- "b" --> q2;
```

Load InputsRun InputsClearEnter LambdaView Trace

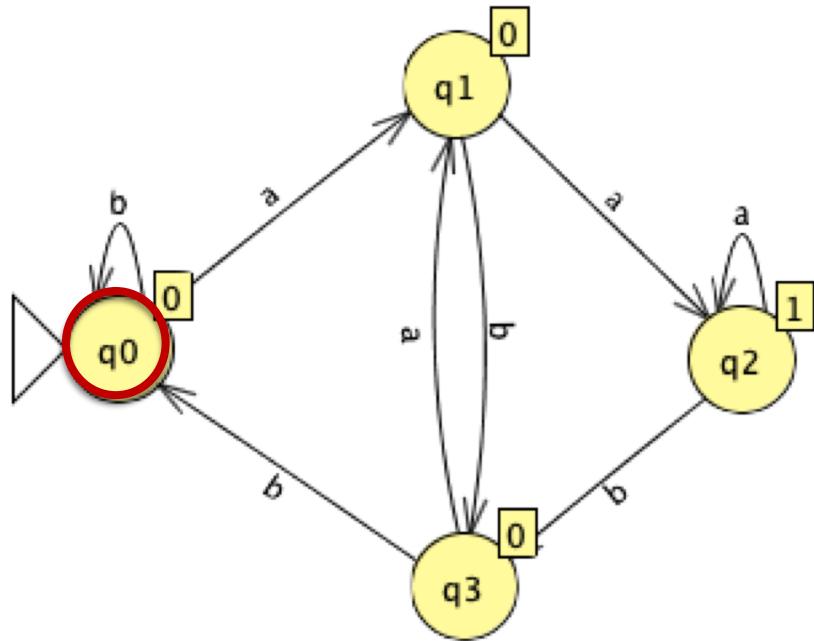
Máquina de Moore

Exemplo 2

Produz “1” na saída se a palavra termina com
“aa”, produz “0” caso contrário

Máquina de Moore: Exemplo 2

Produz “1” na saída se a palavra termina com “aa”, produz “0” caso contrário

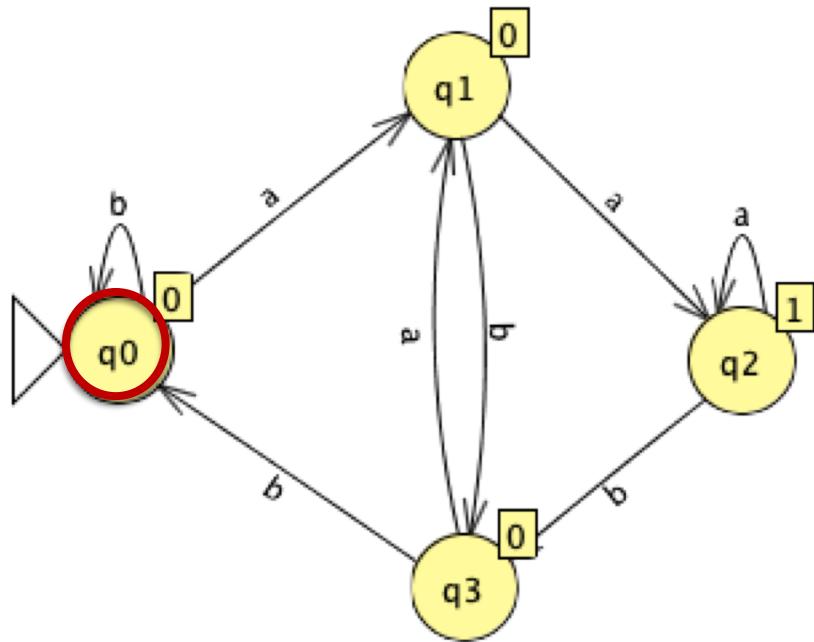


$$\omega = bbaab$$

$$q_0 \\ 0$$

Máquina de Moore: Exemplo 2

Produz “1” na saída se a palavra termina com “aa”, produz “0” caso contrário

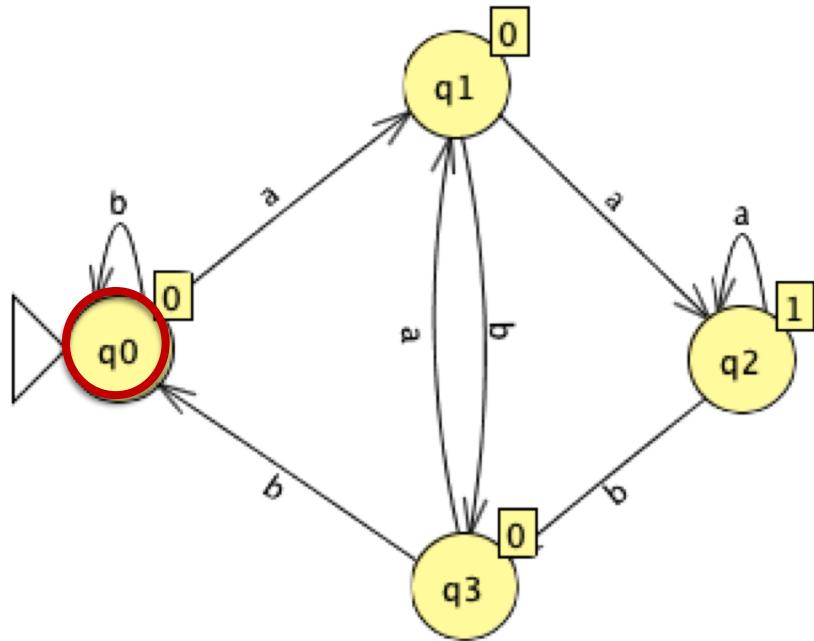


$$\omega = bbaab$$

$$q_0 \xrightarrow[b]{\quad} q_0 \\ 0 \qquad 0$$

Máquina de Moore: Exemplo 2

Produz “1” na saída se a palavra termina com “aa”, produz “0” caso contrário

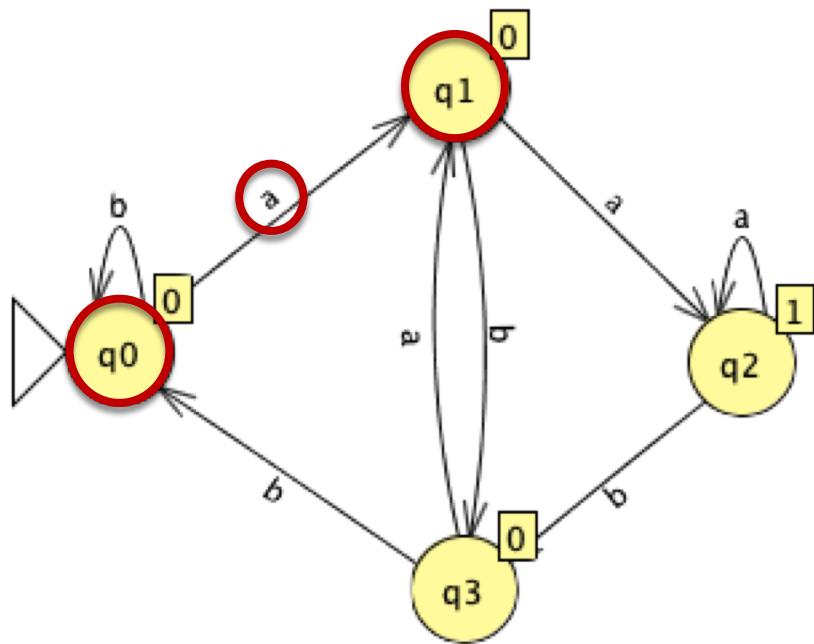


$$\omega = bbabb$$

$$q_0 \xrightarrow{b} q_0 \xrightarrow{b} q_0 \\ 0 \quad 0 \quad 0$$

Máquina de Moore: Exemplo 2

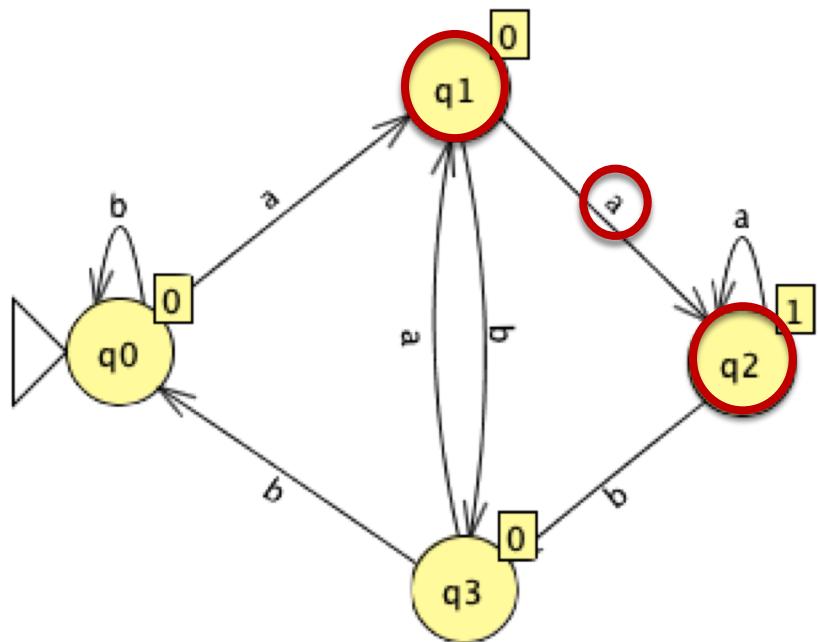
Produz “1” na saída se a palavra termina com “aa”, produz “0”
caso contrário



$$\omega = bbaab$$
$$q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0 \xrightarrow[0]{a} q_1$$

Máquina de Moore: Exemplo 2

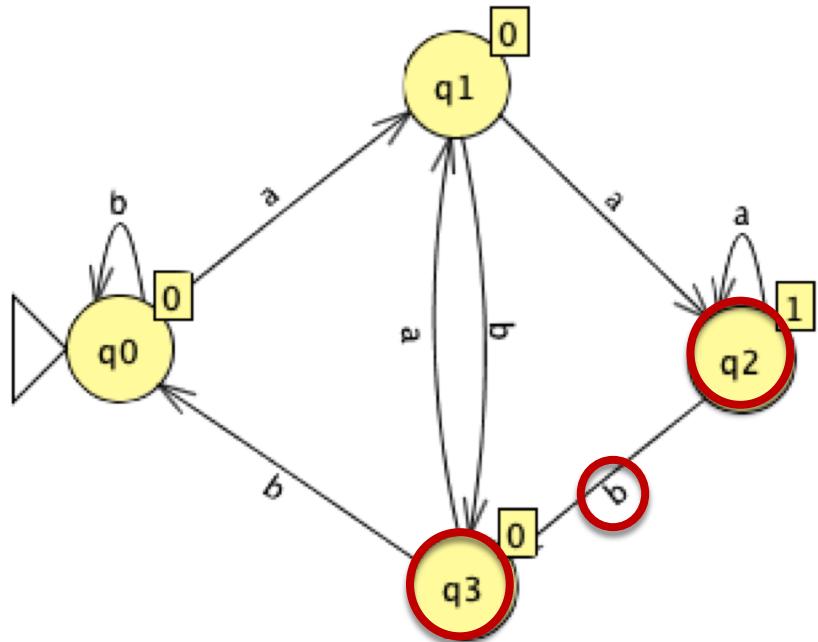
Produz “1” na saída se a palavra termina com “aa”, produz “0” caso contrário



$$\omega = bbaab$$
$$q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0 \xrightarrow[0]{a} q_1 \xrightarrow[0]{a} q_2 \quad 1$$

Máquina de Moore: Exemplo 2

Produz “1” na saída se a palavra termina com “aa”, produz “0” caso contrário

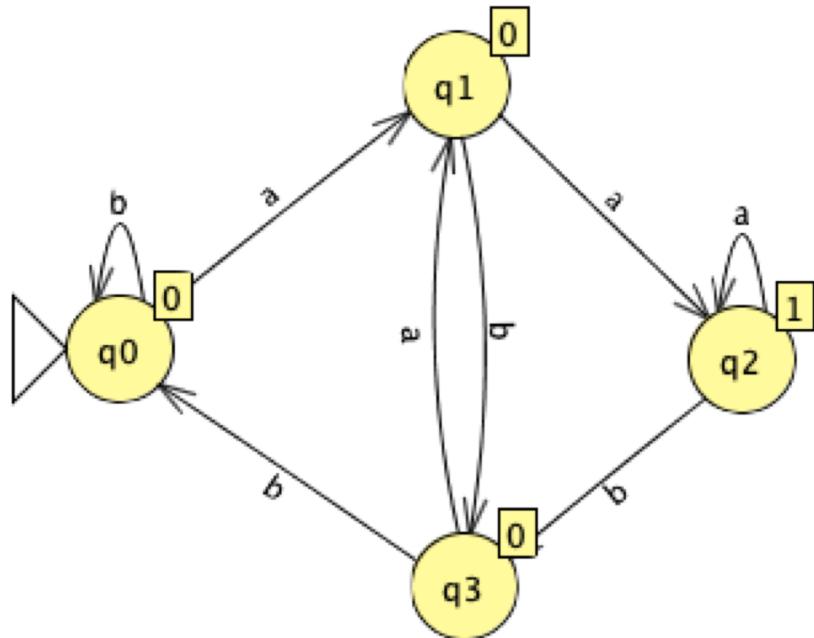


$$\omega = bbaab$$

$$q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0 \xrightarrow[0]{a} q_1 \xrightarrow[0]{a} q_2 \xrightarrow[1]{b} q_3$$

Máquina de Moore: Exemplo 2

Produz “1” na saída se a palavra termina com “aa”, produz “0” caso contrário



$$\omega = bbaab$$

$$q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0 \xrightarrow[0]{b} q_0 \xrightarrow[0]{a} q_1 \xrightarrow[0]{a} q_2 \xrightarrow[1]{b} q_3$$

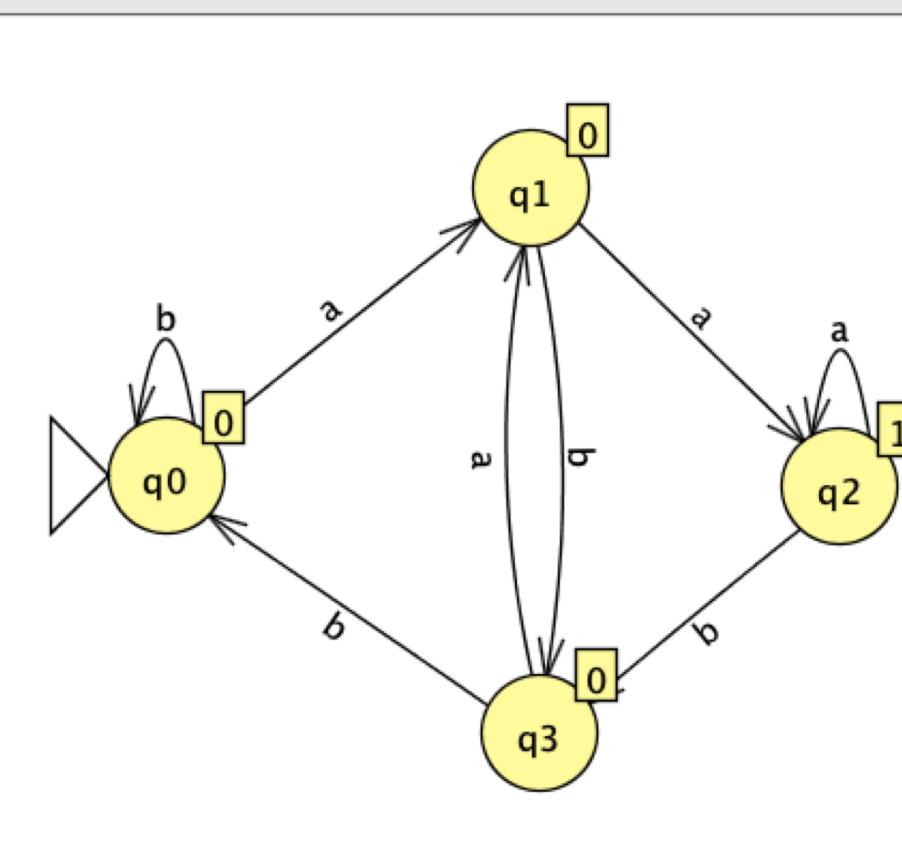
O último símbolo da palavra de saída indica o resultado

Máquina de Moore: Exemplo 2

File Input Test View Convert Help X

Editor Multiple Run

Table Text Size



The diagram shows a Moore state transition machine with four states: q0, q1, q2, and q3. State q0 is the start state, indicated by a triangle. Transitions from q0 are labeled 'b' to q0 and 'a' to q1. Transitions from q1 are labeled 'a' to q1, 'b' to q3, and 'q' to q3. Transitions from q2 are labeled 'a' to q2, 'b' to q3, and 'q' to q3. Transitions from q3 are labeled 'b' to q3, 'a' to q2, and 'q' to q1.

Input	Result
bbaab	000010
bbbbbb	000000
aaaaaa	001111
aaaaaa	001111
ab	000
ba	000
aa	001
bb	000
aabaaa	001001
baab	00010

Load Inputs Run Inputs Clear Enter Lambda View Trace



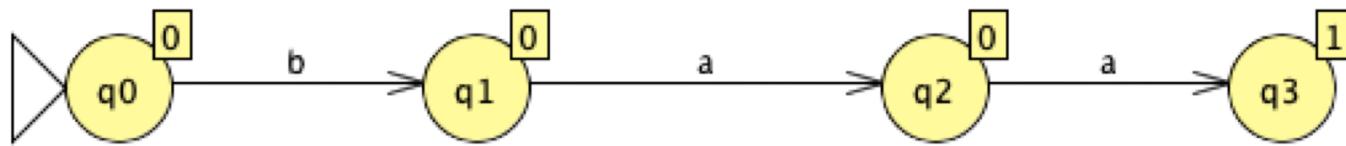
Máquina de Moore

Exemplo 3

Gera “1” cada vez que “baa” é lido em uma palavra

Máquina de Moore: Exemplo 3

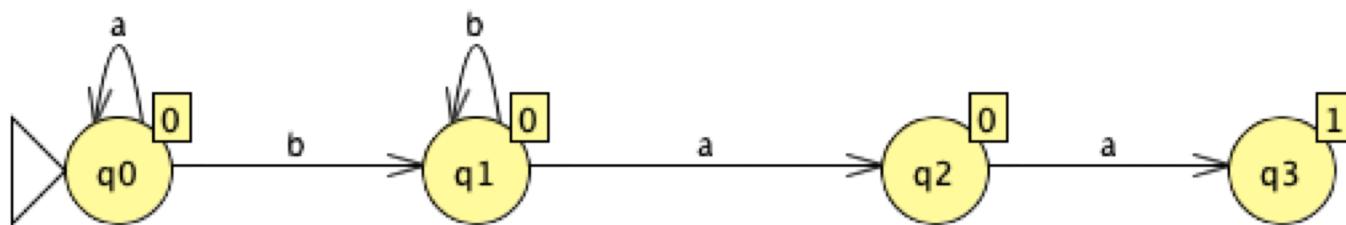
Gera “1” cada vez que “baa” é lido em uma palavra



Continua...

Máquina de Moore: Exemplo 3

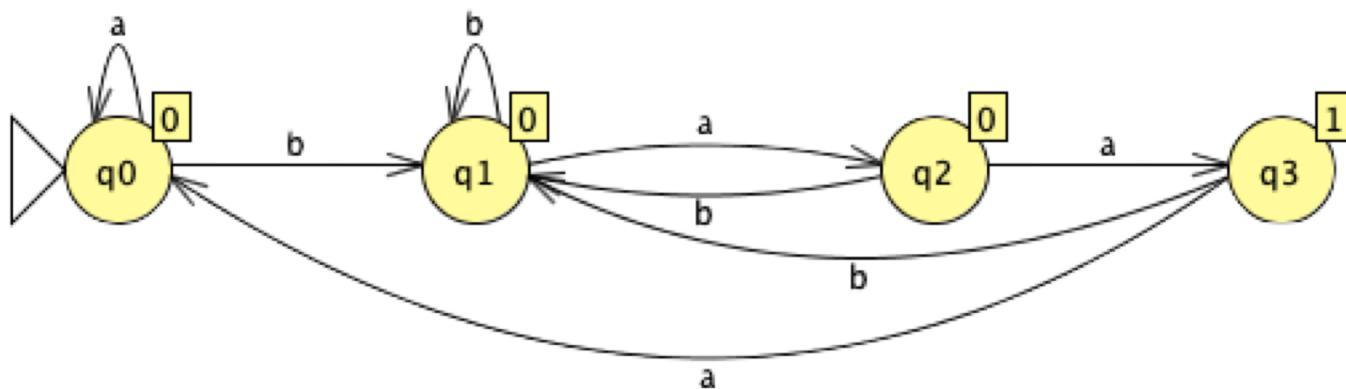
Gera “1” cada vez que “baa” é lido em uma palavra



Continua...

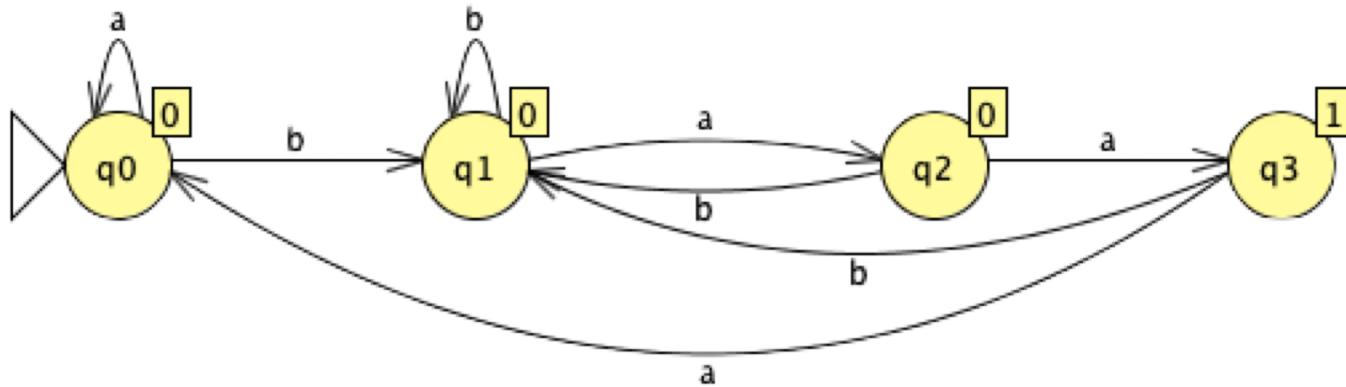
Máquina de Moore: Exemplo 3

Gera “1” cada vez que “baa” é lido em uma palavra



Máquina de Moore: Exemplo 3

Gera “1” cada vez que “baa” é lido em uma palavra



$$\omega = abaab$$

$$q_0 \xrightarrow{a} q_0 \xrightarrow{b} q_1 \xrightarrow{a} q_2 \xrightarrow{a} q_3 \xrightarrow{b} q_1$$

0 0 0 0 **1** 0

Máquina de Moore: Exemplo 3

File Input Test View Convert Help

Editor Multiple Run

Table Text Size
<input type="range"/>

Input	Result
abaab	000010
bbbbbb	000000
aaaaaa	000000
bababab	0000000
abababab	00000000
baaa	0001
aabbbaa	0000001
bbaaa	000010
aabaa	000001
baabbbbbb	000100000

Load Inputs | Run Inputs | Clear | Enter Lambda | View Trace

Máquina de Mealy

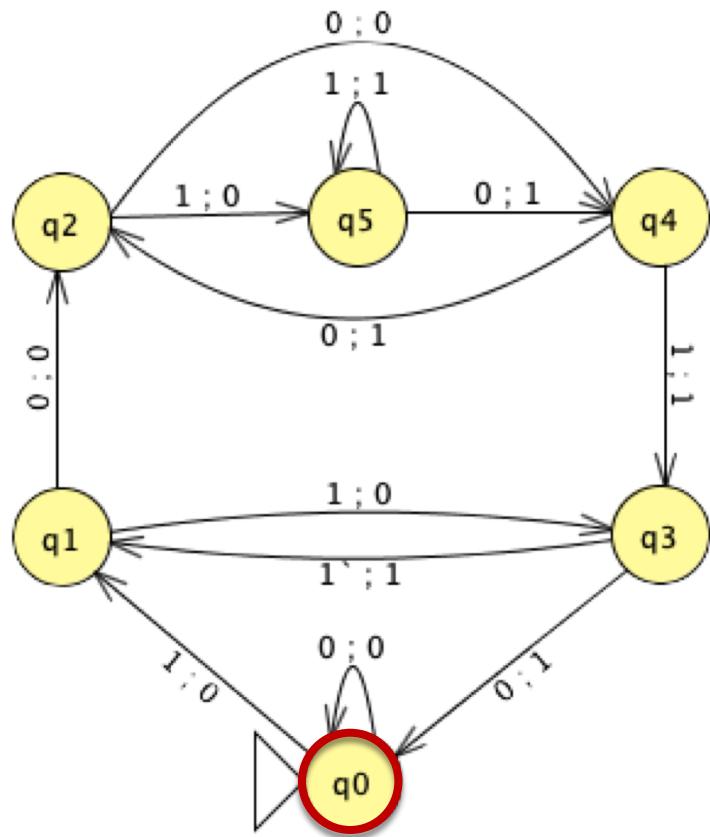
Exemplo 1

Determina o quociente da divisão de um número binário por seis

$$\omega = 1000$$

Máquina de Mealy: Exemplo 1

Determina o quociente da divisão de um número binário por seis

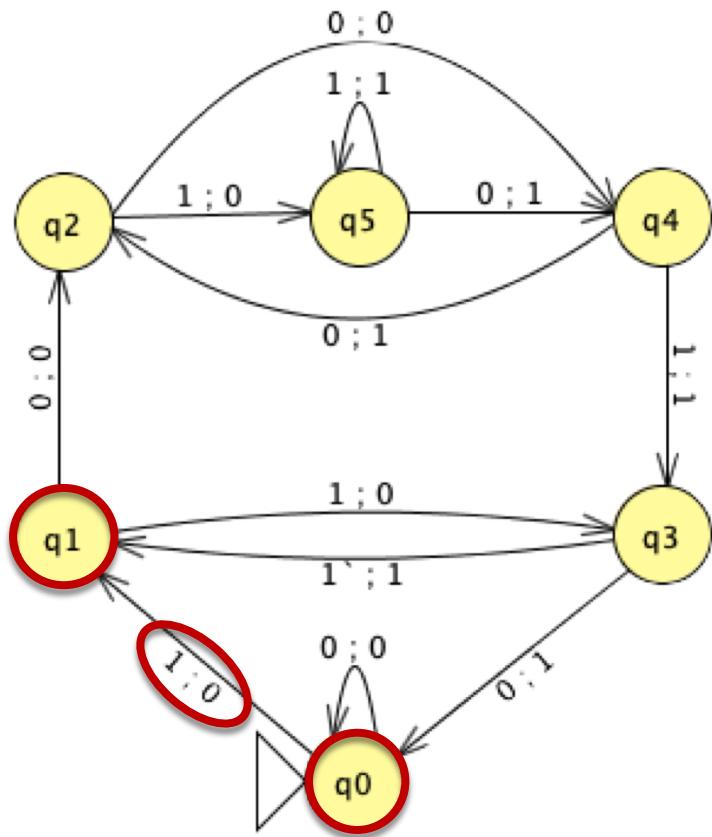


$$\omega = 1000$$

q_0

Máquina de Mealy: Exemplo 1

Determina o quociente da divisão de um número binário por seis

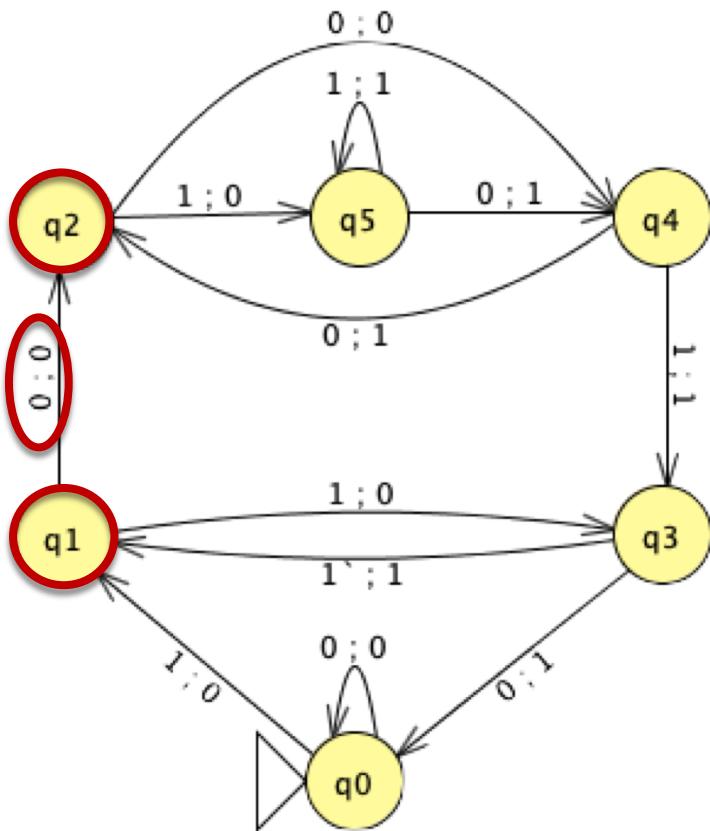


$$\omega = 1000$$

$$q_0 \xrightarrow[0]{1} q_1$$

Máquina de Mealy: Exemplo 1

Determina o quociente da divisão de um número binário por seis

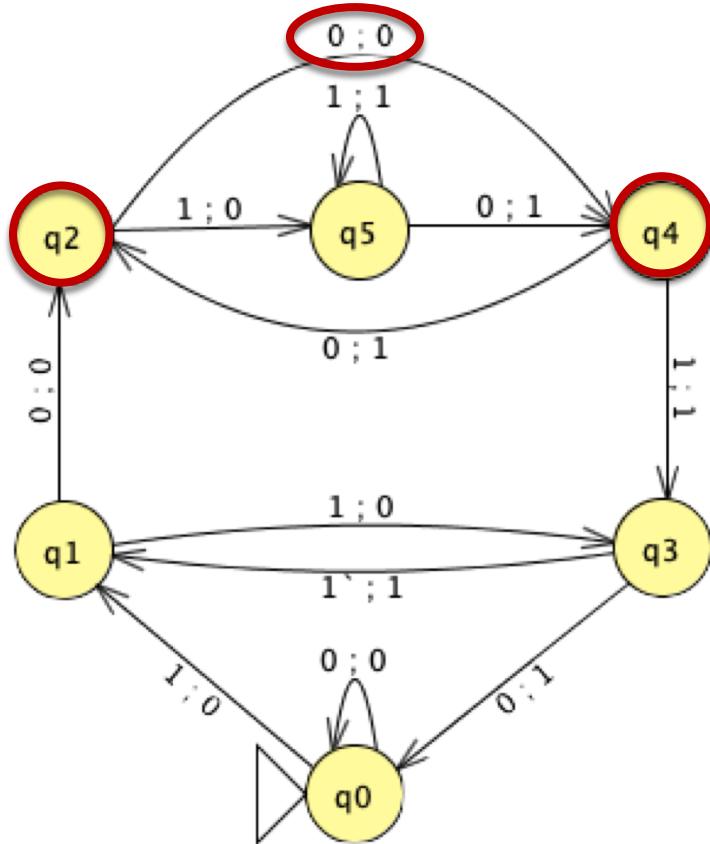


$$\omega = 1000$$

$$q_0 \xrightarrow{1;0} q_1 \xrightarrow{0;0} q_2$$

Máquina de Mealy: Exemplo 1

Determina o quociente da divisão de um número binário por seis

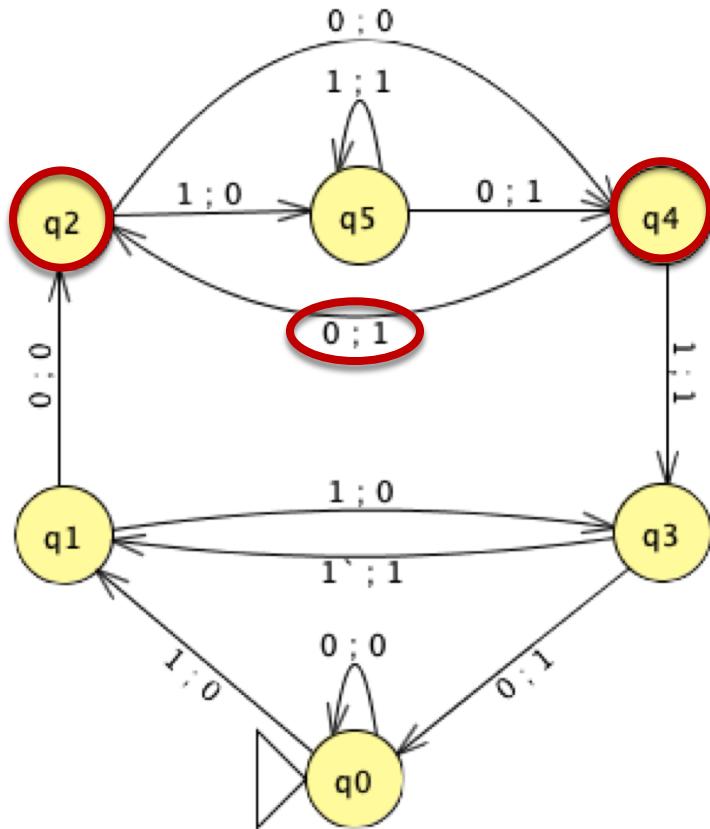


$$\omega = 1000$$

$$q_0 \xrightarrow{1} q_1 \xrightarrow{0} q_2 \xrightarrow{0} q_4$$

Máquina de Mealy: Exemplo 1

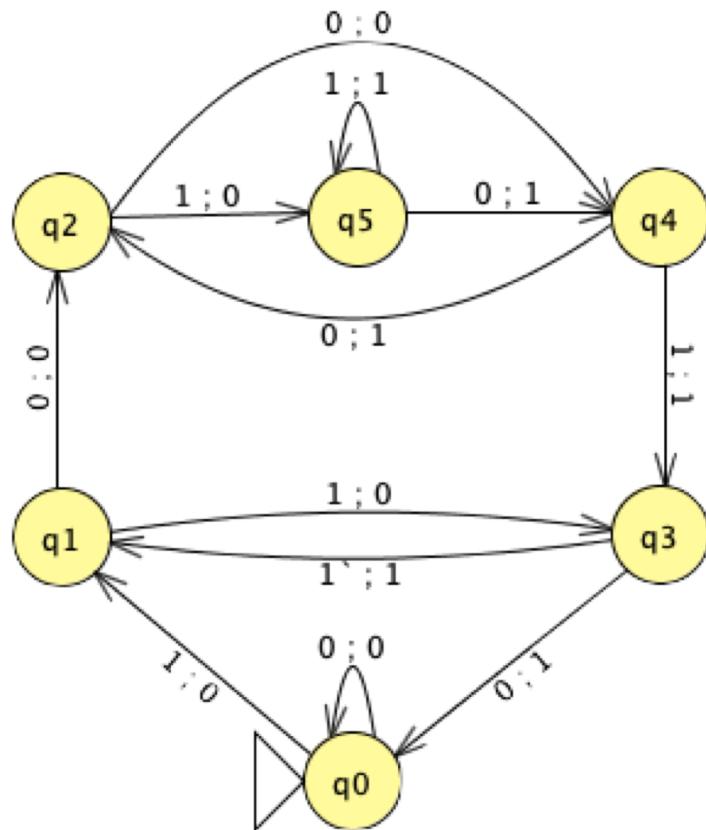
Determina o quociente da divisão de um número binário por seis



$$\omega = 1000$$
$$q_0 \xrightarrow{1} q_1 \xrightarrow{0} q_2 \xrightarrow{0} q_4 \xrightarrow{1} q_2$$

Máquina de Mealy: Exemplo 1

Determina o quociente da divisão de um número binário por seis



$$\omega = 1000$$
$$q_0 \xrightarrow{1} q_1 \xrightarrow{0} q_2 \xrightarrow{0} q_4 \xrightarrow{0} q_2$$

Lê o número binário “1000” (8)
e gerou na saída o número
binário “0001” (1)

Máquina de Mealy

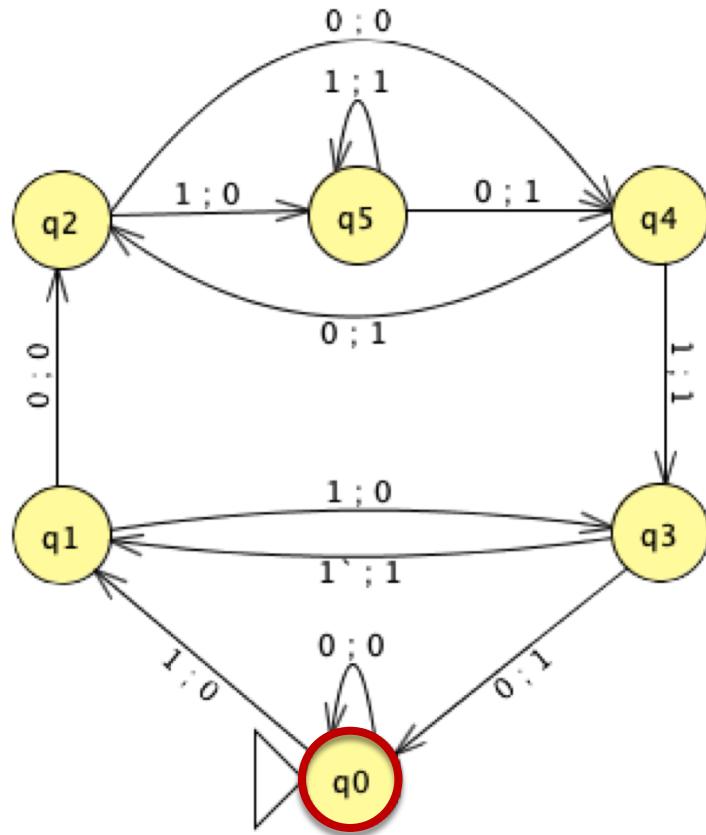
Exemplo 2

Determina o quociente da divisão de um número binário por seis

$$\omega = 10010$$

Máquina de Mealy: Exemplo 2

Determina o quociente da divisão de um número binário por seis

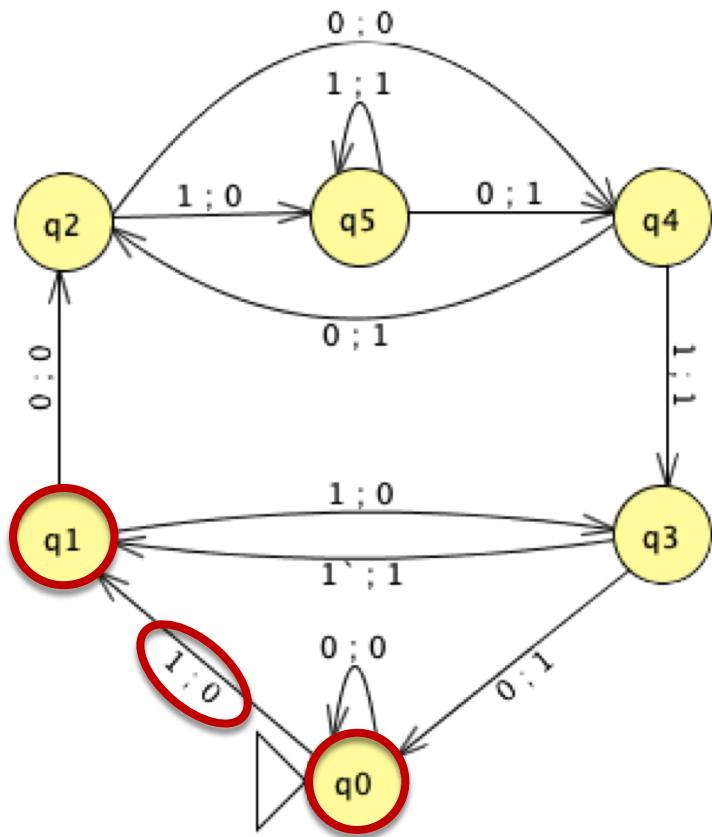


$$\omega = 10010$$

q_0

Máquina de Mealy: Exemplo 2

Determina o quociente da divisão de um número binário por seis

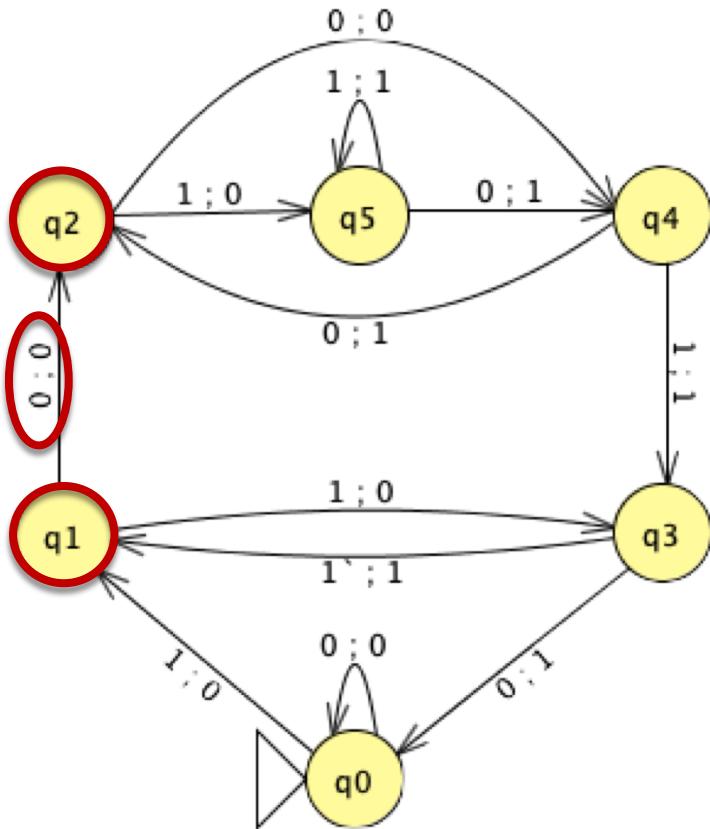


$$\omega = 10010$$

$$q_0 \xrightarrow[0]{1} q_1$$

Máquina de Mealy: Exemplo 2

Determina o quociente da divisão de um número binário por seis

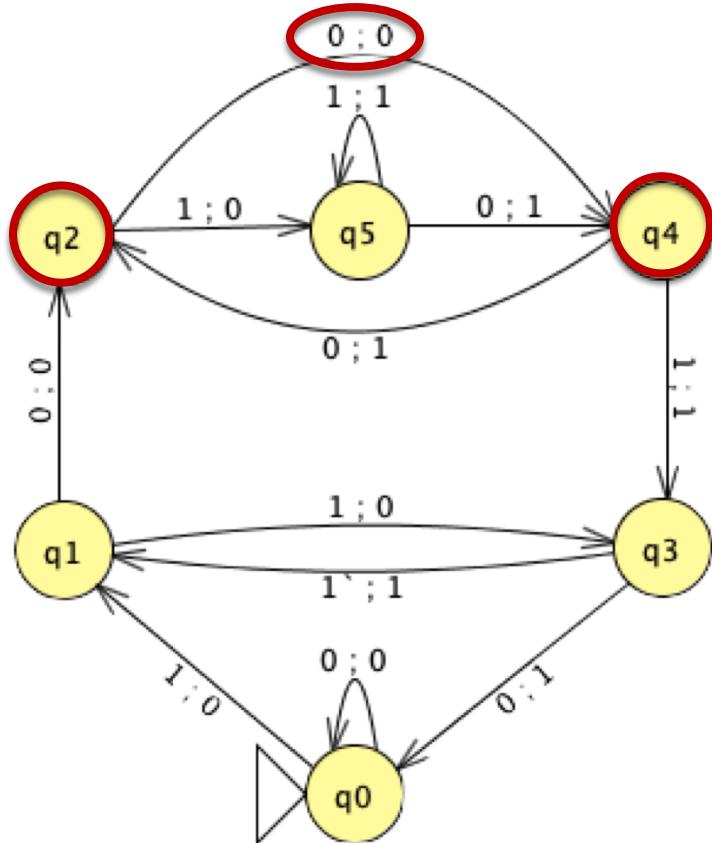


$$\omega = 10010$$

$$q_0 \xrightarrow{1;0} q_1 \xrightarrow{0;0} q_2$$

Máquina de Mealy: Exemplo 2

Determina o quociente da divisão de um número binário por seis

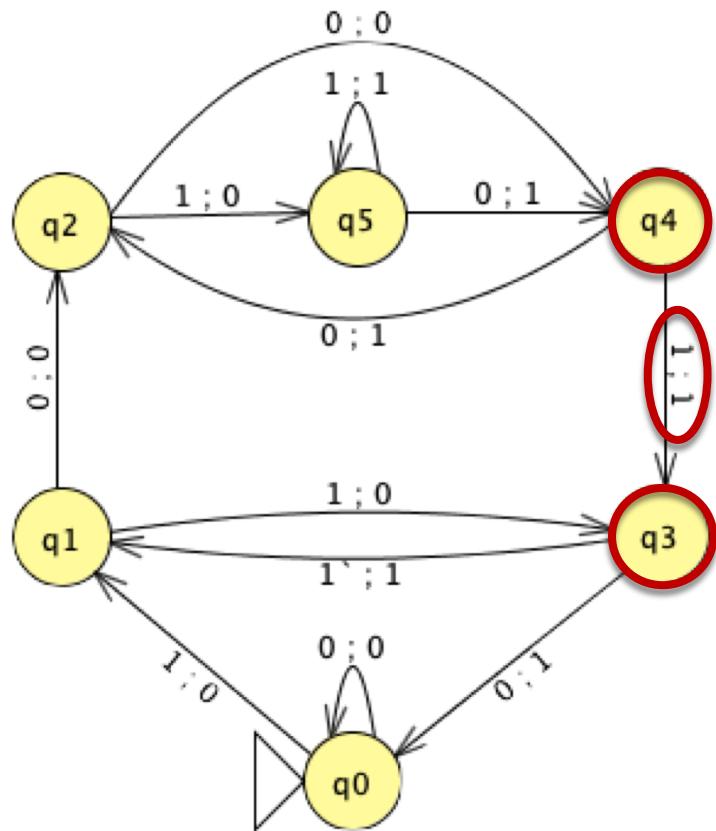


$$\omega = 100_{10}$$

$$q_0 \xrightarrow{0} q_1 \xrightarrow{0} q_2 \xrightarrow{0} q_4$$

Máquina de Mealy: Exemplo 2

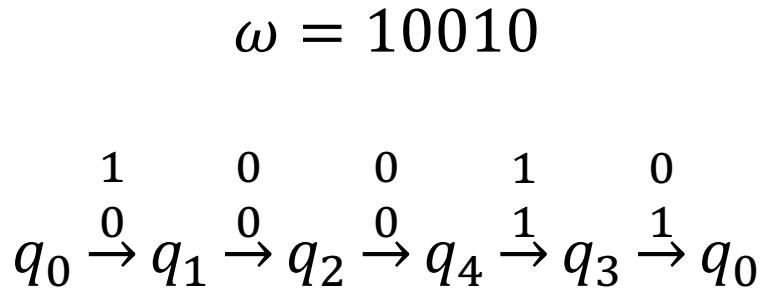
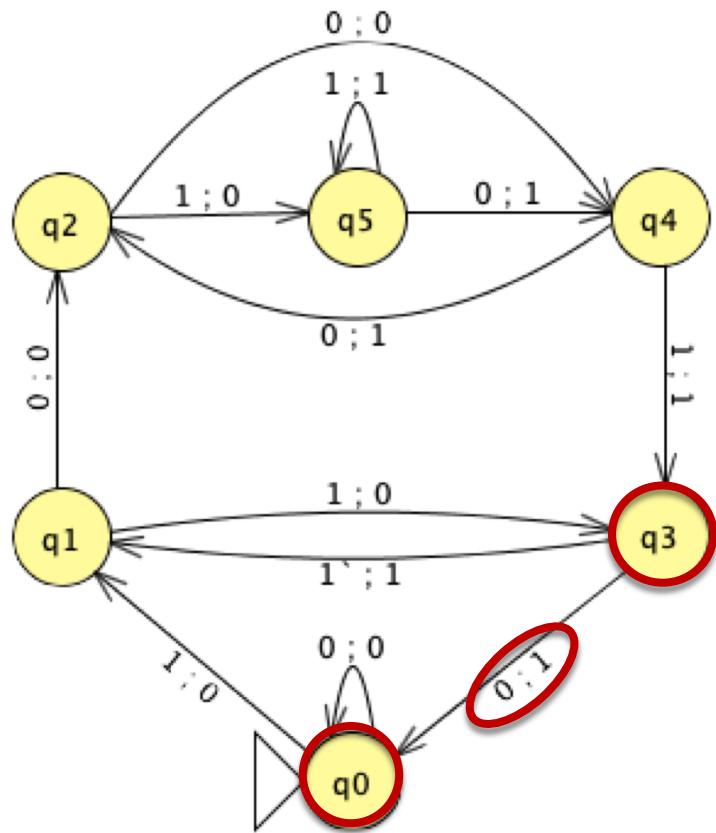
Determina o quociente da divisão de um número binário por seis



$$\begin{array}{c} \omega = 10010 \\ q_0 \xrightarrow{1} q_1 \xrightarrow{0} q_2 \xrightarrow{0} q_4 \xrightarrow{1} q_3 \end{array}$$

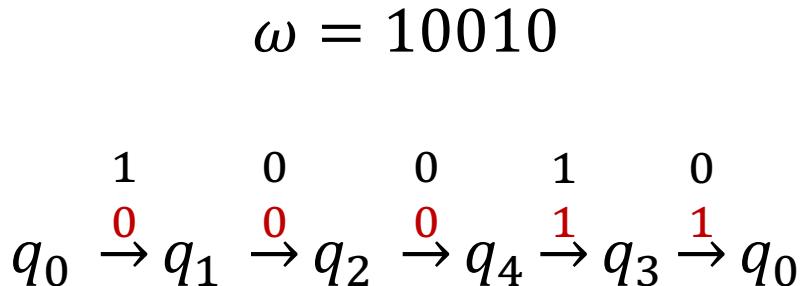
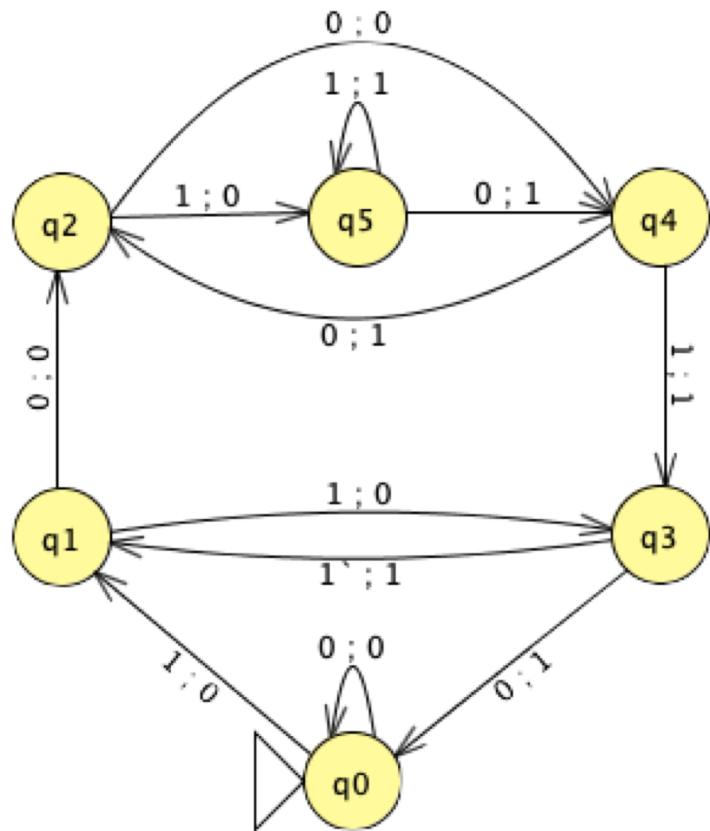
Máquina de Mealy: Exemplo 2

Determina o quociente da divisão de um número binário por seis



Máquina de Mealy: Exemplo 2

Determina o quociente da divisão de um número binário por seis



Leu o número binário “10010”
(18) e gerou o número binário
“00011” (3)

Máquina de Mealy: Exemplo 2

File Input Test View Convert Help

Editor Multiple Run

Table Text Size

Input	Result
00010010	00000011
00001000	00000001
10000001	00010101
10101010	00011100
01010101	00001110
00100100	00000110

Diagram of a Mealy machine with 6 states (q_0 , q_1 , q_2 , q_3 , q_4 , q_5) and 2 inputs (0, 1). Transitions and outputs:

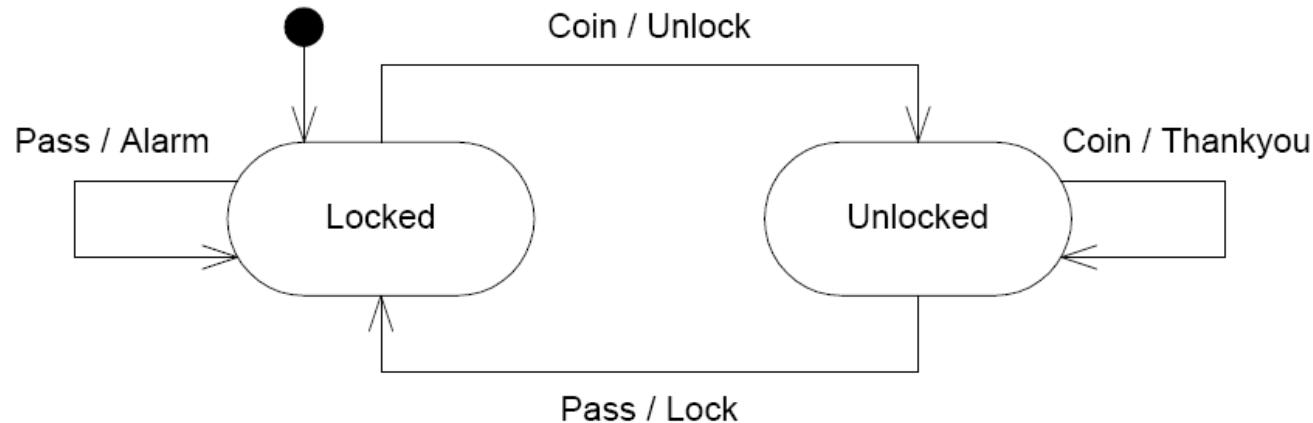
- $q_0 \xrightarrow{0;0} q_0$
- $q_0 \xrightarrow{1;0} q_1$
- $q_0 \xrightarrow{0;1} q_3$
- $q_1 \xrightarrow{1;0} q_2$
- $q_1 \xrightarrow{1;1} q_0$
- $q_2 \xrightarrow{1;0} q_5$
- $q_2 \xrightarrow{0;1} q_4$
- $q_3 \xrightarrow{0;0} q_0$
- $q_3 \xrightarrow{1;0} q_1$
- $q_3 \xrightarrow{0;1} q_4$
- $q_4 \xrightarrow{0;1} q_5$
- $q_4 \xrightarrow{1;1} q_0$
- $q_5 \xrightarrow{0;0} q_5$
- $q_5 \xrightarrow{1;1} q_2$

Load Inputs Run Inputs Clear Enter Lambda View Trace

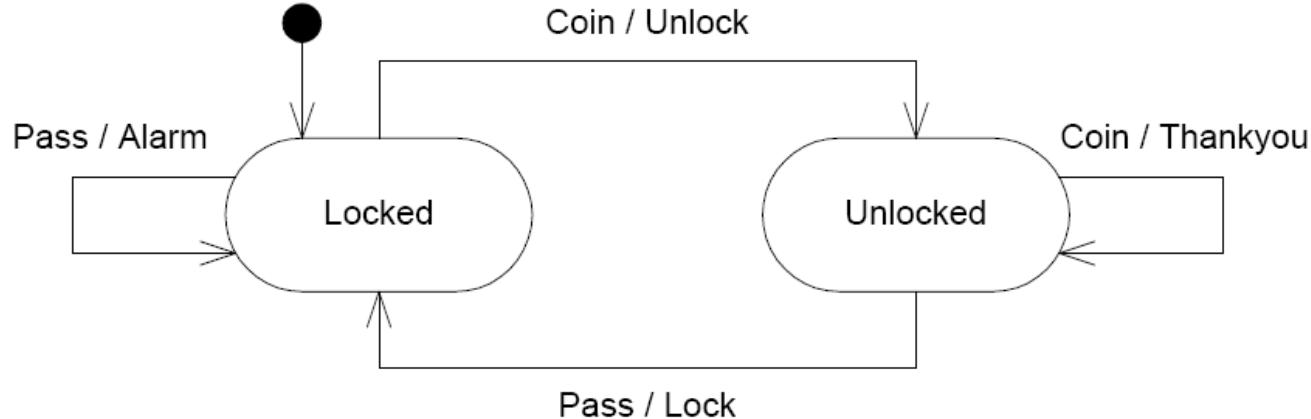


Codificação de Máquina de Mealy

Codificação de Máquina de Mealy



Codificação de Máquina de Mealy



$Q = \{\text{Locked}, \text{Unlocked}\}$ (conjunto finito de estados)

$\Sigma = \{\text{Pass}, \text{Coin}\}$ (alfabeto de entrada)

$\delta(\text{Locked}, \text{Pass})=\text{Locked}; \quad \delta(\text{Locked}, \text{Coin})=\text{Unlocked};$

$\delta(\text{Unlocked}, \text{Pass})=\text{Locked}; \quad \delta(\text{Unlocked}, \text{Coin})=\text{Unlocked};$

$q_0 = \text{Locked}$ (estado inicial)

$\Delta = \{\text{Lock}, \text{Unlock}, \text{Alarm}, \text{Thankyou}\}$ (alfabeto de saída)

$\sigma(\text{Locked}, \text{Pass})=\text{Alarm}; \quad \sigma(\text{Locked}, \text{Coin})=\text{Unlock};$

$\sigma(\text{Unlocked}, \text{Pass})=\text{Lock}; \quad \sigma(\text{Unlocked}, \text{Coin})=\text{Thankyou};$

Codificação de Máquina de Mealy

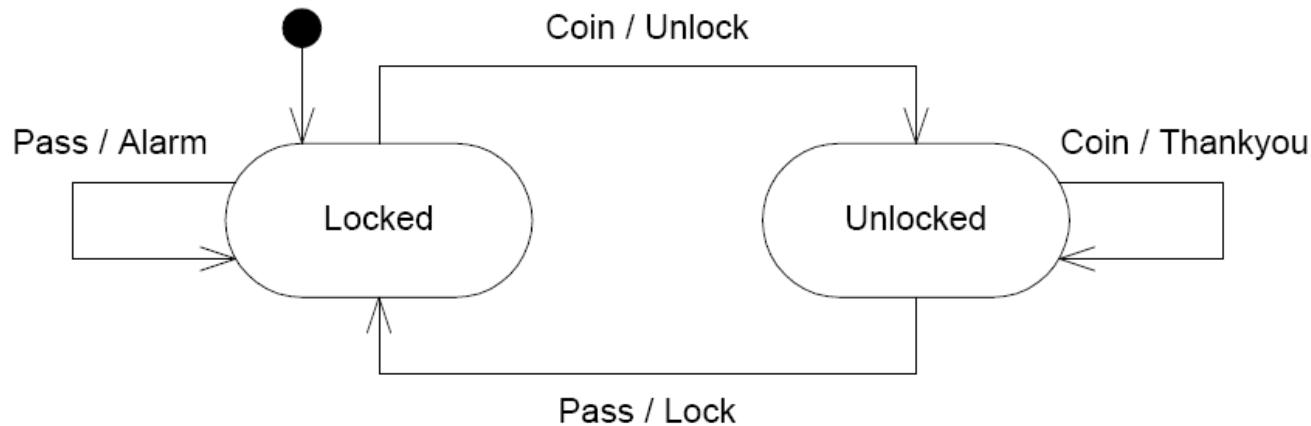


Tabela de Transição de Estados

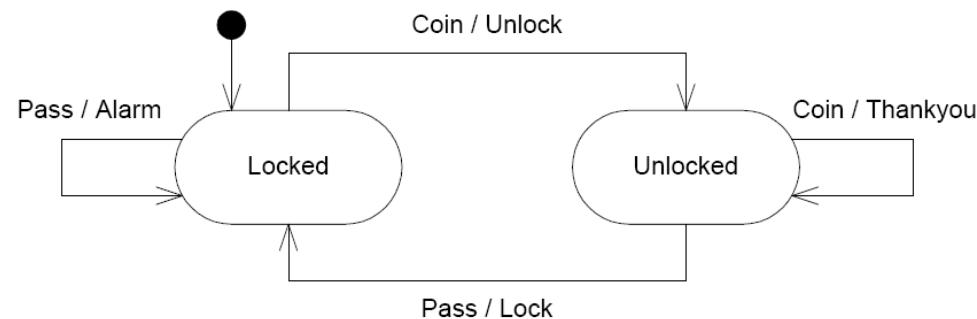
Entrada \ Estados	Locked	Unlocked
Locked	Alarm, Locked	Lock, Locked
Unlocked	Unlock, Unlocked	Thankyou, Unlocked

```
enum state {Locked, Unlocked};  
enum event {Pass, Coin};  
  
void Unlock(); void Lock();  
void Thankyou(); void Alarm();  
  
state s = Locked;  
do forever {  
    read_event(e);  
    switch(s) {  
        case Locked:  
            . . .  
            break;  
        case Unlocked:  
            . . .  
            break;  
    } // switch (s)  
} // do forever
```

```

switch(s) {
    case Locked:
        switch(e) {
            case Coin:
                s = Unlocked;
                Unlock();
                break;
            case Pass:
                Alarm();
                break;
        } // switch (e)
        break;
    case Unlocked:
        switch(e) {
            case Coin:
                Thankyou();
                break;
            case Pass:
                s = Locked;
                Lock();
                break;
        } // switch (e)
        break;
} // switch (s)

```



Três programadores entram
em um bar...

