

# FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA COMPUTAÇÃO

## --- LINGUAGEM LIVRE DE CONTEXTO ---

Transformação de um AP para uma GLC



# Restrições no Autômato com Pilha

# Autômato com Pilha

Seja  $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, S)$  uma AP com as seguintes características:

- Não existe conjunto de estados de aceitação, por isso é que a “aceitação” será somente por pilha vazia;
- $Q = \{q\}$
- $\delta$  só possui transições do tipo:
  - 1)  $\delta(q, a, X) = (q, \varepsilon)$
  - 2)  $\delta(q, a, X) = (q, BC)$ , com  $a \in \{\Sigma \cup \varepsilon\}$  e  $A, B, C \in \Gamma$

Regra 1) diz que se estiver no estado  $q$  e ler um símbolo  $a$ , tendo  $X$  no topo da pilha, você permanece no estado  $q$  (só tem um estado mesmo), desempilha  $X$  e não empilha nada ( $\varepsilon$ )

$$\delta(q, a, X) \rightarrow (q, \varepsilon)$$

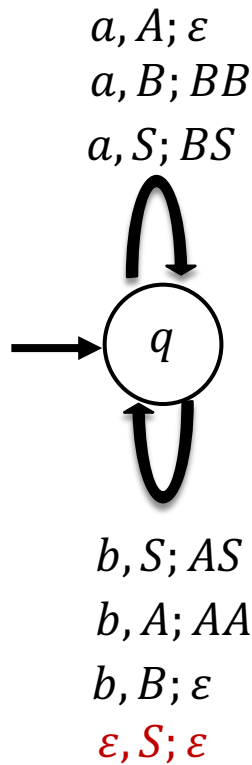
A segunda regra é parecida com a primeira, só que, você empilha dois símbolos não terminais  $BC$

$$\delta(q, a, X) \rightarrow (q, BC)$$

**Todo AP pode ser convertido para o formato acima**

# Autômato com Pilha

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's. O AP para a linguagem  $L$  será:

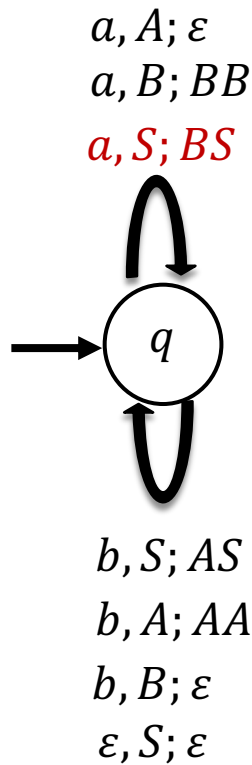


Considere  $\omega = aabbab \in L$   
 $(q, aabbab, S) \Rightarrow$

Sem ler nada, ou lendo  $\epsilon$ , só empilha o S

# Autômato com Pilha

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's. O AP para a linguagem  $L$  será:



Considere  $\omega = aabbab \in L$

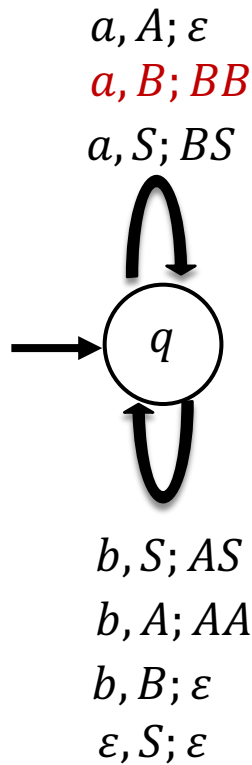
$(q, aabbab, S) \Rightarrow$

$(q, abbab, BS) \Rightarrow$

Lendo “a”, e tendo S na pilha,  
desempilha o S e empilha B e S

# Autômato com Pilha

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's. O AP para a linguagem  $L$  será:



Considere  $\omega = aabbab \in L$

$(q, aabbab, S) \Rightarrow$

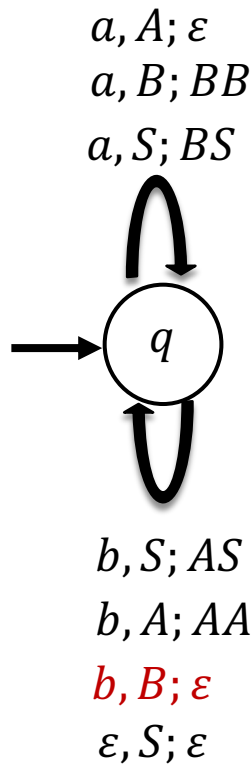
$(q, abbab, BS) \Rightarrow$

$(q, bbab, BBS) \Rightarrow$

Lendo “a”, e tendo B na pilha,  
desempilha o B e empilha B e B

# Autômato com Pilha

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's. O AP para a linguagem  $L$  será:



Considere  $\omega = aabbab \in L$

$(q, aabbab, S) \Rightarrow$

$(q, abbab, BS) \Rightarrow$

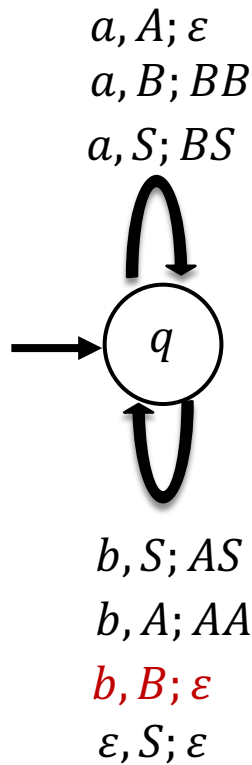
$(q, bbab, BBS) \Rightarrow$

$(q, bab, BS) \Rightarrow$

Lendo “b”, e tendo B na pilha,  
desempilha o B e empilha  $\varepsilon$

# Autômato com Pilha

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's. O AP para a linguagem  $L$  será:



Considere  $\omega = aabbab \in L$

$(q, aabbab, S) \Rightarrow$

$(q, abbab, BS) \Rightarrow$

$(q, bbab, BBS) \Rightarrow$

$(q, bab, BS) \Rightarrow$

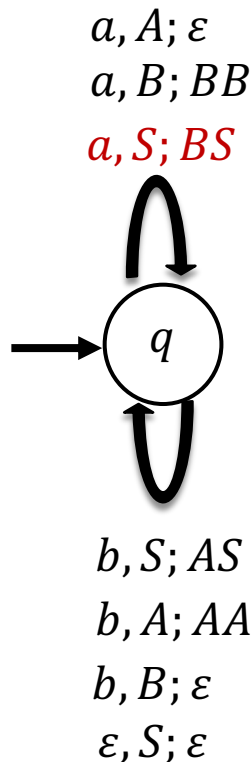
$(q, ab, S) \Rightarrow$

Lendo “b”, e tendo B na pilha,  
desempilha o B e empilha  $\varepsilon$



# Autômato com Pilha

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's. O AP para a linguagem  $L$  será:



Considere  $\omega = aabbab \in L$

$(q, aabbab, S) \Rightarrow$

$(q, abbab, BS) \Rightarrow$

$(q, bbab, BBS) \Rightarrow$

$(q, bab, BS) \Rightarrow$

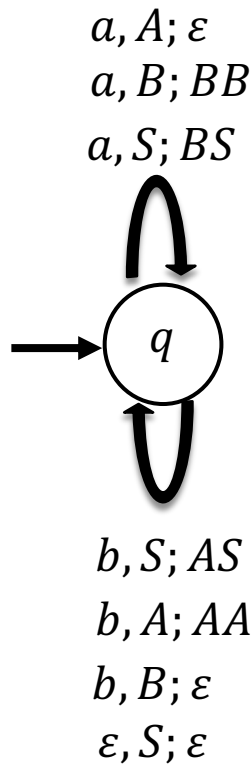
$(q, ab, S) \Rightarrow$

$(q, b, BS) \Rightarrow$

Lendo “a”, e tendo S na pilha,  
desempilha o S e empilha B e S

# Autômato com Pilha

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's. O AP para a linguagem  $L$  será:



Considere  $\omega = aabbab \in L$

$(q, aabbab, S) \Rightarrow$

$(q, abbab, BS) \Rightarrow$

$(q, bbab, BBS) \Rightarrow$

$(q, bab, BS) \Rightarrow$

$(q, ab, S) \Rightarrow$

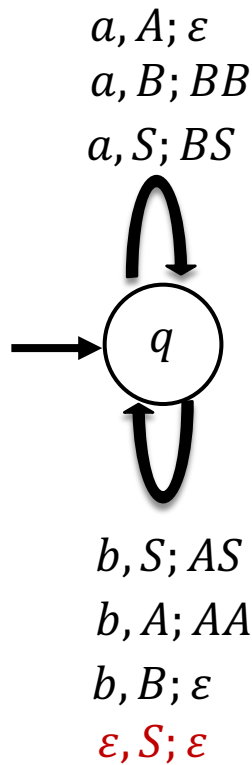
$(q, b, BS) \Rightarrow$

$(q, \varepsilon, S) \Rightarrow$

Lendo “b”, e tendo B na pilha,  
desempilha o B e empilha  $\varepsilon$

# Autômato com Pilha

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's. O AP para a linguagem  $L$  será:



Considere  $\omega = aabbab \in L$

$(q, aabbab, S) \Rightarrow$

$(q, abbab, BS) \Rightarrow$

$(q, bbab, BBS) \Rightarrow$

$(q, bab, BS) \Rightarrow$

$(q, ab, S) \Rightarrow$

$(q, b, BS) \Rightarrow$

$(q, \varepsilon, S) \Rightarrow$

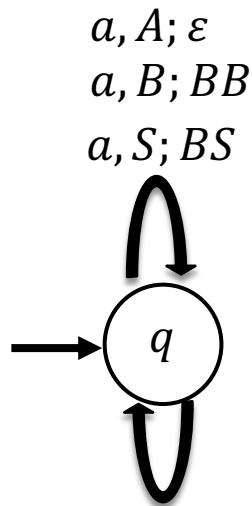
$(q, \varepsilon, \varepsilon)$  ✓

Lendo “ $\varepsilon$ ”, e tendo  $\$$  na pilha, desempilha o  $\$$  e empilha  $\varepsilon$ . Cadeia aceita: leu toda a cadeia e a pilha é vazia

# Transformação de AP em GLC

# Transformação de AP em GLC

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.



Para cada transição do tipo:

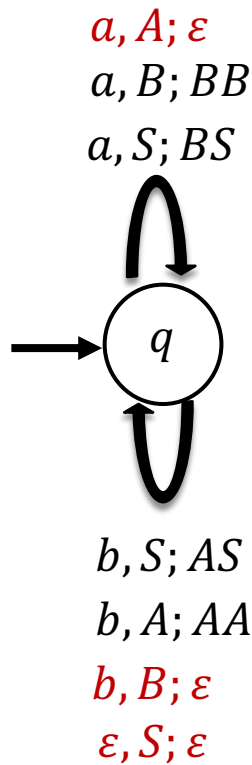
(1)  $\delta(q, a, X) = (q, \varepsilon)$ , adicionar  $X \rightarrow a$

Ou seja, lê o símbolo ( $a$ ), desempilha ( $X$ ) e não empilha nada ( $\varepsilon$ )

Quais seriam as produções baseadas nas transições?

# Conversão de AP em GLC

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.



Para cada transição do tipo:

(1)  $\delta(q, a, X) = (q, \varepsilon)$ , adicionar  $X \rightarrow a$

Ou seja, lê o símbolo ( $a$ ), desempilha ( $X$ ) e não empilha nada ( $\varepsilon$ )

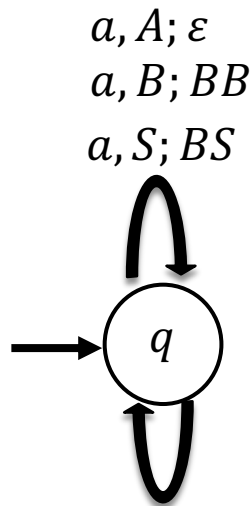
$A \rightarrow a$

$B \rightarrow b$

$S \rightarrow \varepsilon$

# Conversão de AP em GLC

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.



Para cada transição do tipo:

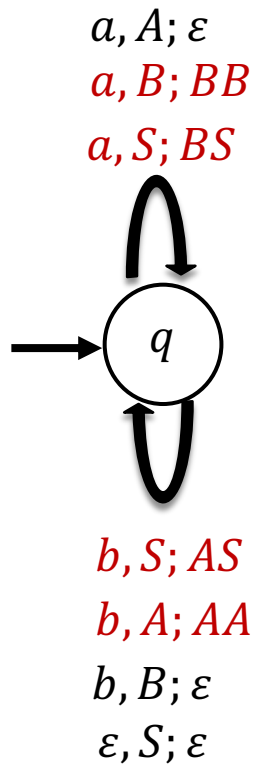
(2)  $\delta(q, a, X) = (q, BC)$ , adicionar  $X \rightarrow aBC$

Ou seja, lê o símbolo ( $a$ ), desempilha ( $X$ ) e empilha dois símbolos não terminais ( $BC$ )

Quais seriam as produções baseadas nas transições?

# Conversão de AP em GLC

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.



Para cada transição do tipo:

(2)  $\delta(q, a, X) = (q, BC)$ , adicionar  $X \rightarrow aBC$

Ou seja, lê o símbolo ( $a$ ), desempilha ( $X$ ) e empilha dois símbolos não terminais ( $BC$ )

$B \rightarrow aBB$

$S \rightarrow aBS$

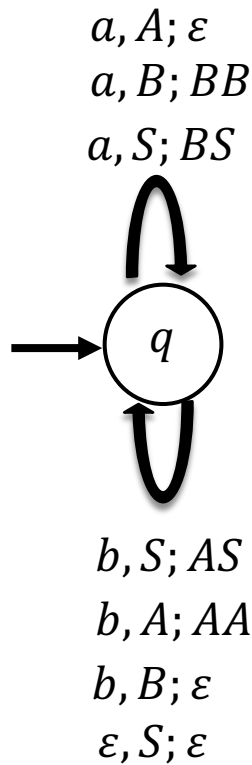
$S \rightarrow bAS$

$A \rightarrow bAA$



# Conversão de AP em GLC

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.

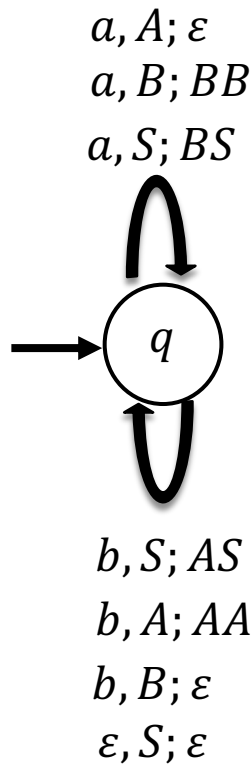


Para cada transição do tipo:  
(3) Adicionar  $S \rightarrow \varepsilon$ , porque a linguagem aceita a cadeia vazia

A única regra de produção seria  $S \rightarrow \varepsilon$  que já tinha sido incluída anteriormente

# Conversão de AP em GLC

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.



O resultado é que a GLC será:

$$G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$$

$$P: S \rightarrow aBS \mid bAS \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow bAA \mid a$$

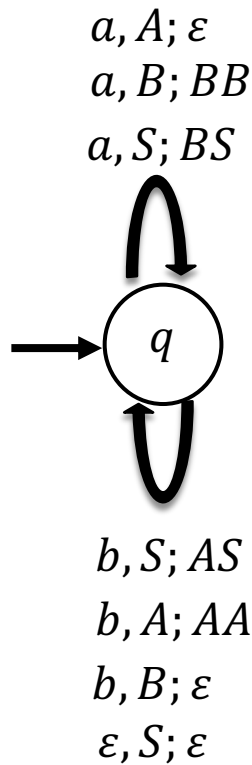
$$B \rightarrow aBB \mid b$$



# Derivação de uma cadeia

# Derivação de uma cadeia

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.



Derivando mas à esquerda:

$S \rightarrow aBS \mid bAS \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bAA \mid a$

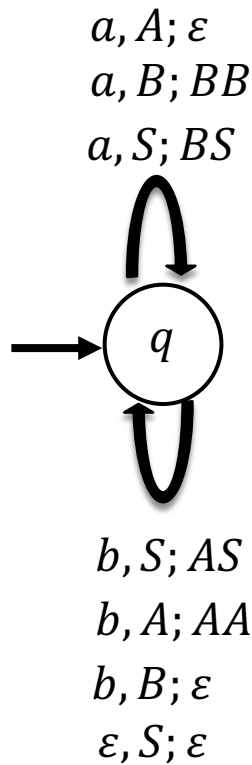
$B \rightarrow aBB \mid b$

Considerando  $\omega = abbbbaa$

$S \Rightarrow aBS$

# Derivação de uma cadeia

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.



Derivando mas à esquerda:

$S \rightarrow aBS \mid bAS \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bAA \mid a$

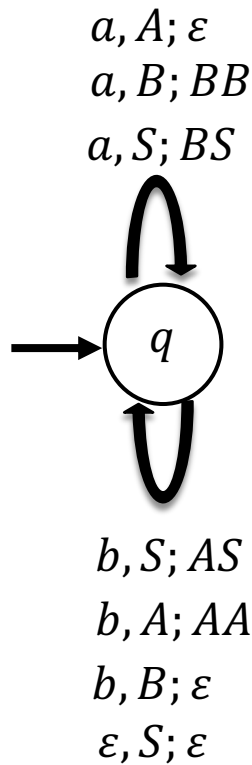
$B \rightarrow aBB \mid b$

Considerando  $\omega = abbbbaa$

$S \Rightarrow aBS \Rightarrow abS$

# Derivação de uma cadeia

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.



Derivando mas à esquerda:

$S \rightarrow aBS \mid bAS \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bAA \mid a$

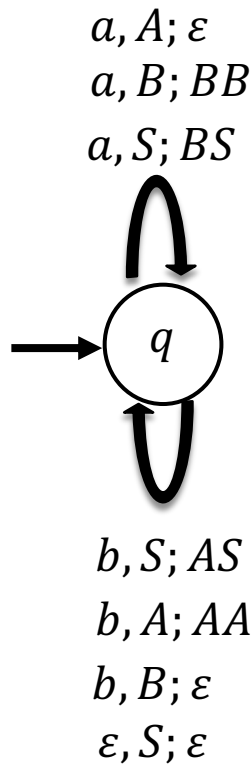
$B \rightarrow aBB \mid b$

Considerando  $\omega = abbbbaa$

$S \Rightarrow aBS \Rightarrow abS \Rightarrow abbAS$

# Derivação de uma cadeia

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.



Derivando mas à esquerda:

$S \rightarrow aBS \mid bAS \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bAA \mid a$

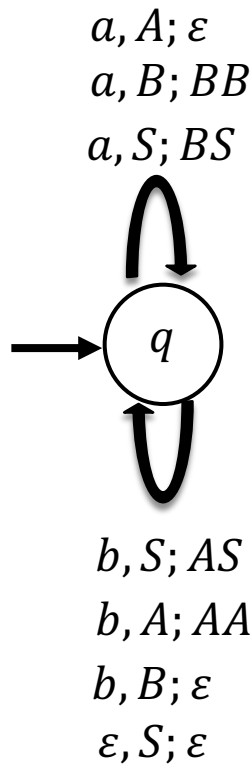
$B \rightarrow aBB \mid b$

Considerando  $\omega = abbbbaa$

$S \Rightarrow aBS \Rightarrow abS \Rightarrow abbAS$   
 $\Rightarrow abbbAAS$

# Derivação de uma cadeia

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.



Derivando mas à esquerda:

$S \rightarrow aBS \mid bAS \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bAA \mid a$

$B \rightarrow aBB \mid b$

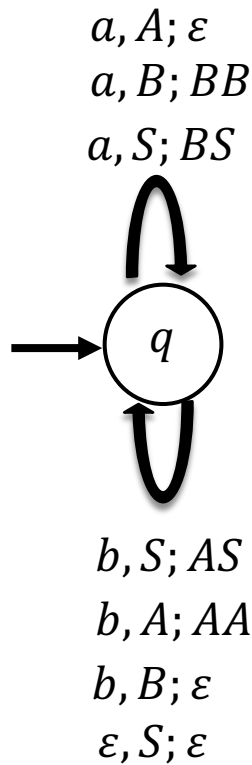
Considerando  $\omega = abbbbaa$

$S \Rightarrow aBS \Rightarrow abS \Rightarrow abbAS$   
 $\Rightarrow abbbAAS \Rightarrow abbbbaAS$



# Derivação de uma cadeia

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.



Derivando mas à esquerda:

$S \rightarrow aBS \mid bAS \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bAA \mid a$

$B \rightarrow aBB \mid b$

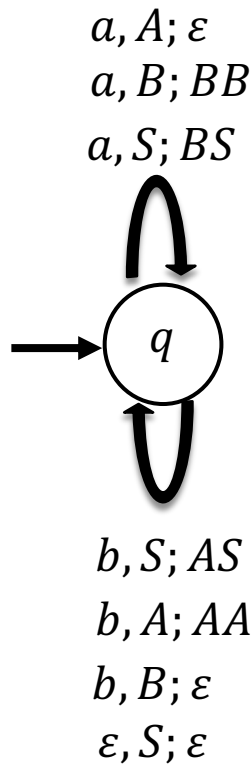
Considerando  $\omega = abbbaa$

$S \Rightarrow aBS \Rightarrow abS \Rightarrow abbAS$

$\Rightarrow abbbAAS \Rightarrow abbbbaAS \Rightarrow abbbbaaS$

# Derivação de uma cadeia

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.



Derivando mas à esquerda:

$S \rightarrow aBS \mid bAS \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bAA \mid a$

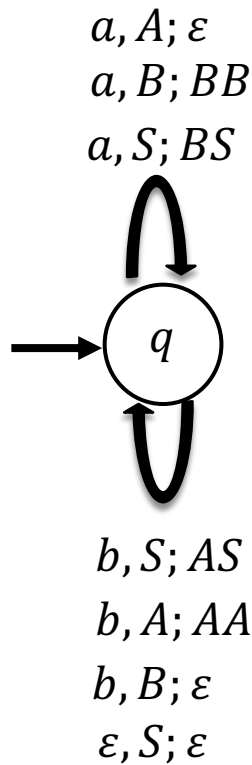
$B \rightarrow aBB \mid b$

Considerando  $\omega = abbbaa$

$S \Rightarrow aBS \Rightarrow abS \Rightarrow abbAS$   
 $\Rightarrow abbbAAS \Rightarrow abbbbaAS \Rightarrow abbbbaaS$   
 $\Rightarrow abbbbaa\varepsilon$

# Derivação de uma cadeia

Considere  $L = \{\omega : |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , isto é,  $\omega$  possui o mesmo número de  $a$ 's e  $b$ 's.



Derivando mas à esquerda:

$S \rightarrow aBS \mid bAS \mid \varepsilon$

$A \rightarrow bAA \mid a$

$B \rightarrow aBB \mid b$

Considerando  $\omega = abbbaa$

$S \Rightarrow aBS \Rightarrow abS \Rightarrow abbAS$   
 $\Rightarrow abbbAAS \Rightarrow abbbbaAS \Rightarrow abbbbaaS$   
 $\Rightarrow abbbbaa$

# Conversão de AP em GLC

Com isso, mostramos que os AP's são equivalentes às GLC's e que, portanto, reconhecem a classe das LLC's

