LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS --- LINGUAGEM LIVRE DE CONTEXTO ---

Simplificação de GLCs

Introdução

É possível simplificar alguns tipos de produções sem reduzir o poder de geração de GLCs

A simplificação será utilizada em compiladores para otimizar a análise sintática

Três passos básicos:

- **Eliminar produções inúteis**
- Eliminar produções vazias
- Eliminar produções unidade

Eliminar produções inúteis

Eliminar produções inúteis

Uma variável pode ser inútil por **duas** razões:

1) A variável nunca é alcançada

$S \rightarrow A$

$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$B \rightarrow bA$

B nunca será alcançada

Eliminar produções inúteis

Uma variável pode ser inútil por **duas** razões:

1) A variável nunca é alcançada

$S \rightarrow A$

$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$B \rightarrow bA$

B nunca será alcançada

2) Não consegue derivar uma cadeia (somente de terminais)

$S \rightarrow aSb \mid \varepsilon \mid A$

$A \rightarrow aA$

Se S derivar em A nunca alcançada uma sentença

Eliminar produções inúteis

Exemplo
$S \to ABC \mid b$
$A \to a$
$B \to b$
$C \to cC$

Se derivarmos $S \Rightarrow ABC$ nunca mais nos livraremos do C, logo C é inútil, e pode-se retirar a produção que a contém

Resultando em:
$S \to \cancel{ABC} \mid b$
$A \to a$
$B \to b$
$\cancel{C \to cC}$

Eliminar produções inúteis

Exemplo

$S \rightarrow ABC \mid b$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow cC$

Se derivarmos $S \Rightarrow ABC$ nunca mais nos livraremos do C, logo C é inútil, e pode-se retirar a produção que a contém

$S \rightarrow b$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow b$

Como agora A e B são inalcançáveis, fica somente:

$S \rightarrow b$

Eliminar produções inúteis

Exemplo (2)

$S \to aS \mid A \mid C$

$A \to a$

$B \to aa$

$C \to aCb$

Se derivarmos $S \Rightarrow C$ nunca mais nos livraremos do C, por causa da regra $C \to aCb$, logo C é inútil, e pode ser retirada

Resultando em:

$S \to aS|A$

$A \to a$

$B \to aa$

Eliminar produções inúteis

Exemplo (2)

$S \rightarrow aS \mid A \mid C$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow aa$

$C \rightarrow aCb$

Se derivarmos $S \Rightarrow C$ nunca mais nos livraremos do C, por causa da regra $C \rightarrow aCb$, logo C é inútil, e pode ser retirada

Resultando em:

$S \rightarrow aS|A$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow aa$

a regra $B \rightarrow aa$ nunca será atingida

Eliminar produções inúteis

Exemplo (2)

$S \rightarrow aS \mid A \mid C$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow aa$

$C \rightarrow aCb$

Se derivarmos $S \Rightarrow C$ nunca mais nos livraremos do C, por causa da regra $C \rightarrow aCb$, logo C é inútil, e pode ser retirada

Portanto, a simplificação ficará assim:

$S \rightarrow aS \mid A$

$A \rightarrow a$

Eliminar produções inúteis

Algoritmo:

1) Criar um conjunto dos símbolos úteis

2) Retirar os símbolos inalcançáveis

Eliminar produções inúteis :: criando conjunto de símbolos úteis

Inicia o conjunto $V = \emptyset$

se A gera terminal diretamente então

adiciona A em V

Ex: $A \rightarrow a$

se B gera terminal indiretamente então

adiciona B em V

Ex: $B \rightarrow bcA$

Eliminar produções inúteis
:: retirar símbolos inalcançáveis

Para retirar os símbolos inalcançáveis, vamos utilizar o autômato.
Suponha que após a primeira etapa o resultado foi:

$S \rightarrow C$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow bcA$

$C \rightarrow c$

Eliminar produções inúteis
:: retirar símbolos inalcançáveis

Para retirar os símbolos inalcançáveis, vamos utilizar o autômato.
Suponha que após a primeira etapa o resultado foi:

$S \rightarrow C$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow bcA$

$C \rightarrow c$

Neste caso, percebe-se que os estados B e A são inalcançáveis

Eliminar produções inúteis :: retirar símbolos inalcançáveis

Que resulta em:

$S \rightarrow C$

$C \rightarrow c$

Que pode ser otimizado para:

$S \rightarrow c$

Eliminar produções inúteis :: Exemplo

Considere a GLC abaixo

$S \to aS \mid A \mid C$

$A \to a$

$B \to aaD$

$C \to aCD$

$D \to bdD \mid \varepsilon$

$A \to a$

Terminais diretos

Adiciona A em V porque $A \to a$

Eliminar produções inúteis :: Exemplo

Considere a GLC abaixo

$S \rightarrow aS \mid A \mid C$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow aaD$

$C \rightarrow aCD$

$D \rightarrow bdD \mid \varepsilon$

$A \rightarrow a$

$D \rightarrow bdD \mid \varepsilon$

Terminais diretos

Adiciona A em V porque $A \rightarrow a$

Adiciona D em V porque $D \rightarrow \varepsilon$

Eliminar produções inúteis :: Exemplo

Considere a GLC abaixo

$S \rightarrow aS \mid A \mid C$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow aaD$

$C \rightarrow aCD$

$D \rightarrow bdD \mid \varepsilon$

$A \rightarrow a$

$D \rightarrow bdD \mid \varepsilon$

$S \rightarrow aS \mid A \mid C$

Terminais diretos

Adiciona A em V porque $A \rightarrow a$

Adiciona D em V porque $D \rightarrow \varepsilon$

Terminais indiretos

S vai entrar porque, como $S \rightarrow A$, e A já está em V

Eliminar produções inúteis :: Exemplo

Considere a GLC abaixo

$S \rightarrow aS \mid A \mid C$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow aaD$

$C \rightarrow aCD$

$D \rightarrow bdD \mid \varepsilon$

$A \rightarrow a$

$D \rightarrow bdD \mid \varepsilon$

$S \rightarrow aS \mid A \mid C$

$B \rightarrow aaD$

Terminais diretos

Adiciona A em V porque $A \rightarrow a$

Adiciona D em V porque $D \rightarrow \varepsilon$

Terminais indiretos

S vai entrar porque, como $S \rightarrow A$, e A já está em V

B vai entrar porque, como $B \rightarrow aaD$, e D já está em V

Eliminar produções inúteis :: Exemplo

O resultado é:

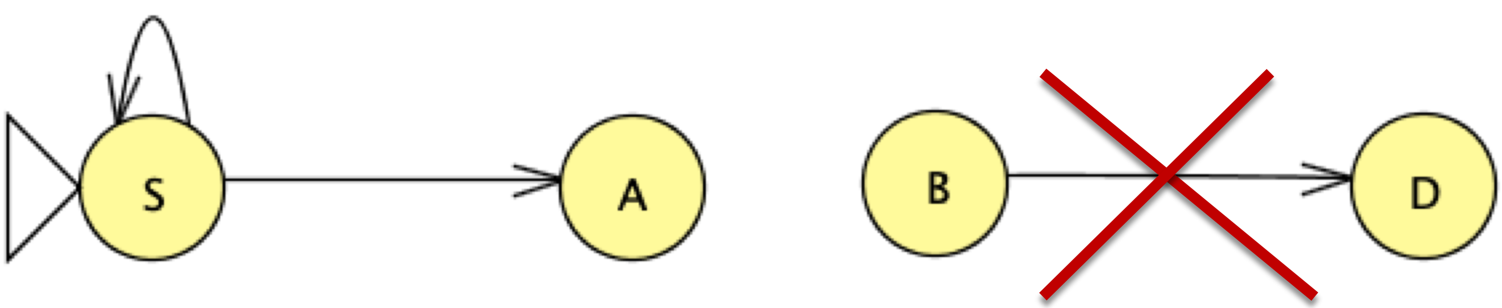
$S \rightarrow aS|A$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow aaD$

$D \rightarrow bdD \mid \varepsilon$

Agora vamos eliminar os estados inalcançáveis



Eliminar produções inúteis :: Exemplo

O resultado é:

$S \rightarrow aS \mid A$

$A \rightarrow a$

Ou

$S \rightarrow aS \mid a$

Que gera a linguagem $L(G) = \{a^n \mid n \geq 1\}$

Eliminar produções vazias

Eliminar produções vazias

Três passos básicos:

- Eliminar produções inúteis
- **Eliminar produções vazias**
- Eliminar produções unidade

Eliminar produções vazias

Três passos básicos:

- Eliminar produções inúteis
- **Eliminar produções vazias**
- Eliminar produções unidade

O algoritmo é dividido em três etapas:

- Criar um conjunto das variáveis que contenham produções vazias
- Aplicar o método de retirada das produções vazias
- Verificar se ainda é necessário incluir a palavra vazia

Eliminar produções vazias
:: variáveis que contenham produções vazias

Criar um conjunto das variáveis que contenham produções vazias

As produções vazias pode ser diretamente ou indiretamente

Variáveis com esta característica são chamadas de **anuláveis**

$A \rightarrow \varepsilon$ ou

$A \rightarrow \varepsilon$ e $B \rightarrow A$

A é anulável de forma **direta;** B é anulável de forma **indireta**

Eliminar produções vazias
:: eliminação das produções vazias

Aplicar o método de eliminar as produções vazias no conjunto de variáveis anuláveis criadas anteriormente

Suponha o conjunto abaixo de variáveis anuláveis:

$C \rightarrow AB \mid Aa \mid c$

$A \rightarrow a \mid \varepsilon$

$B \rightarrow b \mid \varepsilon$

Se A e B são anuláveis, C também é. Criaremos uma nova produção C de tal forma que ela não seja mais anulável...

Eliminar produções vazias

:: eliminação das produções vazias

Exemplo:

$C \rightarrow AB \mid Aa \mid c$

O processo consiste em:

$C \rightarrow A\varepsilon$ .... Para $B = \varepsilon$

$C \rightarrow \varepsilon B$ .... Para $A = \varepsilon$

$C \rightarrow \varepsilon\varepsilon$ .... Para $A = \varepsilon$ e $B = \varepsilon$

$C \rightarrow \varepsilon a$ .... Para $A = \varepsilon$

Logo, a nova GLC será:

$C \rightarrow AB \mid Aa \mid c \mid A \mid B \mid a$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow b$

Eliminar produções vazias
:: Verificar a necessidade de incluir ε

Devemos verificar se a gramática aceita a palavra vazia. Caso ela aceite, acrescentamos ε na variável inicial

Antes, a GLC aceitava a cadeia vazia? **Sim**

$C \rightarrow AB \mid Aa \mid c$

$A \rightarrow a \mid \varepsilon$

$B \rightarrow b \mid \varepsilon$

Logo, a nova GLC será:

$C \rightarrow AB \mid Aa \mid c \mid A \mid B \mid a \mid \varepsilon$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow b$

Eliminar produções vazias
:: Verificar a necessidade de incluir ε

Devemos verificar se a gramática aceita a palavra vazia. Caso ela aceite, acrescentamos ε na variável inicial

$C \rightarrow AB \mid Aa \mid D$
$A \rightarrow a \mid \varepsilon$
$B \rightarrow b \mid \varepsilon$
$D \rightarrow d \mid \varepsilon$

A gramática acima aceita a cadeia vazia e portanto, requer ε na variável inicial

Eliminar produções vazias
:: Exemplo

$S \rightarrow AB$
$A \rightarrow aAA \mid \varepsilon$
$B \rightarrow bBB \mid \varepsilon$

Conjunto de anuláveis $\{A, B, S\}$

$A \rightarrow aAA \mid \varepsilon$
$A \rightarrow aA\varepsilon$ para $A = \varepsilon$
$A \rightarrow a\varepsilon A$ para $A = \varepsilon$
$A \rightarrow a\varepsilon\varepsilon$ para $A = \varepsilon$ e $A = \varepsilon$
Logo, a nova produção será
$A \rightarrow aAA \mid aA \mid a$

Eliminar produções vazias
:: Exemplo

$S \rightarrow AB$
$A \rightarrow aAA \mid \varepsilon$
$B \rightarrow bBB \mid \varepsilon$

Conjunto de anuláveis $\{A, B, S\}$

$B \rightarrow bBB \mid \varepsilon$
$B \rightarrow bB\varepsilon$ para $B = \varepsilon$
$B \rightarrow b\varepsilon B$ para $B = \varepsilon$
$B \rightarrow b\varepsilon\varepsilon$ para $B = \varepsilon$ e $B = \varepsilon$

Logo, a nova produção será

$B \rightarrow bBB \mid bB \mid b$

Eliminar produções vazias
:: Exemplo

$S \rightarrow AB$
$A \rightarrow aAA \mid \varepsilon$
$B \rightarrow bBB \mid \varepsilon$

Conjunto de anuláveis $\{A, B, S\}$

$S \rightarrow AB$
$S \rightarrow \varepsilon B$ para $A = \varepsilon$
$S \rightarrow A\varepsilon$ para $B = \varepsilon$
$S \rightarrow \varepsilon\varepsilon$ para $A = \varepsilon$ e $B = \varepsilon$ **(S é anulável)**

Logo, a nova produção será
$S \rightarrow AB \mid A \mid B$

Eliminar produções vazias
:: Exemplo

A gramática que era assim:

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow aAA \mid \varepsilon$

$B \rightarrow bBB \mid \varepsilon$

Agora será assim:

$S \rightarrow AB \mid A \mid B$

$A \rightarrow aAA \mid aA \mid a$

$B \rightarrow bBB \mid bB \mid b$

Como a linguagem aceitava a cadeia vazia, a nova gramática é:

$S \rightarrow AB \mid A \mid B \mid \varepsilon$

$A \rightarrow aAA \mid aA \mid a$

$B \rightarrow bBB \mid bB \mid b$

Eliminar produção unidade

Eliminar produção unidade

O nome vem do fato da produção não alterar o comprimento, mas somente o nome. Por exemplo: $A \rightarrow B$

Propriedade: $A \rightarrow B, B \rightarrow C \implies A \rightarrow C$

Outra notação: (A, B) é o mesmo que $A \rightarrow B$

O algoritmo é simples. Para cada par unidade (A, B), tais que:

$B \rightarrow y_1|y_2|y_3|\cdots$ onde $\{y_1, y_2, y_3, \cdots\}$ são terminais

Adiciono

$A \rightarrow y_1|y_2|y_3|\cdots$

Eliminar produção unidade :: Exemplo

Considere a seguinte gramática:

$S \rightarrow Aa \mid B$

$B \rightarrow A \mid bb$

$A \rightarrow a \mid bc \mid B$

Quem são os pares unidades?

$(S, B); (B, A); (A, B)$

Por transitividade

(S, A)

Eliminar produção unidade :: Exemplo

Analisando cada par unidade: (S, B)
B produz só símbolos terminais? Sim. $B \rightarrow bb$, neste caso, eu incluo a regra $S \rightarrow bb$

Analisando cada par unidade: (A, B)
B produz só símbolos terminais? Sim. $B \rightarrow bb$, neste caso, eu incluo a regra $A \rightarrow bb$

Analisando cada par unidade: (B, A)
A produz só símbolos terminais? Sim. $A \rightarrow a|bc$, neste caso, eu incluo a regra $B \rightarrow a|bc$

Analisando cada par unidade: (S, A)
A produz só símbolos terminais? Sim. $A \rightarrow a|bc$, neste caso, eu incluo a regra $S \rightarrow a|bc$

Eliminar produção unidade :: Exemplo

A gramática que era:

$S \rightarrow Aa \mid B$

$B \rightarrow A \mid bb$

$A \rightarrow a \mid bc \mid B$

Agora ficou:

$S \rightarrow Aa|bb|a|bc$

$B \rightarrow bb|a|bc$

$A \rightarrow a|bc|bb$


Complicar é fácil
Difícil é simplificar