

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA COMPUTAÇÃO

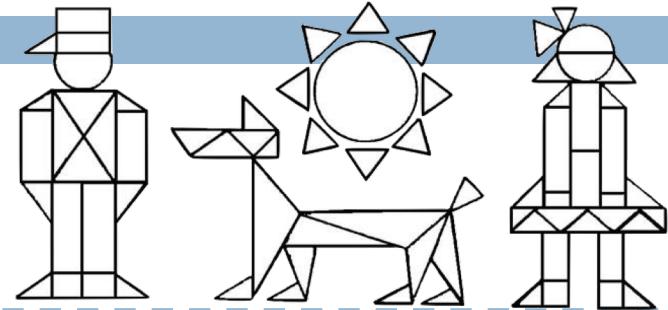
-- SISTEMAS FORMAIS --

Definições

Sistemas Formais

Definição

Formal se refere a **forma**



Sistemas formais são sistemas de **manipulação de formas**, sem preocupação do que estas formas **significam** no mundo real (essência é sua **sintaxe**)

A **sintaxe** é o conjunto de **regras** que definem como as expressões podem ser formadas dentro desse sistema. Essas regras estabelecem quais **símbolos** são permitidos, como eles podem ser **combinados** e em que **ordem**

Exemplo: na lógica proposicional, a sintaxe típica pode incluir os **símbolos** para **conectivos** lógicos (como "e", "ou" e "não"), **variáveis** proposicionais (como "p", "q" e "r") e símbolos de **pontuação** (como parênteses)

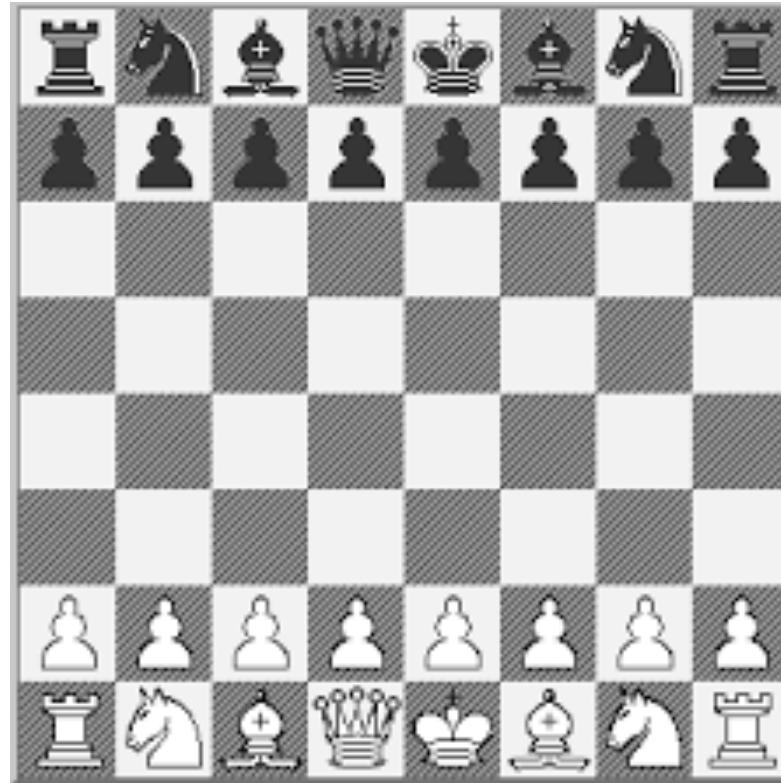
Existe a **semântica formal** mas os avanços ainda são "tímidos" e computacionalmente ineficientes

Sistemas Formais

Indiano séc. III a.C.	१ २ ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९
Indiano séc. IV-VI	۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۰
Árabe Oriental séc. IX	١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠
Árabe Ocidental séc. XI	۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۰
Europeu séc. XVI	۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۰
Atual	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

O sistema de numeração decimal é um sistema formal que permite representar números usando um conjunto de símbolos numéricos (0 a 9) e regras sintáticas específicas

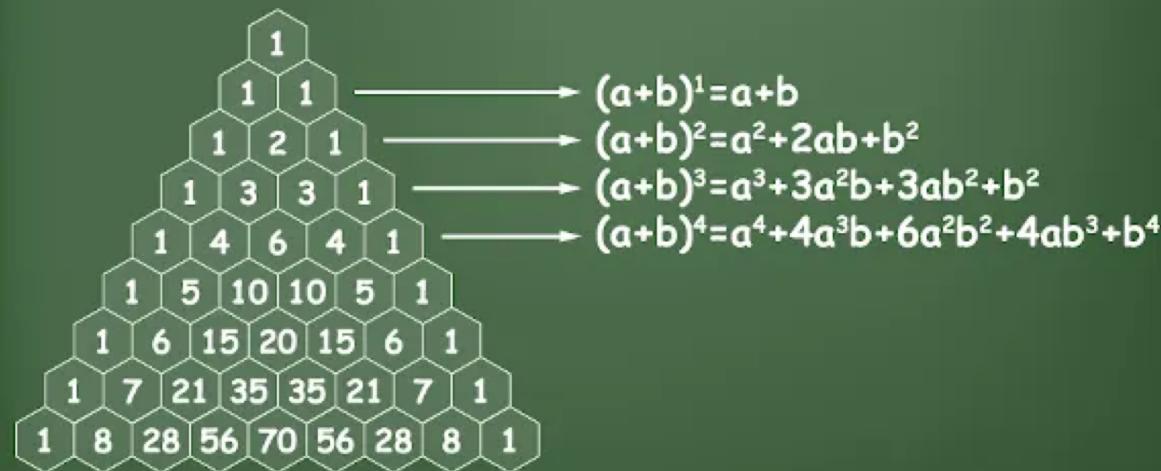
Sistemas Formais



O xadrez é um jogo que é governado por um conjunto de regras formais que definem como as peças se movem, como o tabuleiro é organizado e como o jogo é vencido

Sistemas Formais

Binômio de Newton



O binômio de Newton é uma fórmula matemática que permite calcular o valor de um binômio elevado a uma potência qualquer. Ele é escrito na forma $(a + b)^n$, onde a e b são constantes e n é um número natural

Sistemas Formais

Sem dúvida, você é capaz de ler e entender este texto com facilidade. Isso porque, ao contrário de pseudóis, o cérebro encodes as provárias como um bloco integrado.

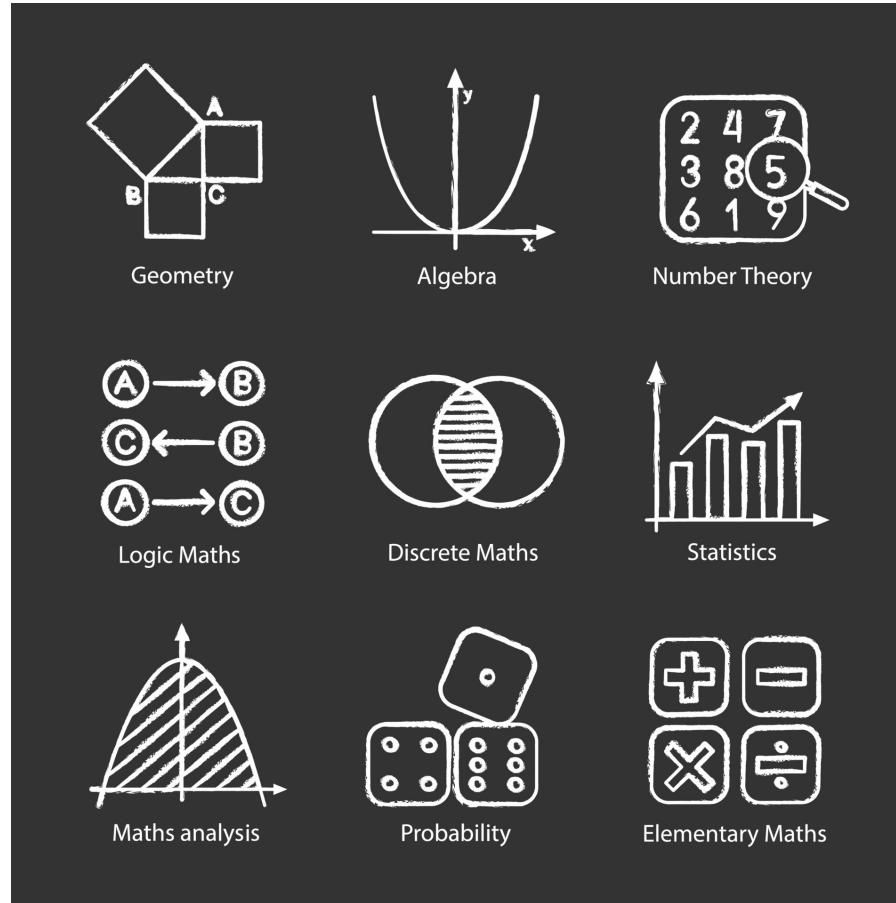
Conseguem ler? Isto é um Sistema Formal?

Sistemas Formais

```
def rec_fib(n):
    if n > 1:
        return rec_fib(n-1) + rec_fib(n-2)
    return n
for i in range(10):
    print(rec_fib(i))
```

O que é isto acima? É um Sistema Formal?

Sistemas Formais



A matemática está cheia de sistemas formais

Sistemas Formais

Informalmente

Um Sistema Formal tem a ver com seguir um **conjunto de regras** que define como manipular um conjunto definido de **símbolos**

Na vida real podemos ver alguns exemplos de conhecimento que podem ser estruturados (**formas**). As línguas que falamos têm estruturas - senão seria difícil "**entender fcaleminte**"

A **economia**, por outro lado, lida com sistemas sociais complexos, i.e., é afetada por muitos fatores não econômicos, como políticas governamentais, cultura, valores sociais e mudanças tecnológicas, por isso **não é um sistema formal**. Apesar de **ter estruturas** para representar relações entre as variáveis econômicas, como preços, salários, produção, consumo, investimento e comércio

Muitos sistemas do **mundo físico** (ciências naturais) tem certas **estruturas**, mas são limitados por causa da complexidade dos sistemas naturais

Sistemas Formais

Modelando o pensamento

Há razões para acreditar que os sistemas formais podem ser úteis no estudo do **pensamento humano**

Na verdade, uma das questões centrais nas pesquisas é se o pensamento humano segue regras formais ou não

Observe que aparentemente **cada pensamento** que podemos ter, na verdade cada pedaço de informação que podemos *imaginar*, pode ser capturado como uma **sequência de símbolos**

91442.3

Stay behind the yellow line!

(* (+ 4 3) (- 9 7))

int average(int x, int y) {return (x + y) / 2;}

<dog id="30024"><name>Lisichka</name><age>13</age></dog>

Sistemas Formais

Modelando o pensamento

É comum processamos informações manipulando símbolos de acordo com certas regras

```
(* (+ 4 3) (- 9 7))  
⇒ (* 7 2)  
⇒ 14
```

Notação Polonesa

Os símbolos por si só parecem sem sentido, mas quando colocados em certos sistemas formais, eles **parecem adquirir** significado, e **não** em outros

Será que mentes e pensamentos humanos funcionam dessa maneira?

Um único neurônio pode não ser inteligente, mas de alguma forma, quando você coloca dezenas de bilhões deles juntos, cada um com conexões com muitos milhares de outros, surge a **inteligência**



*Vejamos as diferentes partes de
um sistema formal*

Sistemas Formais

Alfabeto

O alfabeto define quais símbolos serão manipulados

Em um jogo, por exemplo, os símbolos podem ser **a forma de um tabuleiro** e quais **peças** serão usadas, ou que tipo de **cartas** deve haver em um baralho de cartas

Em um sistema de lógica formal podemos definir **constantes**, **variáveis** e **conectivos lógicos**

Na física, podem ser variáveis que denotam algo mensurável como **carga**, **massa** ou **força**

Sistemas Formais

Regras sintáticas ou regras para fórmulas bem formadas

Essas **regras** definem como é uma **fórmula** (ou expressão) bem formada

Em um jogo de **pôquer**, pode-se, por exemplo, ter a regra de que cada jogador deve ter cinco cartas para formar uma mão de pôquer legítima

Na **lógica**, podemos estabelecer uma regra que afirma que "se A e B são bem formados, então ' $A \cup B$ ' também é"

Conjuntos de símbolos são considerados "**bem formados**" se sua estrutura **seguir** as **regras** estabelecidas por esses sistemas

Nem **todas** as fórmulas bem formadas podem ser alcançadas pelas regras, mas ainda assim são **úteis**

Símbolos e
sequência de símbolos

Fórmulas Bem Formadas

Teoremas

Sistemas Formais

Axiomas e Teoremas

Axiomas são os termos ou expressões que definimos como **verdadeiras**, ou corretas, ou **teoremas**, ou coisas pertencentes a um determinado grupo, ou coisas com as quais podemos começar

Todo **axioma** é um **teorema “grátis”**, i.e., não foi gerado, mas é dado

Teoremas são meramente strings de símbolos e, ao invés de serem “provados” eles são simplesmente “gerados” através das **regras**

Em um jogo de xadrez, podemos escrever as **posições iniciais** de um jogo como os **axiomas** do xadrez

Um exemplo de axioma na matemática pode ser “**dois pontos distintos determinam uma, e somente uma, reta**”

Sistemas Formais

Definições Léxicas

Podemos achar útil nomear expressões ou regras especiais ou qualquer outra coisa no sistema formal para tornar mais fácil falar sobre isso

Uma definição léxica atribui um **significado específico** a um símbolo, estabelecendo uma correspondência **únivoca** entre o **símbolo** e seu **significado**. Sem isso, seria **impossível** saber o significado de cada símbolo

Por exemplo, a definição léxica pode especificar que o símbolo "int" é um tipo de dado que representa um **número inteiro**, enquanto o símbolo "float" é um tipo de dado que representa um **número decimal de ponto flutuante**

As definições léxicas são muito importantes, pois elas permitem que os **símbolos** sejam interpretados de maneira **consistente** em todo o sistema

Sistemas Formais

Metas Regras

- 1: Só podemos usar os **símbolos** dados na definição do **alfabeto** e os símbolos definidos pelas **definições léxicas**
- 2: Só podemos manipular **expressões ou fórmulas bem formadas**
- 3: Só podemos fazer deduções usando as **regras de dedução** ou deduções derivadas
- 4: Os axiomas e as regras de dedução devem formar um sistema **não contraditório**, ou seja, não podemos formar $(A \wedge \neg A)$ dentro do mesmo sistema (se for um sistema determinístico)
- 5: Nas **definições léxicas** só podemos usar termos **previamente definidos**

Sistemas Formais

Metas Regras

6: O sistema não deve ser muito **estreito**. Por exemplo, as regras do xadrez devem cobrir todos os casos possíveis que podem ser encontrados no xadrez

7: O sistema não deve ser muito **amplo**. Por exemplo, as regras do xadrez não devem ser sobre “**o que vamos comer**”

8: O sistema deve ser válido ou 'verdadeiro'. Você só pode gerar teoremas usando as regras. Por exemplo, em um jogo de xadrez não é permitido que você ganhe o jogo fazendo algo não permitido

Se não seguirmos meta-regras ao usar um sistema formal, **o sistema não é nada formal**. Por exemplo, para construir uma torre não basta tijolos e madeira, precisamos montá-los de forma ordenada

Sistemas Formais

Conclusão

*Em um sistema formal uma, ou mais, dessas partes **podem estar faltando**. Em diversos sistemas, muitas vezes, apenas escrevemos um alfabeto e alguns axiomas*

*O alfabeto, as regras de sintaxe, as regras de dedução, e também alguns axiomas, são muito usados em **matemática e/ou lógica***

Referências

Douglas Hofstadter. *Godel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid*. Editora Basic Books. 1999.

<https://web.archive.org/web/20070829222758/http://hemsidor.torget.se/users/m/mauritz/math/logic/inform.htm>

