

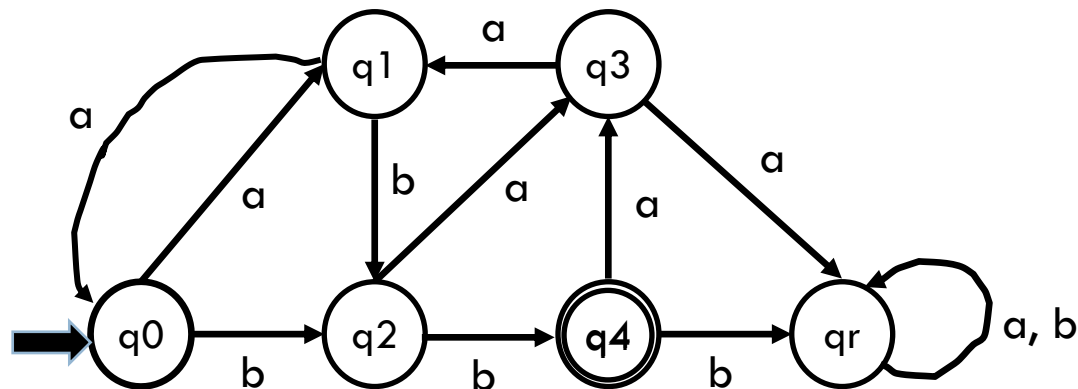
# FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA COMPUTAÇÃO

## --- EXPRESSÕES REGULARES ---

Transformação de AFN para ER (1)

# Transformando AFN em ER

Inicialmente só consideraremos AFs que só tenha um estado inicial e um estado de aceitação

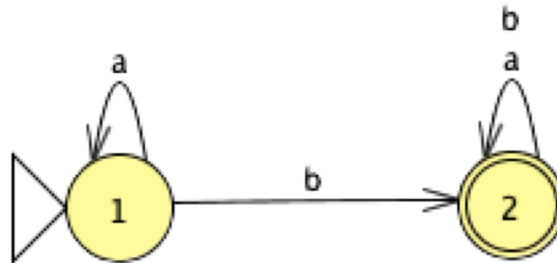


Usaremos a técnica de **eliminação de estados**

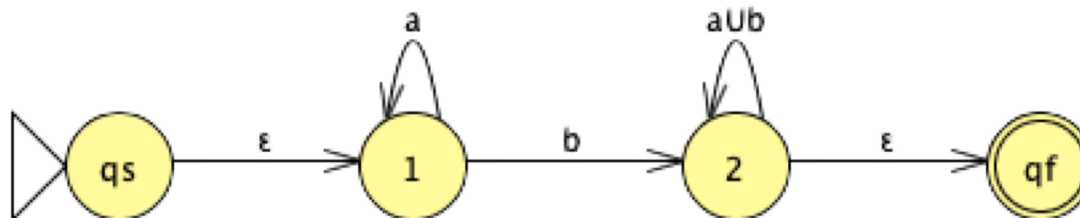
Não faz sentido eliminar o estado **inicial**, nem o estado de **aceitação**

O estado de **rejeição** deve ser eliminado, porque não gera aceitação e quando se entra nele nunca sai (*palavras não reconhecidas*)

# Múltiplos Estados

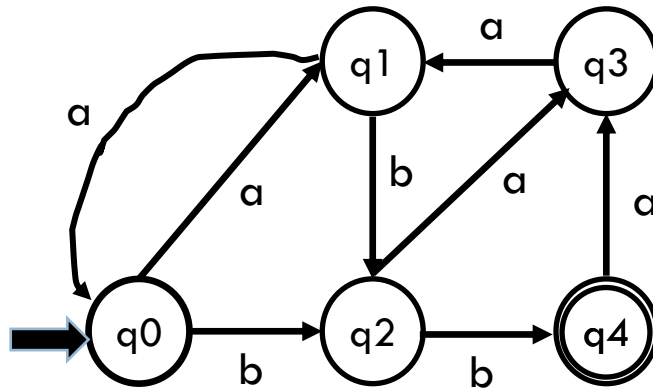


Par o caso de múltiplos estados iniciais e de aceitação, inclua um **novo** estado inicial e final, com transições  $\epsilon$  tanto para o estado inicial **anterior**, quanto para os estados finais **anteriores**. Note que duas transições são transformadas em **união**



# Transformando AFN em ER

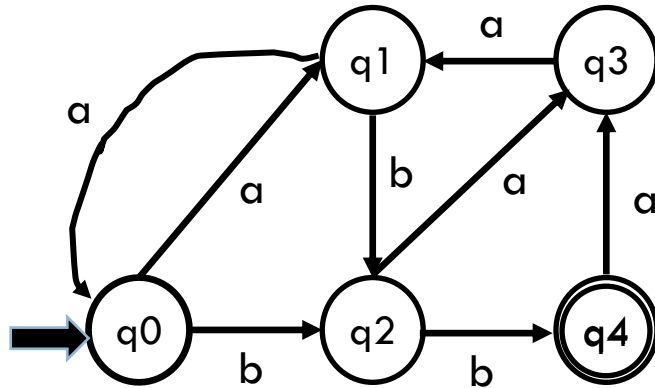
Os estados intermediários são  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ . Por qual começar?



Teoricamente, pode ser por qualquer um. Entretanto, tem uma técnica que minimiza o trabalho. É identificar o estado que está no menor número de caminhos possíveis

Número de caminhos = número de arestas chegando no estado multiplicado pelo número de arestas saindo do estado

# Transformando AFN em ER



q1:  $2 * 2 = 4$

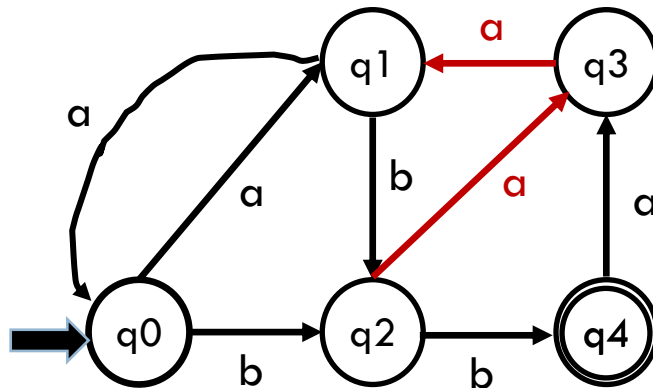
q2:  $2 * 2 = 4$

q3:  $2 * 1 = 2$

Neste caso, é melhor eliminar o q3

# Transformando AFN em ER

Eliminando o  $q_3$  (como estado intermediário)

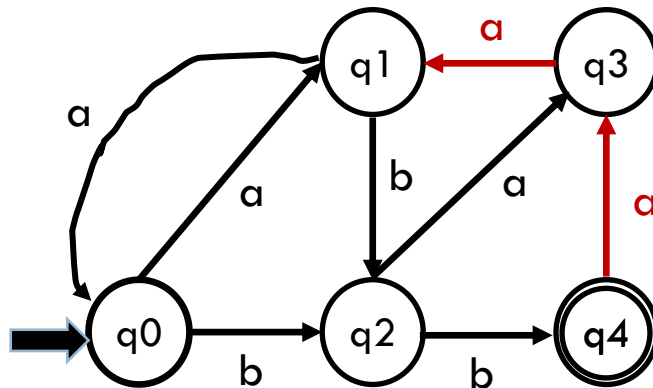


Vimos que só há dois caminhos em que  $q_3$  é intermediário

$q_2 \xrightarrow{aa} q_1$

# Transformando AFN em ER

Eliminando o  $q_3$  (como estado intermediário)



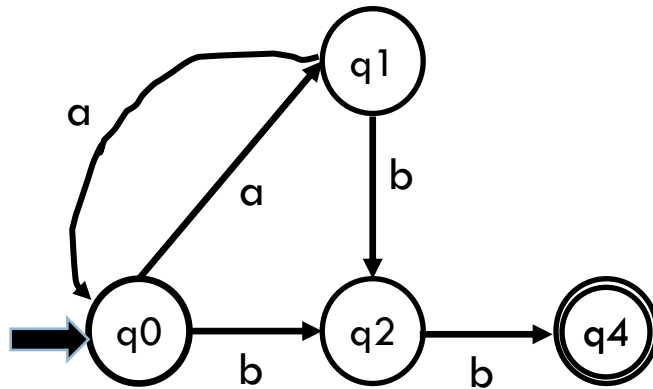
Vimos que só há dois caminhos em que  $q_3$  é intermediário

$$q_2 \xrightarrow{aa} q_1$$

$$q_4 \xrightarrow{aa} q_1$$

# Transformando AFN em ER

Resultado após a eliminação do q3



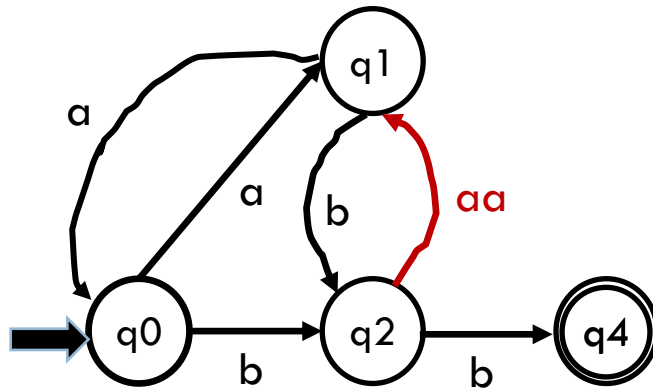
$$q_2 \xrightarrow{aa} q_1$$

$$q_4 \xrightarrow{aa} q_1$$



# Transformando AFN em ER

Resultado após a eliminação do q3

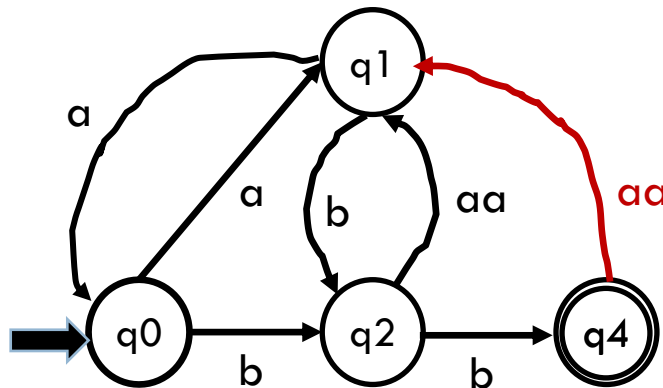


$$q_2 \xrightarrow{aa} q_1$$

$$q_4 \xrightarrow{aa} q_1$$

# Transformando AFN em ER

Resultado após a eliminação do q3

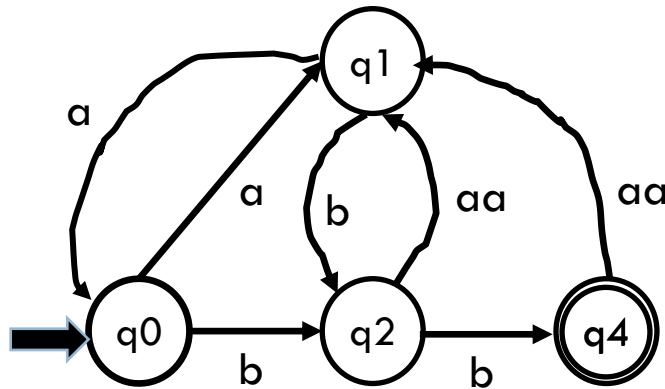


$$q_2 \xrightarrow{aa} q_1$$

$$q_4 \xrightarrow{aa} q_1$$

# Transformando AFN em ER

Quem deve ser eliminado, q1 ou q2?



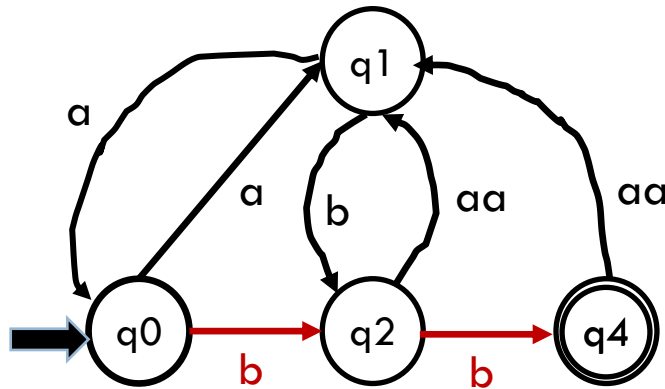
$$q1: 3 * 2 = 6$$

$$q2: 2 * 2 = 4$$

Neste caso, é melhor eliminar o q2

# Transformando AFN em ER

Eliminando o q2 (estado intermediário)

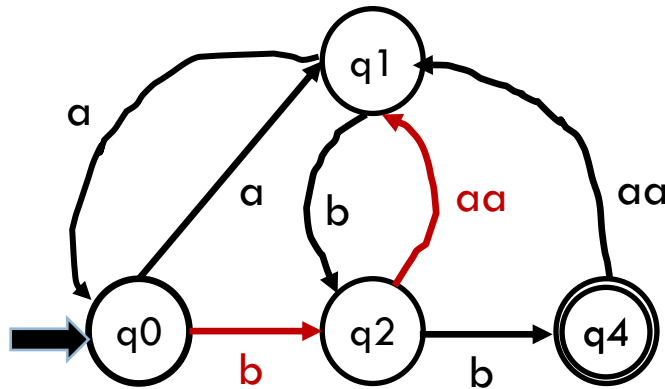


Vimos que há quatro caminhos em que q2 é intermediário

$$q_0 \xrightarrow{bb} q_4$$

# Transformando AFN em ER

Eliminando o  $q_2$  (estado intermediário)

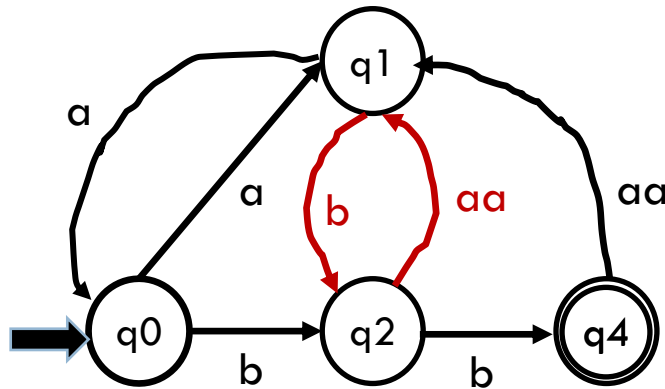


Vimos que há quatro caminhos em que  $q_2$  é intermediário

$q_0 \xrightarrow{bb} q_4$   
 $q_0 \xrightarrow{baa} q_1$

# Transformando AFN em ER

Eliminando o  $q_2$  (estado intermediário)

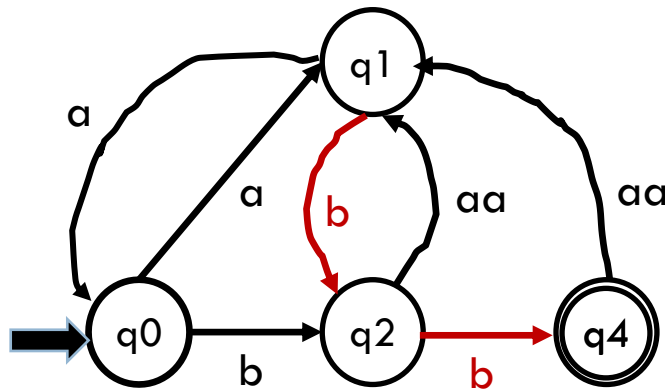


Vimos que há quatro caminhos em que  $q_2$  é intermediário

$bb$   
 $q_0 \rightarrow q_4$   
 $baa$   
 $q_0 \rightarrow q_1$   
 $baa$   
 $q_1 \rightarrow q_1$

# Transformando AFN em ER

Eliminando o q2 (estado intermediário)

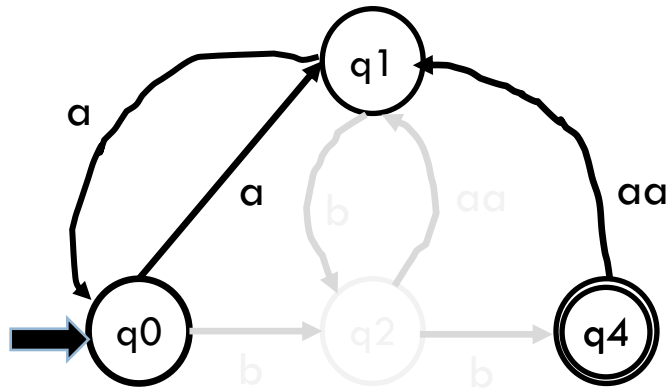


Vimos que há quatro caminhos em que q2 é intermediário

$bb$   
 $q_0 \rightarrow q_4$   
 $baa$   
 $q_0 \rightarrow q_1$   
 $baa$   
 $q_1 \rightarrow q_1$   
 $bb$   
 $q_1 \rightarrow q_4$

# Transformando AFN em ER

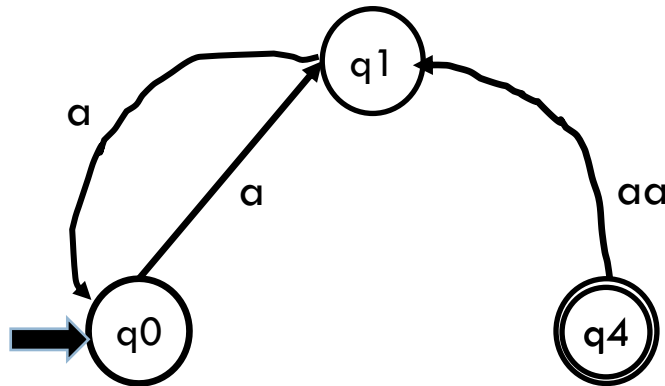
Resultado após a eliminação do estado  $q_2$





# Transformando AFN em ER

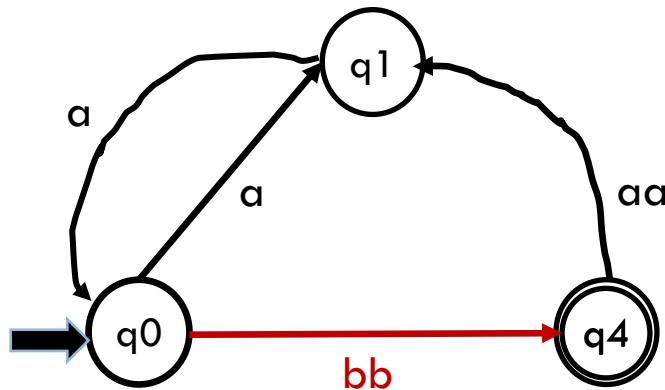
Resultado após a eliminação do estado  $q_2$



$q_0 \xrightarrow{bb} q_4$   
 $q_0 \xrightarrow{baa} q_1$   
 $q_1 \xrightarrow{baa} q_1$   
 $q_1 \xrightarrow{bb} q_4$

# Transformando AFN em ER

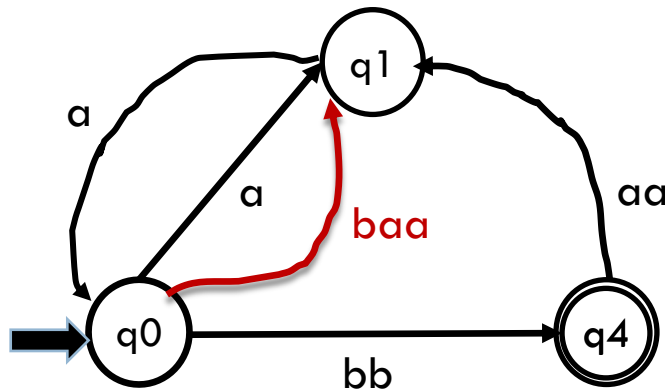
Resultado após a eliminação do estado  $q_2$



$q_0 \xrightarrow{bb} q_4$   
 $q_0 \xrightarrow{baa} q_1$   
 $q_1 \xrightarrow{baa} q_1$   
 $q_1 \xrightarrow{bb} q_4$

# Transformando AFN em ER

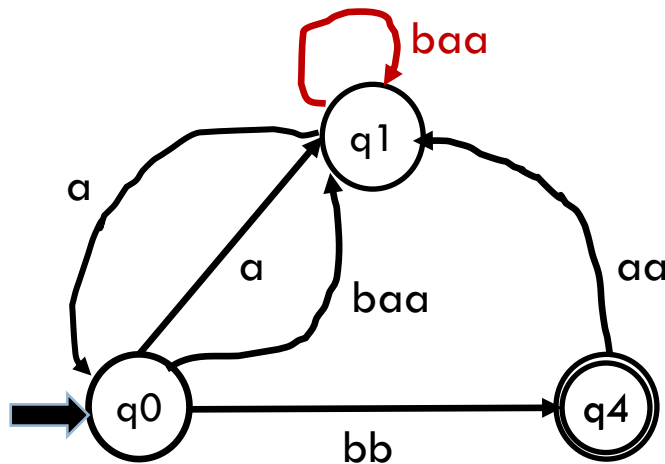
Resultado após a eliminação do estado  $q_2$



$q_0 \xrightarrow{bb} q_4$   
 $q_0 \xrightarrow{baa} q_1$   
 $q_1 \xrightarrow{baa} q_1$   
 $q_1 \xrightarrow{bb} q_4$

# Transformando AFN em ER

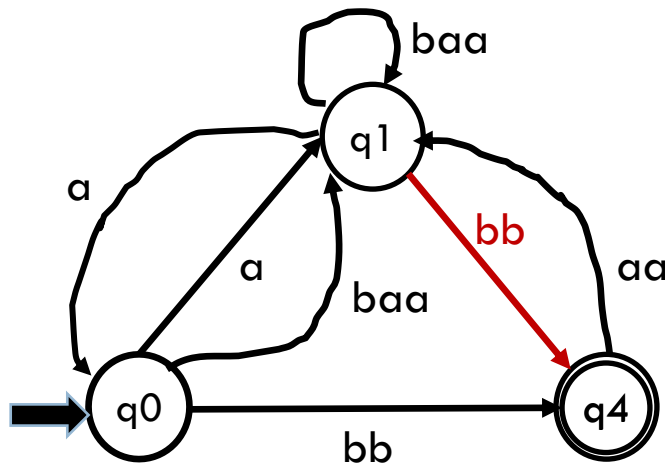
Resultado após a eliminação do estado  $q_2$



$q_0 \xrightarrow{bb} q_4$   
 $q_0 \xrightarrow{baa} q_1$   
 $q_1 \xrightarrow{baa} q_1$   
 $q_1 \xrightarrow{bb} q_4$

# Transformando AFN em ER

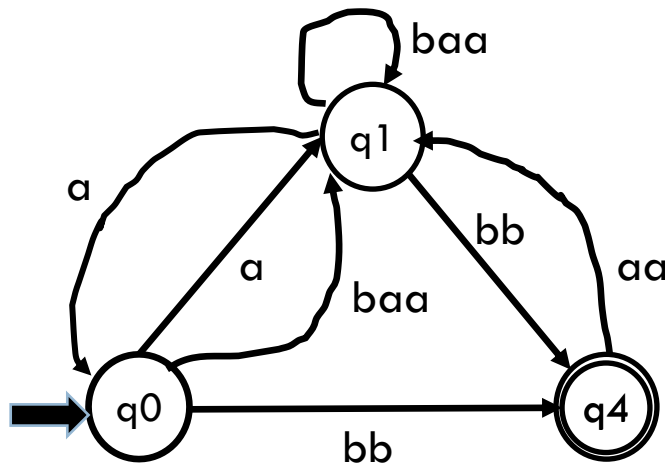
Resultado após a eliminação do estado  $q_2$



$q_0 \xrightarrow{bb} q_4$   
 $q_0 \xrightarrow{baa} q_1$   
 $q_1 \xrightarrow{baa} q_1$   
 $q_1 \xrightarrow{bb} q_4$

# Transformando AFN em ER

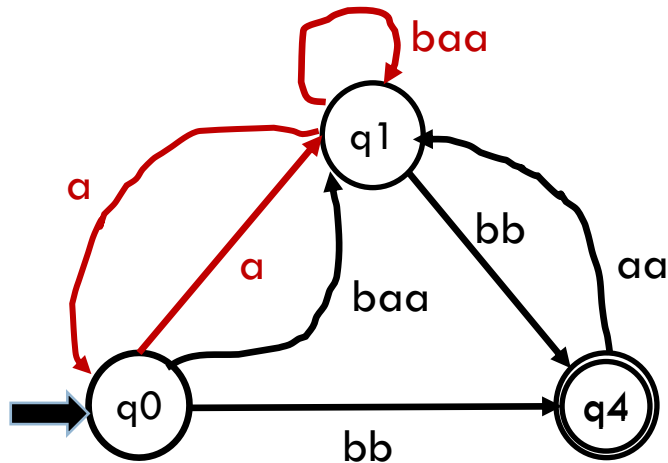
O último estado a ser eliminado é  $q1$



Só para sabermos quantos caminhos existem, desconsiderando os “loops”, daria  $3 \times 2 = 6$ . Portanto, são seis caminhos que têm o estado  $q1$  como intermediário

# Transformando AFN em ER

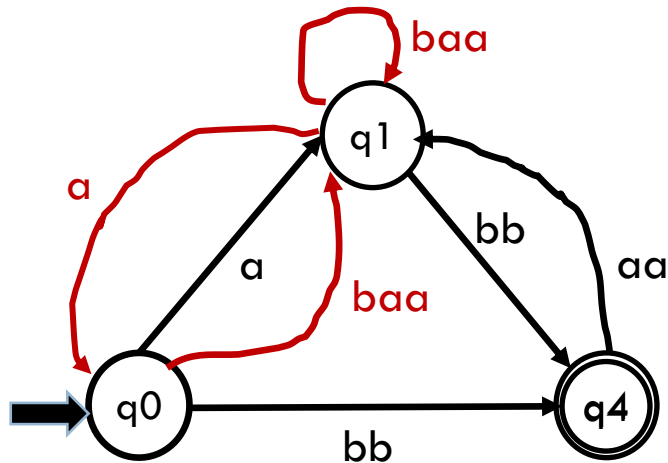
Eliminando o q1



$$q_0 \xrightarrow{a(baa)^*a} q_0$$

# Transformando AFN em ER

Eliminando o q1

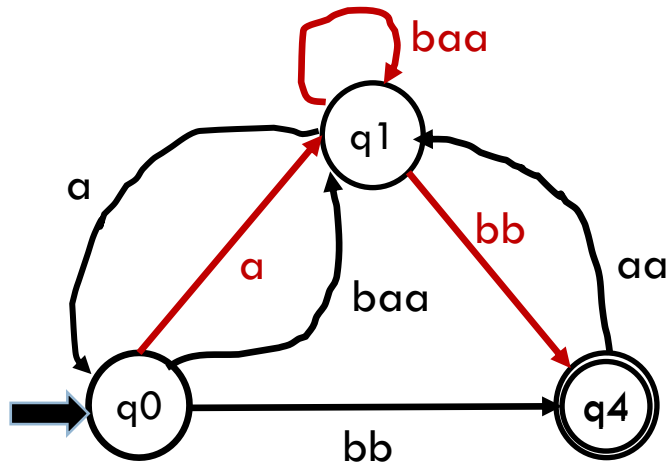


$$\begin{array}{l} q_0 \xrightarrow{a(baa)^*a} q_0 \\ q_0 \xrightarrow{baa(baa)^*a} q_0 \end{array}$$



# Transformando AFN em ER

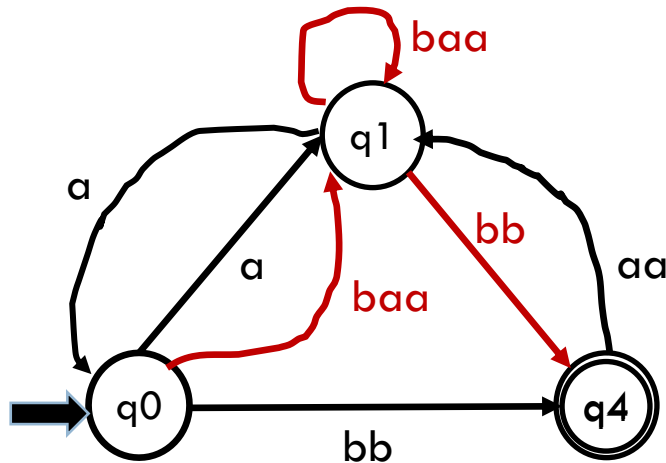
Eliminando o q1



$$\begin{aligned} q_0 &\xrightarrow{a(baa)^*a} q_0 \\ q_0 &\xrightarrow{baa(baa)^*a} q_0 \\ q_0 &\xrightarrow{a(baa)^*bb} q_4 \end{aligned}$$

# Transformando AFN em ER

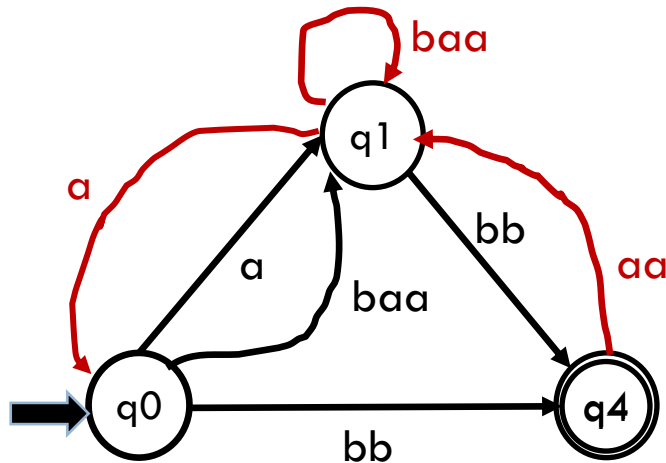
Eliminando o q1



$$\begin{aligned} & a(baa)^*a \\ q_0 & \xrightarrow{\quad} q_0 \\ & baa(baa)^*a \\ q_0 & \xrightarrow{\quad} q_0 \\ & a(baa)^*bb \\ q_0 & \xrightarrow{\quad} q_4 \\ & \textcolor{red}{baa(baa)^*bb} \\ \textcolor{red}{q_0} & \xrightarrow{\textcolor{red}{\quad}} \textcolor{red}{q_4} \end{aligned}$$

# Transformando AFN em ER

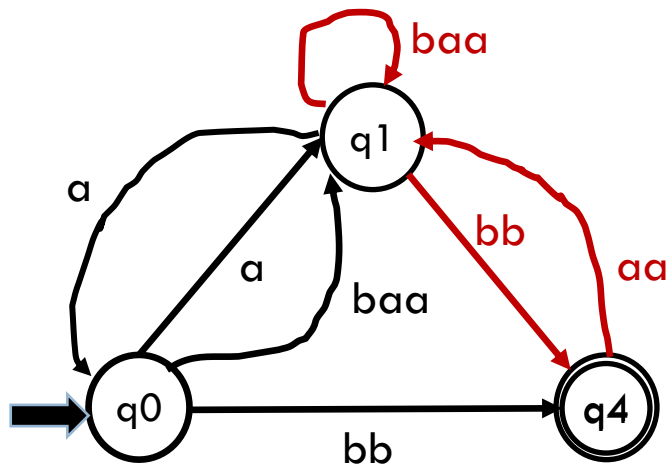
Eliminando o q1



$$\begin{array}{l} a(baa)^*a \\ q_0 \xrightarrow{\hspace{1cm}} q_0 \\ baa(baa)^*a \\ q_0 \xrightarrow{\hspace{1cm}} q_0 \\ a(baa)^*bb \\ q_0 \xrightarrow{\hspace{1cm}} q_4 \\ baa(baa)^*bb \\ q_0 \xrightarrow{\hspace{1cm}} q_4 \\ aa(baa)^*a \\ q_4 \xrightarrow{\hspace{1cm}} q_0 \end{array}$$

# Transformando AFN em ER

Eliminando o q1

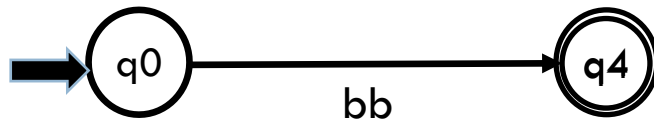


$$\begin{array}{l} a(baa)^*a \\ q_0 \xrightarrow{\quad} q_0 \\ baa(baa)^*a \\ q_0 \xrightarrow{\quad} q_0 \\ a(baa)^*bb \\ q_0 \xrightarrow{\quad} q_4 \\ baa(baa)^*bb \\ q_0 \xrightarrow{\quad} q_4 \\ aa(baa)^*a \\ q_4 \xrightarrow{\quad} q_0 \\ aa(baa)^*bb \\ q_4 \xrightarrow{\quad} q_4 \end{array}$$

# Transformando AFN em ER

Gerando um novo AF após a eliminação do estado  $q_1$

De  $q_0$  para  $q_0$  pode ser feito uma otimização:  $(a + baa)(baa)^*a$



$$\begin{array}{l} a(baa)^*a \\ q_0 \xrightarrow{\quad} q_0 \\ baa(baa)^*a \\ q_0 \xrightarrow{\quad} q_0 \\ a(baa)^*bb \\ q_0 \xrightarrow{\quad} q_4 \\ baa(baa)^*bb \\ q_0 \xrightarrow{\quad} q_4 \\ aa(baa)^*a \\ q_4 \xrightarrow{\quad} q_0 \\ aa(baa)^*bb \\ q_4 \xrightarrow{\quad} q_4 \end{array}$$

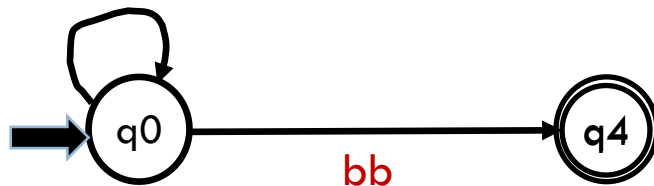
# Transformando AFN em ER

Gerando um novo AF após a eliminação do estado  $q_1$

De  $q_0$  para  $q_4$  pode ser feito uma otimização:  $(a + baa)(baa)^*bb$

Note que já há um caminho direto de  $q_0$  a  $q_4$ :  $bb$

$(a + baa)(baa)^*a$

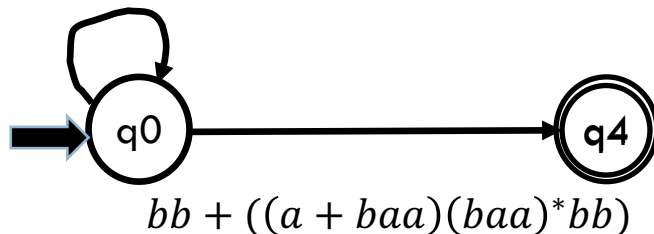

$$\begin{array}{l} q_0 \xrightarrow{a(baa)^*a} q_0 \\ q_0 \xrightarrow{baa(baa)^*a} q_0 \\ q_0 \xrightarrow{a(baa)^*bb} q_4 \\ q_0 \xrightarrow{baa(baa)^*bb} q_4 \\ q_4 \xrightarrow{aa(baa)^*a} q_0 \\ q_4 \xrightarrow{aa(baa)^*bb} q_4 \end{array}$$

# Transformando AFN em ER

Gerando um novo AF após a eliminação do estado  $q_1$

O resultado de  $q_0$  para  $q_4$  fica:  $bb + ((a + baa)(baa)^*bb)$

$(a + baa)(baa)^*a$

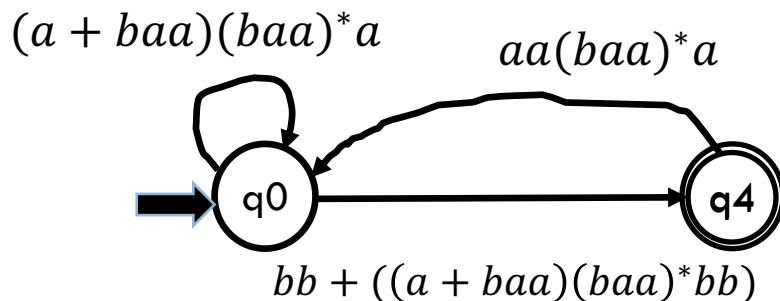


$q_0 \xrightarrow{a(baa)^*a} q_0$   
 $q_0 \xrightarrow{baa(baa)^*a} q_0$   
 $q_0 \xrightarrow{a(baa)^*bb} q_4$   
 $q_0 \xrightarrow{baa(baa)^*bb} q_4$   
 $q_4 \xrightarrow{aa(baa)^*a} q_0$   
 $q_4 \xrightarrow{aa(baa)^*bb} q_4$

# Transformando AFN em ER

Gerando um novo AF após a eliminação do estado  $q_1$

De  $q_4$  para  $q_0$  é direto e é só copiar



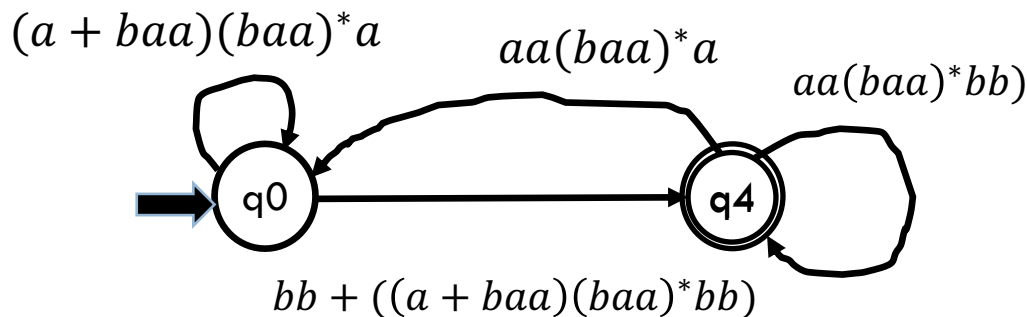
$$\begin{array}{lcl}
 q_0 & \xrightarrow{a(baa)^*a} & q_0 \\
 q_0 & \xrightarrow{baa(baa)^*a} & q_0 \\
 q_0 & \xrightarrow{a(baa)^*bb} & q_4 \\
 q_0 & \xrightarrow{baa(baa)^*bb} & q_4 \\
 q_4 & \xrightarrow{aa(baa)^*a} & q_0 \\
 q_4 & \xrightarrow{aa(baa)^*bb} & q_4
 \end{array}$$



# Transformando AFN em ER

Gerando um novo AF após a eliminação do estado  $q_1$

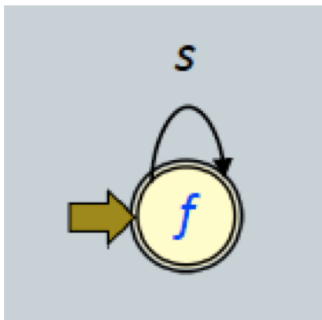
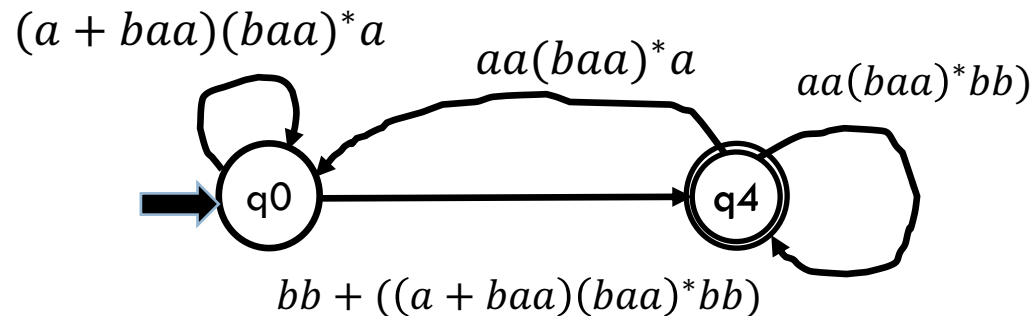
De  $q_4$  para  $q_4$  é direto e é só copiar



$$\begin{array}{l}
 q_0 \xrightarrow{a(baa)^*a} q_0 \\
 q_0 \xrightarrow{baa(baa)^*a} q_0 \\
 q_0 \xrightarrow{a(baa)^*bb} q_4 \\
 q_0 \xrightarrow{baa(baa)^*bb} q_4 \\
 q_4 \xrightarrow{aa(baa)^*a} q_0 \\
 q_4 \xrightarrow{aa(baa)^*bb} q_4
 \end{array}$$

# Transformando AFN em ER

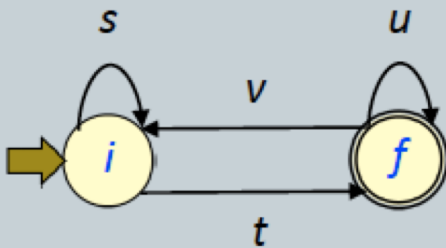
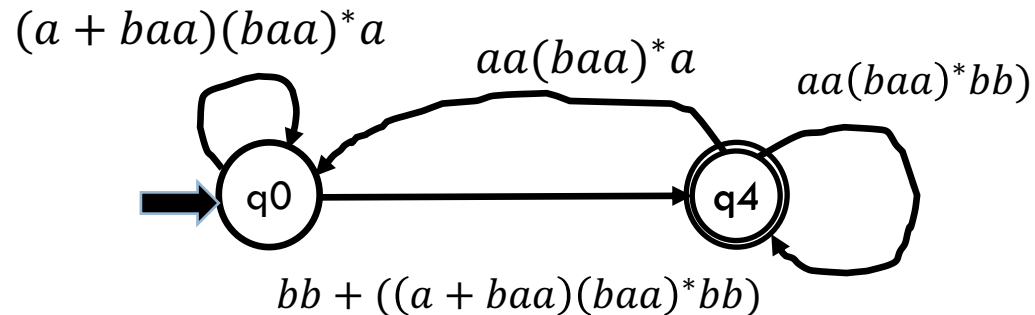
Ainda falta um terceiro passo



A ER resultante é  $r = s^*$

# Transformando AFN em ER

Ainda falta um terceiro passo



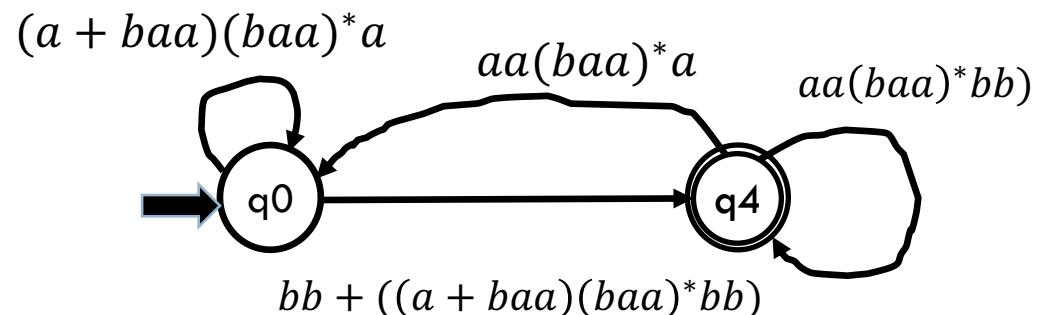
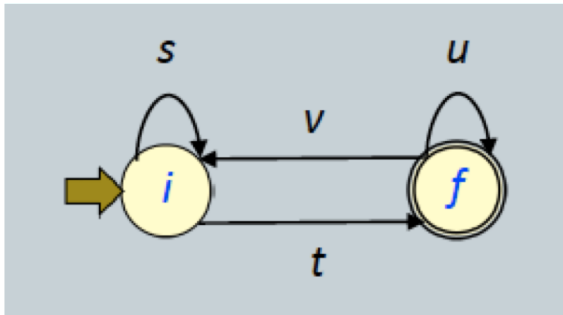
A ER resultante é  $r = s * t(u + vs * t) *$

# Transformando AFN em ER

Ainda falta um terceiro passo

$$r = s * t(u + vs * t) *$$

$$\left( (a + baa)(baa)^* a \right) * \left( bb + ((a + baa)(baa)^* bb) \right) \left[ (aa(baa)^* bb) + (aa(baa)^* a) \left( (a + baa)(baa)^* a \right) * (bb + ((a + baa)(baa)^* bb)) \right] *$$



# Equivalências para simplificação

1.  $r + s = s + r$

2.  $r + \emptyset = r$

3.  $r + r = r$

4.  $r\lambda = \lambda r = r$

5.  $r\emptyset = \emptyset r = \emptyset$

6.  $(r + s)t = rt + st$

7.  $r(s + t) = rs + rt$

8.  $(r + s)^* = (r^*s)^*r^*$

9.  $(r + s)^* = r^*(sr^*)^*$

10.  $(rs)^* = \lambda + r(sr)^*s$

11.  $r^{**} = r^*$

12.  $r^* = (rr)^*(\lambda + r)$

13.  $\emptyset^* = \lambda$

14.  $\lambda^* = \lambda$

15.  $r^*r^* = r^*$

16.  $rr^* = r^*r$

17.  $(r^* + s)^* = (r + s)^*$

18.  $(r^*s^*)^* = (r + s)^*$

19.  $r^*(r + s)^* = (r + s)^*$

20.  $(r + s)^*r^* = (r + s)^*$

**Naquele tempo...  
existiam os lados A e B  
...e eles nos rebobinavam  
com uma caneta!**

