Modul Praktikum ke-7

Penerapan pada Pengintegralan
(Pengintegralan Crude Monte Carlo dan Teknik Reduksi Ragam)

AKT1442 Simulasi Model Aktuaria
Semester Ganjil 2025/2026

Praktikum ke-7 ini dibagi menjadi **dua** sesi, yaitu:

- **Sesi 1** (Pukul 13:00-16:00 WIB): Mahasiswa harus mengerjakan soal-soal yang telah disediakan secara mandiri dan mengunggah jawabannya ke https://ipb.university/prak-sma-2025 untuk mendapatkan poin tugas.
- **Sesi 2** (Pukul 16:00-17:00 WIB): Mahasiswa dipersilakan untuk mempresentasikan jawabannya untuk mendapatkan poin aktivitas partisipatif.

Soal-soal:

1. Fungsi gamma didefinisikan sebagai berikut:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x}\, dx.$$

Misalkan $\theta = \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$ yang bernilai $\sqrt{\pi}$. Misalkan juga kita ingin menduga nilai θ dengan pengintegralan *Crude Monte Carlo* (CMC).

   (a) Dengan menggunakan `set.seed(11)`, hitung ukuran contoh yang harus digunakan agar nilai dugaannya cukup akurat, yakni *error*-nya tidak lebih dari 0.001 satuan, pada tingkat kepercayaan 95%.

   (b) Dengan membulatkan ukuran contoh/sampel yang telah dihitung tersebut ke bilangan bulat terdekat di atasnya, hitung nilai dugaan bagi θ dengan menggunakan `set.seed(12)`. Hitung juga *error*-nya.

2. Diberikan

$$\theta = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx.$$

   (a) Misalkan kita ingin menduga nilai θ dengan pengintegralan *Crude Monte Carlo* (CMC). Dengan menggunakan `set.seed(21)`, hitung ukuran contoh/sampel yang harus digunakan agar nilai dugaannya cukup akurat, yakni *error*-nya tidak lebih dari 0.001 satuan, pada tingkat kepercayaan 95%.

   (b) Dengan membulatkan ukuran contoh/sampel yang telah dihitung tersebut ke bilangan bulat genap terdekat di atasnya, hitung nilai dugaan bagi θ dengan menggunakan `set.seed(22)` beserta ragam penduganya. Hitung juga *error*-nya dengan mengasumsikan bahwa nilai θ yang sebenarnya adalah `pnorm(1)-pnorm(0)`.

   (c) Misalkan ukuran contoh yang telah dibulatkan pada bagian (b) adalah n. Gunakan rumus berikut untuk menduga nilai θ

$$\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} \frac{\exp\left(-\frac{u_i^2}{2}\right)\left[1 + \exp\left(-\frac{1}{2} + u_i\right)\right]}{n\sqrt{2\pi}}$$

   dengan $u_1, u_2, \ldots, u_{\frac{n}{2}}$ adalah realisasi dari sebaran seragam $(0, 1)$. Gunakan `set.seed(23)`. Hitung juga ragam penduganya.

   (d) Hitung efisiensi antara bagian (b) dan bagian (c). Berikan interpretasinya.

3. Diketahui bahwa fungsi kepekatan peluang dari sebaran lognormal dengan parameter lokasi μ dan parameter skala σ adalah

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad x > 0.$$

Misalkan X menyebar lognormal dengan parameter $\mu = 0$ dan $\sigma = 1$.

   (a) Gunakan pengintegralan *Crude Monte Carlo* (CMC) dengan 1000 nilai contoh/sampel untuk menduga nilai $\theta = \Pr(1 < X < 2)$. Duga juga ragam penduganya. Berikan sebuah hampiran selang kepercayaan 95% bagi θ. Gunakan `set.seed(31)`.

   (b) Gunakan peubah acak antitesis dengan 1000 nilai contoh/sampel untuk menduga nilai $\theta = \Pr(1 < X < 2)$. Duga juga ragam penduganya. Kemudian, duga efisiensi penduga antitesis relatif terhadap penduga CMC yang telah dihitung pada bagian (a). Berikan interpretasinya. Gunakan `set.seed(32)`.